The New Economic Geography

Ehrenfeld, Wilfried

Universität Regensburg

2004

Inhaltsverzeichnis

Seite

1 Einleitung

Seit geraumer Zeit befassen sich Geographen mit der Frage, wie Industrien ihre Standorte wählen und welche Gründe für die offensichtlich zu beobachtende Agglomeration von wirtschaftlichen Aktivitäten verantwortlich zu machen sind. Der Grund, warum sich Ökonomen lange Zeit nicht mit diesem Thema näher auseinandergesetzt haben, ist nicht mangelndes Interesse – in Anbetracht eines immer mehr zusammenwachsenden Europas ist die Politikrelevanz dieses Themas enorm – als eher die Inkompatibilität zwischen Problem und Methode. Während Geographen eher deskriptive Methoden verwenden und viel mit Fallbeispielen arbeiten, sind Ökonomen eher daran gewohnt, analytisch zu arbeiten. Jedoch fehlten für einen analytischen Lösungsansatz lange Zeit die nötigen Werkzeuge.

Anscheinend war bis zu Krugmans Artikel „Increasing returns and Economic Geography" von 1991 das Problem der Agglomeration von Industrie und Arbeitern analytisch überhaupt nicht zu lösen. Es folgten eine Reihe von Artikeln, die dieses erste Modell der „Neuen Ökonomischen Geographie" (kurz: NÖG) erweiterten und 1999 erschien „The spatial economy. Cities, regions and international trade" von Fujita, Krugman und Venables, welches die bis dahin errungenen Erkenntnisse vereinte.

Die Grundideen der NÖG sind eigentlich gar nicht so neu. Das Grundmodell basiert auf dem Handelsmodell von Krugman (1980) mit der Erweiterung mobiler Arbeitskräfte. Die verwendete Modellierung der Eisberg-Transportkosten im Grundmodell von Krugman ist der Idee nach seit von Thünen (1826) bekannt und seit Samuelson (1952) auch formal darstellbar. Das verwendete Modell mit monopolistischer Konkurrenz nach Dixit und Stiglitz (1977) ist Stand der Technik und die wichtigsten zwei Zentripetalkräfte sind seit Hirschmann (1958) bekannt (Forward- und Backward-Linkages).

Wirklich neu an der NÖG ist die formale Darstellbarkeit dieser Wechselbeziehungen und die Lösung eines allgemeinen Gleichgewichtsmodell.

Im folgenden werde ich das „Core-Periphery" - Grundmodell von Krugman (1991) darstellen und einige Kritikpunkte und Erweiterungen nennen.

2 Das Core-Periphery-Modell

2.1 Aufbau

Die Fragestellung dieses Modell lautet: „Wie lokalisieren sich Firmen im allgemeinen Gleichgewicht?".

Wir betrachten ein Modell monopolistischer Konkurrenz mit zwei Regionen, zwei Sektoren und zwei Produktionsfaktoren. Die Güter sind zum einen ein Agrargut, welches unter konstanten Skalenerträgen produziert werden kann und zum anderen ein Industriegut, welches mit steigenden Skalenerträgen produziert wird. Dieses wird in unendlich vielen horizontal diversifizierten Variationen angeboten. Im Agrarsektor A wird nur landwirtschaftliche Arbeit eingesetzt. Landarbeiter sind nicht mobil und gleichmäßig über die beiden Regionen r und s verteilt[1]. Im Industriesektor M wird nur industrielle Arbeit verwendet. Die Industriearbeiter sind mobil und wandern dorthin, wo ein höherer Reallohn gezahlt wird. Diese Entscheidung wird ad hoc getroffen, ohne Erwartungsbildung über die Entwicklung der Reallöhne[2].

2.2 Die Konsumentenseite

Hier wird eine Cobb-Douglas *Nutzenfunktion* mit der Menge konsumierten Agrargutes A und einem Warenkorb M aus Industriegütern zu Grunde gelegt:

$$U = M^{\mu} A^{1-\mu} . \tag{1}$$

Dieser Warenkorb ist als CES-Funktional modelliert, wobei $\sigma\ (>1)$ die Substitutionselastizität zwischen zwei Varianten bezeichnet:

$$M = \left[\int_{i=1}^{n} m_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} . \tag{2}$$

Hier wird die Annahme deutlich, dass die Zahl der Firmen und Varianten n unendlich groß ist. Die Nutzenfunktion besitzt die Eigenschaft, dass eine höhere Anzahl von Varianten einen höheren Nutzen mit sich bringt[3]. Die Konsumenten maximieren ihren Nutzen U unter Beachtung des Einkommens Y und der Preise p^M und p^A in Form der *Budgetrestriktion*:

$$Y = p^M M + p^A A . \tag{3}$$

Die Nachfrage nach Agrargut beträgt somit:

$$A = (1-\mu) \frac{Y}{p^A} . \tag{4}$$

Die *Nachfrage* nach dem Industriegut m_j ist bestimmt durch:

---

[1] Hieraus ergibt sich eine erste Kraft, die der Agglomeration entgegenwirkt:
Landarbeiter konsumieren Industriegüter, deren Transport nicht kostenlos ist.

[2] Eine Erweiterung um „Vorausschauende Erwartungen" ist in Baldwin (1999b) und Baldwin (2001) zu finden.

[3] Um dies zu sehen, nehmen wir symmetrische Preise an:
So wird von jeder Varietät die selbe Menge konsumiert und die Formel für den Warenkorb M reduziert sich zu: $M = n^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} m_i$. Der Nutzen ist somit positiv abhängig von der Anzahl der Varianten n.

$$m_j = \mu \left(\frac{p_j}{G} \right)^{-\sigma} \cdot \frac{Y}{G} \qquad (5)$$

mit

$$G = \left(\int_{i=1}^{n} p_i^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}}, \qquad (6)$$

wobei μ den Anteil des Einkommens Y darstellt, der für Industriegüter ausgegeben wird. Die Preise von einzelnen Industriegüter-Varietäten werden p_i und p_j genannt.

G bezeichnet den Industriegüter-Preisindex und ist die Kostenfunktion für eine Einheit Nutzen bei minimalen Kosten. Er sinkt mit steigender Anzahl verfügbarer Varietäten[4]. Die Nachfrage nach einer Varietät m_j ist negativ abhängig vom eigenen Preis p_j und positiv abhängig vom Einkommen Y, dem Anteil des Einkommens für Industriegüter μ wie auch vom Preisindex G. So reduziert ein Anstieg der verfügbaren Varietäten die nachgefragte Menge der einzelnen Varietät.

2.3 Die Produzentenseite

Da die Industriegüter-Unternutzenfunktion eine Vorliebe für Vielfalt aufweist und sowohl steigende Skalenerträge als auch eine unendliche Anzahl an potentiellen Varietäten vorhanden sind, produziert jede Firma genau eine Varietät. Somit entspricht die Anzahl der Firmen der Anzahl der Varietäten und der Firmenoutput q^M entspricht der Nachfrage nach einer Varietät m_j. Jede Varietät des Industriegutes wird unter steigenden Skalenerträgen produziert, genauer mit positiven Fixkosten F und konstanten Grenzkosten c^M. Diese Kosten sind für alle Firmen identisch. Die *Faktornachfragefunktion* ist somit:

$$l^M = F + c^M q^M . \qquad (7)$$

Im Industriesektor wird nur der Faktor industrielle Arbeit l^M eingesetzt. Mit gegebenem Lohn w^M für alle Industriearbeiter folgt für die *Kostenfunktion*:

$$C^M = (F + c^M q^M) \cdot w^M . \qquad (8)$$

So ergibt sich für die *Gewinnfunktion* der Unternehmen in einer Region:

$$\pi_r = p^M q^M - w^M (F + c^M q^M) . \qquad (9)$$

---

[4] Zur Verdeutlichung nehmen wir wieder symmetrische Preise an:

G vereinfacht sich zu: $G = \left[n \cdot p_j^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$, wobei $\sigma > 1$.

Jeder Produzent sieht sich als Monopolist in seiner Varietät[5] und optimiert seinen Gewinn. Der resultierende *Preis* wird als konstanter Mark-up auf die Grenzkosten c^M gesetzt, abhängig von der Nachfrageelastizität σ[6]:

$$p^M = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w^M c^M . \qquad (10)$$

Eine Eigenschaft des Dixit-Stiglitz-Ansatzes ist, dass die Firmen die Effekte ihrer Handlungen auf den Preisindex G und auf das Einkommen Y ignorieren. Die Produktion q^M entspricht somit der wahrgenommenen Nachfrage, vgl. (5) :

$$q^M = \mu Y G^{\sigma-1} \cdot p^{-\sigma} . \qquad (11)$$

Diese Eigenschaft beinhaltet jedoch, dass sich die Unternehmen so verhalten, als hätten sie einen Marktanteil von annähernd Null. Daraus folgt jedoch, dass es keinerlei strategische Interaktion zwischen den Firmen gibt. Diese Annahme ist in Bezug auf die Untersuchung von Branchen, in denen Agglomerationsprozesse eine große Rolle spielen, problematisch. Da keine Marktzugangskosten angenommen werden, treten so lange Unternehmen in den Markt ein, bis der Gewinn π gleich Null ist. Die *produzierte Menge* beträgt dann:

$$q^* = (\sigma - 1)\frac{F}{c^M} . \qquad (12)$$

Für die eingesetzte Menge an Industriearbeit (Beschäftigung) erhält man:

$$l^* = \sigma F . \qquad (13)$$

Somit sind die produzierte Menge q^* und die Beschäftigung l^* im Gleichgewicht für alle Firmen nur durch die Parameter c^M, F und σ gegeben. Menge und Beschäftigung hängen weder von den Löhnen noch von anderen endogenen Variablen ab. Änderungen in den Einkommen, Preisen oder Löhnen tangieren die Unternehmen nur durch die Anzahl der Firmen. Wenn nun L_r^M die Anzahl der Industriearbeiter in Region r ist, folgt dort für die *Anzahl der Firmen*:

$$n_r = \frac{L_r^M}{l^*} . \qquad (14)$$

2.4 Transportkosten

Bis jetzt hatten wir eine geschlossene Volkswirtschaft betrachtet. Das bisher Gesagte gilt jedoch auch für eine multi-regionale oder multi-nationale Ökonomie.

Wir betrachten im folgenden zwei Regionen r und s mit identischen Präferenzen und identischen Technologien. Der Handel des Agrargutes sei kostenlos möglich. Der

[5] Dies folgt aus der Annahme monopolistischer Konkurrenz.

[6] Daraus folgt, dass die Preise für alle Varietäten symmetrisch sind.

Transport des Industriegutes unterliege jedoch den Transportkosten $T (> 1)$. Diese sind im Modell von Krugman als Eisberg-Transportkosten modelliert. Dieses Konzept besagt, dass T Einheiten Industriegut verschifft werden müssen, damit eine Einheit beim Konsumenten ankommt, dass also ein konstanter Bruchteil der Gütermenge durch den Transport verloren geht[7]. Die real anfallenden Transportkosten belaufen sich somit auf $(T-1)p_r^M$. Kostet ein Gut in Region r, in der es produziert wurde p_r^M, so kostet dasselbe Gut in der Region s, in die es geliefert wird:

$$p_{rs}^M = p_{rs}^M T. \tag{15}$$

Diesen Sachverhalt müssen wir in unserem Preisindex berücksichtigen. Hier kommt ein weiteres Resultat der getroffenen Annahmen zum Tragen: CES-Nutzenfunktionen führen zu loglinearen Nachfragen. In Verbindung mit ebenfalls loglinearen Eisberg-Transportkosten hat dies zur Folge, dass die Nachfrage im Ausland nur auf einem anderen Niveau liegt, aber dieselbe Elastizität besitzt. Im Folgenden vernachlässigen wir den Superscript M, da wir ab jetzt überwiegend den Industrie-Sektor betrachten.
Wir erweitern die Formel für den Preisindex (6) um die Importe und erhalten:

$$G_r = (n_r p_r^{1-\sigma} + n_s (p_s T)^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}. \tag{16}$$

Da jede Firma in beide Region verkauft, ist der Preis-Index negativ abhängig von der Anzahl der Firmen in beiden Regionen n_r und n_s, aber positiv abhängig von den Transportkosten T. Auf Grund des höheren Preises ist die Nachfrage nach importierten Varietäten geringer als nach heimischen. Somit gilt für die konsumierte Menge importierten Gutes, vgl. (5):

$$m_{sr}^{consum} = \mu Y_r G_r^{\sigma-1} \cdot (p_s T)^{-\sigma}. \tag{17}$$

Die effektive Nachfragemenge muss jedoch auch die Transportkosten T beinhalten.
Es muss ja mehr produziert werden, als konsumiert werden kann:

$$m_{sr}^{eff} = \mu Y_r G_r^{\sigma-1} \cdot p_s^{-\sigma} T^{1-\sigma}. \tag{18}$$

Analog beträgt die Auslandsnachfrage, der sich eine Firma aus r gegenübersieht:

$$m_{rs} = \mu Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot p_r^{-\sigma} T^{1-\sigma}. \tag{19}$$

So ergibt sich die *Gesamtproduktion* einer Firma in r:

$$q_r = \mu p_r^{-\sigma} [Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]. \tag{20}$$

Hier ist zu sehen, dass die Nachfrage des Auslandes geringer ist als die des Inlands.

[7] In einem der ersten Geographie-Modelle (von Thünen 1826) war das zu transportierende Gut Weizen. Der Transport erfolgte damals durch Pferd und Wagen. (T-1) war die Menge des Weizens, den Pferd während der Fahrt konsumierte.

2.5 Die Lohnsetzungsgleichung

Kombiniert man die Gleichungen für die Preissetzung der Unternehmen (10) und die Gleichung für die Produktionsmenge einer Firma (20), so erhält man die *Nominallohngleichung* der Industrie:

$$w_r = \frac{\sigma - 1}{\sigma c}\left(\frac{\mu}{q_r}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\left(Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} T^{1-\sigma}\right)^{\frac{1}{\sigma}}. \tag{21}$$

Für die Wanderungsentscheidung eines Industriearbeiters ist jedoch der Reallohn entscheidend. Dieser ergibt sich in Region r durch die Deflationierung des Nominallohnes w_r mit dem Preisindex G_r und dem Preis des Agrargutes p_A gewichtet mit den Ausgabenanteilen aus der Nutzenfunktion (1):

$$\omega_r = \frac{w_r}{G_r^{\mu} p_A^{1-\mu}}. \tag{22}$$

2.6 Normalisierungen

Es wird von einer fixen *Grundausstattung* an nicht *mobilen Landarbeitern*

$$L^A = 1 - \mu \tag{23}$$

ausgegangen, von denen beide Regionen den gleichen *Anteil* besitzen. Für Region r gilt:

$$\phi_r = \frac{1}{2}. \tag{24}$$

Da wir kostenlosen Transport von Agrargütern unterstellt haben, sind im Agrarsektor die Löhne in beiden Regionen gleich. Die Produktionsfunktion entspricht dem Arbeitseinsatz in der Landwirtschaft. Somit kann der Lohn der Landarbeiter als auch der *Preis des Agrargutes* gleich eins gesetzt werden:

$$p_A = 1. \tag{25}$$

Des Weiteren wird eine fixe Grundausstattung *mobiler Industriearbeiter* unterstellt:

$$L^M = \mu. \tag{26}$$

Definiert man den *marginalen Arbeitseinsatz* zur Herstellung eines Industriegutes als

$$c^M = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \tag{27}$$

so folgt, dass der Preis des Industriegutes dem Lohnsatz entspricht:

$$p_r = w_r. \tag{28}$$

Dadurch wird der Arbeitseinsatz eines Unternehmens gleich seinem *Output:*

$$q^* = l^*. \tag{29}$$

Die Anzahl der Firmen kann als ein unendlich viele Elemente beinhaltendes Zahlenintervall $[0;n]$ aufgefasst werden. Somit ist in der hier verwendeten stetigen

Version des Modells die Einheit eines Unternehmens frei wählbar. Andererseits ist ein Unternehmen durch die einmalige Tätigung von Fixkosten definiert, so dass wir hier für uns günstige Einheiten wählen können:

$$F = \frac{\mu}{\sigma}. \tag{30}$$

Somit vereinfacht sich die Gleichung für die *Anzahl der Firmen* in Region r zu:

$$n_r = \frac{L_r^M}{\mu}. \tag{31}$$

Auch die Formeln für die optimale *Ausbringungsmenge* q^* und die *Beschäftigung* l^* vereinfachen sich zu:

$$l^* = q^* = \mu. \tag{32}$$

Des Weiteren gilt:

$$\mu = L^M = \sigma F. \tag{33}$$

Auf die Größe des Industriesektors in r lässt sich anhand des *Anteils der Industriearbeiter in r* schließen:

$$\lambda_r = \frac{L_r^M}{L^M}. \tag{34}$$

Somit kann die Ausstattung an Industriearbeitern geschrieben werden als

$$L_r^M = \mu\lambda_r. \tag{35}$$

Bei Verwendung der Normalisierungen für die Anzahl der Firmen (31) und den Lohnsatz (28) erhält man für den Preis-Index (16) in Region r:

$$G_r = \left[\frac{1}{\mu}\left(L_r^M w_r^{1-\sigma} + L_s^M (w_s T)^{1-\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{36}$$

und

$$G_s = \left[\frac{1}{\mu}\left(L_r \left(w_r T\right)^{1-\sigma} + L_s w_s^{1-\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{37}$$

in Region s. Benutzt man die Formeln für die Grundausstattung an Industriearbeitern (26) und für den Anteil der Industriearbeiter in Region r (34), so erhält man für den Preisindex (36):

$$G_r = \left[\lambda_r w_r^{1-\sigma} + \lambda_s w_s^{1-\sigma}\ T^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}. \tag{38}$$

Für das *Einkommen* in Region r erhalten wir ausgehend von der Budgetgleichung (3) durch die obigen Normalisierungen allgemein:

$$Y_r = \mu\lambda_r w_r + (1-\mu)\phi_r. \tag{39}$$

Für die *Lohnsetzungsgleichung* (21) ergibt sich bei Benutzung der Normalisierungen für den marginalen Arbeitseinsatz (27) und die Ausbringungsmenge (32):

$$w_r = (Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma})^{\frac{1}{\sigma}}. \qquad (40)$$

Analog folgt für Region s:

$$w_s = (Y_r G_r^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma} + Y_s G_s^{\sigma-1})^{\frac{1}{\sigma}}. \qquad (41)$$

Hier wird deutlich, dass die Lohngleichung im Konzept des „market potentials“[8] verwurzelt ist. Die Attraktivität eines Industriestandortes wird durch dessen Marktpotential bestimmt. Dieses Potential ist die Größe des Marktes (Y_r, Y_s) reduziert um eventuelle Transportkosten $T^{1-\sigma}$. Ein höheres Marktpotential ermöglicht auch die Zahlung höherer Löhne. Wenn T strikt größer als eins ist, haben diese Gleichungen gemeinsam, dass sie stärker auf Änderungen in heimischen Variablen reagieren als auf die der anderen Region[9].

2.7 Die drei treibenden Kräfte des Modells

Um die Kräfte zu sehen, die in diesem Modell wirken, gehen wir von einer symmetrischen Verteilung aus $(L_r = L_s\ ; w_r = w_s\ ; ...)$ und betrachten die Auswirkungen kleiner Änderungen.

2.7.1 Der Preisindex- Effekt

Lokal um den Symmetriepunkt[10] gilt: $dG = dG_r = -dG_s$. Entsprechendes gilt für die Variablen Y und L. Dies bedeutet: Änderungen in einer Region sind verbunden mit Änderungen gleicher Größe in der anderen Region, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen. Bei Symmetrie gelten für den *gleichgewichtigen Preisindex*:

$$G^{1-\sigma} = \frac{1}{\mu} w^{1-\sigma}(1+T^{1-\sigma}) \qquad (42)$$

und für den gleichgewichtigen Lohn:

$$w^{\sigma} = YG^{\sigma-1}(1+T^{1-\sigma}), \qquad (43)$$

so dass gilt:

$$(1+T^{1-\sigma}) \ = \ \frac{\mu}{L}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma} \ = \ \frac{w}{Y}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma}. \qquad (44)$$

Im Folgenden erweist es sich als nützlich, den Transportkostenindex Z einzuführen:

---

[8] vgl. C. Harris (1954)
[9] Dies ist der Ursprung des „Heimischen-Markt-Effektes“
[10] Ein symmetrische Gleichgewicht existiert. Es muss jedoch nicht stabil sein.

$$Z = \frac{1 - T^{1-\sigma}}{1 + T^{1-\sigma}} \,. \tag{45}$$

Z variiert zwischen 0 und 1, wobei ein Wert von 1 für unendliche Transportkosten steht, während ein Wert von 0 durch kostenlosen Transport charakterisiert wird. Bildet man das totale Differential des Preis-Indexes in Umgebung des Symmetrie-Punktes, so erhält man:

$$(1-\sigma)\hat{G} = \left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1} \frac{L}{\mu}(1 - T^{1-\sigma})[\hat{L} + (1-\sigma)\hat{w}] \tag{46}$$

oder

$$\hat{G} = -\frac{Z}{\sigma - 1}\hat{n} + Z\hat{p} \,, \tag{47}$$

wobei ein Zirkumflex die relative Änderung einer Größe in einer Region bezeichnet. Wenn wir das Arbeitsangebot als perfekt elastisch annehmen (dw=0, $\hat{w}$ =0 und somit $\hat{p}$ =0), sehen wir, dass eine positive Änderung der Beschäftigung respektive der Anzahl der Firmen eine negative Änderung des Preisindexes bewirkt. Dies nennt man den „**Preis-Index-Effekt**“ oder „**Forward Linkage**“. Dieser Effekt fördert also die Agglomeration des Industriesektors im Modell: Wandert ein Arbeiter ausgehend von der symmetrischen Situation von einer Region in die andere, so steigt in der Zuwanderungsregion die Beschäftigung[11] und die Anzahl der produzierten Varietäten, während der Preisindex sinkt. Damit steigt der Reallohn und zieht somit die Zuwanderung von weiteren Arbeitern nach sich.

2.7.2 Der Home-Market-Effekt

Um einen weiteren Effekt zu betrachten, bilden wir das totale Differential der Lohngleichung (40) in der Umgebung des Symmetriepunktes:

$$\sigma\hat{w} = \frac{Y}{w}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}(1 - T^{1-\sigma})(\hat{Y} + (\sigma-1)\hat{G}) \,. \tag{48}$$

Nach Elimination von G und $\hat{G}$ erhält man:

$$\left(\frac{\sigma}{Z} + Z(1-\sigma)\right)\hat{w} + Z\hat{L} = \hat{Y} \tag{49}$$

und mit Fixierung des Outputs und des Preises jeder einzelnen Varietät:

$$\hat{n} = \frac{1}{Z}\hat{Y} \,. \tag{50}$$

[11] Hier ist die Vollbeschäftigungsannahme zu beachten.

Wieder betrachten wir den Fall des perfekt elastischen Arbeitsangebotes: Wenn die Nachfrage steigt ($\hat{Y} > 0$), so weitet sich der Industriesektor aus ($\hat{L} > 0$, $\hat{n} > 0$) und zwar *überproportional* (da $Z < 1$). Dies nennt man den „**Home-Market-Effekt**“ oder „**Backward Linkage**“. Je geringer die Transportkosten sind, desto stärker ist dieser Effekt. Wenn das Arbeitsangebot nicht vollständig elastisch ist, so werden in der Region mit der höheren Nachfrage nach Industriegütern höhere Nominallöhne gezahlt. Die Zuwanderung eines Arbeiters führt zu einer erhöhten Nachfrage in der Zuwanderungsregion. So könnten Firmen Skaleneffekte ausnutzen und Gewinne machen, was aber durch den Eintritt neuer Firmen in den Markt unterbunden wird, so dass die Arbeitsnachfrage steigt. Kurzfristig führt dies zu höheren Löhnen, welche wieder neue Zuwanderungen auslösen. Somit fördert auch der Home-Market-Effekt die Agglomeration[12]. Diese beiden Effekte führen zu der *„Zirkulären Kausalität“*[13], der räumlichen Agglomeration von Industriearbeiten und Unternehmen:

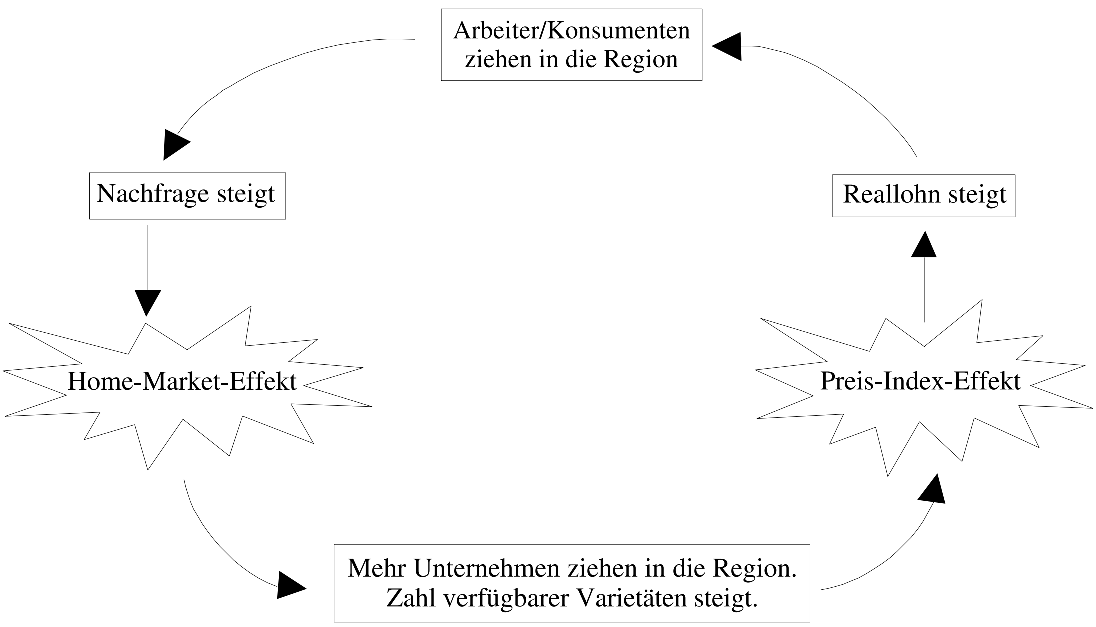

Abbildung 1: Die Zirkuläre Kausalität

2.7.3 Der Market-Crowding-Effekt[14]

Der dritte Effekt, den wir betrachten wollen, ist eine indirekte Folge aus dem Preisindex-Effekt. Steigt die Beschäftigung in einer Region, so sinkt der Preisindex. Dadurch fällt auch die Produktion q_r eines einzelnen Unternehmens unter den Break-Even-Punkt, was

[12] Hier kommt dann wieder der Preis-Index-Effekt zum tragen
[13] vgl. Fujita / Thisse (1996)
[14] vgl. Baldwin et al. (2003 ch.2)

nur dadurch ausgeglichen werden kann, dass Unternehmen den Markt verlassen. Die Arbeitsnachfrage - und mit ihr der Lohnsatz - sinken. Hierdurch werden Wanderungsbewegungen ausgelöst, die der Agglomeration entgegenwirken.

2.8 Kern und Peripherie

Die zentrale Frage der NÖG lautet: Wann wird sich die Industrieproduktion in einer Region konzentrieren und wann werden beide Regionen ihre Produktion zwischen Landwirtschaft und Industrieproduktion diversifizieren?

In obigem Modell fanden wir zum Teil gegenläufige Kräfte. Um zu wissen, was nun tatsächlich geschieht, versucht man Gleichgewichte und ihre Stabilitätseigenschaften zu bestimmen. Aufgrund der Anzahl nichtlinearer Gleichungen[15] bietet sich hier eine numerische Lösung an[16]. Von besonderem Interesse ist dabei die Verteilung des Industriesektors über beide Regionen in Abhängigkeit von den Transportkosten. Dabei beinhalten die hier verwendeten Transportkosten weit mehr als nur Fracht und Zoll. Vielmehr stehen sie auch für alle sonstigen tarifären und nicht-tarifären Handelshemmnisse sowie Risiken aus Wechselkursen und unterschiedlichen Rechtssystemen. So kann man die hier verwendeten Transportkosten als Indikator für wirtschaftliche Integration verstehen. Wanderungsprozesse von Industriearbeitern werden prinzipiell durch Reallohndifferenzen hervorgerufen. Somit ist es für ein Gleichgewicht, in dem keine vollständige Agglomeration der Industrie in einer der beiden Regionen vorliegt, notwendig, dass die Reallohndifferenz gleich Null ist. Fujita et al. (1999, S. 66) erhalten hier mit den Parameterwerten $\sigma = 5$ und $\mu = 0.4$ folgendes Ergebnis: Bei einem hohen Wert der Transportkosten (T=2.1) resultiert die gleichmäßige Aufteilung der Industrie auf beide Regionen. Bei niedrigen Transportkosten (T=1.5) existieren nur die beiden Randgleichgewichte mit vollständiger Konzentration in einer Region. Bei mittleren Transportkosten (T=1.7) sind sowohl die vollständige Agglomeration als auch die gleichmäßige Verteilung möglich.

Ausgehend vom symmetrischen Zustand sind die Löhne bei prohibitiv hohen Transportkosten sehr stark davon abhängig, wie viele Arbeiter sich in einer Region befinden[17].

Hier haben die Arbeiter keinen Anreiz in die andere Region zu wandern, da dort mehr Konkurrenz auf dem Arbeitsmarkt zu niedrigeren Löhnen führen würde (starker Market-Crowding-Effekt). Sinken nun die Transportkosten, so beginnen die Unternehmen in

[15] vgl. Fujita et al. (1999 S. 65)
[16] zum Beispiel mit MAPLE®.
Vgl. http://heiwww.unige.ch/~baldwin/maple.htm
[17] Hierzu lohnt sich die Betrachtung von (47) für ein hohes Z und einer Variation von $\hat{n}$.

beide Länder zu verkaufen. Dann kommen die Forward- und Backward-Linkages zum Tragen und der Market-Crowding-Effekt wird schwächer, wobei die Region mit der höheren Nachfrage höhere Nominallöhne zahlen kann, vgl. (40), welche real noch mehr wert sind, da der Preisindex dort geringer ist, wo mehr produziert wird (vgl. Preisindex-Effekt). Der Zusammenhang zwischen Anzahl der Arbeitskräfte und Reallohn ist dann positiv korreliert. Betrachtet man nun die Verteilung der Industrie (dargestellt durch Werte von $\lambda \in [0;1]$) in Abhängigkeit einer kontinuierlichen Veränderung der Transportkosten T, so erhält man den als „Tomahawk-Diagram" bezeichneten Graph. Dabei bezeichnen die gepunkteten Linien instabile Gleichgewichte (vgl. Fujita et al. 1999).

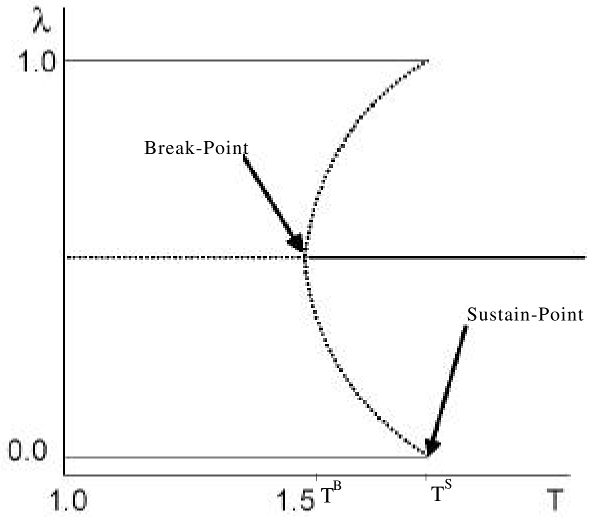

Abbildung 2: Das Tomahawk Diagramm

Zwei Punkte in diesem Diagramm sind dabei von besonderer Bedeutung: Zum einen der so genannte „Break-Point", von dem an sich eine Symmetrie der Regionen aufzulösen beginnt, und der „Sustain-Point", ab dem eine Konzentration des Industriesektors stabil ist.

Die Botschaft des Diagramms ist klar: Bei hohen Handelshemmnissen haben beide Regionen einen gleichen Anteil an der gesamten Industrie. Verlieren die Handelshemmnisse an Bedeutung und fallen unter einen bestimmten Level (T^B), so bildet sich ein Kern-Peripherie-Muster heraus. Bei mittleren Transportkosten $T^B < T < T^S$ existieren multiple Gleichgewichte, so dass sowohl eine bereits bestehende Agglomeration, als auch eine bestehende Symmetrie bestehen kann. Hier wird der *Hysterese-Effekt* deutlich: Temporäre Schocks können eine dauerhafte Veränderung bewirken.

Der Schwellenwert[18] T^B hängt positiv von μ ab, da beide destabilisierenden Effekte stärker werden, je größer μ ist. Von der Substitutionselastizität σ hängt er negativ ab. Eine höhere Substitutionselastizität bedeutet, dass die Konsumenten verschiedene Varietäten als engere Substitute wahrnehmen. So sinkt die Vorliebe für Vielfalt, was zu einem Gleichgewicht mit weniger Varietäten führt, aber mit höheren Stückzahlen von jeder einzelnen, vgl. (12). Bei niedrigen Transportkosten ist es somit wahrscheinlicher, dass beide Regionen Industriegüter herstellen. Dieselbe Überlegung gilt für den Schwellenwert T^S, so dass dieser ebenfalls positiv von μ und negativ von σ abhängt. Unter der Bedingung $\mu > 0$ gilt außerdem: T^S ist immer größer als T^B. Dies ist auf den Market-Crowding-Effekt zurückzuführen. Wenn Arbeiter ihre Entscheidung nur nach dem Nominallohn treffen würden, wären T^B und T^S identisch[19].

2.9 Implikationen

Eine erste Implikation folgt aus dem oben genannten Hysterese-Effekt:
Hebt man den Industrieanteil in einer Region durch Politikmaßnahmen künstlich an, so kann dies bewirken, dass sich der gesamte Industriesektor dort sammelt. Die Anhebung muss nur stark genug sein.
Umgekehrt dürften die Ergebnisse unserer Untersuchungen eher ernüchternd für Regionalpolitiker sein, die bisher dachten, dass unterentwickelte Regionen von einem besseren Anschluss an wirtschaftliche Zentren und verbesserter Infrastruktur profitieren würden. Nach diesem Modell führt eine Senkung der Transportkosten mit einer größeren Wahrscheinlichkeit zur vollständigen Agglomeration der wirtschaftlichen Zentren. Dies geschieht auf Kosten der bisherigen Aktivitäten in der Peripherie. Dieses Ergebnis ist sicher erschreckend, aber mit Sicherheit auf die sehr spezifischen Annahmen zurückzuführen.
Die größte Errungenschaft des Core-Periphery-Modells ist, dass damit erstmals die Agglomeration als Ergebnis von Skaleneffekten, Transportkosten und mobilen Arbeitskräften erklärt werden konnte. Krugmans Modell hat so den Grundstein für einige Erweiterungen und den Aufbau von realistischeren Modellen[20] gelegt. Eine kleine Auswahl an Erweiterungen wird im Folgenden genannt.

---

[18] Die analytische Bestimmung von T^B und T^S ist prinzipiell möglich (vgl. Fukita et al 1999 S. 69-74).
[19] vgl. Anhang zu Neary (2001).
[20] vgl. Baldwin et al. (2003).

3 Erweiterungen und Modifikationen

Ein Kritikpunkt am Modell von Krugman ist sicherlich die problematische Annahme der vollständigen Arbeitsmobilität – vor allem in Hinsicht auf die Europäische Integration. Trotz sinkender Migrationshemmnisse innerhalb der EU treten hier keine größeren Wanderungen zwischen den Mitgliedsstaaten auf[21]. Diesen Sachverhalt berücksichtigen **Krugman und Venables (1995)**[22] in ihrem Modell. Hier treten die selben Linkage-Effekte wie im Core-Periphery-Modell (kurz: C-P-Modell) auf. Die Modellierung erfolgt hier mit Zwischengütern in der Industrie aber ohne Migrationsströme. Ein Charakteristikum dieses Modells ist, dass die Immobilität von Arbeit zu Unterschieden in den Lohnsätzen beider Länder führen kann. Im Vergleich zum C-P-Modell existiert hier eine weitere Kraft, die der Agglomeration entgegenwirkt. Sinkt das Grenzprodukt im Agrarsektor, so hat eine Ausweitung des Industriesektors (welche zu Lasten des Agrarsektors geht) in einem Land zur Folge, dass die Opportunitätskosten der Industriebeschäftigung steigen und so höhere Löhne gezahlt werden müssen. Das Ergebnis dieses Modells ermöglicht eine etwas positivere Sicht von Integrationsprozessen. Auch wenn ein peripheres Land kurzfristig Reallohn-Verluste hinnehmen muss, so ist langfristig mit Reallohn-Gewinnen zu rechnen, während das Zentrum sogar Reallohn-Verluste erleiden kann.

Ein weiterer Kritikpunkt am C-P-Modell sind die konstanten Grenzerträge im Agrarsektor. **Puga (1999)** unterstellt hier fallende Grenzerträge und kommt zu dem - politisch sehr gut „verkaufbaren“ - Ergebnis, dass beide Länder aus der Integration Nutzen ziehen. Anfängliche Einkommensdifferenzen gleichen sich aus, vorausgesetzt der Integrationsprozess wird konsequent fortgesetzt.

Combes (1997) ersetzt den monopolistischen Wettbewerb im C-P-Modell durch ein Cournot-Oligopol. Eine Zentrum-Peripherie-Struktur bildet sich hier, wenn ein Land eine höhere Beschäftigung und einen höheren Entwicklungsgrad hat.

Brülhart und Torstenssen (1996) sowie **Puga und Venables (1997)** betrachten die Effekte der Integration bei Existenz von dritten Handelspartnern. So kann ein peripheres Land während des Integrationsprozesses zwar im Vergleich zum Zentrum verlieren, aber seine allgemeine Position auf Grund der Vorteile gegenüber dem Drittland verbessern.

Ein Defizit der bisherigen Betrachtungen war die spärliche Beachtung der Geographie selbst. **Fujita et al. (1999)** versuchen dies in Kapitel 17 etwas auszugleichen und betrachten den Fall einer „nahtlosen Welt“ in Form eines Kreises („racetrack economy“). Mittlere Transportkosten führen hier wieder zu einem Zentrum-Peripherie-Muster,

---

[21] vgl. Ottaviano und Puga (1998) sowie Krueger (2000).
[22] vgl. auch Venables (1996).

während hohe und niedrige Transportkosten zu keiner Agglomeration führen. In der Realität lässt sich die Annahme einer nahtlosen Welt jedoch kaum halten, wie die Bedeutung der „boarder-effects“ in **McCallum (1995)** sowie **Head und Mayer (2000)** zeigen. Ländergrenzen spielen eine signifikante Rolle.

Eine weitere, von Krugman selbst kritisierte Annahme ist die der Eisberg-Transportkosten[23] und der CES-Nutzenfuntion. **Ottaviano, Tabuchi und Thisse (2002)** arbeiten mit linearen Transportkosten und quadratischen Nutzenfunktionen.

Des Weiteren ist es **Baldwin (1999a)** sowie **Martin und Ottaviano (1999)** gelungen, die ökonomische Geographie in ein Modell mit endogenem Wachstum einzubinden.

4 Schlussbetrachtung

Die große Errungenschaft der Neuen Ökonomischen Geographie ist, dass sie eine formale Erklärungsmöglichkeit für Agglomeration als Ergebnis von Skaleneffekten, Transportkosten und mobilen Arbeitskräften bietet. Dabei sind die grundlegenden Effekte immer durch das Gegenspiel von Zentrifugal– und Zentripetalkräften determiniert. Eine Erkenntnis aus dem Grundmodell ist dabei, dass Transportkosten entscheidend für die Herausbildung eines Zentrum-Peripherie-Musters sein können. Ebenso können historische Entwicklungen die Verteilung von Industrie zwischen Regionen maßgeblich und nachhaltig beeinflussen.

Dennoch sind die Aussagen des Grundmodells mit Vorsicht zu genießen. Sind doch diese stark von den spezifischen Annahmen und verwendeten Parameterwerten abhängig. Weiterhin ist der Einfluss der hier getroffenen Normalisierungen fraglich.

Die Neue Geographische Ökonomie ist eigentlich prädestiniert dazu, Aussagen bzgl. der Integrationspolitik zu machen.

Baldwin et al. (2003) setzen sich mit diesem Thema näher auseinander.

[23] vgl. Krugman (1998).

5 Literaturverzeichnis

Baldwin, R. (1999a): „Agglomeration and Endogenous Capital“: European Economic Review 43:2: pp.253-280

Baldwin, R. (1999b): „The Core-Peripheral Model with Forward-Looking Expectations“: CEPR Discussion Paper 2085

Baldwin, R. (2001): „ A Core-Periphery model with forward-looking expectatons“: Regional science and Urban Economics 31:1: pp.21-49

Baldwin R. / Forslid, R. / Martin, P. / Ottaviano, G. / , Robert-Nicoud F. (2003): „Economic Geography and Public Policy“: Princeton University Press

Brülhart M. / Torstensson, J. (1996): „Regional integration, scale economies and industry location in the European Union“: CEPR Discussion Paper 1435

Combes, P. (1997): „Industrial Agglomeration under Cournot Competition“: Annales d´Economie et de Statistique 45: pp.161-82

Dixit, A. / Stiglitz, J. (1977): „Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity“: American Economic Review 76:3: pp.297-308

Fujita, M. / Krugman, P. / Venables, A. (1999): „The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade“: MIT Press

Fujita, M. / Thisse, J. (1996): „Economics of Agglomeration“: Journal of the Japanese and International Economies 10:4: pp.339-378

Harris, C (1954): „The market as a factorin the localization of industries“: Annals of the Association of American Geographers 64: pp.315-348: zitiert nach Schmutzler (1999)

Head, K. / Mayer, T. (2000): „Non-Europe: The Magnitude and Causes of Market Fragmentation in Europe“: Weltwirtschaftliches Archiv 136(2): pp.285-314

Hirschmann, A. (1958): „The Strategy of Economic Development“: New Haven, Yale University Press: zitiert nach Krugman (1994)

Krueger, A. (2000): "From Bismarck to Maastricht: The March to European Union and the Labor Compact.": Labour Economics 7: 2: pp.117-134

Krugman, P. (1980): „Scale Economies, Product Differentiation and the Pattern of Trade“: American Economic Review 70: pp.950-959

Krugman, P. (1991): „Increasing Returns and Economic Geography“: Journal of Political Economy 99:3: pp.483-499

Krugman, P. (1994): „The rise and fall of development economics“: http://web.mit.edu/krugman/www/dishpan.html (Stand:05.05.2004)

Krugman, P. (1998): „Space: The final fronier”: Journal of Economic Perspectives 12:2: pp.161-174

Krugman, P. / Venables, A. (1995): „Globalization and the Inequalities of Nations“: Quarterly Journal of Economics 110:4: pp.857-880

Martin, P. / Ottaviano, G. (1999): „Growing Locations: Industry Location in a Model of Endogenous Growth“: European Economic Review 43:2: pp.281-302

McCallum, J. (1995): „National Borders Matter: Canada-U.S. regional trade patterns“: American Economic Review 85:3: pp.615-623

Neary, P. (2001): „Of hypes and hyperbolas: Introducing the New Economic Geography“: Journal of Economic Literature 39:2: pp. 536-561

Ottaviano, G. / Puga, D. (1998): „Agglomeration in the Global Economy: A Survey of the ‚New Economic Geography'“: The World Economy 21: pp.707-731

Ottaviano, G. / Tabuchi, T. / Thisse, J. (2002): „Agglomeration and trade revisited”: International Economic Review 43:2: pp.409-436

Puga, D. (1999): „The Rise and Fall of Regional Inequalities“: European Economic Review 43:2: pp.303-334

Puga, D. (2001): „European regional policies in light of recent location theories“: Journal of Economic Geography 2002:2: pp. 373-406

Puga, D. / Venables, A. (1997) : „Preferential trading arrangements and industrial location“: Journal of International Economics 43 (3-4): pp. 347-368

Samuelson, P.A. (1952): „The transfer problem and transport costs: the terms of trade when impediments are absent“: Economic Journal 62: pp.278-304

Schmutzler, A. (1999): „ The New Economic Geography“: Journal of Economic Surveys 13:4: pp.355-379

Venables, A. (1996): „Equilibrium Locations of Vertically Linked Industries“: International Economic Review 37:2: pp.341-359

von Thünen, J.H. (1826): „Der isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie“: Hamburg: zitiert nach Fujita et al. (1999)

Mathematischer Anhang

Im Folgenden leite ich das Core-Periphery-Grundmodell formal her um die Herkunft der Ergebnisse aus dem Text besser nachvollziehen zu können.

1. Nachfrage nach Agrargut

Um die Nachfrage nach *Agrargut* zu erhalten, lösen wir folgendes

Nutzenmaximierungsproblem:

$$\boxed{\max_{M,A}\ U = M^{\mu}A^{1-\mu} \quad \text{s.t. } Y = p_M M + p_A A}$$

$$\max_{M,A}\ \mathcal{L} = M^{\mu}A^{1-\mu} + \lambda\left[Y - p_A A - p_M M\right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M} = \mu M^{\mu-1}A^{1-\mu} + \lambda(-p_M) \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A} = (1-\mu)A^{-\mu}M^{\mu} + \lambda(-p_A) \overset{!}{=} 0$$

$$\lambda p_M = \mu M^{1-\mu}M^{\mu-1}$$

$$\lambda p_A = (1-\mu)A^{-\mu}M^{\mu}$$

$$\frac{p_A}{p_M} = \frac{1-\mu}{\mu}\frac{A^{-\mu}}{A^{1-\mu}}\frac{M^{\mu}}{M^{\mu-1}}$$

$$\frac{p_A}{p_M} = \frac{1-\mu}{\mu}\frac{M}{A} \quad ; \quad \frac{p_A A}{p_M M} = \frac{1-\mu}{\mu}$$

(Die Ausgabenanteile entsprechen den Exponenten der Nutzenfunktion)

$$p_A A = \frac{1-\mu}{\mu} p_M M$$

Umstellen der Budgetrestriktion $Y = p_M M + p_A A$ ergibt: $p_M M = Y - P_A A \Rightarrow$

$$p_A A = \frac{1-\mu}{\mu} p_M M \quad ; \quad p_A A = \frac{1-\mu}{\mu}(Y - P_A A)$$

$$P_A A\left(1 + \frac{1-\mu}{\mu}\right) = \frac{1-\mu}{\mu} Y$$

$$\text{Anm: } :\left(1 + \frac{1-\mu}{\mu}\right) \widehat{=} \quad :\left(\frac{\mu}{\mu} + \frac{1-\mu}{\mu}\right) \widehat{=} \quad :\left(\frac{1}{\mu}\right) \widehat{=} \quad \cdot\mu$$

$$p_A A = \frac{1-\mu}{\mu} Y\mu \quad ; \quad p_A A = (1-\mu)Y$$

$$\boxed{A = \frac{(1-\mu)Y}{p_A}} \qquad (4)$$

2. Nachfrage nach Industriegut

Um die Nachfrage nach *Industriegut* zu erhalten, optimieren wir die Industriegüter-Unternutzenfunktion unter Beachtung des Budgetanteils, der für Industriegüter ausgegeben wird:

$$\max_{M,A} \ M = \left[\int_{i=1}^{n} m_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad \text{s.t. } \mu Y = \int_i p_i m_i$$

$$\max_{m_i} \ \mathcal{L} = \left[\int_i m_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - \lambda \left[\int_i p_i m_i - \mu Y \right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_i} = \frac{\sigma}{\sigma-1} \left[\int_i m_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} \frac{\sigma-1}{\sigma} m_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}-1} - \lambda p_i \overset{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_i} = \left[\int_i m_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} m_i^{-\frac{1}{\sigma}} - \lambda p_i \overset{!}{=} 0$$

analog:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_j} = \left[\int_j m_j^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} m_j^{-\frac{1}{\sigma}} - \lambda p_j \overset{!}{=} 0$$

$$\left[\int_i m_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} m_i^{-\frac{1}{\sigma}} = \lambda p_i \quad ; \quad \left[\int_j m_j^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} m_j^{-\frac{1}{\sigma}} = \lambda p_j$$

$$\frac{m_i^{-\frac{1}{\sigma}}}{m_j^{-\frac{1}{\sigma}}} = \frac{p_i}{p_j} \quad ; \quad \left(\frac{m_i}{m_j} \right)^{-\frac{1}{\sigma}} = \frac{p_i}{p_j}$$

$$\left(\frac{m_i}{m_j} \right) = \left(\frac{p_i}{p_j} \right)^{-\sigma} \quad ; \quad m_i = \left(\frac{p_j}{p_i} \right)^{\sigma} m_j$$

$$\text{in} \quad \mu Y = \int_i p_i m_i$$

$$\mu Y = \int_i p_i \left(\frac{p_j}{p_i} \right)^{\sigma} m_j \quad ; \quad \mu Y = p_j^{\sigma} m_j \int_i p_i^{1-\sigma}$$

$$m_j = \frac{\mu Y}{p_j^{\sigma} \int_i p_i^{1-\sigma}}$$

$$\boxed{m_j = \frac{p_j^{-\sigma}}{\int_i p_i^{1-\sigma}} \mu Y} \qquad (51)$$

$$m_j = \frac{p_j^{-\sigma}}{\int_i p_i^{1-\sigma}} \mu Y \qquad \Big|\ \cdot\ \frac{\sigma-1}{\sigma}$$

$$m_j^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = (\mu Y)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left[\frac{p_j^{-\sigma}}{\int_i p_i^{1-\sigma}} \right]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \qquad \Big| -\sigma \cdot \frac{\sigma-1}{\sigma} = 1-\sigma$$

$$m_j^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = (\mu Y)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \frac{p_j^{1-\sigma}}{\left[\int_i p_i^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \qquad \Big| \int_j$$

$$\int_j m_j^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} = (\mu Y)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \frac{\int_j p_j^{1-\sigma}}{\left[\int_i p_i^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \qquad \Big|\ \cdot\ \frac{\sigma}{\sigma-1}$$

$$\left[\int_j m_j^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} = (\mu Y) \frac{\left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}{\int_i p_i^{1-\sigma}}$$

$$M = (\mu Y) \frac{\left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}{\int_i p_i^{1-\sigma}}$$

$$M = (\mu Y) \left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \left[\int_i p_i^{1-\sigma} \right]^{-1}$$

$\int_j p_j^{1-\sigma} = \int_i p_i^{1-\sigma}$ (da hiervon <u>alle</u> Varianten betroffen sind) $\Rightarrow$

$$M = \mu Y \left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}-1} \qquad \Big| \frac{\sigma}{\sigma-1} - 1 = \frac{\sigma-(\sigma-1)}{\sigma-1} = \frac{1}{\sigma-1}$$

$$M = \mu Y \left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \quad ; \quad \mu Y = M \left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{-\frac{1}{\sigma-1}}$$

$$\mu Y = \left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} M$$

„Wert ist Preis * Menge“

Der Preisindex G wird definiert als: $$\boxed{G=\left[\int_j p_j^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}} \tag{6}$$

$$\Rightarrow \quad G^{1-\sigma}=\int_j p_j^{1-\sigma} \quad ; \quad m_j=\frac{p_j^{-\sigma}}{\int_i p_i^{1-\sigma}}\mu Y \text{ (Gl. 2.1)} \quad ; \quad m_j=\frac{p_j^{-\sigma}}{G^{1-\sigma}}\mu Y$$

$$m_j=p_j^{-\sigma}G^{\sigma-1}\mu Y$$

$$\boxed{m_j=\mu\left(\frac{p_j}{G}\right)^{-\sigma}\frac{Y}{G}} \tag{5}$$

3. Gewinnoptimierung der Unternehmen

Sei: $$C=(F+cq)\cdot w \qquad \text{Die Kostenfunktion (8)}$$

$$\pi=pq-w(F+cq) \qquad \text{Die Gewinnfunktion (9)}$$

$$\Rightarrow \quad \pi=p(q)q-C(q)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial q}=p(q)+p'(q)q-C'(q)\overset{!}{=}0$$

$$C'(q)=p(q)+p'(q)q \quad ; \quad C'(q)=p(q)+\frac{\partial p(q)}{\partial q}q \qquad \Big| p(q)$$

$$C'(q)=p(q)\left[1+\frac{\partial p(q)}{\partial q}\frac{q}{p(q)}\right]$$

$$C'(q)=p(q)\left[1+\varepsilon_{p/q}\right] \quad ; \quad C'(q)=p(q)\left[1+\frac{1}{\varepsilon_{q/p}}\right] \qquad \Big| \varepsilon := |\varepsilon_{q/p}|$$

$$C'(q)=p(q)\left[1-\frac{1}{\varepsilon}\right] \quad ; \quad C'(q)=p(q)\left[1-\frac{1}{\varepsilon}\right] \qquad \Big| \frac{\partial C}{\partial q}=cw$$

$$\boxed{cw=p(q)\left[\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right]} \tag{52}$$

wobei ε die *Nachfrageelastizität* beschreibt.

(Neary (2001) gibt in seinen Ausführungen noch die marginalen Erlöse MR an:

$$R=p(q)q \quad ; \quad \frac{\partial R}{\partial q}=p(q)+\frac{\partial p(q)}{\partial q}q \qquad \Big| p(q)$$

$$MR=p(q)\left[1+\frac{\partial p(q)}{\partial q}\frac{q}{p(q)}\right] \quad ; \quad MR=p(q)\left[1+\varepsilon_{p/q}\right]$$

$$MR = p(q)\left[1+\frac{1}{\varepsilon_{q/p}}\right] \quad ; \quad MR = p(q)\left[1-\frac{1}{\varepsilon}\right] \qquad \Big| \varepsilon := |\varepsilon_{q/p}|$$

vgl. Neary (2001) Gl. (4))

Im Haupttext und in Neary (2001) wird hier implizit behauptet, dass gilt: $|\varepsilon| = \sigma$.

Deswegen lohnt es hier, die Nachfrageelastizität zu berechnen.

4. Berechnung der Nachfrageelastizität ε

Da jede Firma nur eine Varietät produziert, gilt: $q = m_j$.

Die Nachfrageelastizität war definiert als: $\varepsilon = \frac{\partial q}{\partial p}\frac{p}{q}$. Somit gilt: $\varepsilon = \frac{\partial m_j}{\partial p_j}\frac{p_j}{q_j}$

Die Nachfrage nach einer Varietät ist gegeben durch:

$$m_j = \frac{p_j^{-\sigma}}{\int_i p_i^{1-\sigma}}\mu Y \tag{51}$$

Die einfachste Möglichkeit zu zeigen, dass $|\varepsilon| = \sigma$ gilt besteht darin, die Nachfrage nach einer Varietät (51) *bei konstanten Preisen* nach ihrem Preis p_j abzuleiten:

$$\varepsilon = \frac{\partial m_j}{\partial p_j} = -\sigma p_j^{-\sigma-1}\frac{\mu Y}{\int_i p_i^{1-\sigma}} \qquad \Big| \cdot \frac{p_j}{m_j}$$

$$\underbrace{\frac{\partial m_j}{\partial p_j}\frac{p_j}{m_j}}_{=\varepsilon} = -\sigma \underbrace{\frac{p_j^{-\sigma-1}\mu Y}{\int_i p_i^{1-\sigma}}}_{=m_j}\frac{1}{m_j}$$

$$\varepsilon = -\sigma \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\varepsilon| = \sigma}$$

Eine andere Möglichkeit dies zu zeigen ist die Folgende: Wie verzichten auf die Annahme von konstanten Preisen, aber beachten den Marktanteil jeder einzelnen Firma. Aus der Nachfrage nach einer Varietät (51) folgt:

$$m_j = p_j^{-\sigma}\left[\int_i p_i^{1-\sigma}\right]^{-1}\mu Y \quad ; \quad \frac{m_j}{\mu Y} = p_j^{-\sigma}\left[\int_i p_i^{1-\sigma}\right]^{-1}$$

$$\frac{\partial m_j}{\partial p_j} = \mu Y\left[(-\sigma)p_j^{-\sigma-1}\left(\int_j p_j^{1-\sigma}\right)^{-1} + p_j^{-\sigma}(-1)\left(\int_j p_j^{1-\sigma}\right)^{-2}(1-\sigma)p_j^{-\sigma}\right] \qquad \Big| \cdot \frac{p_j}{m_j}$$

$$\frac{\partial m_j}{\partial p_j}\frac{p_j}{m_j} = \mu Y(-\sigma)p_j^{-\sigma-1}\left(\int_j p_j^{1-\sigma}\right)^{-1}\frac{p_j}{m_j} + \mu Y(-1)p_j^{-\sigma}\left(\int_j p_j^{1-\sigma}\right)^{-2}(1-\sigma)p_j^{-\sigma}\frac{p_j}{m_j}$$

$$\text{benutze } m_j = \frac{p_j^{-\sigma}}{\int_i p_i^{1-\sigma}} \mu Y: \qquad (51)$$

$$\varepsilon = -\sigma \cdot \mu Y \cdot p_j^{-\sigma-1} \left(\int_j p_j^{1-\sigma} \right)^{-1} p_j \frac{\int_i p_i^{1-\sigma}}{p_j^{-\sigma} \mu Y} - (1-\sigma) \cdot \mu Y \cdot p_j^{-\sigma} \left(\int_j p_j^{1-\sigma} \right)^{-2} p_j^{-\sigma} p_j \frac{\int_i p_i^{1-\sigma}}{p_j^{-\sigma} \mu Y}$$

Kürzen $\Rightarrow$ $\varepsilon = -\sigma - (1-\sigma) p_j p_j^{-\sigma} \left[\int_j p_j^{1-\sigma} \right]^{-1}$ und mit $\frac{m_j}{\mu Y} = p_j^{-\sigma} \left[\int_i p_i^{1-\sigma} \right]^{-1} \Rightarrow$

$$\varepsilon = -\sigma - (1-\sigma) \frac{m_j}{\mu Y} p_j \quad ; \quad |\varepsilon| = \sigma + (1-\sigma) \frac{p_j m_j}{\mu Y}$$

$\frac{p_j m_j}{\mu Y}$ ist der *Marktanteil* jedes einzelnen Unternehmens.

Da es im Markt sehr viele Unternehmen gibt, ist der Marktanteil eines einzelnen per Konstruktion annähernd Null $\Rightarrow$ $\boxed{|\varepsilon| = \sigma}$.

Dies ist ein Kunstgriff des Dixit/Stiglitz-Modells und der Grund, warum es in diesem Modell keinerlei Strategische Interaktionen gibt.

5. Die Produktionsseite

Aufgrund der Erkenntnisse aus Abschnitt 4 lässt sich die Gewinnoptimierungsbedingung der Unternehmen $cw = p(q)\left[\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right]$ $\rightarrow$ (52) schreiben als: $\frac{\sigma-1}{\sigma} p = cw$ womit wir eine Gleichung für den *Preis der Industriegüter* erhalten:

$$\boxed{p = cw \frac{\sigma}{\sigma - 1}} \qquad (10)$$

Multiplikation mit q ergibt: $\qquad pq = qcw \frac{\sigma}{\sigma-1}$

Aus der Gewinnfunktion (9) folgt:

$$\pi = pq - w(F + cq) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow$$

$$pq = w(F + cq)$$

(Es treten solange Firmen in den Markt ein, bis der Gewinn gleich Null ist.)

Gleichsetzen liefert die *produzierte Menge* q:

$$qcw \frac{\sigma}{\sigma-1} = (F + cq)w \quad ; \quad qc \frac{\sigma}{\sigma-1} = (F + cq) \quad ; \quad qc \frac{\sigma}{\sigma-1} - cq = F$$

$$qc\left(\frac{\sigma}{\sigma-1}-1\right)=F \quad ; \quad qc\left(\frac{\sigma-(\sigma-1)}{\sigma-1}\right)=F \quad ; \quad qc\left(\frac{1}{\sigma-1}\right)=F$$

$$\boxed{q=(\sigma-1)\frac{F}{c}} \tag{12}$$

Für die *Faktornachfragefunktion* $l=F+cq$ (7) folgt somit mit $q=(\sigma-1)\frac{F}{c}$ (12):

$$l=F+c(\sigma-1)\frac{F}{c} \quad ; \quad l=F+(\sigma-1)F \quad ; \quad \boxed{l=\sigma F} \tag{13}$$

Bei Vollbeschäftigung L_r^M in der Industrie haben alle n Unternehmen dieselbe

Beschäftigung: $l=\sigma F$. →(13)

Daraus lässt sich eine Formel für die *Zahl der Unternehmen* herleiten:

$$L_r^M = n \cdot l \quad ; \quad n=\frac{L_r^M}{l} \quad ; \quad \boxed{n=\frac{L_r^M}{F\sigma}} \tag{53}$$

6. Der Preisindex bei Transportkosten im Zwei-Regionen-Fall

Für die Gleichung des Preisindexes $G=\left(\int_{i=1}^{n} p_i^{1-\sigma}\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}$? (6) folgt bei symmetrischen Preisen für Industriegüter bei nur einer Region : $G=\left[n \cdot p_j^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$. Sind nun zwei Regionen vorhanden ist dieser Preisindex entsprechend zu erweitern. Zum einen herrschen in der Region r für alle Industriegüter identische Preise: $p_j = p_r$. Zum anderen gilt für Importe nach r der Preis: $p_{sr} = p_s T$. So erhält man für den *Preisindex*:

$$\boxed{G_r = (n_r p_r^{1-\sigma} + n_s (p_s T)^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}} \tag{16}$$

7. Mengen bei Transportkosten

Die Nachfrage für Industriegüter (5) in einer Region (hier: r) war :

$$m_j = \mu\left(\frac{p_j}{G}\right)^{-\sigma} \cdot \frac{Y}{G} \Rightarrow m_j = \mu Y G^{\sigma-1} p_j^{-\sigma}.$$

Wie im Text beschrieben, gilt für Güter aus der *anderen* Region (s) die konsumierte Menge

$$m_{sr}^{consum} = \mu Y_r G_r^{\sigma-1} \cdot (p_s T)^{-\sigma}. \tag{17}$$

Da Transportkosten vorliegen, muss in s mehr produziert werden als in Region r ankommt:

$$m_{sr}^{eff} = \mu Y_r G_r^{\sigma-1} \cdot p_s^{-\sigma} T^{1-\sigma}. \qquad (18)$$

Dies gilt analog für Exporte aus der Region r:

$$m_{rs} = \mu Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot p_r^{-\sigma} T^{1-\sigma}. \qquad (19)$$

Somit gilt für die *produzierte* Menge in Region r:

$$\boxed{q_r = \mu p_r^{-\sigma} [Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]} \qquad (20)$$

8. Die Nominal-Lohn-Gleichung der Industrie

Aus den Gleichungen für den *Preis* (10) : $p_r^M = c^M w_r^M \frac{\sigma}{\sigma-1}$

und für die *Produktionsmenge* (20) eines Unternehmens :

$$q_r = \mu p_r^{-\sigma} [Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]$$

lässt sich die Nominallohn-Gleichung herleiten:

$$p_r = c w_r \frac{\sigma}{\sigma-1} \quad ; \quad p_r \frac{\sigma-1}{\sigma} = c w_r \quad ; \quad p_r = c w_r \frac{\sigma}{\sigma-1}$$

eingesetzt in die Produktionsmenge:

$$q_r = \mu \left[c w_r \frac{\sigma}{\sigma-1} \right]^{-\sigma} [Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]$$

$$\left[c w_r \frac{\sigma}{\sigma-1} \right]^{\sigma} = \frac{\mu}{q_r} [Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}] \qquad \Big| \cdot \frac{1}{\sigma}$$

$$c w_r \frac{\sigma}{\sigma-1} = \left(\frac{\mu}{q_r} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left[Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\boxed{w_r = \frac{\sigma-1}{\sigma c} \left(\frac{\mu}{q_r} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \; T^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}}} \qquad (21)$$

9. Normalisierungen

Es wird eine fixe *Ausstattung an Landarbeitern* angenommen: $\boxed{L^A = 1-\mu}$ (23)

Die *Anteile* an dieser seien für beide Regionen gleich.

Für Region r gilt somit: $\boxed{\phi_r = \frac{1}{2}}$ (24)

Das Agrargut wird als numeraire gesetzt: $\boxed{p_A = 1}$ (25)

Die Ausstattung an Landarbeitern wird als fix angenommen: $\boxed{L^M = \mu}$ (26)

Der *marginalen Arbeitseinsatz* wird definiert durch: $\boxed{c^M = \frac{\sigma - 1}{\sigma}}$ (27)

Die *Fixkosten* werden definiert durch: $F = \frac{\mu}{\sigma}$. Somit gilt: $\boxed{\mu = F\sigma}$. (30)

10. Auswirkungen der Normalisierungen

Für den *Preis* einer Varietät (10) in Region r : $p_r^M = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w_r^M c^M$ gilt bei Verwendung

der Normalisierung (27) für den *marginalen Arbeitseinsatz* $c^M = \frac{\sigma - 1}{\sigma}$

$$p_r = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w_r c \quad ; \quad p_r = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \frac{\sigma - 1}{\sigma} w_r$$

Somit gilt: $\boxed{p_r = w_r}$ (28)

Für den *Output* (12) eines Unternehmens $q = (\sigma - 1)\frac{F}{c}$ gilt bei Verwendung obiger

Normalisierung (27): $q = (\sigma - 1)\frac{F}{\frac{\sigma - 1}{\sigma}}$; $\boxed{q = \sigma F}$ (54)

Somit gilt: $\boxed{q^* = l^*}$, da $l^* = \sigma F \rightarrow (13)$ (32)

Aus der Definition (30) der Fixkosten $F = \frac{\mu}{\sigma}$; $\mu = F\sigma$ folgt für die *Anzahl der Unternehmen* $n = \frac{L_r^M}{F\sigma}$: $\boxed{n_r = \frac{L_r^M}{\mu}}$ (31)

Mit derselben Definition folgt für die Beschäftigung $l^* = \sigma F$ und die Produktionsmenge $q = \sigma F$: $\boxed{q = l = \mu}$ (32)

Die Größe des Industriesektors in r wird durch den *Anteil der Industriearbeiter* bestimmt: $\boxed{\lambda_r = \frac{L_r^M}{L^M} = \frac{L_r}{L_r + L_s}}$

und mit (31): $\boxed{\lambda_r = \frac{L_r^M}{L^M} = \frac{L_r}{L_r + L_s} = \frac{n_r}{n_r + n_s}}$ (34)

Der *Preisindex* (16) $G_r = (n_r p_r^{1-\sigma} + n_s (p_s T)^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}$ verändert sich bei Anwendung der Normalisierungen (31) für die Zahl der Unternehmen $n_r = \frac{L_r^M}{\mu}$

und die Preise (28) $p_r = w_r$ zu : $G_r = (\frac{L_r^M}{\mu} w_r^{1-\sigma} + \frac{L_s^M}{\mu}(w_s T)^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}$

$$\boxed{G_r = \left[\frac{1}{\mu}\left(L_r^M w_r^{1-\sigma} + L_s^M (p_s T)^{1-\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}} \qquad (36)$$

Aus den Gleichungen für den Anteils der Industriearbeiter: $\lambda_r = \frac{L_r^M}{L^M}$? (34) und der Grundausstattung (26) an Industriearbeitern: $L^M = \mu$ folgt: $L_r^M = L^M \lambda_r$; $L_r^M = \mu\lambda_r$

Einsetzen in G_r liefert: $G_r = \left[\frac{1}{\mu}\left(\mu\lambda_r w_r^{1-\sigma} + \mu\lambda_s (p_s T)^{1-\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$

$$\boxed{G_r = \left[\lambda_r w_r^{1-\sigma} + \lambda_s w_s^{1-\sigma}\; T^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}} \qquad (38)$$

Für das *Volkseinkommen* (3) $Y_r = p_M M_r + p_A A_r$ gilt :

Da $q^* = l^*$ $\rightarrow$(29), entspricht die Produktion der Beschäftigung.

Somit gilt auch für die produzierte Menge an Industriegut in r:

$M_r = L_r^M$ und wegen $L_r^M = L^M \lambda_r$ auch $M_r = L^M \lambda_r$.

Mit $L^M = \mu$ folgt: $M_r = \mu\lambda_r$

Eingesetz in die Budgetgleichung ergibt dies:

$$Y_r = p_M \mu\lambda_r + p_A A_r .$$

Wegen der fixen Ausstattung (23) an Landarbeitern

$$L^A = 1 - \mu$$

von denen der Anteil

$$\phi_r = \frac{L_r^A}{L^A}$$

der Region r zugeordnet ist gilt:

$$L_r^A = L^A \phi_r \text{ und so: } L_r^A = (1-\mu)\phi_r$$

Auch hier gilt wieder, dass die Produktion der Beschäftigung entspricht:

$$A_r = (1-\mu)\phi_r .$$

Für die Budgetgleichung folgt:

$$Y_r = p_M \mu\lambda_r + p_A (1-\mu)\phi_r .$$

Für die Preis gilt: $p_r = w_r$ und $p_A = 1$

Somit folgt für die Budgetgleichung :

$$\boxed{Y_r = w_r \mu \lambda_r + (1-\mu)\phi_r} \tag{39}$$

Für die *Lohngleichung* (21) $w_r = \frac{\sigma-1}{\sigma c}\left(\frac{\mu}{q_r}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$

folgt aus (27) : $c^M = \frac{\sigma-1}{\sigma}$:

$$w_r = \frac{\sigma-1}{\sigma\frac{\sigma-1}{\sigma}}\left(\frac{\mu}{q_r}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma}\right)^{\frac{1}{\sigma}}$$

und mit $q = \mu$ (32):

$$\boxed{w_r = \left(Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} \tag{40}$$

11. Preis-Index-Effekt

Ausgehend von den *Gleichungen für den Preisindex* (36) und (37) in Region r und s:

$$G_r^{1-\sigma} = \frac{1}{\mu}\left(L_r w_r^{1-\sigma} + L_s (w_s T)^{1-\sigma}\right)$$

$$G_s^{1-\sigma} = \frac{1}{\mu}\left(L_r \left(w_r T\right)^{1-\sigma} + L_s w_s^{1-\sigma}\right)$$

bildet man das totale Differential für beide Gleichungen:

$$(1-\sigma)G_r^{-\sigma}dG_r = \frac{1}{\mu}\left[w_r^{1-\sigma}dL_r + (w_s T)^{1-\sigma}dL_s + L_r(1-\sigma)w_r^{-\sigma}dw_r + L_s(1-\sigma)w_s^{-\sigma}T^{1-\sigma}dw_s\right]$$

$$(1-\sigma)G_s^{-\sigma}dG_s = \frac{1}{\mu}\left[(w_r T)^{1-\sigma}dL_r + w_s^{1-\sigma}dL_s + L_r(1-\sigma)w_r^{-\sigma}T^{1-\sigma}dw_r + L_s(1-\sigma)w_s^{-\sigma}dw_s\right]$$

Wir gehen hier von einem Symmetrischen Gleichgewicht aus.

Hier bedeutet dies: $L = L_r = L_s$ und $w = w_r = w_s$ woraus folgt: $G = G_r = G_s$.

Weiterhin gilt, dass aus einer Veränderung einer Variable in einer Region eine Veränderung gleichen Betrages aber umgekehrten Vorzeichens in der anderen Region folgt. Hier bedeutet dies:

$$dG = dG_r = -dG_s \ ; \ dL = dL_r = -dL_s \quad \text{und} \quad dw = dw_r = -dw_s$$

Daraus folgt:

$$(1-\sigma)G^{-\sigma}dG = \frac{1}{\mu}\left[w^{1-\sigma}dL - (wT)^{1-\sigma}dL + L(1-\sigma)w^{-\sigma}dw - L(1-\sigma)w^{-\sigma}T^{1-\sigma}dw\right]$$

$$(1-\sigma)G^{-\sigma}dG = \frac{1}{\mu}\left[(w^{1-\sigma} - (wT)^{1-\sigma})dL + L(1-\sigma)w^{-\sigma}(1-T^{1-\sigma})dw\right]$$

$$(1-\sigma)G^{-\sigma}dG = \frac{1}{\mu}w^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})dL + \frac{L}{\mu}(1-T^{1-\sigma})(1-\sigma)w^{-\sigma}dw$$

$$(1-\sigma)G^{1-\sigma}\frac{dG}{G} = \frac{L}{\mu}w^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})\frac{dL}{L} + \frac{L}{\mu}(1-T^{1-\sigma})(1-\sigma)w^{1-\sigma}\frac{dw}{w}$$

$$(1-\sigma)G^{1-\sigma}\frac{dG}{G} = \frac{L}{\mu}(1-T^{1-\sigma})\left[w^{1-\sigma}\frac{dL}{L} + w^{1-\sigma}(1-\sigma)\frac{dw}{w}\right]$$

$$(1-\sigma)\frac{dG}{G} = G^{\sigma-1}w^{1-\sigma}\frac{L}{\mu}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right]$$

$$\boxed{(1-\sigma)\frac{dG}{G} = \left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}\frac{L}{\mu}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right]} \qquad (55)$$

die *Änderung des Preisindexes*.

Verwendet man die Schreibweise: $\hat{G} = \frac{dG}{G} \quad ; \quad \hat{L} = \frac{dL}{L} \quad ; \quad \hat{w} = \frac{dw}{w}$,

so folgt:

$$\boxed{(1-\sigma)\hat{G} = \left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}\frac{L}{\mu}(1-T^{1-\sigma})[\hat{L} + (1-\sigma)\hat{w}]} \qquad (46)$$

Neary (2001) geht hier einen etwas anderen Weg:

Er benutzt eine andere Formel für den Preisindex (16) :

$$G_r^{1-\sigma} = n_r p_r^{1-\sigma} + n_s(p_s T)^{1-\sigma}$$

Auch er bildet das Totale Differential:

$$(1-\sigma)G_r^{-\sigma}dG_r = p_r^{1-\sigma}dn_r + (p_s T)^{1-\sigma}dn_s + n_r(1-\sigma)p_r^{-\sigma}dp_r + n_s(1-\sigma)T^{1-\sigma}p_s^{-\sigma}dp_s$$

und benutzt die Symmetrie: Hier bedeutet dies:

$p = p_r = p_s$ und $n = n_r = n_s$ woraus folgt: $G = G_r = G_s$.

Die Veränderungen der Variablen verlaufen analog:

$$dG = dG_r = -dG_s \quad ; \quad dp = dp_r = -dp_s \quad \text{und} \quad dn = dn_r = -dn_s$$

Woraus folgt:

$$(1-\sigma)G^{-\sigma}dG = p^{1-\sigma}dn - (pT)^{1-\sigma}dn + n(1-\sigma)p^{-\sigma}dp - n(1-\sigma)T^{1-\sigma}p^{-\sigma}dp$$

$$(1-\sigma)G^{1-\sigma}\frac{dG}{G} = \left(p^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})\right)dn + n(1-\sigma)p^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})\frac{dp}{p}$$

$$(1-\sigma)G^{1-\sigma}\frac{dG}{G} = p^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})dn + n(1-\sigma)p^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})\frac{dp}{p}$$

$$(1-\sigma)G^{1-\sigma}\frac{dG}{G} = np^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})\frac{dn}{n} + n(1-\sigma)p^{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})\frac{dp}{p}$$

$$(1-\sigma)G^{1-\sigma}\frac{dG}{G}=np^{1-\sigma}\left[(1-T^{1-\sigma})\frac{dn}{n}+(1-\sigma)(1-T^{1-\sigma})\frac{dp}{p}\right]$$

Im symmetrischen Fall ($n_r=n_s$ und $p_r=p_s$) gilt für den Preisindex (16) :

$$G_r^{1-\sigma}=n_r p_r^{1-\sigma}+n_s(p_s T)^{1-\sigma} \Rightarrow G_r^{1-\sigma}=n_r p_r^{1-\sigma}(1+T^{1-\sigma})$$

Diese Eigenschaft benutzt Neary (2001) hier um kürzen zu können:

$$(1-\sigma)np^{1-\sigma}(1+T^{1-\sigma})\frac{dG}{G}=np^{1-\sigma}\left[(1-T^{1-\sigma})\frac{dn}{n}+(1-\sigma)(1-T^{1-\sigma})\frac{dp}{p}\right]$$

$$(1-\sigma)(1+T^{1-\sigma})\frac{dG}{G}=(1-T^{1-\sigma})\frac{dn}{n}+(1-\sigma)(1-T^{1-\sigma})\frac{dp}{p}$$

$$(1+T^{1-\sigma})\frac{dG}{G}=\frac{1}{1-\sigma}(1-T^{1-\sigma})\frac{dn}{n}+(1-T^{1-\sigma})\frac{dp}{p}$$

$$\frac{dG}{G}=\frac{1}{1-\sigma}\frac{(1-T^{1-\sigma})}{(1+T^{1-\sigma})}\frac{dn}{n}+\frac{(1-T^{1-\sigma})}{(1+T^{1-\sigma})}\frac{dp}{p}$$

Hier verwendet Neary die Formel für Transportkostenindex:

$$\boxed{Z=\frac{1-T^{1-\sigma}}{1+T^{1-\sigma}}} \tag{45}$$

$$\frac{dG}{G}=\frac{1}{1-\sigma}Z\frac{dn}{n}+Z\frac{dp}{p}$$

Mit der Schreibweise: $\hat{G}=\frac{dG}{G}$; $\hat{n}=\frac{dn}{n}$; $\hat{p}=\frac{dp}{p}$

folgt:

$$\boxed{\hat{G}=-\frac{Z}{\sigma-1}\hat{n}+Z\hat{p}} \tag{47}$$

(Anmerkung: Neary verwendet für den Preisindex den Formelbuchstaben P anstatt G.)

12. Der Home-Market-Effekt

Ausgehend von den Gleichungen für die Nominallöhne (40) und (41) :

$$w_r^{\sigma}=Y_r G_r^{\sigma-1}+Y_s G_s^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma}$$

$$w_s^{\sigma}=Y_r G_r^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma}+Y_s G_s^{\sigma-1}$$

bildet man wieder das totale Differential für beide Gleichungen:

$$\sigma w_r^{\sigma-1}dw_r=G_r^{\sigma-1}dY_r+G_s^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma}dY_s+Y_r(\sigma-1)G_r^{\sigma-2}dG_r+Y_s(\sigma-1)G_s^{\sigma-2}T^{1-\sigma}dG_s$$

$$\sigma w_s^{\sigma-1}dw_s=G_r^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma}dY_r+G_s^{\sigma-1}dY_s+Y_r(\sigma-1)G_r^{\sigma-2}T^{1-\sigma}dG_r+Y_s(\sigma-1)G_s^{\sigma-2}dG_s$$

Wieder gehen wir hier von einem symmetrischen Gleichgewicht aus.

Hier bedeutet dies: $Y=Y_r=Y_s$ und $G=G_r=G_s$ woraus folgt: $w=w_r=w_s$.

Weiterhin gilt wieder, dass aus einer Veränderung einer Variable in einer Region eine Veränderung gleichen Betrages aber umgekehrten Vorzeichens in der anderen Region folgt. Hier bedeutet dies:

$$dw = dw_r = -dw_s \quad ; \quad dG = dG_r = -dG_s \text{ und } dY = dY_r = -dY_s$$

Daraus folgt:

$$\sigma w^{\sigma-1} dw = G^{\sigma-1} dY - G^{\sigma-1}\, T^{1-\sigma} dY + Y(\sigma-1)G^{\sigma-2} dG - Y(\sigma-1)G^{\sigma-1}T^{1-\sigma} dG$$

$$\sigma w^{\sigma-1} dw = G^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})dY + Y(\sigma-1)G^{\sigma-2}(1-T^{1-\sigma})dG$$

$$\sigma w^{\sigma-1} dw = YG^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\frac{dY}{Y} + Y(\sigma-1)G^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\frac{dG}{G}$$

$$\sigma w^{\sigma}\frac{dw}{w} = YG^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dY}{Y} + (\sigma-1)\frac{dG}{G}\right]$$

$$\boxed{\sigma\frac{dw}{w} = \frac{Y}{w}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dY}{Y} + (\sigma-1)\frac{dG}{G}\right]} \qquad (56)$$

die Gleichung für die *Veränderung der Nominallöhne*.

Hier gilt es nun, sowohl G als auch $\frac{dG}{G}$ zu eliminieren.

Dazu benutzen wir obige Gleichung für die *Preisindex-Änderung* (55) :

$$(1-\sigma)\frac{dG}{G} = \left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}\frac{L}{\mu}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right]$$

Da $(\sigma-1)\frac{dG}{G} = -(1-\sigma)\frac{dG}{G}$ gilt,

setzten wir diese in die Gleichung für die Veränderung der Nominallöhne (56) ein:

$$\boxed{\sigma\frac{dw}{w} = \frac{Y}{w}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dY}{Y} - \frac{L}{\mu}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}(1-T^{1-\sigma})\left(\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right)\right]} \qquad (57)$$

Nun gilt es zwei Eigenschaften der Symmetrie zu benutzen:

1. Aus der Gleichung (36) für den Preis-Index $G_r^{1-\sigma} = \frac{1}{\mu}\left(L_r w_r^{1-\sigma} + L_s (w_s T)^{1-\sigma}\right)$

wird im symmetrischen Falle ($L = L_r = L_s$ und $w = w_r = w_s$):

$G^{1-\sigma} = \frac{1}{\mu}\left(Lw^{1-\sigma}(1+T^{1-\sigma})\right)$ also $\frac{G^{1-\sigma}}{w^{1-\sigma}} = \frac{L}{\mu}\left(1+T^{1-\sigma}\right)$ und

$$\boxed{1+T^{1-\sigma} = \frac{\mu}{L}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma}} \qquad (58)$$

2. Aus der Gleichung (40) für die Nominallöhne $w_r^{\sigma} = Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} T^{1-\sigma}$

wird im symmetrischen Falle ($Y = Y_r = Y_s$ und $G = G_r = G_s$):

$w^{\sigma} = YG^{\sigma-1} + YG^{\sigma-1} T^{1-\sigma}$ also $w^{\sigma-1} w = YG^{\sigma-1}(1+T^{1-\sigma})$;

$$\frac{w^{\sigma-1}}{G^{\sigma-1}} \frac{w}{Y} = 1 + T^{1-\sigma} \quad \text{und} \quad \boxed{1+T^{1-\sigma} = \frac{w}{Y}\left(\frac{w}{G}\right)^{1-\sigma}} \tag{59}$$

Also gilt:

$$\boxed{1+T^{1-\sigma} = \frac{\mu}{L}\left(\frac{G}{w}\right)^{1-\sigma} = \frac{w}{Y}\left(\frac{w}{G}\right)^{1-\sigma}} \tag{60}$$

Diese Beziehung verwenden wir nun um sowohl $\frac{Y}{w}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}$ als auch $\frac{L}{\mu}\left(\frac{G}{w}\right)^{\sigma-1}$ in obiger Gleichung (57) zu ersetzen:

$$\sigma \frac{dw}{w} = \frac{1}{1+T^{1-\sigma}}(1-T^{1-\sigma})\left[\frac{dY}{Y} - \frac{1}{1+T^{1-\sigma}}(1-T^{1-\sigma})\left(\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right)\right]$$

$$\sigma \frac{dw}{w} = \frac{1-T^{1-\sigma}}{1+T^{1-\sigma}}\left[\frac{dY}{Y} - \frac{1-T^{1-\sigma}}{1+T^{1-\sigma}}\left(\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right)\right]$$

und benutzen (45) : $Z = \frac{1-T^{1-\sigma}}{1+T^{1-\sigma}}$, um

$$\sigma \frac{dw}{w} = Z\left[\frac{dY}{Y} - Z\left(\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right)\right]$$

zu erhalten. Division durch Z ergibt:

$$\frac{\sigma}{Z}\frac{dw}{w} = \frac{dY}{Y} - Z\left(\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right)$$

$$\frac{dY}{Y} = \frac{\sigma}{Z}\frac{dw}{w} + Z\left(\frac{dL}{L} + (1-\sigma)\frac{dw}{w}\right)$$

$$\boxed{\frac{dY}{Y} = \left[\frac{\sigma}{Z} + Z(1-\sigma)\right]\frac{dw}{w} + Z\frac{dL}{L}} \tag{61}$$

Mit der Schreibweise: $\hat{Y} = \frac{dY}{Y}$; $\hat{w} = \frac{dw}{w}$ und $\hat{L} = \frac{dL}{L}$ ergibt dies:

$$\boxed{\left(\frac{\sigma}{Z} + Z(1-\sigma)\right)\hat{w} + Z\hat{L} = \hat{Y}} \tag{49}$$

Neary (2001) geht hier wieder einen etwas anderen Weg um den Home-Market Effekt zu zeigen. Er benutzt die Gleichung für die Gesamtproduktion (20) einer Firma in r,

$$q_r = \mu p_r^{-\sigma}[Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]$$

bildet das totale Differential

$$
\begin{aligned}
dq_r = {} & \mu(-\sigma)p_r^{-\sigma-1}[Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]dp_r + \\
& \mu p_r^{-\sigma} G_r^{\sigma-1} dY_r + \mu p_r^{-\sigma} G_s^{\sigma-1} T^{1-\sigma} dY_s + \\
& \mu p_r^{-\sigma} Y_r (\sigma-1) G_r^{\sigma-2} dG_r + \mu p_r^{-\sigma} Y_s T^{1-\sigma} (\sigma-1) G_s^{\sigma-2} dG_s
\end{aligned}
$$

und benutzt folgende Symmetrieeigenschaften:

$$q = q_r = q_s \quad ; \quad Y = Y_r = Y_s \quad ; \quad G = G_r = G_s \quad ; \quad p = p_r = p_s$$

$$dq = dq_r = -dq_s \quad ; \quad dY = dY_r = -dY_s \quad ; \quad dG = dG_r = -dG_s \quad ; \quad dp = dp_r = -dp_s$$

Hieraus folgt:

$$
\begin{aligned}
dq = {} & \mu(-\sigma)p^{-\sigma-1}[YG^{\sigma-1} + YG^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]dp + \\
& \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} dY - \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} T^{1-\sigma} dY + \\
& \mu p^{-\sigma} Y (\sigma-1) G^{\sigma-2} dG - \mu p^{-\sigma} Y T^{1-\sigma} (\sigma-1) G^{\sigma-2} dG
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dq = {} & \mu(-\sigma)p^{-\sigma-1}[YG^{\sigma-1} + YG^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]dp + \\
& \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} (1 - T^{1-\sigma}) dY + \\
& \mu p^{-\sigma} Y (\sigma-1) G^{\sigma-2} (1 - T^{1-\sigma}) dG
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dq = {} & \mu(-\sigma)p^{-\sigma} Y G^{\sigma-1}[1 + T^{1-\sigma}]\frac{dp}{p} + \\
& \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} (1 - T^{1-\sigma}) dY + \\
& \mu p^{-\sigma} Y (\sigma-1) G^{\sigma-1} (1 - T^{1-\sigma}) \frac{dG}{G}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dq = {} & \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} (1 - T^{1-\sigma}) \left[dY + Y(\sigma-1)\frac{dG}{G} \right] + \\
& \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} (-\sigma) Y (1 + T^{1-\sigma}) \frac{dp}{p}
\end{aligned}
\qquad \Big| : Y
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{dq}{Y} = {} & \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} (1 - T^{1-\sigma}) \left[\frac{dY}{Y} + (\sigma-1)\frac{dG}{G} \right] + \\
& \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} (-\sigma) (1 + T^{1-\sigma}) \frac{dp}{p}
\end{aligned}
\qquad \Big| : (1 + T^{1-\sigma})
$$

$$\frac{dq}{Y(1+T^{1-\sigma})} = \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} \frac{(1-T^{1-\sigma})}{(1+T^{1-\sigma})} \left[\frac{dY}{Y} + (\sigma-1)\frac{dG}{G} \right] - \mu p^{-\sigma} G^{\sigma-1} \sigma \frac{dp}{p}$$

mit dem Transportkostenindex $Z = \dfrac{1-T^{1-\sigma}}{1+T^{1-\sigma}}$:

$$\frac{1}{Y(1+T^{1-\sigma})}dq = \mu p^{-\sigma}G^{\sigma-1}Z\left[\frac{dY}{Y}+(\sigma-1)\frac{dG}{G}\right]-\mu p^{-\sigma}G^{\sigma-1}\sigma\frac{dp}{p}$$

$$\frac{1}{Y(1+T^{1-\sigma})}dq = \mu p^{-\sigma}G^{\sigma-1}\left[Z\left(\frac{dY}{Y}+(\sigma-1)\frac{dG}{G}\right)-\sigma\frac{dp}{p}\right]$$

$$\boxed{\frac{1}{Y(1+T^{1-\sigma})}dq = \mu p^{-\sigma}G^{\sigma-1}\left[Z\left(\frac{dY}{Y}+(\sigma-1)\frac{dG}{G}\right)-\sigma\frac{dp}{p}\right]} \qquad (62)$$

Hier benutzt Neary die Gleichung (20) für die Produktionsmenge

$$q_r = \mu p_r^{-\sigma}[Y_r G_r^{\sigma-1} + Y_s G_s^{\sigma-1} \cdot T^{1-\sigma}]$$

bei Symmetrie ($q = q_r = q_s$; $Y = Y_r = Y_s$; $G = G_r = G_s$; $p = p_r = p_s$) und erhält:

$$q = \mu p^{-\sigma} Y G^{\sigma-1}\left(1+T^{1-\sigma}\right).$$

Umstellen führt zu: $\frac{1}{Y\left(1+T^{1-\sigma}\right)}q = \mu p^{-\sigma}G^{\sigma-1}$.

Teilt man obige Gleichung durch diese letzte, so erhält man:

$$\boxed{\frac{dq}{q} = Z\left(\frac{dY}{Y}+(\sigma-1)\frac{dG}{G}\right)-\sigma\frac{dp}{p}} \qquad (63)$$

oder mit $\hat{q} = \frac{dq}{q}$; $\hat{Y} = \frac{dY}{Y}$; $\hat{G} = \frac{dG}{G}$; $\hat{p} = \frac{dp}{p}$

$$\boxed{\hat{q} = Z\left(\hat{Y}+(\sigma-1)\hat{G}\right)-\sigma\hat{p}} \qquad (64)$$

die Veränderung des Outputs.

Hier verwendet Neary seine Formel für den Preis-Index-Effekt:

$$\hat{G} = -\frac{Z}{\sigma-1}\hat{n} + Z\hat{p} \qquad (47)$$

Weiter nimmt er an, dass der Output einer Firma fix sei ($\hat{q} = 0$) und

dass der Preis jeder Varietät unverändert ist ($\hat{p} = 0$).

Hieraus folgt für die Veränderung des Preisniveaus: $\hat{G} = -\frac{Z}{\sigma-1}\hat{n}$

und für die Veränderung des Outputs: $0 = Z\left(\hat{Y}+(\sigma-1)\hat{G}\right)$.

Einsetzen liefert: $$0 = Z\left[\hat{Y}+(\sigma-1)-\left(\frac{Z}{\sigma-1}\hat{n}\right)\right]$$

$0 = Z\left(\hat{Y}-Z\hat{n}\right)$; $0 = Z\hat{Y}-Z^2\hat{n}$; $Z^2\hat{n} = Z\hat{Y}$ und $Z\hat{n} = \hat{Y}$

Daraus folgt: $$\hat{n} = \frac{1}{Z}\hat{Y} \tag{50}$$

13. Gleichungen für Simulation

Um die Gleichungen zu simulieren, normieren wir den Anteil an Industrieproduktion:

$\boxed{\lambda = \lambda_r}$ und somit $\boxed{(1-\lambda) = \lambda_s}$

Aus der Gleichung (39) für das *Volkseinkommen* in Region r: $Y_r = \mu\lambda_r w_r + (1-\mu)\phi_r$

ergibt sich mit der Normalisierung (24) $\phi_r = \frac{1}{2}$ für den Anteil der Landarbeiter:

$$Y_r = \mu\lambda w_r + (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\mu) \tag{65}$$

und analog für Region s:

$$Y_s = \mu(1-\lambda) w_s + (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\mu) \tag{66}$$

Für den Preisindex (38) folgt aus $G_r = \left[\lambda_r w_r{}^{1-\sigma} + \lambda_s w_s{}^{1-\sigma}\ T^{1\text{-}\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$

mit obiger Normierung:

$$G_r = \left[\lambda w_r{}^{1-\sigma} + (1-\lambda)(w_s T)^{1\text{-}\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{67}$$

und analog für Region s:

$$G_s = \left[\lambda (w_r T)^{1\text{-}\sigma} + (1-\lambda) w_s{}^{1-\sigma}\right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \tag{68}$$

Die Gleichungen für die Nominallöhne waren:

$$w_r = (Y_r G_r{}^{\sigma-1} + Y_s G_s{}^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma})^{\frac{1}{\sigma}} \tag{40}$$

für Region s:

$$w_s = (Y_r G_r{}^{\sigma-1}\ T^{1-\sigma} + Y_s G_s{}^{\sigma-1})^{\frac{1}{\sigma}} \tag{41}$$

Weiterhin benötigen wir die Gleichungen für die Reallöhne:

$$\omega_r = \frac{w_r}{G^{\mu} p_a{}^{1-\mu}}. \tag{22}$$

Da das Agrargut als Numeraire gesetzt wurde, gilt: $p_A = 1$ und somit:

$$\omega_r = w_r G_r^{-\mu} \tag{69}$$

und

$$\omega_s = w_s G_s^{-\mu} \tag{70}$$

Weiterhin muss gelten: $\omega_r = \omega_s$, (71)

da nur bei dieser Bedingung stabile Gleichgewichte existieren.
Gälte dies nicht, wären Wanderungsbewegungen der Industriearbeiter die Folge.

Somit haben wir 9 Gleichungen in 12 Variablen
$(\sigma, \mu, T, \lambda, Y_r, Y_s, G_r, G_s, w_r, w_s, \omega_r, \omega_s)$.

Um das System lösen zu können, müssen wir also 3 Parameter festsetzen.
Fujita et al. (1999) haben für Ihre Simulationen folgende Parameterwerte gewählt:

$$\sigma = 5 \quad \text{und} \quad \mu = 0.4$$

und die Transportkosten T variiert.
So kann man das Gleichungssystem numerisch lösen
(vgl. MAPLE®-Worksheet auf der nächsten Seite).

Trägt man so die erhaltenen Werte für λ gegen die variierten Werte für die Transportkosten T auf, so erhält man das sog. „*Tomahawk Diagramm*".

(Dieses Unterfangen scheiterte jedoch bei mir auf Grund programmspezifischer Probleme.)

```
> restart;
> gl1:= Y1 = mu*lambda*omega1 + (1-mu) / 2;
```

$$gl1 := Y1 = \mu\,\lambda\,\omega1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\mu$$

```
> gl2:= Y2 = mu*(1-lambda)*omega2 + (1-mu) / 2;
```

$$gl2 := Y2 = \mu\,(1-\lambda)\,\omega2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\mu$$

```
> gl3:= G1 = (lambda*(omega1^(1-sigma)) + (1-
lambda)*(omega2*T)^(1-sigma))^(1/(1-sigma));
```

$$gl3 := G1 = (\lambda\,\omega1^{(1-\sigma)} + (1-\lambda)\,(\omega2\;T)^{(1-\sigma)})^{\left(\frac{1}{1-\sigma}\right)}$$

```
> gl4:= G2 = (lambda*((omega1*T)^(1-sigma)) + (1-
lambda)*(omega2)^(1-sigma))^(1/(1-sigma));
```

$$gl4 := G2 = (\lambda\,(\omega1\;T)^{(1-\sigma)} + (1-\lambda)\,\omega2^{(1-\sigma)})^{\left(\frac{1}{1-\sigma}\right)}$$

```
> gl5:= w1 = (Y1*G1^(sigma-1) + Y2*G2^(sigma-1)*T^(1-
sigma))^(1/sigma);
```

$$gl5 := w1 = (Y1\;G1^{(\sigma-1)} + Y2\;G2^{(\sigma-1)}\;T^{(1-\sigma)})^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}$$

```
> gl6:= w2 = (Y1*G1^(sigma-1)*T^(1-sigma) + Y2*G2^(sigma-
1))^(1/sigma);
```

$$gl6 := w2 = (Y1\;G1^{(\sigma-1)}\;T^{(1-\sigma)} + Y2\;G2^{(\sigma-1)})^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}$$

```
> gl7:= omega1 = w1*G1^(-mu);
```

$$gl7 := \omega1 = w1\;G1^{(-\mu)}$$

```
> gl8:= omega2 = w2*G2^(-mu);
```

$$gl8 := \omega2 = w2\;G2^{(-\mu)}$$

```
> gl9:= omega1-omega2=0;
```

$$gl9 := \omega1 - \omega2 = 0$$

```
> gls:={gl1,gl2,gl3,gl4,gl5,gl6,gl7,gl8,gl9}:
> sigma:=5;
```

$$\sigma := 5$$

```
> mu:=0.4;
```

$$\mu := .4$$

```
> T:=2;
```

$$T := 2$$

```
>lsg:=fsolve(gls,{lambda,Y1,Y2,G1,G2,w1,w2,omega1,omega2}
,{lambda=0..1});
```

$lsg := \{ w1 = .8993303516, \lambda = .5000000000, \omega1 = .8860611092, Y1 = .4772122218,$
$G2 = 1.037860394, G1 = 1.037860394, Y2 = .4772122218, w2 = .8993303516,$
$\omega2 = .8860611092 \}$