



Munich Personal RePEc Archive

Sigma Metric: yes or no ?

Tošenovský, Filip

VŠB-TU Ostrava

8 September 2007

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/12290/>
MPRA Paper No. 12290, posted 22 Dec 2008 18:51 UTC

Metrika sigma: ano či ne?

Filip Tošenovský

Key words: Six Sigma, sigma metrika, dpmo

Abstract

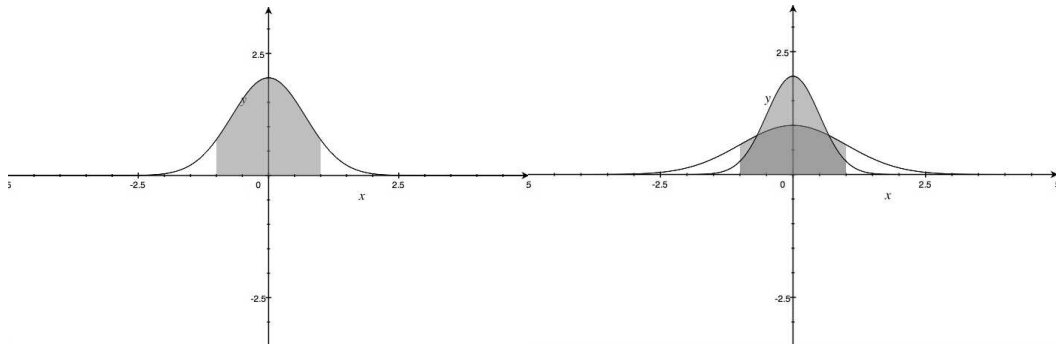
When improving a process quality using Six Sigma methodology, sigma metric as a measure of quality is introduced. The metric is computed using a special table which converts defects per million opportunities (dpmo) to sigma level. The article shows that when sigma quality of a process is under 3,2, the metric can distort the original information about the process quality contained in dpmo.

Úvod

Při výkladu metodologie Six Sigma se zavádí metrika sigma, která se následně používá k měření kvality určitých charakteristik sledovaného produktu nebo služby. Výpočet tohoto ukazatele se provádí za použití speciální převodní tabulky, jejíž konstrukce vychází ze základních statistických principů. Tabulku využívají i jednoduché softwarové aplikace dostupné na internetu, které počítají metriku sigma. Přestože používání této tabulky je velmi jednoduché, její konstrukce má techničtější charakter, než se může na první pohled zdát. A právě tento technický ráz mnohdy vyvolává nejasnosti ohledně používání metriky. V internetových diskuzích se objevuje i kritika zpochybňující správnost její konstrukce. Následující text rozebírá definici metriky sigma a ukazuje, že uvedená kritika není vždy úplně na místě.

Geneze metriky sigma

Ukažme, na jakém principu vzniká zmíněná převodní tabulka. Předpokládejme, že je dán jistý znak jakosti, jehož chování lze popsat normovaným normálním rozdělením. Předpokládejme dále, že zákazníci si přejí, aby hodnoty tohoto znaku nepřekračovaly určitou dolní a horní mez. Pokud z tohoto tolerančního intervalu vybočí, je znak považován ze strany zákazníka za defektní. Na obrázku 1 je vykresleno normované normální rozdělení (nulová střední hodnota a jednotkový rozptyl). Pravděpodobnost, že znak bude defektní, je rovna součtu světlých ploch. Hodnoty -1 a 1 reprezentují dolní specifikační mez (LSL) a horní specifikační mez (USL) a toleranční interval (LSL,USL) je symetrický kolem nulové střední hodnoty μ .

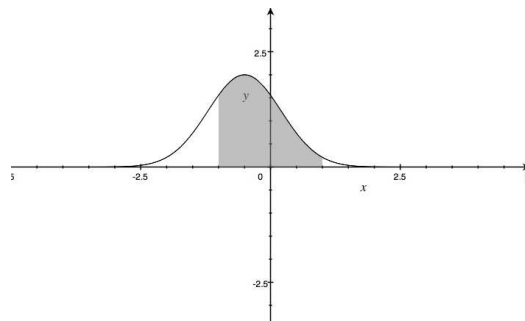


Obr. 1

Obr. 2

Pokud vynásobíme pravděpodobnost vzniku defektního znaku milionem a předpokládáme, že na výrobu jedné jednotky znaku připadá jedna příležitost k vadě, obdržíme ukazatel dpmo, což je zkratka pro anglický ekvivalent defects per million opportunities neboli počet defektů na milion příležitostí ke vzniku vady. Ukazatel dpmo je výchozím bodem pro výpočet metriky sigma, neboť jeho převodem podle speciálně zkonstruované tabulky se sigma metrika počítá. Na obrázku 2 je vyobrazena situace, kdy se rozptyl znaku jakosti snížil. „Zúžení“ křivky pak ukazuje, že se celková velikost světlých ploch zmenší, čímž klesne počet vad vyjádřený číslem dpmo. Takže čím bude variabilita znaku menší, tím kvalitnější bude jeho výroba. Jeho kvalita tedy souvisí s jeho variabilitou a na této myšlence je založen výpočet metriky sigma. Metrika sigma měří, kolikrát se směrodatná odchylka rozdělení znaku vejde do intervalu (LSL, μ) či (μ, USL) , což je u normovaného normálního rozdělení totéž, jako vzdálenost jedné z mezí tolerančního intervalu od střední hodnoty rozdělení. Pokud metrika klesne, znamená to, že daný znak jakosti má vyšší variabilitu ve vztahu k zadaným specifikačním mezím. Jinak řečeno, v produkci roste podíl jeho vadných jednotek. Čím nižší metrika sigma, tím horší kvalita.

Tento přístup má však jeden háček. Předpokládá, že rozdělení znaku je stabilní, tj. jeho střední hodnota se v čase nemění. Praxe ale ukazuje, že z dlouhodobého hlediska je tento předpoklad neudržitelný. V delším období se rozdělení hýbe, a to až o 1.5násobek své směrodatné odchylky. A pokud se rozdělení posouvá, mění se i velikost ploch vyjadřujících pravděpodobnost vzniku vady. Tím se mění i dpmo. Situaci při posunu rozdělení doleva ukazuje obrázek 3.



Obr. 3

Velikost jedné plochy se při posunu rozdělení zvětší, zatímco velikost druhé plochy se zmenší. Lze ale ukázat, že s růstem posunu roste i celková velikost obou ploch, tedy že

pravděpodobnost vzniku vady je rostoucí funkcí velikosti posunu rozdělení. Vzhledem k této skutečnosti se dpmo počítá pro nejhorší možný případ, který může nastat, tj. počítá se při posunu rozdělení až o 1.5násobek směrodatné odchylky. Převodní tabulka (tabulka 1) pak dává do souvislosti takto vypočtené dpmo a vzdálenost toleranční meze od střední hodnoty rozdělení. Tabulka je konstruována za předpokladu normovaného normálního rozdělení a započtení uvedeného posunu!

<i>dpmo</i>	<i>sigma</i>	<i>dpmo</i>	<i>sigma</i>	<i>dpmo</i>	<i>sigma</i>
919243.3408	0.1	274253.1178	2.1	4661.188024	4.1
903199.5154	0.2	241963.6522	2.2	3466.973803	4.2
884930.3298	0.3	211855.3986	2.3	2555.13033	4.3
864333.9391	0.4	184060.1253	2.4	1865.81330	4.4
841344.7461	0.5	158655.2539	2.5	1349.898032	4.5
815939.8747	0.6	135666.0609	2.6	967.6032132	4.6
788144.6014	0.7	115069.6702	2.7	687.1379379	4.7
758036.3478	0.8	96800.48459	2.8	483.4241424	4.8
725746.8822	0.9	80756.65923	2.9	336.9292657	4.9
691462.4613	1	66807.20127	3	232.629079	5
655421.7416	1.1	54799.2917	3.1	159.1085902	5.1
617911.4222	1.2	44565.46276	3.2	107.7997335	5.2
579259.7094	1.3	35930.31911	3.3	72.34804392	5.3
539827.8373	1.4	28716.55982	3.4	48.09634402	5.4
500000.0000	1.5	22750.13195	3.5	31.67124184	5.5
460172.1627	1.6	17864.42056	3.6	20.65750692	5.6
420740.2906	1.7	13903.44751	3.7	13.34574902	5.7
382088.5778	1.8	10724.11002	3.8	8.539905472	5.8
344578.2584	1.9	8197.535925	3.9	5.412543903	5.9
308537.5387	2	6209.665326	4	3.397673141	6

Tabulka 1

Tabulku lze vygenerovat vztahem $velikost\ sigma = 1.5 - \Phi^{-1}(dpmo/10^6)$. Je-li zjištěno například dpmo 500, lze z tabulky při použití lineární interpolace zjistit sigma úroveň 4,79. Stejnou hodnotu vypočte on-line kalkulačtor nabízený například na www.isixsigma.com.

Kritika metriky

Odpůrci metriky namítají, že takto vytvořená tabulka ignoruje plochu, která se při posunu rozdělení zmenší. Tak tomu při generování tabulky skutečně je. Avšak při posunu rozdělení o 1.5násobek směrodatné odchylky a při rozumně malém rozptylu rozdělení se jedna z ploch pod hustotou normálního rozdělení a za příslušnou toleranční mezí zmenší natolik, že ji lze zanedbat. Například při úrovni kvality 3.5 sigma a posunu rozdělení o 1.5násobek doleva se plocha za mezí USL zmenší na $2.866 \cdot 10^{-7}$, což lze zanedbat, protože to k celkovému dpmo nepřidává ani jednu vadnou jednotku navíc. Co je rozumná úroveň kvality, aby zanedbání jedné dílčí plochy nebylo po posunu o 1.5sigma příliš velké? Srovnání poskytuje následující tabulka 2.

1 plocha		2 plochy		% rozdíl	abs.rozdíl
dpmo	sigma	dpmo	sigma		
903199.5154	0.2	947764.9782	0.2	4.934177001	44565.46276
864333.9391	0.4	893050.4989	0.4	3.322391788	28716.55982
815939.8747	0.6	833804.2952	0.6	2.18942855	17864.42056
758036.3478	0.8	768760.4578	0.8	1.414722401	10724.11002
691462.4613	1	697672.1266	1	0.898048075	6209.665326
617911.4222	1.2	621378.396	1.2	0.561079417	3466.973803
539827.8373	1.4	541693.6506	1.4	0.345631176	1865.8133
460172.1627	1.6	461139.7659	1.6	0.210269828	967.6032132
382088.5778	1.8	382572.002	1.8	0.126521485	483.4241424
308537.5387	2	308770.1678	2	0.075397334	232.629079
241963.6522	2.2	242071.452	2.2	0.044552036	107.7997335
184060.1253	2.4	184108.2217	2.4	0.026130779	48.09634401
135666.0609	2.6	135686.7185	2.6	0.015226732	20.65750692
96800.48459	2.8	96809.02449	2.8	0.008822172	8.539905476
66807.20127	3	66810.59894	3	0.005085789	3.397673134
44565.46276	3.2	44566.76357	3.2	0.002918869	1.300807532
28716.55982	3.4	28717.039	3.4	0.001668665	0.479183238
17864.42056	3.6	17864.59039	3.6	0.000950643	0.169826781
10724.11002	3.8	10724.16792	3.8	0.000539918	0.05790135

Z tabulky je vidět, že od úrovně zhruba 3.2 sigma je již rozdíl v dpmo zanedbatelný. V praxi je přitom úroveň kvality nad touto úrovní častá. Pod úrovní 3.2 sigma je zanedbání jedné plochy samozřejmě diskutabilní.

Závěr

Pokud jde tedy o způsob výpočtu metriky, od určité úrovně kvality není potřebné namítat, že ukazatel je nesprávně počítán, protože jedna z ploch pod hustotou normálního rozdělení se zanedbává. To vyplývá z poslední tabulky. Zlomovou úrovní jsou jakosti kolem úrovně 3.2 sigma. V průmyslu se přitom úroveň kvality vyskytuje většinou nad nebo aspoň poblíž této úrovně, jak se všeobecně uvádí¹. Důležitější ovšem v této souvislosti je, že tvůrce metriky – firma Motorola – původně pracoval s kvalitou na zahajovací úrovni okolo 3 sigma. O nižší kvalitě vůbec neuvažoval. Lze to vyčíst z interního dokumentu Motoroly, který vznikl v roce 1987 a autor článku jej má k dispozici. Metriku si přitom Motorola zavedla výhradně pro své vnitřní účely. To, že její výpočet průmysl zobecnil na libovolnou úroveň, je jiná věc, která z čistě matematického hlediska nemusí být vždy správná.

¹ Viz třeba Dr. James O. Westgard na www.westgard.com. Podobně se vyjadřuje i firma Sabritec, jež se zabývá Six Sigma na <http://www.sabritec.com/technotes/SixSigma.html>, nebo firma Aveta Business Solutions na svých internetových stránkách.