



Munich Personal RePEc Archive

**Liquidity Risk Management in Emerging Economies: A Parametric Value-at-Risk (VaR) model with Indirect Calibration and an Application to the Bolivian Financial System**

Gonzales-Martínez, Rolando

Superintendencia de Bancos y Entidades Financieras de Bolivia

January 2009

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/14247/>

MPRA Paper No. 14247, posted 25 Mar 2009 08:15 UTC

# LA GESTIÓN DE RIESGO DE LIQUIDEZ EN ECONOMÍAS EMERGENTES: UN MODELO VALOR-EN-RIESGO (*VaR*) PARAMÉTRICO DE CALIBRACIÓN INDIRECTA Y UNA APLICACIÓN AL SISTEMA FINANCIERO BOLIVIANO

*Rolando Gonzales Martínez\**

## Resumen

Las series de tiempo de las cuentas relevantes para la gestión de riesgo de liquidez del sistema financiero boliviano son heteroscedásticas y no siguen una distribución gaussiana (normal). Por lo anterior, un modelo *VaR* paramétrico tradicional sería impreciso para medir el riesgo de liquidez. Por tanto, en este estudio se propone un modelo *VaR* paramétrico de calibración indirecta (*VaR-i*) que se caracteriza (1) porque tiene los dos primeros momentos estadísticos móviles para modelizar los periodos de mayor y menor volatilidad, y (2) porque el valor del multiplicador  $\beta$  se calibra de acuerdo a la distribución empírica de los datos (no necesariamente la distribución de Gauss), de forma que el modelo *VaR-i* supere los test de backtesting y sea adecuado por construcción para medir los riesgos de liquidez. Desde la perspectiva del regulador, este modelo proporciona a entidades financieras en economías emergentes –que se caracterizan por su diferente grado de desarrollo en la gestión de riesgos– una herramienta de medición de riesgos fácil de calcular y adaptable a su contexto financiero, mejorando uniformemente la gestión de riesgos y reduciendo las asimetrías corporativas entre entidades.

*Clasificación JEL: G21, G32, C40, C12*

*Palabras Clave: Value-at-Risk, Riesgo de Liquidez*

---

\*División de Aplicación de Basilea, Superintendencia de Bancos y Entidades Financieras de Bolivia. Las opiniones vertidas por el autor no comprometen la posición oficial de la institución. Contacto: rgonzalesm@sbf.gov.bo

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Definiciones</b>	<b>4</b>
2.1. Modelos Valor en Riesgo ( <i>VaR</i> ) . . . . .	4
2.1.1. Definición genérica de <i>VaR</i> . . . . .	4
2.1.2. Definición paramétrica de <i>VaR</i> . . . . .	4
2.2. Backtesting . . . . .	5
2.3. Un modelo <i>VaR</i> Paramétrico de Calibración $\beta$ Indirecta . . . . .	6
<b>3. Una Aplicación a Economías Emergentes</b>	<b>7</b>
<b>4. Conclusiones</b>	<b>9</b>
<b>Referencias</b>	<b>10</b>

# 1. Introducción

La medición de los riesgos es una etapa indispensable del proceso de gestión de riesgos. Los modelos Valor-en-Riesgo (*Value-at-Risk*, en adelante *VaR*) se han constituido en una herramienta estándar utilizada en la etapa de medición del riesgo, debido a que ofrecen una medida resumida e intuitiva de la magnitud del riesgo<sup>1</sup>, particularmente el modelo *VaR* paramétrico basado en la densidad normal (gausiana) es la forma más difundida de cálculo del *VaR*. Para una aplicación rigurosa de un modelos *VaR* paramétrico gaussiano es necesario verificar que se cumplan los supuestos estadísticos que subyacen a este modelo, e.g. gaussianidad de los retornos. Si los retornos no aproximan una distribución normal, el *VaR* paramétrico gaussiano puede subestimar o sobre-estimar el verdadero riesgo financiero, y sería necesario utilizar métodos más avanzados para calcular con precisión el *VaR*<sup>2</sup>. Sin embargo, debido a que el sistema financiero en economías emergentes puede ser heterogéneo, la aplicación rigurosa de un modelo *VaR* puede ser exigente para muchas de las entidades que componen el sistema<sup>3</sup>. Si el regulador del sistema financiero introduce normas de gestión de riesgos genéricas que exigieran demasiados recursos humanos y pecuniarios a las entidades, crearía distorsiones que podrían profundizar las asimetrías en el mercado de intermediación financiera. Por esto, es importante que el regulador no sólo sugiera y de lineamientos generales en la utilización de modelos para la gestión de riesgos, sino que provea a las entidades de herramientas de medición rigurosas pero fácilmente ajustables a sus características particulares. En el contexto de la gestión de riesgo de liquidez, este estudio propone una herramienta de medición de riesgos rigurosa pero fácilmente ajustable: un modelo *VaR* paramétrico de calibración indirecta, diseñado para que por construcción supere las pruebas de backtesting que evalúan la precisión de los modelos *VaR*.

La sección 2 define los modelos *VaR*, las pruebas de adecuabilidad de los modelos *VaR* (*backtesting*) y el modelo regulador *VaR* paramétrico de calibración indirecta propuesto en este estudio (en adelante *VaR-i*). La sección 3 ejemplifica la aplicación del modelo *VaR-i* en economías emergentes, en base a los datos del sistema financiero boliviano y para la medición del riesgo de liquidez. Este riesgo es importante porque la falta de liquidez puede causar el fallo de una institución, aunque sea técnicamente solvente, y la industria aún lucha por encontrar una medición precisa del riesgo de liquidez a partir de medidas de tipo *VaR* (Jorion, 2007). La sección 4 concluye.

---

<sup>1</sup>Si bien a partir de las proposiciones de Artzner et al. (1998) se ha criticado que los modelos VaR no son una medida coherente de riesgo porque no cumplen el principio de subaditividad.

<sup>2</sup>Métodos no-paramétricos (simulación histórica y el modelo híbrido) y semiparamétricos (e.g. teoría de valores extremos). Véase Manganelli y Engle (2001).

<sup>3</sup>Existen entidades financieras –principalmente entidades bancarias– con un alto nivel de conocimientos y recursos pecuniarios enfocados en la gestión de riesgos; en contraste, los recursos humanos y pecuniarios para la gestión de riesgos son limitados en otras entidades

## 2. Definiciones

### 2.1. Modelos Valor en Riesgo (*VaR*)

#### 2.1.1. Definición genérica de *VaR*

Sea<sup>4</sup>,

$$r_t = \frac{b_t}{b_{t-1}} \quad (1)$$

las variaciones extraídas de la *b*-base de datos histórica  $\{b_t\}_{t=1}^T$  de las cuentas relevantes para la gestión de riesgo de liquidez; el menor valor de estas cuentas con un nivel de confianza *c* será,

$$b^* = b_{(t=T)}(1 + r^*), \quad (2)$$

y la estimación de una medida de riesgo, e.g. *VaR*, es equivalente a identificar el valor mínimo *b\** o las variaciones del punto de corte *r\** de los datos de las cuentas de liquidez relevantes.

En su forma más general, el *VaR* puede ser derivado de la distribución de probabilidad del valor futuro de los datos relevantes *f(b)*. Con un nivel de confianza *c*, se busca encontrar la peor realización posible de *b\** tal que la probabilidad de exceder el valor de *c* sea:

$$c = \int_{b^*}^{-\infty} f(b)db, \quad (3)$$

o de forma equivalente que la probabilidad de encontrar un valor menor a *b\**,  $p = P(b \leq b^*)$  sea  $1 - c$ :

$$1 - c = \int_{-\infty}^{b^*} f(b)db = P(b \leq b^*) = p, \quad (4)$$

de forma que el área desde  $-\infty$  a *b\** debe ser igual a  $p = 1 - c$ . El número *b\** será el cuantil de la distribución, i.e. el *VaR* (relativo) con una probabilidad dada de ser excedido respecto al valor esperado de *b*,

$$VaR = E(b) - b^*, \quad (5)$$

que puede ser expresado también con la variación de corte (cuantil *r\**) respecto a un estimador de la tendencia central  $\mu$ ,

$$VaR = E(b) - b^* = -b_0(r^* - \mu) \quad (6)$$

En base a esta definición, en aplicaciones prácticas el cálculo del *VaR* puede ser simplificado con la definición paramétrica<sup>5</sup>.

#### 2.1.2. Definición paramétrica de *VaR*

Si se aplica una transformación estandarizada a *r\** se tiene el nuevo conjunto de datos  $\beta$  iguales a,

$$-\beta = \frac{r^* - \mu}{\sigma}, \quad (7)$$

<sup>4</sup>Esta sección y la siguiente están basadas y siguen de cerca a Jorion (2001)

<sup>5</sup>En el que se estiman diferentes parámetros, como por ejemplo la desviación estándar.

que es equivalente a,

$$1 - c = \int_{-\infty}^{-|r^*|} f(r)dr = \int_{-\infty}^{-\beta} \Phi(r)dr. \quad (8)$$

Retomando la ecuación 7 la variación de corte será,

$$r^* = -\beta\sigma + \mu, \quad (9)$$

y utilizando la ecuación 6 el  $VaR$  paramétrico será,

$$VaR = -b_0(r^* - \mu) = b_0\beta\sigma, \quad (10)$$

expresión que suele generalizarse a diferentes  $\tau$ -horizontes temporales con el factor de escala de la volatilidad  $\sqrt{\Delta\tau}$  cuando las variaciones no se encuentran correlacionadas,

$$VaR = b_0\beta\sigma\sqrt{\Delta\tau}. \quad (11)$$

Es decir, el  $VaR$  paramétrico en las ecuaciones 10 y 11 es simplemente un múltiplo de la desviación estándar de la distribución empírica por un factor de ajuste relacionado con el nivel de confianza y un horizonte temporal.

Si bien la anterior expresión se generaliza para varias distribuciones de probabilidad acumuladas, una práctica común es utilizar valores de la función de densidad gaussiana estándar acumulada (*aka* distribución normal acumulada) para  $\beta$ . Por ejemplo, con un nivel de confianza de 95 %, el valor beta en tablas es  $\beta = -1,645$  y el  $VaR$  gaussiano ( $VaR_g$ ) tiene la forma:

$$VaR_g = -1,645\sigma\sqrt{\Delta\tau}. \quad (12)$$

Sin embargo, es común también que las series financieras no aproximen una distribución gaussiana (normal), por lo que resulta inadecuado utilizar valores de  $\beta$  extraídos de la tabla de cuantiles de una distribución normal estándar. Este hecho hace necesario evaluar la adecuabilidad del modelo  $VaR$  con técnicas denominadas *backtesting*.

## 2.2. Backtesting

Las pruebas de *backtesting* se utilizan para evaluar si el modelo  $VaR$  es adecuado o si es que sobre-estima o subestima los riesgos financieros. El criterio más popular para evaluar la adecuabilidad de un modelo  $VaR$  es el propuesto por Comité de Basilea para la Supervisión Bancaria, que consiste en contar el número de fallas (veces que el modelo  $VaR$  subestima las variaciones de los retornos) y aplicar un factor de ajuste multiplicativo al  $VaR$  en un valor que depende del número de fallas (véase [9]).

Kupiec formalizó en un test estadístico la noción del número de fallas y propuso un estadígrafo que evalúa la hipótesis nula de que el modelo  $VaR$  es adecuado.

Formalmente, sea la función dicotómica de fallas del modelo  $VaR$ ,

$$I_t(\beta) = \begin{cases} 1 & \text{si } r_t \leq -VaR_t(\beta) \\ 0 & \text{si } r_t > -VaR_t(\beta) \end{cases} \quad (13)$$

que será igual a uno si el modelo  $VaR$  subestima las variaciones en cualquiera de los momentos  $t = 1, \dots, T$ . La suma de los resultados de esta función (de las fallas

del modelo  $VaR$ ) sobre el total de los datos disponibles será la proporción de fallas del modelo  $VaR$ ,

$$\hat{p} = T^{-1} \sum_{t=1}^T I_t(\beta) \quad (14)$$

y el estadígrafo del test de proporción de fallas de Kupiec ( $\kappa$ ) es,

$$\begin{aligned} \kappa &= 2 \ln \left( \left( \frac{1 - \hat{p}}{1 - p} \right)^{T - I(p)} \left( \frac{\hat{p}}{p} \right)^{I(p)} \right) \\ \hat{p} &= \frac{1}{T} I(p) \\ I(p) &= \sum_{t=1}^T I_t(\beta) \end{aligned} \quad (15)$$

que se distribuye asintóticamente como una distribución chi cuadrado con un grado de libertad bajo la hipótesis nula de que el valor de probabilidad  $p$  es el correcto<sup>6</sup>,

$$\begin{aligned} H_0 : p &= \hat{p} \\ \kappa &\sim \chi_{g.l.=1}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Por ejemplo, en un modelo  $VaR$  calculado con 100 observaciones a un nivel de confianza de  $c = 95\%$ , se esperará que las variaciones de la serie financiera excederán el valor del  $VaR$  con una probabilidad de  $p = 1 - c = 5\%$ , por lo que el modelo  $VaR$  debería equivocarse sólo 5 veces o de forma equivalente la proporción de errores debería ser aproximadamente 5% ( $\hat{p} = 5\%$  en la ecuación 14).

Nótese que este test evalúa la adecuabilidad de *cualquier modelo VaR*, independientemente del método de cálculo.

### 2.3. Un modelo $VaR$ Paramétrico de Calibración $\beta$ Indirecta

De las anteriores definiciones se observa que para calcular adecuadamente el modelo  $VaR$  es necesario conocer la distribución de probabilidad de los datos y encontrar un valor de  $\beta$  adecuado a la distribución de probabilidad empírica de los datos analizados. Esto impone la restricción de evaluar la normalidad de los datos, y si se rechaza la normalidad, (1) ajustar una distribución de probabilidad (*batchfit*), (2) estimar los parámetros desconocidos de esta distribución ajustada, (3) calcular el modelo  $VaR$  en base a esta distribución y (4) evaluar la adecuabilidad del modelo  $VaR$  con pruebas de *backtesting*. En economías emergentes, si el regulador deja la tarea a las entidades financieras de calcular el  $VaR$  siguiendo los anteriores pasos, es posible que se creen asimetrías por la heterogeneidad del sistema financiero (véase la sección 1).

Un enfoque diferente puede ser aplicado si se aplica un **método indirecto para el cálculo del  $VaR$ , que implica escoger el valor de  $\beta$  (calibrar el valor beta) para que el modelo  $VaR$  supere las pruebas de *backtesting*. De esta forma, el modelo  $VaR$  de calibración indirecta ( $VaR-i$ ) será por construcción adecuado y no se requerirá ajustar ni establecer la distribución de probabilidad de los datos.**

<sup>6</sup>Se ha sugerido que el test de Kupiec puede perder potencia en muestras pequeñas. Por tanto, es importante contar con un número significativo de datos para considerar como completamente válidos los resultados de la evaluación de la hipótesis nula del test de Kupiec.

Formalmente, el modelo *VaR-i* en el momento  $t$  será<sup>7</sup>:

$$VaR-i_t = \beta \sqrt{\sigma_t^2 \Delta \tau} \quad (17)$$

Donde el estimador del segundo momento estadístico es móvil en el tiempo para considerar los periodos de mayor o menor volatilidad en las cuentas de liquidez relevantes (i.e. el modelo *VaR* es dinámico):

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= E \left[ (b_t - \mu_t)^2 \right] \\ \hat{\sigma}_t &= \sqrt{\frac{1}{t-m-1} \sum_{\ell=t-m}^{t-1} \left( b_\ell - \frac{1}{(t-m)} \sum_{\ell=t-m}^{t-1} b_\ell \right)^2} \end{aligned} \quad (18)$$

ya que el primer momento es también móvil,

$$\begin{aligned} \mu_t &= E(b_t) \\ \hat{\mu}_t &= (t-m)^{-1} \sum_{\ell=t-m}^{t-1} b_\ell, \end{aligned} \quad (19)$$

dado un valor de rezago o retardo de la varianza y media móvil de  $m$ -periodos. De esta forma, debe escogerse un valor de  $\beta$  para que la probabilidad  $p$  escogida sea aproximadamente igual a la proporción de fallas  $\hat{p} = T^{-1} \sum_{t=1}^T I_t(\beta)$  del modelo *VaR-i*:

$$p \approx \hat{p}, \quad (20)$$

o en caso de que se cuente con una base de datos lo suficientemente extensa<sup>8</sup>, escoger un multiplicador  $\beta$  de forma que no se pueda rechazar la hipótesis nula del test de Kupiec que evalúa la adecuabilidad del modelo *VaR-i*,

$$\begin{aligned} H_0 : p &= \hat{p} \\ \kappa &\sim \chi_{g.l.=1}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

En ambos casos, el valor  $\beta$  escogido con este criterio asegurará por construcción que el modelo *VaR* mida con precisión el riesgo financiero.

La siguiente sección ejemplifica la aplicación práctica del modelo *VaR-i* en una economía emergente, en base a la información de las cuentas corrientes en el sistema financiero boliviano.

### 3. Una Aplicación a Economías Emergentes

En esta sección se ejemplifica la aplicación del modelo *VaR-i* en economías emergentes, utilizando los datos de la serie de tiempo mensual de las obligaciones con el público a la vista del sistema de intermediación financiera en Bolivia. Este sistema –compuesto por cuatro subsistemas (1) bancos, (2) fondos financieros privados (FFPs), (3) cooperativas de ahorro y crédito, y (4) mutuales de ahorro y préstamo– se caracteriza por su heterogeneidad, debido a que las entidades bancarias tienen un mayor grado desarrollo y recursos pecuniarios en relación con su gestión de riesgos financieros, respecto al resto de los subsistemas.

<sup>7</sup>La extrapolación temporal de la varianza es adecuada en la medida de que los retornos no presente covarianza intertemporal, i.e. autocorrelación estadísticamente significativa.

<sup>8</sup>Debido a que se ha sugerido que el tests de Kupiec pierde potencia en muestras pequeñas



Tabla 1: Est. Descriptivas y Test Jarque-Bera (Obligaciones)

	Sesgo	Curtosis	Estadígrafo Jarque-Bera	Probabilidad (p-value)
<i>Bancos</i>	-0.40720	11.83336	393.4575	0.000000
<i>FFPs</i>	1.826659	12.26965	297.8191	0.000000
<i>Mutuales</i>	0.179867	3.469016	1.048153	0.592102
<i>Cooperativas</i>	-0.40720	11.83336	22.12095	0.000016

Tabla 2: *VaR-i* de obligaciones (en porcentaje, a 30 días)

	<i>A la Vista</i>		<i>Cuenta de Ahorros</i>	
	Moneda nacional	Moneda extranjera	Moneda nacional	Moneda extranjera
<i>Bancos</i>	11.67	15.11	4.58	8.73
<i>FFPs</i>	33.90	21.33	4.49	12.86
<i>Mutuales</i>	46.66	53.76	5.04	13.82
<i>Cooperativas</i>	61.29	35.82	6.57	14.32

Como se puede observar en la tabla 1, las series cronológicas de las obligaciones con el público a la vista no aproximan una distribución de Gauss (la hipótesis nula de normalidad del test Jarque-Bera puede rechazarse con un nivel de significancia menor al 1 por ciento) en el caso de los bancos, fondos financieros privados y cooperativas de ahorro y crédito, por lo que sería impreciso utilizar un modelo Valor-en-Riesgo paramétrico gaussiano para medir el riesgo de liquidez en estas series. (Sólo en el caso de las Mutuales de Ahorro y Préstamo no se puede rechazar la hipótesis nula de normalidad del test Jarque-Bera a niveles de significancia convencionales.) Visualmente, este fenómeno es evidente al observar las distribuciones de probabilidad empíricas (aproximadas con kernels de Epanechnikov) de las obligaciones al público a la vista, que muestran una marcada leptocurtosis (Gráfico 3) y un alejamiento de los cuantiles de la distribución normal teórica, sobre todo en los extremos (colas) de la distribución (Gráfico 3). Debido a que las series de tiempo relevantes para la gestión de riesgos no aproximan una distribución normal, mostrando de hecho leptocurtosis y colas anchas, el *VaR* paramétrico gaussiano subestimaría los verdaderos riesgos de liquidez del sistema financiero.

En el Gráfico 3 se observan tres modelos *VaR* calculados para las obligaciones del público a la vista del sistema bancario en el periodo (mensual) enero de 1999 a diciembre de 2008. En la parte superior del Gráfico 3 se observa el modelo *VaR* no calibrado: los puntos de color celeste muestran las fallas del modelo *VaR*; en aproximadamente un 20 por ciento de los casos el modelo *VaR* subestima los retiros de las obligaciones a la vista.

En el gráfico 3(b) el modelo *VaR* fue calibrado en base a la puntuación de la densidad gaussiana estándar: para un nivel de confianza de 95 por ciento, el valor del multiplicador beta será  $\beta = 1,64$  (Jorion, 2001) y el valor del *VaR* gaussiano es de 10.77 por ciento. Sin embargo, dado que los datos no aproximan una distribución normal, el *VaR* gaussiano subestima el verdadero riesgo de liquidez dado que en las pruebas de backtesting el modelo *VaR* gaussiano tiene un 10 por ciento de fallas (se esperaría un 5 por ciento) y la hipótesis nula de un modelo *VaR* adecuado se

rechaza con un nivel de significancia de 5 pero no 1 por ciento (el estadígrafo de Kupiec es de 5.066).

Por último, en la parte inferior del gráfico 3 (gráfico 3(c)) se encuentra el modelo  $VaR-i$  de calibración indirecta, calibrado para un nivel de confianza de 95 por ciento. El valor de beta de  $\beta = 2,30$  no fue extraído de ninguna distribución teórica, sino que fue escogido para satisfacer el criterio de proporcionalidad de las pruebas de backtesting y superar este test. La proporción de fallas del modelo  $VaR-i$  es de 5.04 por ciento, un valor muy cercano al valor de probabilidad de 5 por ciento esperado para un nivel de confianza de 95 por ciento. La hipótesis nula del test de Kupiec no puede rechazarse a niveles de significación convencionales, por lo que el modelo  $VaR-i$  es estadísticamente adecuado para medir el riesgo de liquidez. En esta especificación, el valor del  $VaR-i$  es 15.11 por ciento, por lo que puede esperarse —con un horizonte temporal de un mes con y un nivel de confianza de 95 por ciento— que los retiros de las obligaciones con el público del sistema bancario alcanzarán como máximo un 15.11 por ciento.

En la tabla 2 se extiende la aplicación del modelo  $VaR-i$  para las obligaciones del público mensuales de los diferentes subsistemas, tanto en moneda nacional como en moneda extranjera. Debido a los altos valores del  $VaR-i$  de las Mutuales de Ahorro y Préstamo y las Cooperativas de Ahorro y Crédito, el riesgo de liquidez es mayor en éstas entidades. El  $VaR-i$  de las Mutuales de Ahorro y Préstamo, aproxima un  $VaR$  paramétrico gaussiano, debido a que las obligaciones del público a la vista de las entidades que componen este subsistema aproximan una densidad de Gauss.

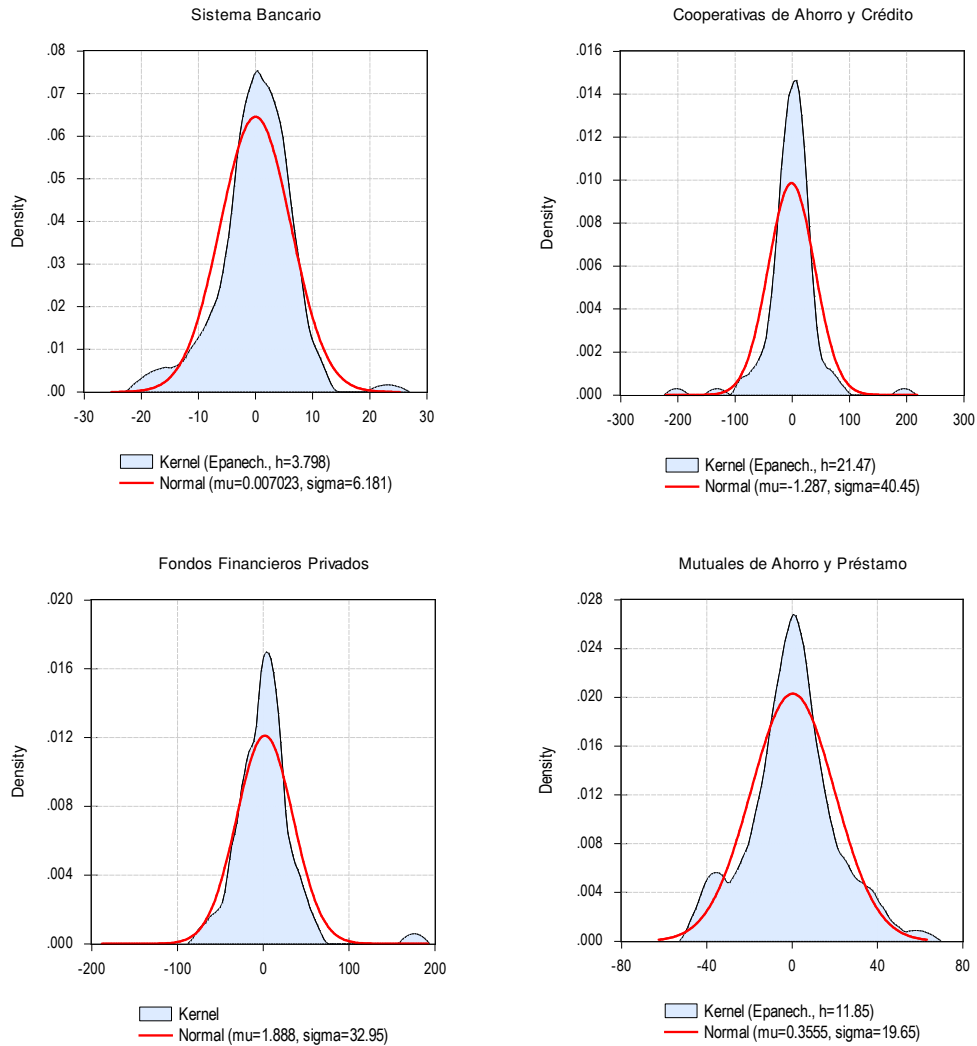
## 4. Conclusiones

En este estudio se desarrolló un modelo  $VaR$  paramétrico dinámico de calibración indirecta ( $VaR-i$ ) que tiene los dos primeros momentos estadísticos móviles para modelizar los periodos de mayor y menor volatilidad, y en el que el valor del multiplicador  $\beta$  es calculado (calibrado) para que el modelo  $VaR-i$  sea adecuado por construcción sin necesidad de establecer la distribución de probabilidad de los datos (para establecer el valor de  $\beta$  sólo se recurre al criterio de proporción de fallas o a evaluar la hipótesis nula de adecuabilidad del modelo  $VaR-i$  con el estadígrafo del test de Kupiec).

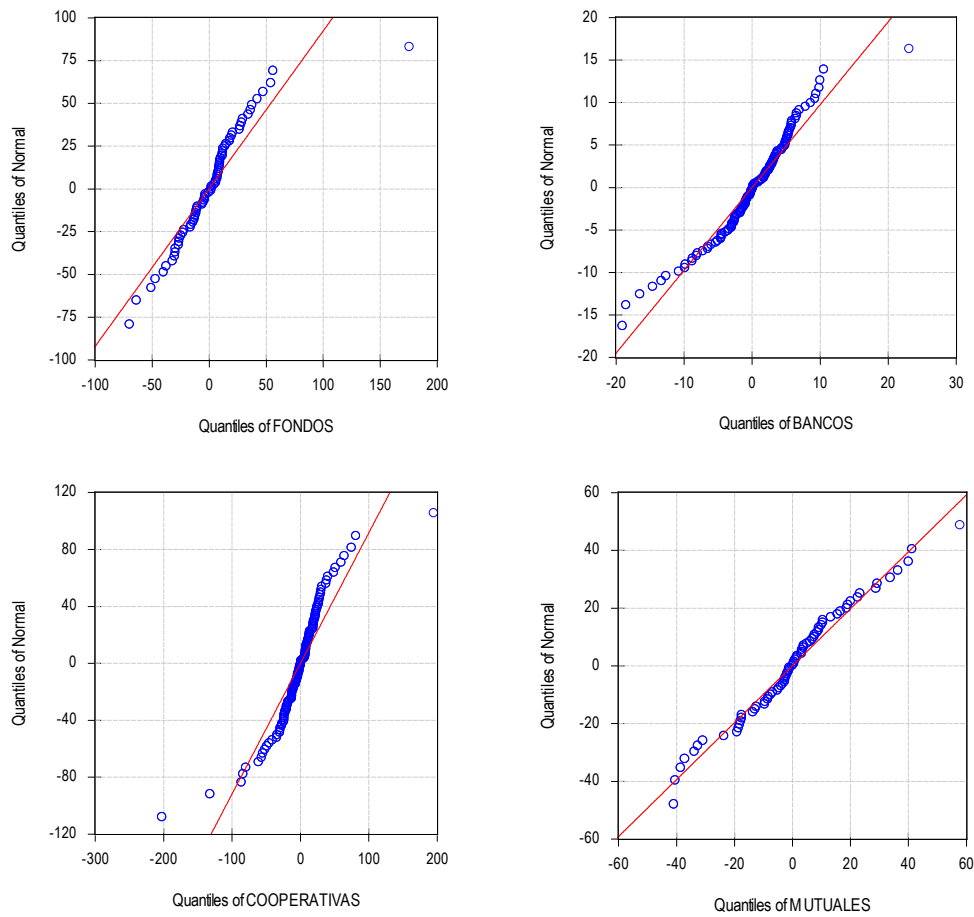
Este modelo proporciona a las entidades financieras en economías emergentes una herramienta básica, rigurosa y fácil de calibrar para medir con mayor precisión el riesgo de liquidez, mejorando la gestión de riesgos y reduciendo las asimetrías corporativas entre entidades. En el espíritu de la gestión de riesgos del Nuevo Acuerdo de Capital (Basilea II) el modelo  $VaR-i$  básico puede ser utilizado en su especificación original o también puede ser extendido con pronósticos de la volatilidad a  $h$ -pasos mediante modelos internos como e.g. la familia de modelos autoregresivos de heteroscedasticidad condicional como los propuestos en Engle (1982), generalizados en Bollerslev (1986), y extendidos para considerar asimetrías en Nelson (1991).

## Referencias

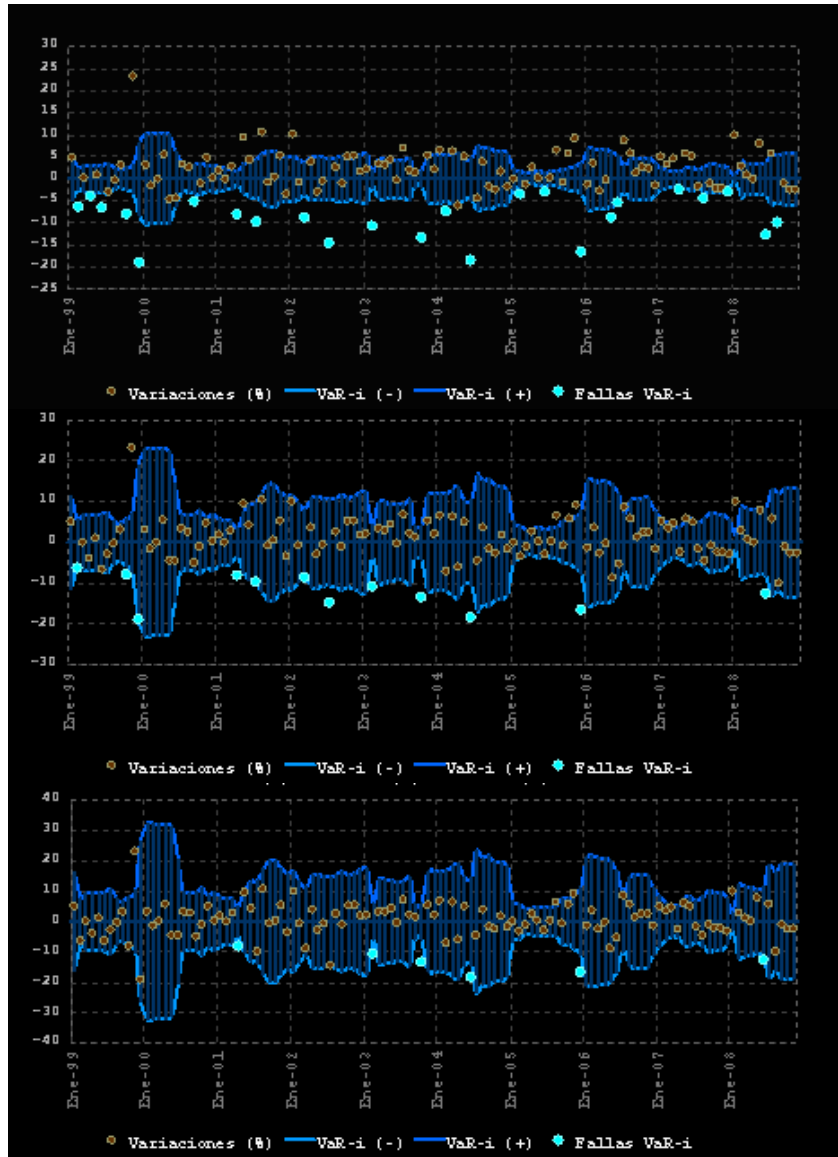
- [1] Artzner, Phillippe, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber, David Heath (1998), *Coherent Measures of Risk*, Mathematical Finance 9 no. 3, 203-228.
- [2] Bollerslev, Tim (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, Journal of Econometrics 31, pp. 307-327.
- [3] Campbell, Sean D. (2005), *A Review of Backtesting and Backtesting Procedures*, Finance and Economic Discussion Series 2005-21, Division of Research and Statistics and Monetary Affairs, Federal Reserve Board Washington D.C.
- [4] Engle, Robert F. (1982), *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, Econometrica Vol. 50, No. 4, pp. 987-1007.
- [5] Jorion, Phillippe (2001), *Value-at-Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 2nd. Edition McGraw-Hill USA.
- [6] ——— (2007), *Financial Risk Manager Handbook*, 4th. Edition, John Wiley & Sons Inc., USA, pp. 713.
- [7] Manganelli, Simone and Robert F. Engle (2001), *Value at Risk Models in Finance*, Working Paper No. 75, European Central Bank.
- [8] Nelson, Daniel B. (1991), *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, Econometrica, Volume 59, Issue 2, pp. 347-370.
- [9] Bank for International Settlements - Basel Committee on Banking Supervision (1996), *Supervisory Framework for the Use of Backtesting in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements*, disponible en: <http://www.bis.org/publ/bcbs22.pdf?noframes=1>



**Gráfico 1.** Distribuciones de Probabilidad empíricas (aproximadas con Kernels de Epanechnikov) y densidad teórica de Gauss: Obligaciones con el Público a la Vista del Sistema Bancario, Fondos Financieros Privados, Cooperativas de Ahorro y Crédito, y Mutuales de Ahorro y Préstamo de Bolivia. La leptocurtosis es notoria en todas las distribuciones empíricas de las obligaciones del público a la vista.



**Gráfico 2.** QQplots (densidad teórica de Gauss) para las observaciones de las obligaciones con el Público a la Vista del Sistema Bancario, Fondos Financieros Privados, Cooperativas de Ahorro y Crédito, y Mutuales de Ahorro y Préstamo de Bolivia. Sólo las obligaciones del Público a la Vista de las Mutuales de Ahorro y Préstamo aproximan la distribución Gaussiana; el resto de las series divergen particularmente en la cola de las distribuciones.



**3(a)**  
Modelo VaR-i  
sin calibrar  
( $\beta = 0.73$ )

**3(b)**  
Modelo VaR  
paramétrico  
tradicional  
( $\beta = 1.64$ )

**3(c)**  
Modelo VaR-i  
calibrado para  
superar el test  
de backtesting  
de Kupiec  
( $\beta = 2.30$ )

**Gráfico 3.** Modelo VaR de calibración indirecta (VAR-i) para la serie cronológica mensual de las variaciones de las Obligaciones del Público a la Vista del Sistema Bancario (enero 1999 a diciembre 2008). En el gráfico 3(a) se observa que el modelo VaR-i sin calibrar tiene un número considerable de fallas. En el gráfico 3(b) el modelo calibrado según la densidad de Gauss (VaR paramétrico tradicional) produce un número excesivo de fallas. En el gráfico 3(c) el modelo VaR-i calibrado tiene sólo las fallas suficientes (5%) para sobrepasar el test de backtesting de Kupiec.