Munich Personal RePEc Archive

# Labour Values and the Theory of the Firm. Part I: The Competitive Firm

Hagendorf, Klaus

EURODOS http://eurodos.free.fr/mime

9 November 2009

Online at https://mpra.ub.uni-muenchen.de/19457/
MPRA Paper No. 19457, posted 20 Dec 2009 13:50 UTC

# Arbeitswerte und die Theorie der Unternehmung.

## Teil I: Die Unternehmung unter vollständiger Konkurrenz

**Klaus Hagendorf**

eurodos@gmail.com

**Université Paris Ouest – Nanterre, La Défense, Dezember 2009**

**Zusammenfassung:** *Dieser Aufsatz ist der erste Teil einer marxistischen Kritik der mikroökonomischen Theorie der Unternehmung, in dessen Zentrum die Analyse von Arbeitswerten steht. Beginnend mit Adam Smiths Beispiel des Wildjägers wird die Marginalanalyse eingeführt, kulminierend in der Ableitung der Arbeitswertefunktion als der Angebotskurve einer Unternehmung unter vollständiger Konkurrenz, deren Funktionswerte Arbeitseinheiten sind. Die Analyse basiert auf einer neuen Definition des Arbeitswertes, die in ihrer Genesis marxistisch ist und ausdrücklich die Produktionsbedingungen berücksichtigt und dadurch modernen Methoden der mathematischen Optimierung gerecht wird, die bei Marx nicht vorkommen. Die Analyse ist somit eine Weiterentwicklung und kohärente Interpretation der Marxschen Werttheorie. Die Analyse ist beschränkt auf den Fall der Unternehmung in der vollständigen Konkurrenz.*

**Schlüsselwörter:** Marxistische Ökonomie; Arbeitswerttheorie; Werttheorie; Marginalanalyse; Mikroökonomie; Theorie der Unternehmung; Grenzkosten; Arbeitswertefunktion; Angebotskurve; Adam Smith;

**JEL Klassifizierung:** **A13; B14; B24; B51; D21; D41; D46**

# I. Einleitung

Die Marxisten tun sich besonders schwer mit der Entwicklung einer überzeugenden Kritik der bürgerlichen Mikroökonomie. Dies ist vor allem Folge des Versagens, einen konsistenten Ansatz der Arbeitswerttheorie entwickelt zu haben. Dieser Aufsatz ist Teil eines Werkes, eine marxistische Theorie der Produktion zu entwickeln, die auf einer Definition vom Arbeitswert basiert, die dem Geiste nach marxistisch ist aber adäquater, weil sie ausdrücklich die Produktionsbedingungen berücksichtigt und dadurch modernen Methoden der mathematischen Optimierung gerecht wird, die bei Marx nicht vorkommen.

Dieser Artikel beginnt mit der Untersuchung von Adam Smiths Beispiel der Wild- und Biberjäger, das die Arbeit als natürlichen Bestimmungsgrund des Preises rechtfertigt. Sicherlich hätte man sich gewünscht, das Adam Smith dieses Beispiel ausführlicher entwickelt hätte, aber Böhm-Bawerks Behauptung, Smith habe die Gültigkeit der Arbeitswerttheorie lediglich vorausgesetzt, ohne jedoch einen Beweis geliefert zu haben, ist ganz einfach ungerechtfertigt, genau so wie die Behauptung, die Arbeitswerttheorie gelte nur für 'the early and rude state of society'. Dies wird gezeigt, indem Adam Smiths Beispiel durch die Einführung einer abnehmenden Grenzproduktivität der Arbeit generalisiert wird. Wir zeigen, daß dies als Erklärung für die Existenz von Mehrarbeit ausreicht. In einem weiteren Schritt führen wir den Faktor Kapital ein und bieten eine Analyse von Arbeitswerten in der Theorie der Unternehmung für den Fall der vollständigen Konkurrenz. Der Kern dieses Artikels ist die Herleitung der *Arbeitswertefunktion* als dem minimalen zur Produktion eines Gutes benötigten Arbeitswertes in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge und dem Fachtorpreisverhältnis. Wir zeigen, daß die Grenzkosten gleich sind dem Produkt von Arbeitswerten und dem Lohnsatz. Abschließend werden einige sich aus dieser Analyse ergebende Konsequenzen für die Kapitaltheorie kurz gestreift.

## II. Die Morishima - Pasinetti Definition des Arbeitswertes ist falsch!

Die Eliminierung des Marxismus und der Marxisten aus der ökonomischen Theorie muß aufhören. Der westliche Marxismus des kalten Krieges, eingenommen der Ökonomie Sraffas und der neo-Ricardianer, hatte sicherlich den Effekt, eine große Konfusion in der Arbeiterbewegung und in den immer größer werdenden Strata der Bevölkerung mit höherer Bildung anzurichten - und dies nicht nur im Weste - aber er hatte keinerlei ernsthaften Einfluss auf die orthodoxe Ökonomie, noch trug er in irgend einer Weise zu praktischen Verbesserungen der Lage der Arbeiterklassen bei.

Auf der anderen Seite wurde die bürgerliche Ökonomie durch Entwicklungen des wissenschaftlichen Sozialismus herausgefordert, aber auch hier erwiesen sich die 'Cambridge Marxisten'[1] als sehr effizient in der Denunziation von Kantorowitsch und anderen Progressiven als 'Anti-Marxisten'. Im Kern dieses 'Cambridge Marxismus' steht eine Definition vom Arbeitswert, die eine starke Anspielung auf Marx' originales Konzept darstellt, die aber ganz einfach falsch ist, weil sie die wichtige Unterscheidung von *Arbeitswert* und *Wert der Arbeitskraft* ignoriert, die Differenz ist die *Mehrarbeit*.

Das, was die Cambridge Marxisten als Arbeitswerte deklarieren - $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{a_n}[\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}$; $\boldsymbol{\lambda}$ ist der Vektor der Arbeitswerte (*sic*), $\mathbf{a_n}$ ist der Vektor der Arbeitskoeffizienten, $\mathbf{A}$ ist die Matrix der technischen Koeffizienten (Pasinetti, 1977) – ist nichts anderes als die korrekte Definition vom *Wert der Arbeitskräfte*, die wir in diesem Artikel mit $\boldsymbol{v}$ bezeichnen. Dies entspricht nicht dem Marxschen Konzept des *variablen Kapitals*, sondern dem Konzept der *vertikal integrierten Arbeitskoeffizienten* bei Pasinetti. Die Differenz zwischen *Arbeitswerten*, $\boldsymbol{\lambda}$ und *Wert der Arbeitskräfte*, $\boldsymbol{v}$ ist die

1 Wir benutzen den Ausdruck 'Cambridge Marxisten' als Substitut für die 'Westlichen Marxisten des Kalten Krieges', wie Dobb, Meek, Steedman, Okishio, Morishima, eingeschlossen die Sraffianer und neo-Ricardianer wie Pasinetti, Heinz Kurz etc. bis zu Foley und Duménil & Lévy, um nur die eminentesten zu nennen. Während der Kalte Krieg vorbei ist, wird es immer 'Cambridge Marxisten' geben, solange es eine emanzipatorische Arbeiterbewegung gibt. Dies folgt aus einem Theorem über Ideologie, daß hier nicht bewiesen wird.

*Mehrarbeit*, **s**. Wenn die Cambridge Marxisten behaupten, ihre Definition sei die authentische Marxsche Definition in mathematischer Form, muß man zugestehen, daß dies in der Tat so erscheint, aber man sollte doch auch verstehen, daß man z.B. Descartes nicht dadurch ehrt, indem man darauf besteht, daß der Mond von einer milchigen Substanz umgeben sei! Wenn es eine nicht zu leugnende Schwäche in der klassischen und marxistischen Politischen Ökonomie gibt, ist es ihre Vernachlässigung der Methoden der mathematischen Optimierung in der Entwicklung ihrer Theorien. Aber die Anwendung dieser Methoden ist ein absoluter Imperativ in der ökonomischen Analyse. Wenn Arbeit die einzige *Quelle* von Werten ist, muß ihr Einsatz optimal sein. Die Definition der *gesellschaftlich notwendigen Arbeit* wie sie Marx bietet (1867, S. 54), ist ein Konzept aus feudalen Zeiten. Die moderne Morishima-Pasinetti Definition (die vertikal integrierten Arbeitskoeffizienten) ist nichts anderes als ein Aufsummieren der Arbeitszeit, die direkt oder indirekt benötigt wird um eine Ware zu produzieren. Ihre wichtigste Schwäche ist die Vernachlässigung der Produktionsbedingungen. Ein gewisser Fortschritt wurde von Sraffa gemacht mit seinem Konzept der *Mengen datierter Arbeit*, die auf Sraffas *Produktionskosten* basiert oder in konventioneller Terminologie, den *Durchschnittskosten*. Allgemeiner werden Produktionsbedingungen nur dann richtig berücksichtigt, wenn man *Grenzkosten* benutzt. Wir schlagen folgende Definition für Arbeitswerte vor:

*Der Arbeitswert einer Ware ist die zusätzliche Menge Arbeit, die notwendig ist, eine zusätzliche Einheit der Ware zu produzieren unter der Bedingung alle anderen Produktionsfaktoren konstant zu belassen. Der minimale Arbeitswert, notwendig zur Produktion einer sozial bestimmten Menge einer Ware, ist die sozial notwendige Arbeit.*

In mathematischer Form ist die zusätzliche Menge von Arbeit $\Delta\mathbf{L}$ und die zusätzliche Einheit des

Produktes $\Delta\mathbf{Q}$. Der Arbeitswert dieser zusätzlichen Einheit des Produktes ist $\frac{\Delta L}{\Delta Q}$ oder für infinitesimale Änderungen $\lambda = \frac{\delta L}{\delta Q}$. Wir benutzen partielle Ableitungen, um anzuzeigen, daß die anderen Faktoren konstant bleiben. Man bemerke, daß der Arbeitswert genau der Kehrwert der Grenzproduktivität der Arbeit, $\lambda = \frac{1}{\delta Q / \delta L}$, ist. Die Brauchbarkeit dieser Definition wird im Folgenden deutlich. Wir beweisen die Gültigkeit der Arbeitswerttheorie für Märkte der vollständigen Konkurrenz durch Anwendung dieser Definition von Arbeitswerten in der mikroökonomischen Theorie der Unternehmung und der Bestimmung der Gleichgewichtspreise.

13 Jahre vor der Publikation des *Kapital*, hatte Hermann Heinrich Gossen anscheinend eine Marginalanalyse entwickelt, nicht nur vom Nutzen, sondern auch von Arbeitswerten. Es ist diese Art der Analyse, die die kohärente Behandlung von Werten und Preisen bietet, weil es die angemessene Anwendung des ökonomischen Prinzips in Bezug auf Arbeit ist. Da Arbeit – abgesehen von der Natur[2] – die einzige *Quelle von Werten* ist, muß ihre Anwendung in allen Arbeitsprozessen optimal sein, und die Marginalanalyse als eine der wichtigsten Methoden der mathematischen Optimierung ist die Methode, die natürlicher Weise angewandt wird.

Das Problem ist, daß die Politische Ökonomie sowohl eine politische als auch soziale Wissenschaft ist; es ist die Wissenschaft, die die Fundamente des Klassenkampfes untersucht und deshalb wurden Arbeitswerte in ihrer effizienten marginalen Definition systematisch durch die bürgerlichen Ökonomen von der Ökonomie verbannt.

2 In dieser Diskussion ignorieren wir die Wertschöpfung durch die Natur, ihre Prozesse als kostenlos betrachtend. Dies ist natürlich in unserer Zeit absolut unzulässig und der Leser ist aufgefordert, die Diskussion gerade in diesem Punkt weiterzuentwickeln.

Leider gibt es keine Sozialisten oder marxistischen Ökonomen, die das Konzept richtig verstanden haben. Es gibt keinen Hinweis in der ökonomischen Literatur zu Jevons Bemerkung, daß Waren zu ihren Arbeitswerten getauscht werden! (Jevons, 1871, S. 187), eine Bemerkung, die auf dem marginalen Konzept vom Arbeitswert beruht.

Jetzt werden wir einige der einfachsten Eigenschaften der Marginalanalyse der Arbeitswerte darstellen, indem wir Adam Smiths Beispiel der Wild- und Biberjäger benutzen.

## III. Die klassische Sicht der Produktion[3]

Adam Smith erwog:

> "In that early and rude state of society which precedes both the accumulation of stock and the appropriation of land, the proportion between the quantities of labour necessary for acquiring different objects seems to be the only circumstance which can afford any rule for exchanging them for one another. If among a nation of hunters, for example, it usually costs twice the labour to kill a beaver which it does to kill a deer, one beaver should naturally exchange for or be worth two deer. It is natural that what is usually the produce of two days or two hours labour, should be worth double of what is usually the produce of one day's or one hour's labour."
>
> (Smith,1776, Book. I, Chapter VI)

Auf dieses Beispiel das moderne Instrument der Produktionsfunktion anwendend, erkennen wir sofort, daß Adam Smith hier eine sehr spezielle Annahme konstanter Produktionskoeffizienten macht. Dies erschien ihm als genügend, da er eine primitive Form der Produktion unter normalen Umständen betrachtete. Diese Sichtweise wurde auch von Marx übernommen. Aber sogar unter primitiven Verhältnissen gibt es keine gewöhnlichen Produktionsbedingungen. Deshalb waren die Sammler und Jäger Nomaden. Jedenfalls beginnen wir, Adam Smiths Beispiel zu entwickeln, indem wir moderne Analysemethoden benutzen.

3 Es handelt sich im Folgenden natürlich um eine Karikatur der Klassiker, um den Gegensatz Marxismus – Marginalismus als bürgerliche Ideologie zu entlarven. Man denke nur an Turgot und seine S-förmige Produktionsfunktion für die Agrarökonomie.

**Abbildung 1** zeigt die Produktionsfunktionen mit konstanten Arbeitskoeffizienten für die Wild- und Biberjagd. Die mathematische Formel für die Produktion von Wild ist:

$$Q_D = A_D L_D;$$

$Q_D$ – Menge an gejagtem Wild (englisch 'deer'), **(1)**
$A_D$ – durchschnittliche Arbeitsproduktivität,
$L_D$ – Menge Arbeitskraft, eingesetzt zur Wildjagd

und zur Biberjagd:

$$Q_B = A_B L_B;$$

$Q_B$ – Menge gejagter Biber, **(1a)**
$A_B$ – durchschnittliche Arbeitsproduktivität,
$L_B$ – Menge Arbeitskraft, eingesetzt zur Biberjagd

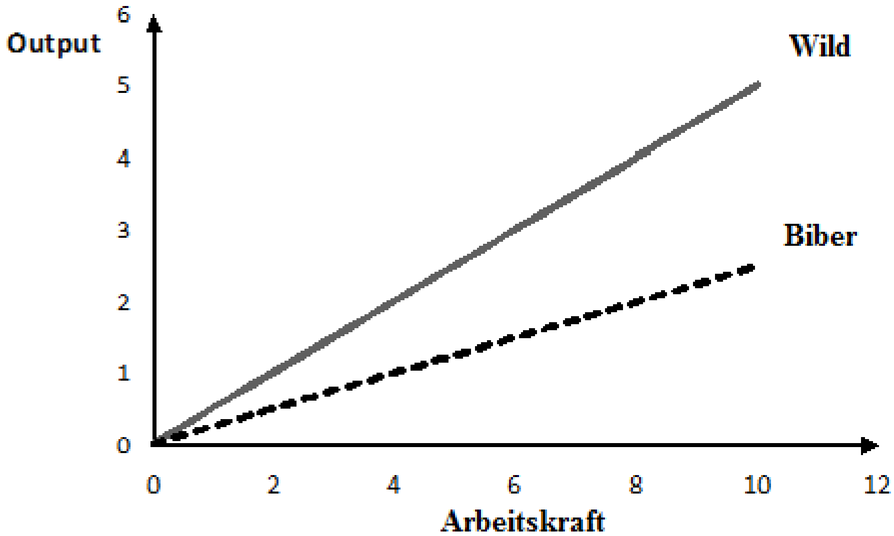


**Abb. 1: Produktionsfunktionen für die Wild- und Biberjagd**

Es ist sehr wichtig, zu erkennen, daß es sich bei dem Produktionsfaktor um *Arbeitskraft* handelt, die sorgfältig vom *Arbeitswert* unterschieden werden muß (Marx, 1867, Kapitel 8, Der Arbeitstag, S. 248; Fisher, 1906, S. 175, Fußnote).

**Abbildung 2** zeigt die durchschnittliche Arbeitsproduktivität der Wild- und Biberjagd. Für den Fall konstanter Koeffizienten sind diese gleich den Grenzproduktivitäten der Arbeit. Sie sind konstant und unabhängig von der Produktionsmenge und der Menge der eingesetzten Arbeitskräfte.

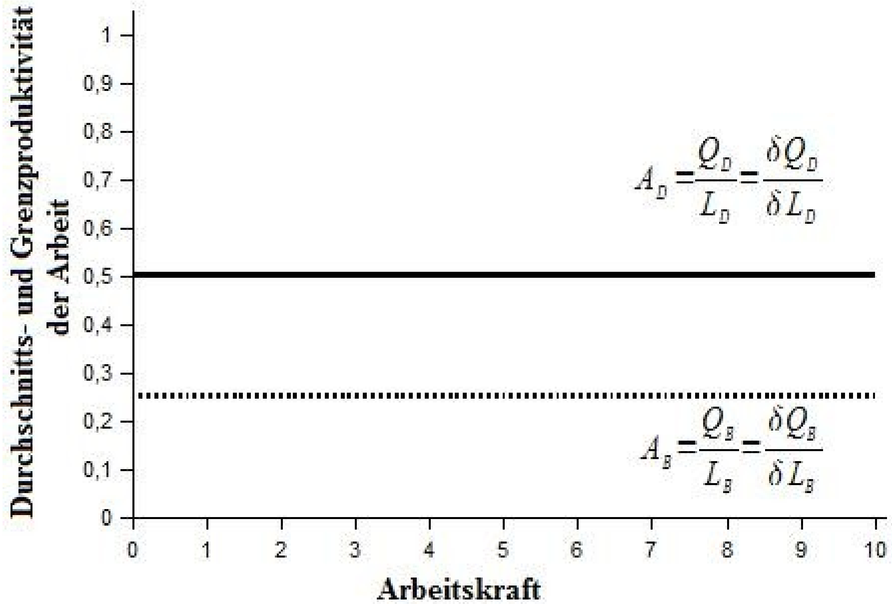


**Abb. 2: Durchschnittliche und Grenzproduktivitäten der Arbeit für die Wild- und Biberjagd**

Um Ausdrücke für Arbeitswerte zu erhalten, bilden wir die Kehrwerte der Durchschnitts- und Grenzproduktivitäten der Arbeit. Diese sind in **Abbildung 3** dargestellt, die die Arbeitswerte zeigt wie sie von den Klassikern und Marx verstanden worden sind. Die Arbeitswerte sind unabhängig von der Produktionsmenge, aber dies ist natürlich ein sehr spezieller Fall.[4]

**Abbildung 4** zeigt die Produktionsmöglichkeitskurve für die Wild- und Biberjagd für diesen speziellen Fall konstanter, durchschnittlicher Arbeitsproduktivität. Diese Funktion zeigt die möglichen Kombinationen von Wild und Biber, die mit einer gegebenen Menge von effizient eingesetzter Arbeitskraft maximal erbeutet werden können. Deshalb zeigt die Steigung dieser Geraden, **α**, den Preis, der in Mengeneinheiten eines Produktes aufgegeben werden muß, um eine zusätzliche Einheit

4 Dieser spezielle Fall von Produktionsbedingungen – die Arbeitskraft ist einziger Produktionsfaktor und die Produktionselastizität der Arbeit, a = 1, mit einer horizontalen Angebotskurve mit konstantem Arbeitswert, der damit die *gesellschaftlich notwendige Arbeit* darstellt, unabhängig von der Nachfrage – bietet die *Standardmaßeinheit* des Arbeitswertes. Eine Stunde, eine Einheit Arbeitskraft eingesetzt unter diesen Produktionsbedingungen, ist gleich einer Einheit Arbeitswert. Diese Standartmaßeinheit des Wertes ist auch unabhängig von der Verteilung, i.e., bleibt konstant, welchen Wert auch immer der Lohnsatz oder der Zinssatz annehmen.

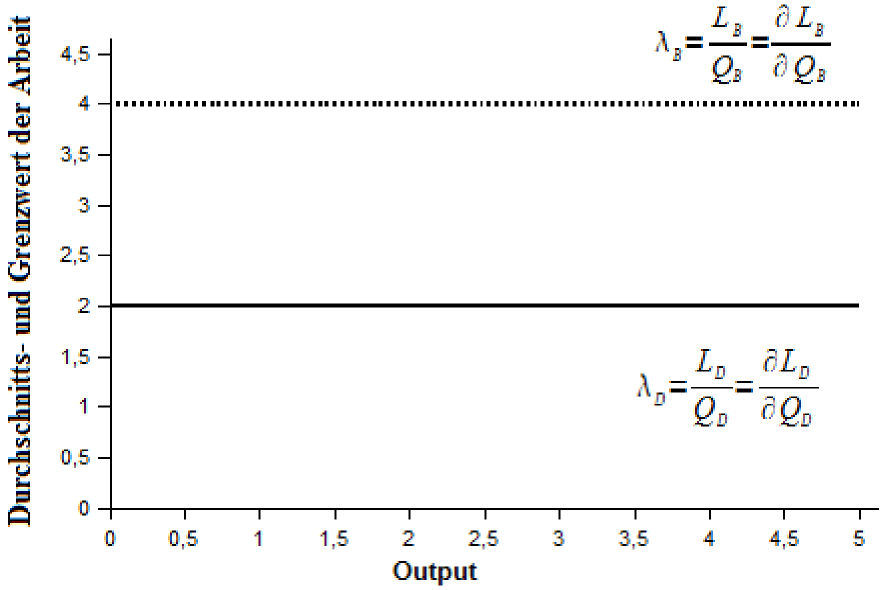


**Abb. 3: Durchschnitts- und Grenzwerte der Arbeit für die Wild- und Biberjagd**

des anderen Produktes erhalten zu können. Der Preis wird hier verstanden als die Opportunitätskosten, ein bestimmtes Gut zu produzieren. Das Verhältnis der Preise ist gleich dem Verhältnis der Durchschnitts- und Grenzwerte der Arbeit und gleich dem Kehrwert des Verhältnisses der Durchschnitts- und Grenzproduktivitäten der Arbeit.

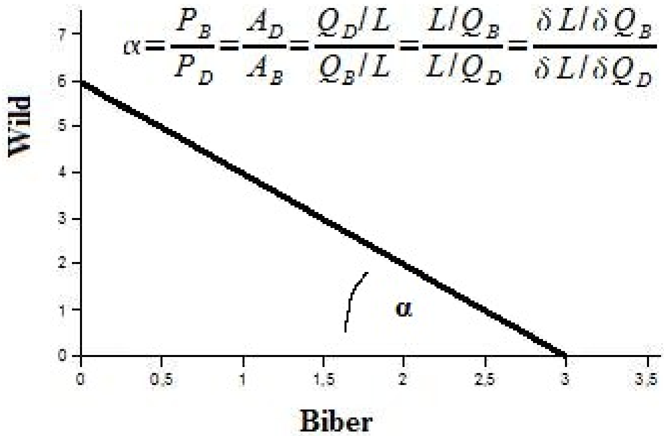


**Abb. 4: Produktionsmöglichkeitskurve für Wild- und Biberjagd**

Die Herleitung der Gleichung der Produktionsmöglichkeitskurve ist einfach. Wir bilden aus **(1)** und **(1a)** die inversen Funktionen:

$$L_D = \frac{Q_D}{A_D} \qquad \textbf{(2)}$$

und

$$L_B = \frac{Q_B}{A_B} \qquad \textbf{(2a)}$$

Eine gegebene Menge an Arbeitskräften, **L**, kann entweder für die Wild- oder die Biberjagd eingesetzt werden.

$$L = L_D + L_B \qquad \textbf{(3)}$$

**(2)** und **(2a)** in **(3)** eingesetzt ergibt:

$$L = \frac{Q_D}{A_D} + \frac{Q_B}{A_B} \qquad \textbf{(4)}$$

Aufgelöst nach $\boldsymbol{Q_D}$

$$Q_D = A_D L - \frac{A_D}{A_B} Q_B \qquad \textbf{(5)}$$

Die Steigung dieser Produktionsmöglichkeitskurve **(5)** ist das Verhältnis der durchschnittlichen Arbeitsproduktivitäten und dies ist gleich dem Kehrwert des Verhältnisses der Preise wie in Gleichung **(6)** gezeigt ist.

$$\frac{P_B}{P_D} = \frac{A_D}{A_B} = \frac{Q_D / L_D}{Q_B / L_B} = \frac{L_B / Q_B}{L_D / Q_D} = \frac{\delta L_B / \delta Q_B}{\delta L_D / \delta Q_D} \qquad \textbf{(6)}$$

Für die Arbeitskraft (pro Stück) und den Arbeitswert (pro Stück) $\boldsymbol{v}$ und $\boldsymbol{\lambda}$ schreibend

$$v = L / Q ; \lambda = \partial L / \partial Q \qquad \textbf{(7)}$$

können wir **(6)** auch ausdrücken als

$$\frac{P_B}{P_D} = \frac{A_D}{A_B} = \frac{Q_D / L_D}{Q_B / L_B} = \frac{v_B}{v_D} = \frac{\lambda_B}{\lambda_D} \qquad \textbf{(6a)}$$

Eine wichtige Konsequenz der Konstanz der durchschnittlichen Arbeitsproduktivitäten und

Arbeitswerte ist, daß die Produktionsmöglichkeitskurve eine gerade Linie ergibt. Welche realisierbare Kombination von Produktionsmengen auch gewählt wird, das Verhältnis der Preise (Arbeitswerte) bleibt konstant. Dies ist die Bedingung, unter der die 'Nachfrage' keinen Einfluss auf die Arbeitswerte hat und deshalb auch nicht auf die Preise! Man kann die horizontalen Linien in **Abbildung 3** als die Angebotskurven zu Arbeitswerten interpretieren. Die Angebotskurven zu Preisen erhält man durch Multiplikation der Arbeitswert mit dem Lohnsatz. Wo auch immer diese Angebotskurve von der Nachfragekurve geschnitten wird, der Preis bleibt konstant. Die Waren werden zu ihren Arbeitswerten getauscht. Wenn wir das Verhältnis der Preise in Gleichung **(6)** mit dem Verhältnis der Produktionsmengen multiplizieren, erhalten wir das Verhältnis der Gesamtwerte der Produktionsmengen.

$$\frac{P_B Q_B}{P_D Q_D} = \frac{L_B}{L_D} = \frac{\frac{\delta L_B}{\delta Q_B} Q_B}{\frac{\delta L_D}{\delta Q_D} Q_D} \qquad \textbf{(8)}$$

Allerdings müssen wir berücksichtigen, daß $\mathbf{L_B}$ und $\mathbf{L_D}$ die Mengen von Arbeitskräften bezeichnen. Wenn die durchschnittliche Arbeitsproduktivität und deshalb auch die durchschnittlichen Arbeitswerte konstant sind, gibt es keine Mehrarbeit. In diesem speziellen Fall, der von Adam Smith vorgebracht wurde, entsprechen die Arbeitswerte $\boldsymbol{\lambda_D}$ und $\boldsymbol{\lambda_B}$ den Werten der Arbeitskräfte $\boldsymbol{\nu_D}$ and $\boldsymbol{\nu_B}$.

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_D} = \frac{\nu_B}{\nu_D} \qquad \textbf{(9)}$$

Im Folgenden zeigen wir, daß im allgemeinen Fall *variabler Durchschnitts-* und *Grenzproduktivitäten der Arbeit* und folglich *variabler durchschnittlicher und marginaler Arbeitswerte,* das Verhältnis der Preise gleich dem Verhältnis der *Arbeitswerte* ist wie in der folgenden Formel:

$$\frac{P_B}{P_D}=\frac{\lambda_B}{\lambda_D}=\frac{\frac{\partial L_B}{\partial Q_B}}{\frac{\partial L_D}{\partial Q_D}} \qquad \textbf{(10)}$$

## IV. Die Marginalanalyse von Arbeitswerten

Das Model verallgemeinernd führen wir Produktionsfunktionen für die Wild- und Biberjagd ein, die abnehmende Grenzproduktivitäten der Arbeit aufweisen. Wir ignorieren den Fall steigender marginaler Arbeitsproduktivitäten, weil ein solcher Fall nicht als stabil angesehen werden kann, die Produktion würde erweitert werden, bis abnehmende Grenzproduktivitäten einsetzen. Die für die Produktion von Wild und Biber notwendige Arbeit wird eine Funktion der gejagten Mengen. Aber bei der Bestimmung der Kosten der Produkte sind nicht die Durchschnittswerte der Arbeit maßgeblich, sondern die Grenzwerte der Arbeit, notwendig, eine marginale (zusätzliche) Einheit

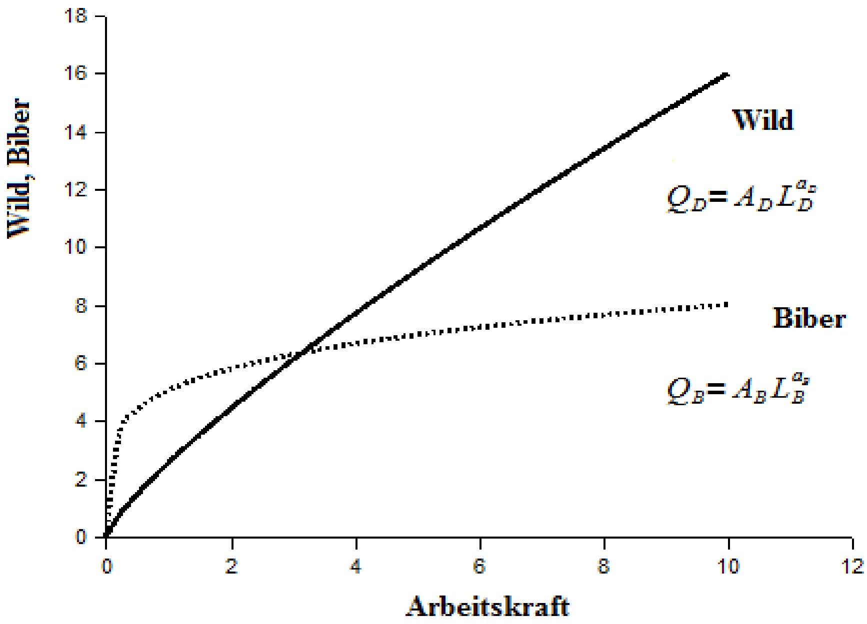

**Abb. 5: Produktionsfunktionen der Wild- und Biberjagd**

des Produktes zu erzeugen. Der Preis (in Arbeitswerten) - die Arbeit pro Stück – wird eine Funktion der Produktionsmenge. Hier haben wir eine Angebotskurve in ihrer einfachsten Form, basierend auf Arbeitswerten!

In **Abbildung 5** sind die Produktionsfunktionen für Wild und Biber mit abnehmenden Grenzproduktivitäten der Arbeit dargestellt.

Die Durchschnitts- und Grenzproduktivitäten der Arbeit für die Wild- und Biberjagd, die nun mit der Beschäftigungsmenge variieren, sind in den **Abbildungen 6a** und **6b** dargestellt.

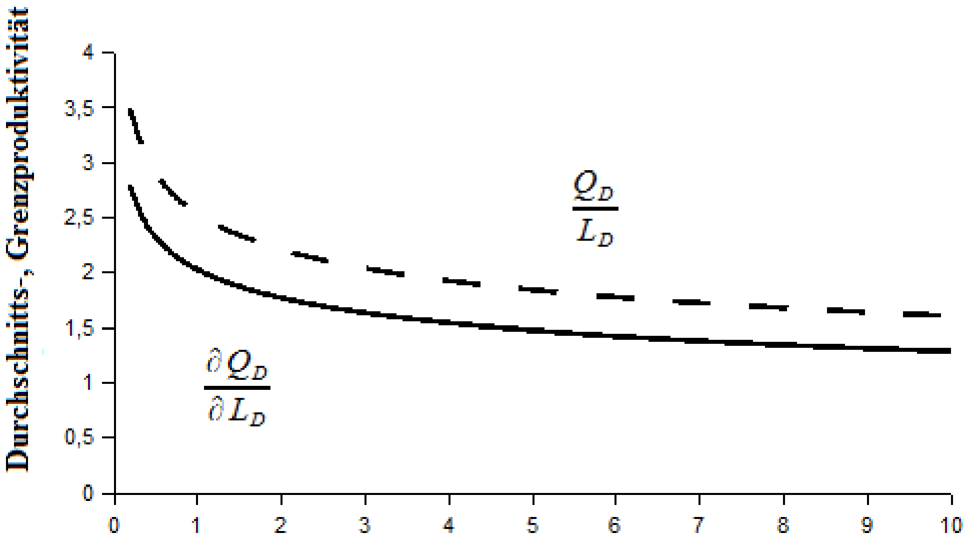


**Abb. 6a: Durchschnitts- und Grenzproduktivitäten der Arbeit für die Wildjagd**

Um die Funktionen der Durchschnitts- und Grenzwerte der Arbeit zu erhalten, ist es notwendig, die inversen Funktionen der Produktionsfunktionen zu bilden und auf der Basis dieser Funktionen die Durchschnitts- und Grenzwerte der Arbeit zu berechnen wie sie in den **Abbildungen 7a** und **7b** dargestellt sind. Es sei darauf hingewiesen, daß die *Grenzwerte der Arbeit* notwendiger Weise größer als die *Durchschnittswerte der Arbeit* sind.

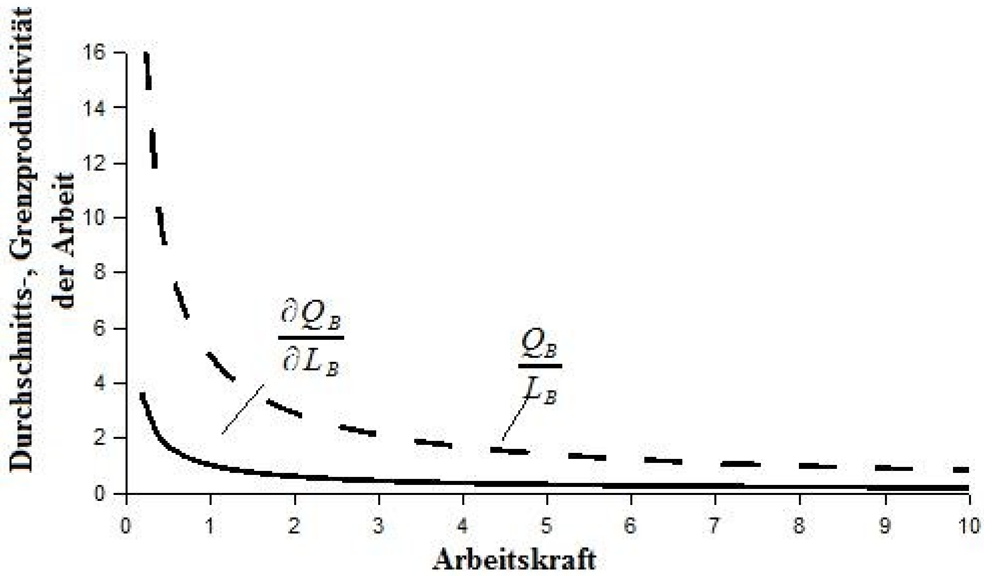


**Abb. 6b: Durchschnitts- und Grenzproduktivität der Arbeit für die Biberjagd**

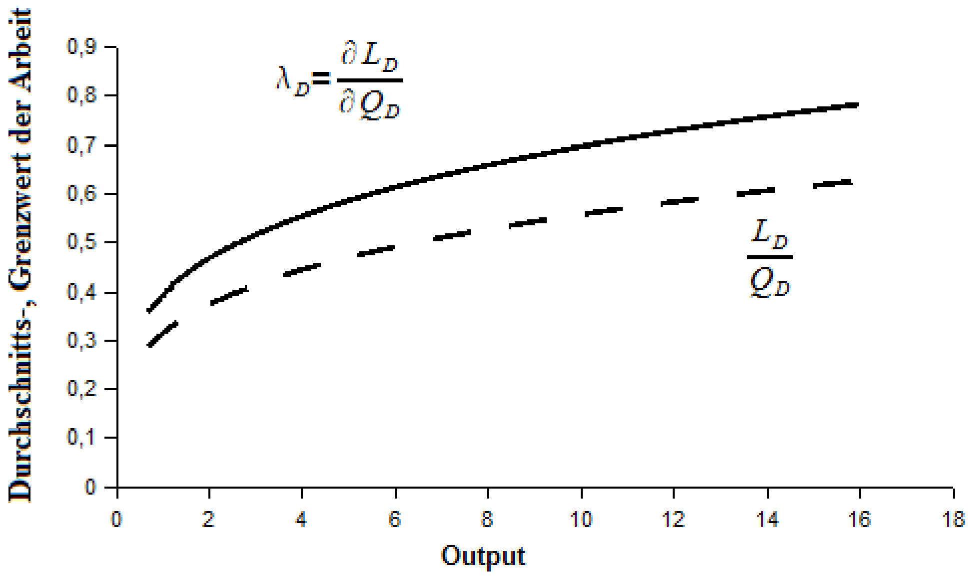


**Abb. 7a: Durchschnitts- und Grenzwerte der Arbeit für die Wildjagd**

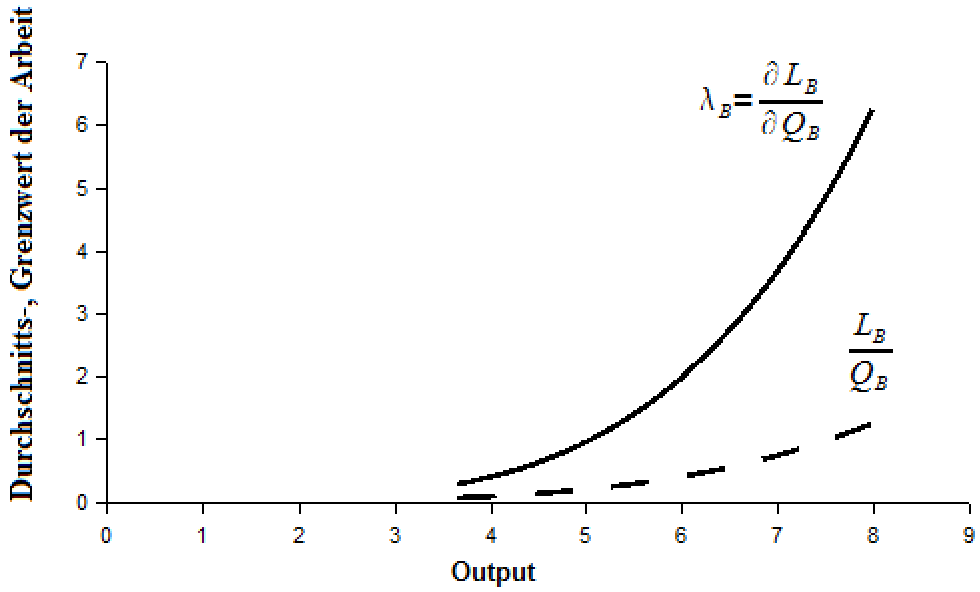


**Abb. 7b: Durchschnitts- und Grenzwerte der Arbeit für die Biberjagd**

In der Tat sind die *Grenzwerte der Arbeit* als Funktion der Produktionsmenge nichts anderes als die *Angebotskurve* als Arbeitswerte. Diese Funktion nenne ich *Funktion der Arbeitswerte* oder *Arbeitswertefunktion*.

$$\lambda = f(Q) \qquad \textbf{(11)}$$

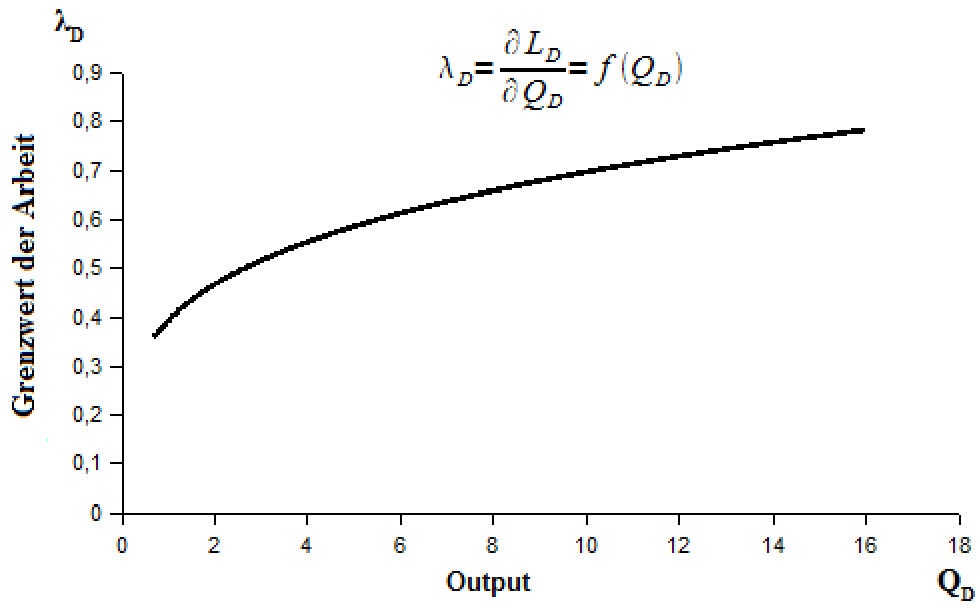


**Abb. 8a: Die Arbeitswertefunktion für die Wildjagd**

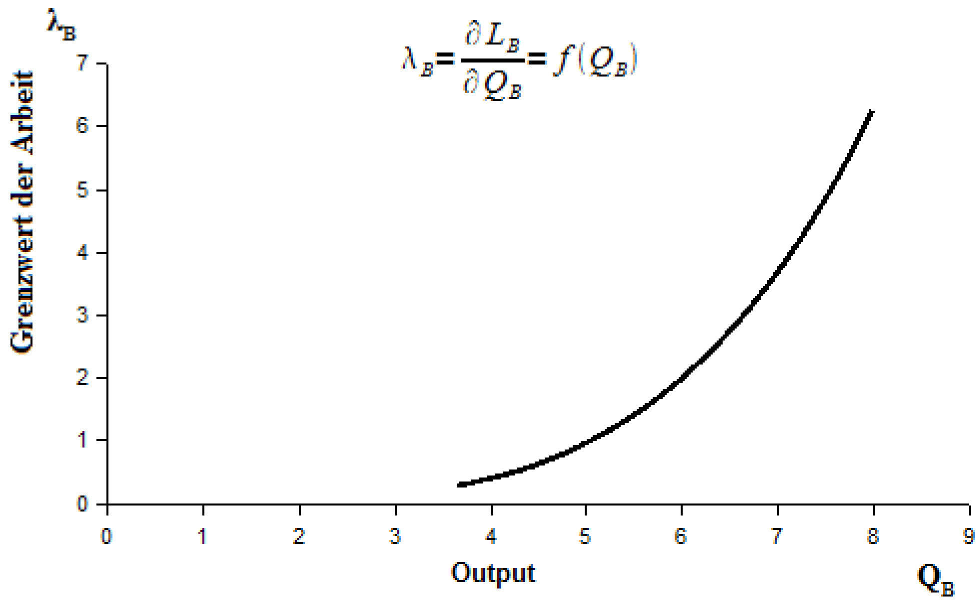


**Abb. 8b: Die Arbeitswertefunktion für die Biberjagd**

Alle Punkte auf der *Arbeitswertefunktion* repräsentieren die minimalen Arbeitswerte zur Produktion der entsprechenden Produktionsmengen. Der Punkt, in dem die *Arbeitswertefunktion* von der Nachfragekurve[5] geschnitten wird, definiert die *gesellschaftlich notwendige Arbeit*.

Nun verlassen wir Adam Smiths Beispiel für einen Moment und betrachten eine Marktsituation für die wir die Arbeitswertefunktion hergeleitet haben. Die Multiplikation der Arbeitswerte dieser Funktion mit dem Lohnsatz, **w**, ergibt die Grenzkostenkurve, die die Grenzkosten als Funktion der Produktionsmenge angibt.

$$\frac{dC}{dQ} = w\lambda = w\,f(Q) \qquad \textbf{(12)}$$

$\boldsymbol{\frac{dC}{dQ}}$ – Grenzkosten, **w** – Lohnsatz,

5 Eine Nachfragefunktion zu Arbeitseinheiten weist jeder bestimmten Menge einer Ware eine bestimmte Menge an Arbeitseinheiten zu, die der Konsument bereit ist zu opfern, um eine zusätzliche Einheit der Ware zu erlangen $\Lambda = \frac{\partial L}{\partial Q} = f(Q)$ . Diese Arbeitswerte entsprechen dem 'labour commanded', (**Λ** = **p/w**), im Sinne der Klassiker.

**Abbildung 9** zeigt ein ordinäres Diagramm mit *Angebots-* und *Nachfragekurven* für einen Wirtschaftsbereich für den Fall der vollständigen Konkurrenz. Der Gleichgewichtspreis ist wohl bestimmt durch die Arbeitswerte. Im Gleichgewicht ist 'labour commanded, $\mathbf{\Lambda = p_e/w}$, gleich 'labour embodied', $\lambda_e$. Der Gleichgewichtspreis, $\mathbf{p_e}$, ist *die gesellschaftlich notwendige Arbeit*, $\lambda_e$, multipliziert mit dem Lohnsatz, ***w***.

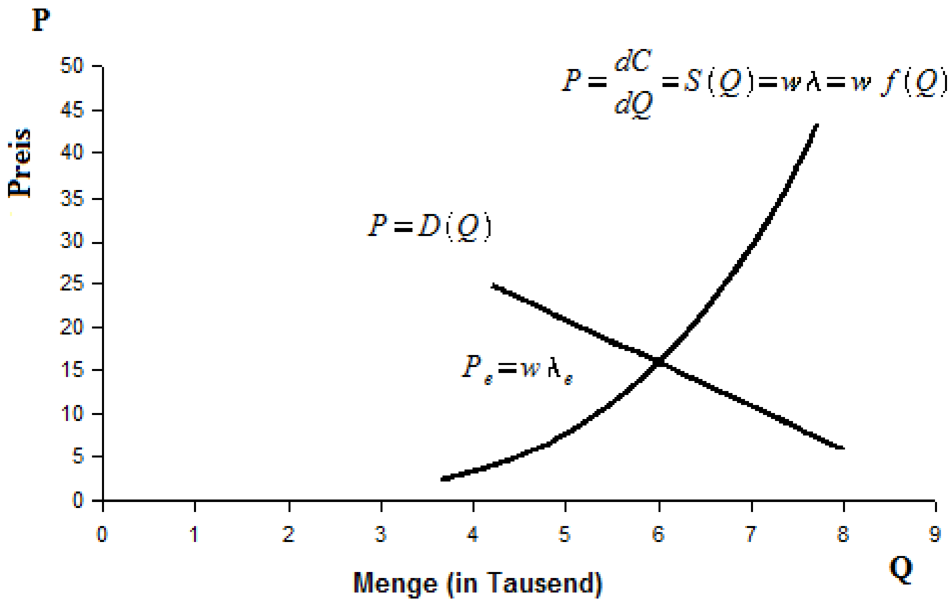


**Abb. 9: Angebots- und Nachfragekurve für einen Wirtschaftsbereich**

Unter Bedingungen der vollständigen Konkurrenz ist der Preis den Arbeitswerten proportional. Die Angebotskurve eines Wirtschaftsbereichs ist die Summe der Angebotsmengen der einzelnen Firmen dieses Wirtschaftsbereiches.

Nun entwickeln wir die Produktionsmöglichkeitskurve für den allgemeinen Fall abnehmender Grenzproduktivitäten der Arbeit. Die Prozedur ist die gleiche wie zuvor.

Aus den Produktionsfunktionen

$$Q_D = A_D L_D^{a_D} \qquad \textbf{(13a)}$$

und

$$Q_B = A_B L_B^{a_B} \qquad \textbf{(13b)}$$

leiten wir die Nachfragefunktion nach Arbeitskräften ab:

$$L_D = \left(\frac{Q_D}{A_D}\right)^{(1/a_D)} \qquad \textbf{(14a)}$$

und

$$L_B = \left(\frac{Q_B}{A_B}\right)^{(1/a_B)} \qquad \textbf{(14b)}$$

Eine bestimmte Menge an Arbeitskräften kann alternativ für die Wild- oder Biberjagd eingesetzt werden.

$$L = L_D + L_B \qquad \textbf{(15)}$$

**(14a)** und **(14b)** in **(15)** eingesetzt ergibt:

$$L = \left(\frac{Q_D}{A_D}\right)^{(1/a_D)} + \left(\frac{Q_B}{A_B}\right)^{(1/a_B)} \qquad \textbf{(16)}$$

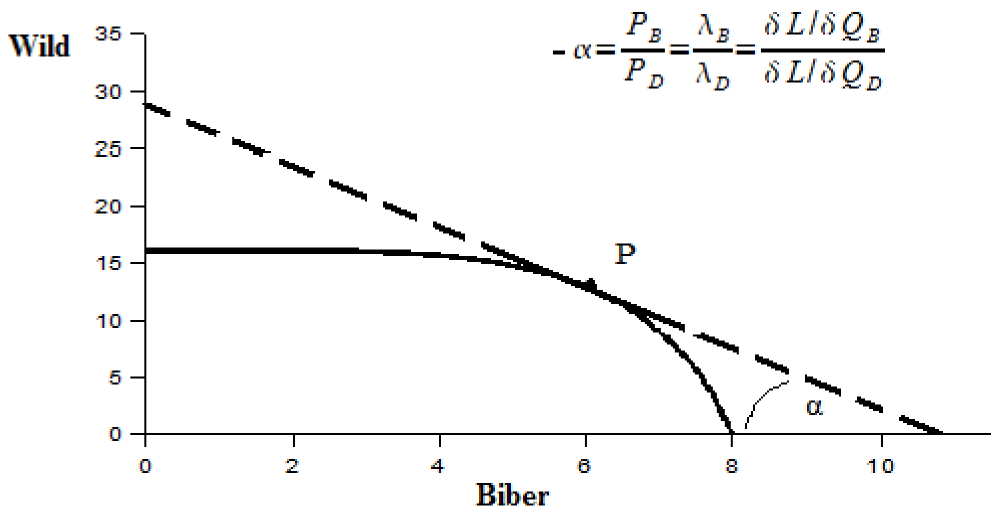


**Abb. 10: Die Produktionsmöglichkeitskurve der Jagd nach Wild oder Bibern**

und dies nach $\mathbf{Q_D}$ aufgelöst ist

$$Q_D = \left[ A_D^{1/a_D} L - \frac{A_D^{1/a_D}}{A_B^{1/a_B}} Q_B^{1/a_B} \right]^{a_D} \qquad \textbf{(17)}$$

Der negative Wert der Steigung der *Produktionsmöglichkeitskurve* (da diese negativ ist, ist dieser Wert positiv), ist die *Grenzrate der Transformation*, (GRT) und gibt das Verhältnis der Preise im Sinne von Opportunitätskosten an wie oben diskutiert.

$$GRT = -\frac{dQ_D}{dQ_B} = \frac{\partial L / \partial Q_B}{\partial L / \partial Q_D} = a_D \left[ A_D^{1/a_D} L - \frac{A_D^{1/a_D}}{A_B^{1/a_B}} Q_B^{1/a_B} \right]^{a_D - 1} \left[ -\frac{1}{a_B} * \frac{A_D^{1/a_D}}{A_B^{1/a_B}} Q_B^{1/a_B - 1} \right] \qquad \textbf{(18)}$$

Aber diese Steigung ist auch gleich dem Verhältnis der Grenzkosten und ist auch gleich dem Verhältnis der Arbeitswerte. Dieses gilt für alle Punkte der *Produktionsmöglichkeitskurve*. Der Punkt, der durch die Nachfragebedingungen ausgewählt wird (in der Abbildung **P**) repräsentiert das Verhältnis der Gleichgewichtspreise, die Ausdruck sind der *gesellschaftlich notwendigen Arbeit* zur Produktion der entsprechenden Waren.

Alle diese Bedingungen gelten nur für den Fall der vollständigen Konkurrenz. Dieser Zustand wird als *Pareto effizient* bezeichnet. In einem *Pareto effizienten Gleichgewicht* sind die Preise den Arbeitswerten proportional wie wir es oben in Gleichung (10) angegeben haben.

$$GRT = \frac{P_B}{P_D} = \frac{\lambda_B}{\lambda_D} = \frac{\frac{\partial L_B}{\partial Q_B}}{\frac{\partial L_D}{\partial Q_D}} \qquad \textbf{(10)}$$

Was den allgemeinen Fall variabler Grenzarbeitswerte von dem speziellen Fall Adam Smiths konstanter Grenzarbeitswerte unterscheidet, ist das Erscheinen von Mehrarbeit. Wie es deutlich in den **Abbildungen 7a** und **7b** dargestellt ist, werden die Kosten bei Erweiterung der Produktion größer und größer, so daß eine Differenz entsteht zwischen Grenzwert der Arbeit, $\boldsymbol{\lambda}$**,** und

Durchschnittswert der Arbeit, ***v***. Diese Differenz ist Mehrarbeit (pro Stück), $s=\frac{L_s}{Q}$ **:**

$$s=\lambda-v \tag{19}$$

oder expliziter:

$$\frac{L_S}{Q}=\frac{\partial L}{\partial Q}-\frac{L}{Q} \tag{20}$$

Natürlich ist die gesamte Mehrarbeit, $\mathbf{L_S}$, auch eine Funktion der Produktionsmenge

$$L_S=[\lambda-v]Q=\left[\frac{\partial L}{\partial Q}-\frac{L}{Q}\right]Q \tag{21}$$

Und der gesamte Profit, $\boldsymbol{\pi}$, ist der Wert der gesamten Mehrarbeit in Geldeinheiten,

$$\pi=w\,L_S \tag{22}$$

und kombiniert mit **(21)**

$$\pi=w\,L_S=w[\lambda-v]Q=w\left[\frac{\partial L}{\partial Q}-\frac{L}{Q}\right]Q \tag{23}$$

An diesem Punkt mag es angebracht sein, den Marxschen Begriff des *konstanten Kapitals* zu betrachten. Das konstante Kapital besteht aus Waren, die zur Erzeugung von Mehrwert verwandt werden. Wir haben gezeigt, daß der Wert einer Ware gleich dem (Grenz-)Wert der Arbeit ist, der in ihr enthalten (embodied) ist. Aber dieser Arbeitswert enthält ebenfalls Mehrarbeit neben dem Wert der Arbeitskraft, die zu ihrer Produktion verausgabt wurde. Und diese Mehrarbeit ist eine Funktion der Produktionsmenge und somit auch der Nachfrage. Wir sehen hier, daß die Nachfrage einen Einfluss auf die Verteilung und den Wert des konstanten Kapitals hat. Aber dies besagt nicht, daß der Einfluss der Nachfrage die Gültigkeit der Arbeitswerttheorie beeinträchtigen würde. Die Effekte von Wertveränderungen des Kapitals wird in der Kapitaltheorie unter dem Namen *Wicksell Effekte* diskutiert. Leider ist die Diskussion in der Kapitaltheorie so konfus wie die Diskussion der Arbeitswerttheorie. Wir werden auf diesen Punkt im folgenden Abschnitt, in dem wir die Resultate für den Fall der Produktion einschließlich des Faktors Kapital beweisen, zurückkommen.

# V. Arbeitswerte und die profitmaximierende Unternehmung

Die Arbeitsprozesse der Produktion werden von der profitmaximierenden Unternehmung bestimmt. Es ist die Unternehmung, die das Wertgesetz realisiert. Wir unterscheiden zwischen der Unternehmung in der vollständigen Konkurrenz und der monopolistischen Unternehmung. Die Unternehmung unter vollständiger Konkurrenz sieht sich einer Umgebung gegenüber, in der der Preis für das Produkt, **p**, als auch die Preise für die Produktionsfaktoren[6] **w** und **r** gegeben sind und es liegt nicht in der Macht der Unternehmung, diese Preise zu beeinflussen. Ihre Produktionsmenge ist zu gering im Verhältnis zum Produktionsvolumen des gesamten Wirtschaftsbereiches, um den Preis des Produktes verändern zu können und ihre Nachfrage nach den Produktionsfaktoren ist ebenfalls zu gering, um deren Preise zu beeinflussen.

Um den Gewinn zu maximieren, gleicht die Unternehmung ihre Grenzkosten dem Preis an. Dies ergibt sich aus der Maximierung der *Gewinnfunktion*.

$$\pi = R(Q) - C(Q) \qquad \textbf{(24)}$$

**π** – Gewinn, **R** – Erlös(revenue), **C** – Kosten (cost)

Der Erlös ist **R = pQ**, und bei vollständiger Konkurrenz ist **p** konstant. Somit:

$$\frac{dR}{dQ} = p \qquad \textbf{(25)}$$

Die Kosten bestehen aus den Kosten der Produktionsfaktoren. Im allgemeinen sind einige Kosten fixe Kosten und andere sind von der Produktionsmenge abhängig. Der folgende Ausdruck unterscheidet zwischen den variablen Produktionsfaktoren Arbeitskraft, **L**, in Arbeitsstunden und Kapital, **K**, zu Geldwerten und einer bestimmten Menge fixer Kosten, $\mathbf{C_F}$, zu Geldwerten. Die *Kostengleichung* ist:

6 Wen wir **r** als den Preis des Inputs Kapital annehmen, ist dies nicht der Preis des Kapitalgutes als Ware, sondern der Preis für die Nutzung des Wertes des Kapitalgutes für die Dauer der Produktionsperiode. Üblicherweise spricht man von dem Preis der „services of capital“. Wir diskutieren hier nicht die Bestimmung von **r**; dies wird Gegenstand eines anderen Aufsatzes sein, der sich mit Kantorowitschs *norm of effectiveness* befasst.

$$C = wL + (1+r)K + C_F \quad \textbf{(26)}$$

**w** – der Lohnsatz, **r** – der Preis der Dienste des Kapitals, der Zinssatz

Die Bedingung erster Ordnung für die Gewinnmaximierung ist:

$$\frac{d\pi}{dQ} = \frac{dR}{dQ} - \frac{dC}{dQ} = 0 \quad \textbf{(27)}$$

und somit

$$\frac{dR}{dQ} = \frac{dC}{dQ} \quad \textbf{(28)}$$

Aus **(25)** ersehen wir, daß der Preis, **p**, gleich dem Grenzerlös, **dR/dQ,** ist und substituiert in **(28)**

$$p = \frac{dC}{dQ} \quad \textbf{(29)}$$

Für die Unternehmung in der vollständigen Konkurrenz sind die Grenzkosten eine steigende Funktion der Produktionsmenge. Die Unternehmung erweitert die Produktion bis die Grenzkosten dem Preis gleich sind.

Um die Funktion der Grenzkosten, **dC/dQ**, herzuleiten, müssen wir die Kostengleichung **(26)** in eine Funktion allein der Produktionsmenge transformieren. Diese Funktion wird als *klassische Kostenfunktion,* **C = *f*(Q),** bezeichnet.

Die Unternehmung verfügt über eine bestimmte Technologie, **Q = g(K, L)**, die durch die Produktionsfunktion gegeben ist und versucht, die Kosten zu minimieren. Das *Problem der Kostenminimierung* kann mittels der *Lagrangien* dargestellt werden:

$$\pounds = wL + (1+r)K + \mu[Q_0 - g(K, L)] \quad \textbf{(30)}$$

Die Bedingungen erster Ordnung zur Minimierung der Kosten sind:

$$\frac{\partial £}{\partial L} = w - \mu \frac{\partial g(K, L)}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial £}{\partial K} = (1+r) - \mu \frac{\partial g(K, L)}{\partial K} = 0 \qquad \textbf{(31)}$$

$$\frac{\partial £}{\partial \mu} = Q_0 - g(K, L) = 0$$

Hieraus erhalten wir den folgenden Ausdruck für die *optimale Faktoreinsatzkombination* als Funktion der Preise der Faktoren:

$$\frac{w}{1+r} = \frac{\partial g(K, L)/\partial L}{\partial g(K, L)/\partial K} \qquad \textbf{(32)}$$

Dies kann durch eine implizite Funktion ausgedrückt werden, die *Expansionspfad* genannt wird.

$$\frac{w}{1+r} - \frac{\partial g(K, L)/\partial L}{\partial g(K, L)/\partial K} = 0 \qquad \textbf{(33)}$$

Der *Expansionspfad* ist der Ort der optimalen Faktorkombinationen für verschiedene Produktionsmengen. Das totale Differenzial für ein gegebenes Produktionsniveau ist:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK = 0 \qquad \textbf{(34)}$$

aus dem folgt:

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} \qquad \textbf{(35)}$$

Graphisch kann dies wie folgt dargestellt werden:

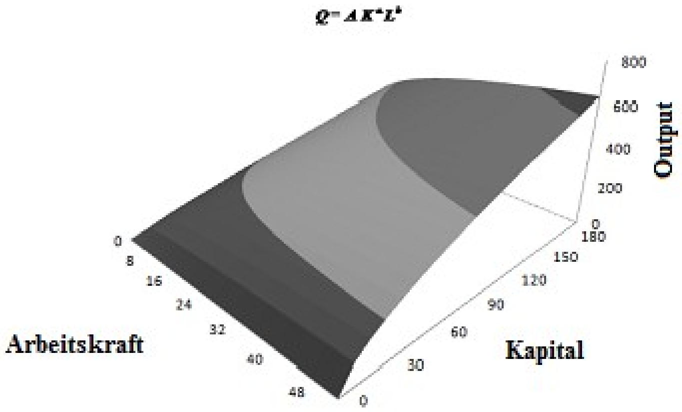


**Abb. 11: Die Cobb-Douglas Produktionsfunktion**

**Abbildung 11** zeigt eine Produktionsfunktion des Typs Cobb-Douglas im drei-dimensionalen Raum. Die Grenzlinien zwischen verschiedenen Grautönen repräsentieren die *Isoquanten*, Punkte gleicher Produktionsmenge.

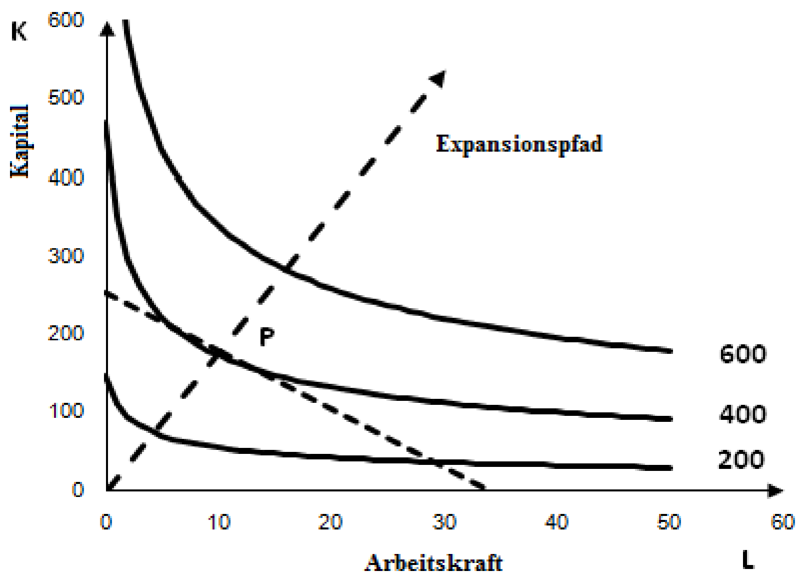


**Abb. 12: Isoquanten, Iso-Kostenlinie und Expansionspfad**

**Abbildung 12** zeigt die gleiche Produktionsfunktion auf der Kapital – Arbeit Fläche. Zusätzlich sind eine *Iso-Kostenlinie* und der *Expansionspfad* dargestellt.

Auf der Kapital – Arbeit Fläche, repräsentiert eine Isoquante, **(34)**, eine bestimmte Produktionsmenge, die mit verschiedenen Faktoreinsatzkombinationen produziert wird. Die Iso-Kostenlinie stellt die unterschiedlichen Faktorkombinationen dar, die bei gegebenen Faktorpreisen ein bestimmtes Kostenniveau ergeben. Der negative Wert ihrer Steigung gleicht dem Faktorpreisverhältnis, ***w/(1+r)***. Die Iso-Kostenlinie ist:

$$K = \frac{\bar{C}}{(1+r)} - \frac{w}{(1+r)} L \qquad \textbf{(36)}$$

Die *optimale Faktorkombination* ist dort, wo die *Iso-Kostenlinie* Tangente zu einer Isoquante ist, da dies der Punkt der größten Produktionsmenge für ein bestimmtes Kostenniveau ist. Alle diese Tangentialpunkte für verschiedene Kostenniveaus (verschiedene parallel verlaufende Iso-Kostenlinien) bilden den Expansionspfad.

Der Expansionspfad gestattet uns, die *optimale Einsatzmenge* eines Faktors, **L*** oder **K***, als Funktion des anderen anzugeben. So haben wir in unserem Fall 2 Funktionen, **L* =*f*(K)** und **K* =*f*(L)**. Indem wir in der Kostengleichung **(26)** Kapital für Arbeitskraft substituieren, können wir die Kosten als Funktion allein des Kapitals angeben, **C = f(K***) und gleichfalls Arbeitskraft für Kapital substituierend, die Kosten allein als Funktion der Arbeitskraft **C = f(L*)**. Dann bilden wir die Inversen dieser beiden Kostengleichungen und erhalten *optimale Faktoreinsatzmengen* als Funktionen der Kosten. Diese Ausdrücke können nun anstelle der Produktionsfaktoren in die Produktionsfunktion eingesetzt werden und so erhalten wir eine Produktionsfunktion deren einziges Argument die Kosten sind. Diese nach den Kosten aufgelöst, ist die *klassische Kostenfunktion*, **C=*f*(Q),** und die *Grenzkostenfunktion* kann dann von dieser abgeleitet werden. Die Grenz-kostenfunktion

$$\frac{dC}{dQ} = f'(Q) \qquad \textbf{(37)}$$

ist die *Angebotskurve* der Unternehmung unter vollständiger Konkurrenz. Für eine Darstellung der Herleitung der *Grenzkostenfunktion* siehe Henderson & Quandt (1980, p. 83 ff).

Bei dieser Art der Herleitung der *Grenzkostenkurve* scheinen Arbeitswerte gar keine Rolle zu spielen. Output ist das Ergebnis des kombinierten Einsatzes von Produktionsfaktoren. Das Produktionsergebnis allein dem Arbeiter zuzuschreiben, scheint den Fakten der ökonomischen Analyse zu widersprechen; aber natürlich ist der einzige, der produziert, der Arbeiter. Die anderen Produktionsfaktoren erhöhen lediglich seine Produktivität. Um dies nachzuweisen, werden wir die *Arbeitswertefunktion* herleiten.

## VI. Die Herleitung der Arbeitswertefunktion

Die Bedingungen der Kostenminimierung zeigen auch, daß der Lagrange Multiplikator, **μ,** die Grenzkosten angibt. Das totale Differenzial für die Kosten ist:

$$dC = \frac{\partial C}{\partial L} dL + \frac{\partial C}{\partial K} dK \qquad \textbf{(38)}$$

und das totale Differenzial für den Output ist

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK \qquad \textbf{(39)}$$

Aus der Kostengleichung **(26)** erhalten wir die Ableitungen der Kosten nach Arbeit und Kapital als:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial L} &= w \\ \frac{\partial C}{\partial K} &= (1+r) \end{aligned} \qquad \textbf{(40)}$$

und diese in **(38)** eingesetzt ergibt

$$dC = w\, dL + (1+r) dK \qquad \textbf{(41)}$$

Aus den Bedingungen erster Ordnung **(31)** erhalten wir

$$w = \mu \frac{\partial Q}{\partial L}$$
$$(1+r) = \mu \frac{\partial Q}{\partial K} \qquad \textbf{(42)}$$

und diese Ausdrücke in **(41)** eingesetzt ergibt:

$$dC = \mu \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \mu \frac{\partial Q}{\partial K} dK \qquad \textbf{(43)}$$

und umgeformt

$$dC = \mu \left[ \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK \right] \qquad \textbf{(44)}$$

Nun erkennen wir, daß der Ausdruck in Klammern **dQ** in **(39)** entspricht und somit ist

$$\mu = \frac{dC}{dQ} \qquad \textbf{(45)}$$

Betrachten wir nochmals **(42)** sehen wir daß

$$w = \mu \frac{\partial Q}{\partial L} \qquad \textbf{(46)}$$

Hier besteht die Verbindung zu den *Arbeitswerten,* da der Kehrwert der *Grenzproduktivität der Arbeit* der Ausdruck für die *Arbeitswerte* ist wie wir sie oben definiert haben.

$$\mu = w \frac{\partial L}{\partial Q} \qquad \textbf{(47)}$$

Da $\boldsymbol{\mu}$ die Grenzkosten darstellt, erkennen wir, daß im *Kostenminimum* die *Grenzkosten* nichts anderes sind als die in Geldeinheiten ausgedrückten *Arbeitswerte*:

$$\mu = \frac{dC}{dQ} = w \frac{\partial L}{\partial Q} = w \lambda \qquad \textbf{(48)}$$

Dies gilt für alle kosten-optimalen *Faktoreinsatzkombinationen*, **(K*, L*)**, entlang dem E*xpansionspfad*.

Für eine gegebene Menge Arbeitskraft, **L***, gibt es eine optimale Menge an Kapital, **K*,** mit dem eine bestimmte Menge an Output, **Q***, zu minimalen Kosten produziert werden kann. Der Arbeitswert einer Einheit dieses Outputs ist der marginale Arbeitswert, **δL/δQ,** der auf der Basis der optimalen Faktorkombination, (K*, L*), kalkuliert wird.

Wir zeigen die Herleitung der *Arbeitswertefunktion* an einem Beispiel.

Nehmen wir die folgende Produktionsfunktion mit abnehmenden Skalenerträgen:

$$Q = A K^a L^b; \text{ and } a, b < 1; a + b < 1 \tag{49}$$

und die Kostengleichung

$$C = wL + (1+r)K \tag{50}$$

Von den Bedingungen erster Ordnung zur Kostenminimierung erhalten wir nach **(31)*:***

$$\begin{aligned} w &= \mu \frac{\partial Q}{\partial L} \\ (1+r) &= \mu \frac{\partial Q}{\partial K} \end{aligned} \tag{51}$$

und die Grenzproduktivitäten der Arbeit und des Kapitals sind nach der Produktionsfunktion **(49)**

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial L} &= b \frac{Q}{L} \\ \frac{\partial Q}{\partial K} &= a \frac{Q}{K} \end{aligned} \tag{52}$$

Nach **(32)** können wir die optimale Faktoreinsatzkombination für ein gegebenes Faktorpreisverhältnis herleiten

$$\frac{w}{(1+r)} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = \frac{b}{a} \frac{K}{L} \tag{53}$$

Dies gibt uns die optimalen Menge an Arbeitskraft, **L***, als eine Funktion von **K** und **K*** als eine Funktion von **L**.

$$L^* = \frac{(1+r)}{w}\frac{b}{a}K$$

$$K^* = \frac{w}{(1+r)}\frac{a}{b}L \qquad \textbf{(54)}$$

Indem wir in der Produktionsfunktion **(49)** **K** durch **L** aus **(54)** ersetzen, bekommen wir die Produktionsfunktion als einer Funktion der Arbeitskräfte allein.

$$Q = A\left[\frac{w}{(1+r)}\frac{a}{b}L\right]^{a} L^{b} \qquad \textbf{(55)}$$

Die Inverse dieser Funktion ist die *Nachfragefunktion nach Arbeitskräften*

$$L = \left[\frac{1}{A}\left[\frac{w}{(1+r)}\frac{a}{b}\right]^{-a} Q\right]^{1/(a+b)} \qquad \textbf{(56)}$$

Nun drücken wir die *marginalen Arbeitswerte* aus als Kehrwerte der *Grenzproduktivität der Arbeit* nach **(52)**

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = \frac{1}{b}\frac{L}{Q} \qquad \textbf{(57)}$$

und ersetzen hier Arbeit durch den Ausdruck für die *Nachfrage nach Arbeit* in **(56)**. Dies gibt uns *Arbeitswerte* als Funktion der Produktionsmenge allein. Diese Funktion ist die *Arbeitswertefunktion*.

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{\partial L}{\partial Q} = \frac{1}{b}\left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{a+b}}\left[\frac{w}{(1+r)}\frac{a}{b}\right]^{\frac{-a}{a+b}} Q^{\frac{1}{a+b}-1}} \qquad \textbf{(58)}$$

Indem wir für den komplizierten konstanten Ausdruck A* setzen wird die Funktion zu

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{\partial L}{\partial Q} = A^* Q^{\frac{1}{a+b}-1}} \qquad \textbf{(59)}$$

$$\boldsymbol{A^* = \frac{1}{b}\left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{a+b}}\left[\frac{w}{(1+r)}\frac{a}{b}\right]^{\frac{-a}{a+b}}}$$

Diese *Arbeitswertefunktion*, **λ**, multipliziert mit dem Lohnsatz, ***w***, ergibt die Grenzkostenkurve

$$\boldsymbol{\frac{dC}{dQ} = w\lambda = w\frac{\partial L}{\partial Q} = w A^* Q^{\frac{1}{a+b}-1}} \qquad \textbf{(60)}$$

Diese *Arbeitswertefunktion* ist die *Angebotskurve zu Arbeitswerten* einer Unternehmung unter Bedingungen der vollständigen Konkurrenz. Diese *Arbeitswerte*, multipliziert mit dem Lohnsatz ergibt die *Funktion der Grenzkosten*. Der *Arbeitswert*, der dem Gleichgewichtspunkt entspricht, in dem die *Arbeitswertefunktion* von der *Funktion der Nachfragekurve zu Arbeitseinheiten (Labour Commanded)* geschnitten wird, ist die zur Produktion der Ware *sozial notwendige Arbeit*, λ*.

$$\lambda^* = \frac{p}{w} \qquad \textbf{(61)}$$

Es handelt sich in der Tat um den Kehrwert des Reallohns.

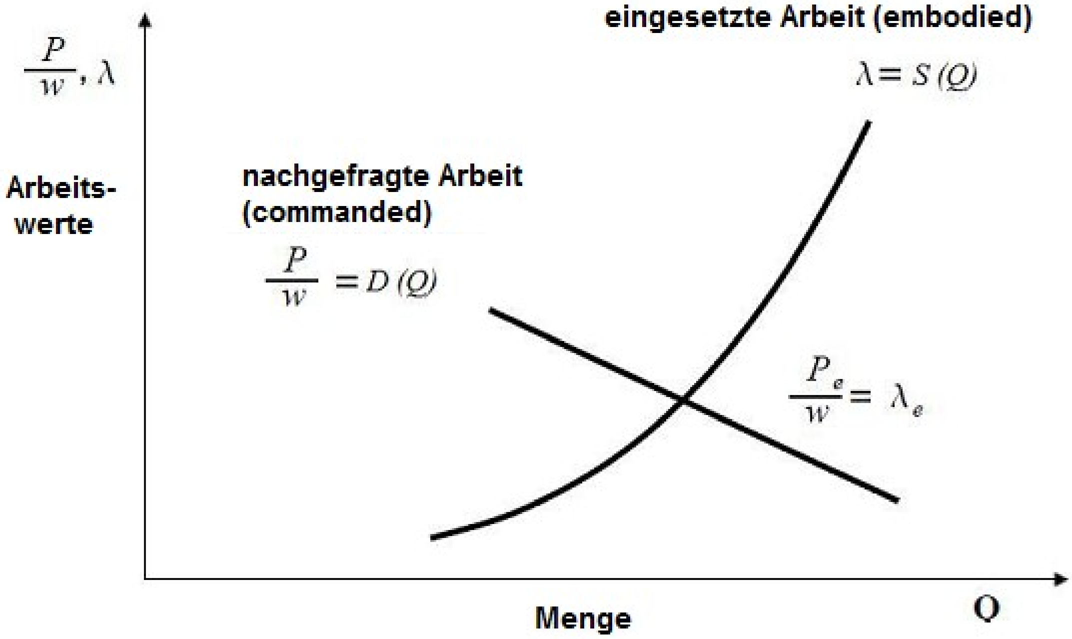


**Abb. 13: Angebot und Nachfrage einer Ware zu Arbeitswerten**

Die *Arbeitswertefunktion* löst einen langen Disput über *Arbeitswerte* und ihre Abhängigkeit vom *Faktorpreisverhältnis*. Es zeigt sich, daß die *Arbeitswerte* nicht nur von der Produktionsmenge, sondern auch von dem *Faktorpreisverhältnis* abhängig sind. Dieses Verhältnis ist in der obigen Analyse als konstant angenommen. Aber Änderungen des Faktorpreisverhältnisses resultieren in Änderungen der Arbeitswerte. Dies ist ganz natürlich, weil Änderungen des *Faktorpreis-verhältnisses* zu anderen *optimalen Faktoreinsatzkombinationen* führen. Deshalb ist die Forderung, daß *Arbeitswerte* unabhängig von dem *Faktorpreisverhältnis* sein müssen, unberechtigt.

Andererseits muß das *Standardmaß des Arbeitswertes* unabhängig sein und ist auch unabhängig von dem *Faktorpreisverhältnis* als auch von den *Nachfragebedingungen.* Es ist die *Arbeitszeit*, die in einem *Arbeitsprozess* benutzt wir, der allein den *Produktionsfaktor Arbeitskraft* benötigt und *konstante Skalenerträge* aufweist, d. h., die *Produktivität der Arbeit* ist nicht von der Produktionsmenge abhängig, sondern *konstant*. Mengen von Arbeitswerten werden immer in Einheiten dieses *Standardmaßes des Arbeitswertes* angegeben.

## VII. Die Standardmaßeinheit des Arbeitswertes

Der Produktionsprozess, der uns die Möglichkeit der Bestimmung der *Standardmaßeinheit des Arbeitswertes* ermöglicht, ist ein Produktionsprozess mit der folgenden Produktionsfunktion:

$$Q_i = A_i L \qquad \textbf{(62)}$$

$\mathbf{Q_i}$ – Produktionsmenge der Ware **i**, $\mathbf{A_i}$ – durchschnittliche Arbeitsproduktivität, die konstant und deshalb gleich der marginalen Produktivität ist. In diesem Produktionsprozess entsteht keine Mehrarbeit. In diesem Produktionsprozess ist der Wert einer Einheit Arbeitskraft gleich dem Wert einer Einheit Arbeit; zum Beispiel ist 1 Stunde Arbeit in diesem Produktionsprozess gleich 1 Einheit Arbeitskraft als auch 1 Einheit Arbeitswert. Dies ist die *Standardmaßeinheit des Arbeitswertes*.

Der *Gesamtwert der Arbeit* (Arbeitsstunden) dieses Produktionsprozesses ist gleich dem Arbeitswert (pro Stück), $\boldsymbol{\lambda_i}$**,** multipliziert mit der Produktionsmenge. Dies ist gleich dem durchschnittlichen Arbeitswert, **1/Ai**, multipliziert mit dem Output.

$$L = \lambda_i Q_i = \frac{1}{A_i} Q_i \qquad \textbf{(63)}$$

In einer perfekten Ökonomie, in der alle Produktionsfaktoren voll beschäftigt sind und optimal auf die Produktionsprozesse allokiert sind, normaler Weise wird dies als vollständige Konkurrenz bezeichnet, sind die Preise monetäre Ausdrücke von Arbeitswerten.

$$P_i Q_i = w \lambda_i^* Q_i = w \frac{\partial L}{\partial Q_i} Q_i \qquad \textbf{(64)}$$

Der *Gesamtwert der Arbeit,* der in einer Menge **Q** einer Ware **i** enthalten ist, ist:

$$\lambda_i^* Q_i = \frac{P_i Q_i}{w} = \frac{\partial L}{\partial Q_i} Q_i \qquad \textbf{(65)}$$

Wenn wir sagen, daß die Produktion einer Menge, $\mathbf{Q_i}$**,** einer Ware **i**, $\boldsymbol{\lambda_i{}^*Q_i}$*,* Arbeitseinheiten gekostet hat, bezieht sich dies auf Mengen, gemessen in *Standardmaßeinheit des Arbeitswertes.* Dies bedeutet nicht, daß hierbei $\boldsymbol{\lambda_i{}^*Q_i}$ Arbeitsstunden verwandt wurden, sondern in der Regel weniger. Die Differenz ist Mehrarbeit, $\mathbf{L_S}$, wie schon oben in den Gleichungen **(19)** und **(20)** gezeigt. Dies bedeutet auch, dass die geleisteten Arbeitsstunden nach ihrer Kapitalintensität gewichtet werden.

$$L_S = [\lambda - v] Q = \left[ \frac{\partial L}{\partial Q} - \frac{L}{Q} \right] Q \qquad \textbf{(20)}$$

Hier sehen wir klar den Unterschied zwischen unserer Definition vom Arbeitswert $\lambda = \frac{\partial L}{\partial Q}$ und

der Morishima-Pasinetti Defintion $v = \frac{L}{Q}$ , die lediglich die Menge aller verwendeter Arbeitskräfte, direkter und indirekter, angibt.

Jetzt können wir nochmals die schwierige Frage des *Wertes des konstanten Kapitals* angehen. *Konstantes Kapital* ist eine Menge Geld, die zur Produktion von Mehrwert investiert worden ist, d.h., Geld wurde ausgegeben für den Kauf von Waren und diese Waren werden in Produktionsprozessen verwandt, um Profit zu ergeben. Im Grunde ist der Wert des konstanten Kapitals nichts weiter als der Wert der Waren, aus denen es besteht.

Wir haben gezeigt, daß der Preis einer Ware, geteilt durch den Lohnsatz ihr Arbeitswert ist **(61).**

Dieser Arbeitswert kann in den *Wert der Arbeitskraft*, ***v***, und den Mehrwert, **s**, zerlegt werden. ***v*** ist der Vektor der vertikal integrierten Arbeitskoeffizienten.

$$\lambda = s + v \qquad \textbf{(66)}$$

Seine Beziehung zum Preis ist

$$p = w\lambda = ws + wv \qquad \textbf{(67)}$$

Jetzt betrachten wir den Produktionsprozess als den Verbrauch von Arbeitskraft, $\mathbf{L_i}$, und konstantem Kapital, $\boldsymbol{c_i}$, das einfach die Summe von Waren ist, zur Schaffung einer neuen Ware:

$$Q_i \leftarrow L_i + c_i; \quad c_i = \sum x_{ij} \qquad \textbf{(68)}$$

Zu Geldwerten ist dies

$$p_i Q_i = \pi_i + wL_i + \sum p_j x_{ij} \qquad \textbf{(69)}$$

Der Wert der Produktionsmenge ist die Summe aus Gewinn, $\boldsymbol{\pi_i}$, dem Lohn, als auch dem Wert des konstanten Kapitals. Der Gewinn zu Geldwerten ist nichts anderes als die Mehrarbeit multipliziert mit dem Lohnsatz: ($\boldsymbol{\pi_i = ws_i}$)

$$p_i Q_i = ws_i + wL_i + \sum p_j x_{ij} \qquad \textbf{(70)}$$

Dies gilt nicht nur für die Ware **i**, sondern auch für alle anderen Waren, auch jenen, aus denen das konstante Kapital besteht, den $\mathbf{x_{ij}}$**.** Wir wissen, daß ihr Wert von dem Faktorpreisverhältnis abhängt wie es in ihren Arbeitswertefunktionen angegeben ist. Wenn sich das Faktorpreisverhältnis ändert, so ändert sich auch die optimale Faktoreinsatzkombination als auch die Mehrarbeit. Und weil die Waren, die das konstante Kapital bilden immer zu Marktpreisen bewertet werden, ändert sich ihr Wert selbst dann, wenn sie vor der Änderung des Faktorpreisverhältnisses erstellt worden sind. Dies zeigt, dass die sozial notwendige Arbeit den Wert einer Ware bestimmt und nicht welche Menge Arbeit tatsächlich für die Produktion verausgabt worden ist.

Es gab eine große Debatte, ob es möglich sei, die optimale Faktorkombinationen eindeutig den Faktorpreisverhältnissen zuzuordnen. Es wurde nachgewiesen, daß für den Fall von Leontief

Produktionsfunktionen, ein Re-switching von Faktorkombinationen auftreten kann, so daß eine Faktorkombination zu zwei verschiedenen Faktorpreisverhältnissen optimal ist. Dies wurde als ein großes Versagen der neoklassischen Ökonomie angesehen. Allerdings, auch wenn dies eine zulässige Kritik für den speziellen Fall von Produktionsfunktionen mit konstanten Produktionskoeffizienten ist, gibt es kein solches Beispiel eines Produktionssystems, das Substitution der Produktions-faktoren zulässt.

Andererseits wurde nachgewiesen, daß für den Fall des statischen Leontief Models die 'reine' Arbeitswerttheorie gilt, was bedeutet, daß es in diesem Model keine Mehrarbeit gibt und somit muss der Zinssatz, **r**, Null sein. Dies entspricht genau Schumpeters Position, dass in einer stationären Wirtschaft der Zinssatz Null sein muss. Und dies impliziert, dass in einer statischen Wirtschaft kein Faktorpreisverhältnis existiert. So basiert die Re-switching Debatte auf dem System von Sraffa, das logisch fehlerhaft ist, weil man nicht eine statische, stationäre Ökonomie ohne marginale Änderungen voraussetzen und gleichzeitig eine positive Profitrate einführen kann, die nur unter dynamischen Bedingungen existiert.

## VIII. Einige Bemerkungen zur Nachfrage

Abschließend wollen wir noch einige Bemerkungen machen zu Arbeitswerten und der Nachfrage in einer perfekten Ökonomie. In **Abbildung 9** haben wir bereits eine Nachfragefunktion zu Arbeitswerten eingeführt.[7]

$$\Lambda = f(Q) \; ; \; \Lambda = \frac{\partial L}{\partial Q} \qquad \textbf{(71)}$$

Bei solch einer Nachfragefunktion repräsentiert $\boldsymbol{\Lambda}$ *„labour commanded“* , $\Lambda = \frac{p}{w}$ , d. h. Die

7 Siehe die Bemerkungen und die Fußnote zu **Abbildung 9** oben. Dies wird Gegenstand eines anderen Artikels „Arbeitswerte und die Theorie des Konsumentenverhaltens“.

Menge an Arbeit (Arbeitskräften), die für eine Summe Geldes gekauft werden kann. Dies muss vom Arbeitswert **λ**, der Angebotsfunktion, $\lambda = f(Q)$ unterschieden werden, der „*labour embodied*" repräsentiert. Unter vollständiger Konkurrenz sind Preise nichts anderes als Ausdrücke von Arbeitswerten „*labour embodied*" zu Geldeinheiten; so repräsentiert auch alles Einkommen nichts anderes als Arbeitswerte „labour embodied" und damit ebenso die Nachfrage, wie sie auf den Märkten in Erscheinung tritt, „labour commanded" ist gleich „labour embodied", (**Λ= λ**). Aber dies besagt nicht, daß alles Einkommen durch Arbeit erlangt worden ist. Die Besitzer von Kapital mögen gar nicht gearbeitet haben, erhalten aber dennoch Gewinneinkommen.

Diese Gewinneinkommen repräsentieren nur in einer perfekten Ökonomie der vollständigen Konkurrenz verausgabte Arbeitswerte (labour embodied). Wenn es aufgrund von monopolistischen Machtverhältnissen Aufschläge (mark-ups) gibt, ist dies nicht länger der Fall. So müssen wir bei der Analyse der Nachfrageverhältnisse zumindest 3 verschiedene Fälle unterscheiden.

Wenn keine vollständige Konkurrenz vorliegt existiert Monopolmacht und es gibt Aufschläge, die die Preise über die verausgabte Arbeit „labour embodied" hinausgehen lassen ($\mathbf{\Lambda > \lambda}$ or $\mathbf{p = w\Lambda > w\lambda}$) und folglich ist das Einkommen größer als der monetäre Wert der verausgabten Arbeitswerte (labour embodied), und die Nachfrage, die auf diesen Einkommen basiert, in Arbeitseinheiten (labour commanded), ist größer als die in der Produktion erzeugten Arbeitswerte ($\mathbf{\Lambda > \lambda}$). Dies wird in einem anderen Artikel über unvollständige Konkurrenz behandelt werden.

Unter Bedingungen der vollständigen Konkurrenz ($\mathbf{\Lambda = \lambda}$) muß man zwischen 2 Fällen unterscheiden. Im ersten Fall gibt es für die einzelnen Wirtschaftssubjekte keinen Zusammenhang zwischen dem Besitz von Kapital und Arbeitsaufwand, also der Menge an Arbeitskraft, die der Produktion zur Verfügung gestellt wird; d.h., es gibt keine Beziehung zwischen Arbeitseinkommen und Gewinneinkommen der einzelnen Wirtschaftssubjekte. Unter diesen Bedingungen drückt die Nachfrage die Bedürfnisse der Arbeiter nicht in reiner Form aus, auch wenn alle Nachfrage Arbeitswerte repräsentiert.

Es gibt außerdem einen sehr speziellen Fall, in dem die Gewinneinkommen den Arbeitseinkommen pro Arbeiter proportional sind. In diesem sehr besonderen Fall - dem der Kooperativen der Arbeiter in Paris 1848 - in dem es keine Ausbeutung am Arbeitsplatz gibt, repräsentiert die gesamte Nachfrage die Bedürfnisse der Arbeiter in Proportion zu ihrem Arbeitseinsatz. Man kann diesen speziellen Fall als eine perfekte Ökonomie im engeren Sinne ansehen. Eine Ökonomie diesen Typs kann als Referenzsystem zur Analyse des Konsumentenverhaltens dienen im Sinne der Theorie des Historischen Materialismus, eine Aufgabe, die weit über den Rahmen dieses Artikels hinaus geht.

## IX. Schlussfolgerungen

Diese Untersuchung hat versucht, eine Produktionstheorie auf der Basis von Arbeitswerten zu entwickeln. Die Anforderung an einen traditionellen Marxisten ist sehr hoch, die allgemein akzeptierte Definition vom Arbeitswert wurde aufgrund der Nichtberücksichtigung der Produktionsbedingungen zurückgewiesen und durch ein Konzept ersetzt, das sehr weit von der klassischen und Marxschen Analyse entfernt zu sein scheint. Doch ist diese Fremdheit lediglich oberflächlich. Im Gegenteil, im Prozess der Untersuchung wird ihr intrinsisch marxistischer Charakter deutlich. Es besteht kein Zweifel, das die hier vorgestellte Untersuchung eine überzeugende Lösung der Probleme darstellt wie sie durch die Analyse der Arbeitswerte im ersten Band des Kapital aufgeworfen werden. Wir haben gezeigt, dass in einer perfekten Ökonomie kein Transformationsproblem von Werten in Preise existiert. Preise sind die monetären Ausdrücke von Arbeitswerten. In der Tat, die reine ökonomische Theorie kann ganz und gar ohne Preise auskommen und sich allein auf die Analyse von Arbeitswerten beschränken! Dieser revolutionäre Prozess in der marxistischen Analyse muß in einem produktiven Sinne weiter entwickelt werden, damit der Marxismus wieder ein progressiver 'cutting edge' Ansatz in den Sozialwissenschaften wird.

Es besteht gar kein Zweifel, daß die Analyse, die hier vorgestellt wurde, eine überzeugende Lösung der Probleme bietet, die bei der Analyse der Arbeitswerte im ersten Band des *Kapital* auftreten. Wir haben gezeigt, daß in einer perfekten Ökonomie kein Transformationsproblem existiert. Preise sind die monetären Ausdrücke von Arbeitswerten. In der Tat könnte die „reine Theorie“ auf Preise ganz und gar verzichten und sich einzig und allein auf die Untersuchung von Arbeitswerten (labour commanded, labour embodied) beschränken!

In dem zweiten Teil dieser Arbeit werden wir die perfekte Welt verlassen. In der realen Welt, in der wir leben, existieren in der Tat ernstliche Probleme, eine effiziente Organisation der Produktionsprozesse zu gewährleisten. Den Monopolkapitalismus betrachtend, werden die Marktversagen immer deutlicher und dies in einem globalen Ausmaß, insbesondere in Bezug auf ein angemessenes Management der Eco-Systeme und der natürlichen Ressourcen. Die Lösung dieser Probleme scheint weit außerhalb der Möglichkeiten der kapitalistischen Organisation zu liegen, deren Kosten permanent steigen und deren grundlegende Begrenztheit die Lohnarbeit ist.

Université Paris Ouest, 19.12.2009

Klaus Hagendorf

## Literatur

FISHER, IRVING. (1906). *The Nature of Capital and Income*. New York: MacMillan.

GOSSEN, HERMANN H. (1854). *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs und der daraus fließenden Regeln für menschliches Handeln*. Braunschweig: Viehweg Verlag.

HENDERSON, J. M., & QUANDT, R. E. (1980). *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach.* (3. Ausgabe). New York: McGraw-Hill.

JEVONS, W. S. (1871). *The Theory of Political Economy.* With Preface and Notes and an Extension of the Bibliography of Mathematical Economic Writings (5. Ausgabe). New York: A. M. Kelley;1965.

MARX, KARL. (1867). Das Kapital. Kritik der politischen Ökonomie. Band I. Hamburg: Otto Meisner. In: Karl Marx - Friedrich Engels - Werke, Band 23, "Das Kapital", Bd. I, (4. Ausgabe), Berlin/DDR: Dietz Verlag; 1968.

PASINETTI, L. L. (1977). *Lectures on the Theory of Production*. London and Basingstoke: The Macmillan Press Ltd.

SMITH, ADAM. (1776). *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations.* London: Strahan and Cadell. Edited by Campbell and Skinner. Oxford: Clarendon Press; 1976.