



Munich Personal RePEc Archive

THE efficient portfolio construction: an empirical investigation based on some listed shares in casablanca stock exchange

El Bouhadi, A. and Ounir, A. and El Maguiri, M.

17 May 2008

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/19681/>
MPRA Paper No. 19681, posted 01 Jan 2010 09:01 UTC

Construction d'un portefeuille efficient : Application empirique à partir d'un échantillon de valeurs cotées à la Bourse des Valeurs de Casablanca

Abdelhamid El BOUHADI

Faculté de Droit de Marrakech, Université Cadi Ayyad, Marrakech.

el_bouhadiamid@yahoo.fr

OUNIR A. et EL MAGUIRI M.

Faculté de Droit de Marrakech, Université Cadi Ayyad

Résumé : Dans cet article, nous tentons de construire un portefeuille efficient parmi 4 portefeuilles possibles sur la base d'un échantillon de 31 actions cotées à la bourse de Casablanca. Notre analyse concernant le risque est issue de l'approche moyenne-variance de Markowitz. La démarche de notre travail sera la suivante : premièrement nous allons tester la normalité et la stationnarité des 31 valeurs retenues dans l'échantillon ; deuxièmement nous passons en revue une littérature théorique sur le choix du portefeuille optimal (l'analyse moyenne-variance du portefeuille de Markowitz). Troisièmement et en relation avec la partie pratique, nous énumérons et mettons en exergue les différentes étapes qui mènent à la construction de portefeuille efficient. Le modèle présenté sert à allouer théoriquement et d'une manière optimale les actifs financiers choisis. En effet, les diverses méthodes de mesure de rendement, de risque et d'autres propriétés statistiques constituent les piliers de choix de l'échantillon des sociétés cotées à la Bourse des Valeurs de Casablanca. Le but étant d'aboutir à une sélection d'actifs permettant de choisir un portefeuille efficient. Le processus de sélection de portefeuille efficient peut se résumer dans les 5 étapes suivantes : 1. la collecte des données pour pouvoir constituer l'échantillon de notre étude ; 2. l'estimation des rendements, des coefficients de sensibilité et des risques des actifs d'investissement ; 3. la sélection d'actifs performants en fonction d'un certain nombre de critères ; 4. l'attribution des coefficients de pondération et analyse des portefeuilles ; 5. la sélection de portefeuille optimal à partir de graphe représentant la frontière efficiente des portefeuilles. Pour le choix de l'échantillon des sociétés composant nos portefeuilles, nous prendrons en compte dans cet article, les rendements mensuels des actifs financiers, le taux de dispersion autour de la moyenne de rendement, les covariances entre les actifs (degré d'interdépendance entre les actifs) et le type de secteur dont s'implante chaque société (pour pouvoir ressortir une analyse basée sur une disparité des réalisations des rendements).

Mots-clés : Normalité, Stationnarité, Construction de portefeuille, risque, rentabilité, portefeuille efficient, Modèle de Markowitz, Bourse des Valeurs de Casablanca.

The Efficient Portfolio Construction: An Empirical Investigation Based on Some Listed Shares in Casablanca Stock Exchange

Abstract: In this paper, we try to build an efficient portfolio among four possible portfolios based on the some 31 Casablanca listed shares. Our analysis concerns the risk which arises from the Markowitz mean-variance approach. Our work method will be implemented as following: first of all, we will test the normality and the stationarity of 31 shares which have composed our sample; secondly we will review a theoretical literature about the optimal portfolio choices (based on the Markowitz mean-variance analysis). Thirdly and related to the practical part, we enumerate and emphasize the steps that lead to the construction of efficient portfolio. The presented modelling is used in order to optimally allocate the selected financial

assets. The different methods of measurement of return, risk and the other statistical properties constitute, in fact, the pillars of companies sample listed analysis in the case of Casablanca Stock Exchange. Our purpose ends with the assets selection which allows us to choose the efficient portfolio. The selection process of efficient portfolio can be summarized in the following stages: 1. The collection of data to be able to constitute our sample; 2. The estimation of returns, of beta sensibility coefficients and risky assets of investment; 3. The selection of efficient and profitable assets according to some criteria; 4. The weighting coefficients allocation and portfolios analysis; 5. The optimal portfolio selection under the graph representing the efficient border of portfolios. In this article and under the choice of companies sample composing our portfolios, we shall take into account, the shares monthly returns, the rate of dispersal around the average of returns, the covariance between assets (degree of interdependence between assets) and the type of sector that each company sets up (in order to highlight an analysis based on a disparity in achievement yields).

Keywords: Portfolio Construction, Stationarity, Normality of Return, Risk, Efficient Portfolio, Markowitz Model, Casablanca Stock Exchange.

JEL-Classification: G11, G12, G14, C22, C52.

Introduction

Au cours des dernières années on a assisté à un renversement des perspectives au niveau de la gestion de portefeuille. Au lieu de considérer le portefeuille comme étant un ensemble d'éléments épars, c'est le portefeuille lui-même qui est devenu l'élément de base. Les interrelations entre ses composantes prenant autant d'importance que la qualité intrinsèque de chacune d'entre elles. La théorie moderne de portefeuille a été à la base de ce renversement.

Depuis la deuxième moitié du XIXe siècle et surtout à partir du début de XXe siècle, les prix des titres financiers et la gestion optimale des portefeuilles font, sans doute, partie des problèmes économiques les plus étudiés. Des économistes français comme Regnault (1863) et Bachelier (1900) aux économistes américains les plus contemporains tels que Fama, Black, Scholes et Merton en passant par des auteurs comme Markowitz (1952, 1959), Sharpe (1964), la théorie financière a eu, en effet, comme quête permanente la résolution des questions de détermination des cours boursiers et leur comportement, des facteurs gouvernant leurs fluctuations et la construction des portefeuilles optimaux.

Partant de simple principe de toute perspective d'investissement, en termes du capital investi, en matière de rentabilité et de prise de risque, dans un environnement dominé par des aléas et des incertitudes, la théorie moderne de gestion de portefeuille a réussi à traiter plus ou moins brillamment tous ces éléments et n'a rien laissé dans l'ombre. Les théories de construction de portefeuille conviennent le mieux aux objectifs définis à la fois en termes de rentabilité et de sécurité d'obtenir cette rentabilité.

C'est ainsi que les travaux de Markowitz portant sur la détermination des portefeuilles efficients, a fait l'objet de nombreux tests qui ont, de facto, conduit à des conclusions plus concrètes. Cependant, pour garantir la fiabilité des résultats empiriques de notre travail, nous allons dans un premier point étudier les caractéristiques statistiques en termes de normalité et de stationnarité des séries boursières d'un échantillon de 31 valeurs pendant la période allant de 02 janvier au 31 décembre 2007. Nous poursuivrons, dans un deuxième point, notre étude empirique pour conclure et aboutir à un choix de portefeuilles efficients en se basant sur les principes de sélection de portefeuille optimal développés par Markowitz.

1. Eléments d'analyse d'un échantillon de séries boursières : cas de la Bourse des Valeurs de Casablanca

Premièrement, nous fournirons les définitions des tests et des coefficients permettant la détection de la normalité des séries. Nous menons par la suite notre investigation empirique sur la distribution des séries. Deuxièmement, nous nous intéresserons à l'étude de la stationnarité.

1.1. Etude de la normalité

Pendant longtemps, les séries de rentabilité des titres financiers ont été considérées comme des séries dont le comportement est supposé gaussien. Mais en réalité, plusieurs sont les études empiriques qui ont montré que ces séries sont non gaussiennes. Leurs distributions sont, au contraire, asymétriques.

La normalité des rentabilités est vérifiée à partir des tests économétriques qui se basent sur la détermination des coefficients de symétrie (Skewness) et d'aplatissement (Kurtosis) et la statistique de Jarque et Bera qui synthétise les deux propriétés.

1.1.1. Présentation des tests

1.1.1.1. Le Skewness

Le Skewness est le moment centré d'ordre 3. C'est une mesure de l'asymétrie de la distribution. Pour des fonctions de distributions symétriques, telles que $f(\mu - x) = f(\mu + x)$, la valeur de Skewness est nulle. Pour la loi normale, la distribution est symétrique et le coefficient de Skewness est nul. En revanche, pour des fonctions de distributions asymétriques, la valeur du Skewness est positive. L'expression du coefficient de Skewness se présente comme suit :

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (1)$$

Avec : μ_3 est le moment centré d'ordre k et σ l'écart-type empirique

$$\mu_K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^K \quad (2)$$

La distribution asymptotique de ce coefficient suit une loi normale :

$$\tilde{S} = \sqrt{\frac{N}{6}} S \longrightarrow N(0,1) \quad (3)$$

1.1.1.2. La Kurtosis

La Kurtosis est le moment centré d'ordre 4. Elle mesure « l'épaisseur » ou « l'aplatissement » des queues de distributions. Sa valeur théorique est égale à 3, son expression est définie par :

$$K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (4)$$

On exprime le degré d'excès de la Kurtosis de la façon suivante :

$$K' = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (5)$$

Cette dernière mesure est fondée sur la distribution normale, qui est une distribution à « queue plate », et qui possède un degré d'excès de la Kurtosis égal à zéro. La distribution asymptotique de ce coefficient suit aussi une loi normale.

$$\overline{K} = \sqrt{\frac{N}{24}} K' \longrightarrow N(0,1) \quad (6)$$

1.1.1.3. Le test de Jarque et Bera

Ce test peut être construit à partir de deux variables (S et K'), qui sont supposées normales et indépendantes. Elles suivent en conséquence une distribution de Khi-deux à deux degrés de liberté. On peut la formuler de la manière suivante :

$$JB = \frac{N}{6} S^2 + \frac{N}{24} (K')^2 \quad (7)$$

1.1.2. Résultats empiriques

Nous nous sommes intéressés aux séries de rendements des actions retenues dans l'échantillon, définies notamment comme suit :

$$R_t = [Ln(C_t) - Ln(C_{t-1})] \times 100 \quad (8)$$

Avec : R_t : Rentabilité de l'actif à l'instant t

$Ln(C_t)$: Log Cours de l'actif à l'instant t

$Ln(C_{t-1})$: Log Cours de l'actif à l'instant t-1

En appliquant les tests de normalité présentés ci-dessous aux rentabilités des actifs financiers, nous obtenons les résultats présentés dans le tableau 1.

Tableau 1 : Résultats d'application des tests de normalité

Valeur	Libellé	Skewness	Kurtosis	Le test de Jarque et Bera	
				Statistique	P
CTM	CTM	0,029914	4,842782	33,71095	0,000000
BER	Berliet	0,027598	3,203385	0,420064	0,810558
DARI	Dari	0,492696	4,469785	32,74778	0,000000
GAZ	Afriquia Gaz	-0,086137	3,822561	6,709706	0,034915
CMA	Ciment Maroc	-0,196783	3,836919	8,232522	0,016305
ATW	Attijariwafa Bank	-0,215511	5,442525	61,77341	0,000000
ADH	Addoha	0,268272	6,283403	113,4533	0,000000
BCE	BMCE	0,706933	5,552562	85,85542	0,000000
SBM	Brasseries	-0,217307	4,032840	8,946493	0,011410
BCP	BCP	-0,407608	5,410636	67,18583	0,000000
SOT	Sothema	-0,059565	3,642520	3,095919	0,212682
SRM	SRM	0,295634	4,057195	15,28394	0,000482
ZDJ	Zellidja	-0,555832	6,521650	76,14448	0,000000
WAA	Wafa Assurance	0,055509	4,055501	11,45180	0,003260
MED	Mediaco	0,005905	4,406864	20,70128	0,000000
ONA	ONA	0,013879	5,529166	66,64012	0,000000
MNG	Managem	0,328146	4,427207	25,80739	0,000002
CIH	CIH	-0,157101	6,813609	153,1344	0,000000
EQD	Eqdom	-0,263436	4,280076	13,49316	0,001175
SAM	SAMIR	-0,445560	6,444312	131,8477	0,000000
REB	Rebab	-0,177432	3,576311	2,271229	0,321225
ALM	Aluminium du Maroc	0,058328	3,553036	2,409242	0,299806

UMR	Unimer	-0,022226	5,806616	38,41046	0,000000
BCI	BMCI	0,205212	4,548095	26,29170	0,000002
HPS	HPS	2,467548	18,36756	2659,445	0,000000
MAB	Maghrebail	-0,062183	2,355122	2,911508	0,233224
PDT	Papelera	-0,953943	9,970145	493,9420	0,000000
RIS	Risma	0,450363	4,982748	49,79725	0,000000
SNI	SNI	-0,016289	3,883344	7,781029	0,020435
DTS	Distrisoft	0,166517	4,483977	23,22737	0,000009
SOF	Sofac	0,744978	8,075683	201,7074	0,000000

Calculs effectués sur Eviews5

L'observation de tableau nous donne à penser que le coefficient de Skewness est négatif pour 15 valeurs. Ce qui signifie que la partie épaisse de leurs distributions est à gauche (direction négative). Alors que les 16 valeurs restantes, la partie épaisse de leurs distributions est à droite (direction positive). Ceci prouve à l'évidence, l'existence d'un comportement asymétrique des séries étudiées. Les séries ont aussi un comportement non gaussien. En d'autre terme, les séries oscillent de manière aléatoire autour d'une valeur moyenne. Dans ce cas il n'y a aucune auto-corrélation dans les séries (les données successives sont indépendantes).

1.2. Etude de la stationnarité

Avant de faire une étude sur des séries temporelles, séries de rentabilités dans notre cas, il est indispensable d'effectuer les tests de stationnarité.

On dit qu'une série $\{Y_t\}$ est strictement stationnaire si la distribution conjointe de $(Y_{t_1}, \dots, Y_{t_k})$ est identique à celle de $(Y_{t_1+t}, \dots, Y_{t_k+t})$ quelque soit t . k est un entier positif arbitraire et (t_1, \dots, t_k) une liste de k entiers positifs arbitraires. Elle suppose que la distribution conjointe de $(Y_{t_1}, \dots, Y_{t_k})$ est invariante quand on fait glisser le temps. Il est en effet, difficile de d'avoir une distribution à stricte stationnarité, mais on préfère utiliser la stationnarité au sens faible.

Elle est vérifiée quand la moyenne de Y_t et la covariance entre Y_t et Y_{t-1} sont invariantes par translation du temps.

En cas où l'espérance et la variance se modifient dans le temps, la série est considérée comme non stationnaire.

Un processus X_t est stationnaire au second ordre si :

1. le processus est de second ordre:

$$E(Y_t) = E(Y_{t+m}) = \mu \quad \forall t \quad \text{et} \quad \forall m \quad (9)$$

2. la moyenne de processus est constante :

$$Var(Y_t) < \infty \quad \forall t \quad (10)$$

3. la covariance entre les deux périodes est fonction de la différence de temps :

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] = Y_k \quad (11)$$

1.2.1. Présentation des tests

L'étude de la stationnarité peut être effectuée par un grand nombre de tests de racine unitaire. Parmi les plus connus et les plus utilisés, nous distinguons entre le test de Dickey Fuller (1979,1981) et le test de Phillips-Perron (1988).

1.2.1.1. Le test de Dickey et Fuller augmenté (ADF)

Les tests de Dickey et Fuller permettent d'identifier la nature des séries (stationnaire ou non).

Le principe de base est le suivant :

Sous l'hypothèse $H_0 : \phi = 1$, on dit que l'un des trois modèles autorégressifs d'ordre 1 est un processus non stationnaire :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (12) : \text{Modèle autorégressif avec dérive sans constante ni tendance}$$

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \quad (13) : \text{Modèle autorégressif avec constante et sans tendance déterministe}$$

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + bt + c + \varepsilon_t \quad (14) : \text{Modèle autorégressif avec constante et tendance déterministe}$$

Les tests ADF reposent sur l'hypothèse selon laquelle, il n'existe aucune raison pour que l'erreur soit non corrélée. Le processus ε_t est par définition un bruit blanc.

Le processus de détermination de caractère des séries est similaire aux tests simples de Dickey et Fuller ; ce sont les tables statistiques seules qui sont différentes. Pour le choix de la valeur de retard p , on prend en général 4.

1.2.1.2. Test de Phillips et Perron (1988)

Comparativement aux tests ADF, les auteurs proposent une correction paramétrique pour corriger le problème de l'hétéroscédasticité des erreurs. Ils suggèrent de joindre à la statistique du student un facteur de correction basé sur des estimateurs convergents des paramètres qui éliminent l'effet de l'hétéroscédasticité.

Le test de Phillips-Perron se déroule en deux étapes suivantes :

1. Estimation des trois modèles de base de test de Dickey et Fuller par la méthode des moindres carrés ordinaires et calcul des statistiques associées.
2. Estimation d'un facteur correctif établi à partir de la structure des covariances des erreurs des modèles précédemment estimés de telle sorte que, les transformations réalisées conduisent à des distributions identiques à celles de Dickey et Fuller.

1.2.2. Résultats empiriques

Les résultats d'application des tests de stationnarité sur les rentabilités boursières sont résumés dans le tableau 2.

Tableau 2 : Résultats d'application des tests de stationnarité

Valeurs	Test ADF				Test Phillips-Perron			
	Statistique	Valeurs critiques			Statistique	Valeurs critiques		
		1%	5%	10%		1%	5%	10%
CTM	-15.21226	-3.457865	-2.873543	-2.573242	-15.21780	-3.457865	-2.873543	-2.573242
Berliet	-15.78301	-3.459231	-2.874143	-2.573563	-15.78301	-3.459231	-2.874143	-2.573563
Dari	-17.56322	-3.456408	-2.872904	-2.572900	-18.18208	-3.456408	-2.872904	-2.572900
Afriq Gaz	-14.22898	-3.459101	-2.874086	-2.573533	-14.21506	-3.459101	-2.874086	-2.573533
Ciment du Maroc	-13.84048	-3.458719	-2.873918	-2.573443	-13.79515	-3.458719	-2.873918	-2.573443
Attijariwafa Bank	-12.74650	-3.457515	-2.873390	-2.573160	-12.54055	-3.457515	-2.873390	-2.573160
Addoha	-12.52677	-3.457061	-2.873190	-2.573054	-13.97268	-3.456950	-2.873142	-2.573028
BMCE	-12.52647	-3.457400	-2.873399	-2.573133	-12.52647	-3.457400	-2.873339	-2.573133
Brasseries	-17.83269	-3.468980	-2.878413	-2.575844	-18.13316	-3.468980	-2.878413	-2.575844
BCP	-13.53308	-3.456622	-2.872998	-2.572951	-13.37874	-3.456622	-2.872998	-2.572951
Sothema	-16.59675	-3.468295	-2.878113	-2.575684	-21.88451	-3.468295	-2.878113	-2.575684
SRM	-13.23106	-3.456514	-2.872950	-2.572925	-13.06568	-3.456514	-2.872950	-2.572925
Zlilidja	-13.43775	-3.480038	-2.883239	-2.578420	-13.54984	-3.480038	-2.883239	-2.578420
Wafa assur.	-12.47224	-3.457173	-2.873240	-2.573080	-12.49252	-3.457173	-2.873240	-2.573080
Mediaco	-17.87042	-3.456408	-2.872904	-2.572900	-17.85245	-3.456408	-2.872904	-2.572900
ONA	15.09437	-3.456514	-2.872950	-2.572925	-15.96659	-3.456514	-2.872950	-2.572925
Managem	-14.26267	-3.456408	-2.87284	-2.572900	-14.18670	-3.456408	-2.872904	-2.572900
CIH	-13.94496	-3.456408	-2.872904	-2.572900	-13.94695	-3.456408	-2.872904	-2.572900
Eqdom	-16.75468	-3.469451	-2.878618	-2.575954	-17.64633	-3.469451	-2.878618	-2.575954
Samir	-13.64953	-3.456514	-2.872950	-2.572925	-13.61760	-3.456514	-2.872950	-2.572925
Rebab	-12.09835	-3.486551	-2.886074	-2.579931	-12.09835	-3.486551	-2.886074	-2.579931
Alum Maroc	-16.60784	-3.466786	-2.886074	-2.877453	-16.78096	-3.466786	-2.877453	-2.575332
Unimer	-10.15166	-3.488063	-2.886732	-2.580281	-13.77685	-3.487550	-2.886509	2.580163
BMCI	-14.74235	-3.456950	-2.873142	-2.573028	-15.10277	-3.456950	-2.873142	-2.573028
HPS	-14.11373	-3.457061	-2.873190	-2.573054	-14.68889	-3.457061	-2.873190	-2.573054
Maghrébail	-16.70417	-3.471192	-2.879380	-2.576361	-16.95745	-3.471192	-2.879380	-2.576361

Papelera	-14.83940	-3.459231	-2.874143	-2.573563	-15.55075	-3.459231	-2.874143	-2.573563
Risma	-17.19765	-3.456302	-2.872857	-2.572875	-17.84904	-3.456302	-2.872857	-2.572875
SNI	-14.470426	-3.457747	-2.873492	-2.573215	-14.43286	-3.457747	-2.873492	-2.573215
Distrisoft	-17.30296	-3.457515	-2.873390	-2.573160	-17.30384	-3.457515	-2.873390	-2.573160
Sofac Crédit	-12.67770	-3.468521	-2.87842	-2.575737	-12.69184	-3.468521	-2.878212	-2.575737

Calculs effectués sur Eviews5

Le tableau 2 nous indique que les rentabilités boursières, objet de notre étude, montre une certaine stationnarité. Toutes les valeurs de t-statistique nous semblent, sans exception, supérieures aux valeurs critiques (de 1%, 5% et de 10%). Les tests ADF et de Phillips et Perron appliqués convergent donc vers un résultat unique, après application de la différence première. L'hypothèse de stationnarité est donc vérifiée. Les tendances sont ainsi supprimées et les rentabilités se situent sur une droite parallèle à l'axe des abscisses.

On peut aussi s'appuyer sur les corrélogrammes et les représentations graphiques relatives à chaque série pour confirmer la stationnarité des séries. En effet, les séries ne semblent garder un souvenir de leur passé. Autrement dit, une forte valeur au temps t ne pourra influencer la valeur au temps $t + 1$ qui n'aura donc pas tendance à être également élevée.

Nous concluons ainsi que les séries en niveau ne sont pas stationnaires. Il était donc nécessaire de les différencier afin de les stationnariser. Nous travaillons désormais sur des séries en différence première pour qu'enfin de compte amplifier un comportement régulier des séries autour de la moyenne.

2. Choix de portefeuille efficient à partir d'un échantillon de valeurs cotées à la Bourse des Valeurs de Casablanca

Dans ce présent point, nous procéderons à une présentation théorique brève du modèle de Markowitz, et nous poursuivrons notre étude par une investigation empirique sur la sélection de portefeuille efficient à partir d'un échantillon de 31 valeurs cotées à la Bourse des Valeurs de Casablanca.

2.1. Approche théorique de gestion de portefeuille : modèle de Markowitz

Le début des années 50 marque le point de départ de développement de la théorie moderne de la finance. Avec les travaux de Harry Markowitz (1952, 1959), et la publication de son premier article dans le *Journal of Finance*, le modèle de Markowitz est supposé un modèle de référence de construction de portefeuille efficient.

2.1.1. Hypothèses de base

Le modèle de Markowitz repose sur un ensemble d'hypothèses, parmi ces hypothèses on peut citer :

H1 : Aversion au risque : Markowitz explique la différence de perception qui existe entre les investisseurs par le degré d'aversion au risque.

H2 : approche moyenne-variance : Pour la construction de son portefeuille, l'investisseur cherchera à maximiser la moyenne de son portefeuille tout en minimisant sa variance. Cette approche est dénommée l'approche moyenne-variance.

H3 : L'horizon de décision : est le même pour tous les investisseurs, il s'agit d'une seule période.

H4 : normalité des rentabilités : Markowitz suppose que l'évolution des cours sur le marché financier est un phénomène aléatoire décrit par une **loi de probabilité de Laplace-Gauss**¹.

¹ Il s'agit d'une loi de distribution plus avantageuse parce qu'il suffit d'estimer les deux paramètres : la moyenne et la variance pour pouvoir la déterminer entièrement. Le premier définit la tendance centrale de la rentabilité, tandis que le second détermine la dispersion de celle-ci par rapport à sa tendance centrale.

H5 : Covariance des actifs : Les rendements des différents actifs ne sont pas indépendants les uns des autres, c'est-à-dire que leurs covariances ne sont pas nulles : $Cov(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j) \neq 0$.

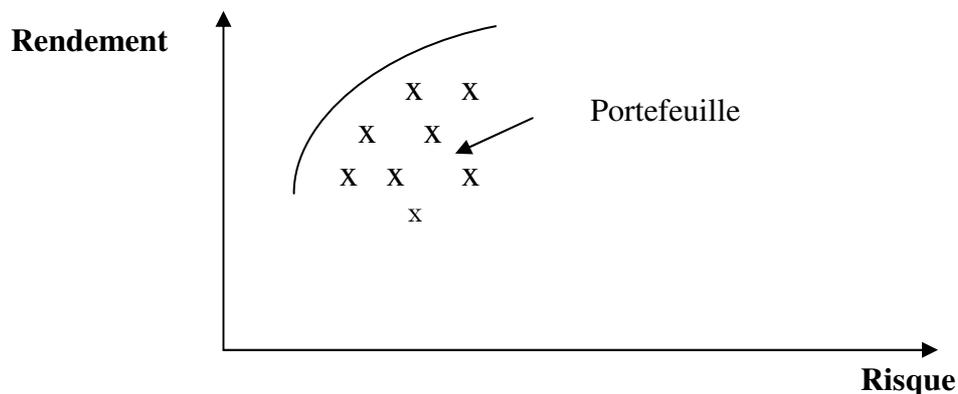
2.1.2. Détermination des portefeuilles efficaces

Dans un univers de n titres, Markowitz développe un modèle d'optimisation qui détermine l'ensemble des portefeuilles moyenne-variance efficaces.

La représentation de ces portefeuilles sur l'espace rendement-risque (moyenne, écart-type) peut être enveloppée par une demi-courbe hyperbolique. C'est la *frontière efficiente*, résultat de l'optimisation du couple risque-rendement du portefeuille.

Markowitz démontre que l'investisseur choisira le portefeuille de la frontière efficiente qui correspond à son degré d'aversion au risque. Ainsi, plus le degré d'aversion au risque est important, plus le portefeuille choisi se trouve à gauche de la courbe.

Schéma 1 : La frontière efficiente des portefeuilles risqués²



2.1.3. Choix d'un portefeuille optimal

Après avoir construit la frontière d'efficacité, l'investisseur choisira ensuite le portefeuille optimal. Mais ce choix est subjectif, il dépendra des préférences des individus, qui par hypothèse ne dépendent que de la moyenne et de la variance de leur richesse.

Nous pouvons alors tracer les courbes d'indifférence qui présentent leurs préférences vis-à-vis du risque et du rendement. Si les individus manifestent de l'aversion pour le risque, ils préfèrent un taux de rendement attendu plus élevé et un écart-type plus faible. Cela signifie que l'écart-type constitue un « bien indésirable ». Les courbes d'indifférence ont dès lors une pente positive.

2.2. Éléments théoriques de gestion de portefeuille

2.2.1 Définition d'un portefeuille

C'est la combinaison d'un ensemble de titres possédant des caractéristiques différentes en matière de valeur et de perception de dividendes. Cette combinaison se fait en des proportions différentes afin d'avoir un portefeuille bien diversifié permettant de réaliser un rendement espéré bien déterminé tout en minimisant le risque que peut courir l'investisseur.

Mathématiquement, un portefeuille P est un vecteur de proportions X_i relatives, chacune, à la proportion du capital investi dans chaque titre.

$$P = X_1 \dots X_i \dots X_n \quad (15)$$

Avec
$$X_i = \frac{\text{part de capital investi dans l'actif } i}{\text{capital total}} \quad (16)$$

² JACQUILLAT Bertrand et SOLNIK Bruno, *Marchés financiers : gestion de portefeuille et des risques*, 3ème édition, Editions DUNOD, Paris, 1997, p 120.

2.2.2 Risque d'un portefeuille

Les taux de rendements successifs d'une action ou d'un portefeuille peuvent avoir d'importantes fluctuations autour de leur valeur moyenne.

Pour mesurer ce risque, on fait recours à l'écart type par période. Il est donné par la formule suivante :

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i)^2 \quad (17)$$

Avec R_{it} : le taux de rendement de l'actif i au cours de la période t ;

\bar{R}_i : La moyenne arithmétique des taux de rendements.

Pour le calcul de la covariance on fait recours à la formule suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j) \quad (18)$$

Pour un portefeuille donné qui se compose de N titres, son taux de rendement dépendra à la fois des taux rendements des différents titres et aussi de leurs différentes proportions.

$$Rp = \sum_{i=1}^N X_i R_i \quad (19)$$

Le risque d'un portefeuille est donné par :

$$\sigma_p^2 = X_i^2 \sigma_i^2 + X_j^2 \sigma_j^2 + 2X_i X_j Cov(ij) \quad (20)$$

2.2.3 Détermination du portefeuille efficient et construction de la frontière efficiente

Les deux règles d'or qu'on peut appliquer en matière de construction des portefeuilles efficients, c'est le choix d'un nombre limité de titres ayant des corrélations faibles. Pour y aboutir, il fallait trouver un compromis entre le risque et le rendement, c'est-à-dire minimiser le risque pour un rendement fixé, ou maximiser le rendement pour un risque donné.

2.3. Investigation empirique

A présent, nous essayerons d'appliquer les principes de base de détermination des portefeuilles efficients à un échantillon de valeurs cotées à la Bourse des Valeurs de Casablanca.

Les distributions sur lesquelles nous travaillons sont de différence premières et supposées normales. (Voir tableaux 1 et 2).

2.3.1 Choix de l'échantillon

Le choix de l'échantillon retenu et qui fera l'objet de notre analyse de construction de portefeuilles efficients, s'est basé sur des critères à caractère financier et statistique. L'observation de l'historique des titres financiers nous permet de mener des conclusions sur le degré de volatilité des prix de ces actifs ainsi que sur l'évolution de leurs rendements (par une estimation des rendements mensuels).

Nous avons ainsi dans ce cadre, sélectionné 31 sociétés cotées en BVC parmi les 74 sociétés.

Le tableau suivant présente la liste des sociétés retenues selon le rendement annuel, le risque (mesuré par l'écart-type), le PER et le coefficient Bêta.

Tableau 3 : Echantillon des actifs sélectionné

Libellé	Rendement annuel	Ecart type	PER	Coeff.Beta
BMCE	0,36169	1,771	58,1	1,168041204
ATW	0,15661	1,6563	29,9	1,41965322
Alum Maroc	0,03515	2,1989	14,8	1,756522961

Addoha	0,06433	1,5736	87,8	0,163770165
IAM	0,0734	0,8387	18,2	0,172438243
CGI	0,5044	2,7476	529	3,387659859
Berliet	0,2161	2,5018	23,6	1,431719218
BCP	0,10771	1,8336	35,7	1,312071347
BMCI	0,0682	1,7736	23,1	0,994259638
Colorado	-0,086	2,0908	25,34	0,355691868
Ciment Maroc	0,09347	2,2894	28,9	0,562320709
Cent.Lait	-0,14068	2,6471	20,1	0,562320709
CIH	0,05202	1,4439	16	1,003928448
Dari	0,06879	1,9619	16	0,054812722
CTM	0,13832	2,4741	21	0,691996814
Cosumar	0,0632	2,3227	36	0,666812497
CRS	0,0991	2,1529	ND	1,1498039
Afriq Gaz	0,1247	2,3911	23,1	2,564966008
Eqdom	0,04615	2,099	16,1	0,765434612
DTS	0,1351	2,164	18,38	0,545110081
Diac	0,1081	2,4213	955,5	1,215910401
Lydec	-0,05907	1,6811	37,7	0,698701257
Involys	-0,1359	1,8726	40,09	0,013616366
HPS	0,0443	2,2049	40,97	1,975591571
Rebab	0,2483	3,336	61,7	3,422541076
Mediaco	0,11593	2,3128	30,8	0,670267014
Mar vie	0,0866	2,2067	26,6	0,317139341
M2M	-0,2242	1,7635	34,4	0,176386197
SNI	0,11042	2,0759	31,3	1,515789744
SMI	-0,0417	1,9799	41,1	0,652887196
Brasseries	0,15874	2,223	21,8	0,664324726
Samir	0,03798	1,917	23,4	0,647124209
Sofac crédit	0,0788	3,0036	16,6	0,289643317
Sothema	0,18616	2,3549	23,3	-0,26546533
SRM	0,21516	2,2238	20,58	0,811652305
Unimer	0,02289	2,8175	21,8	0,454154894
Wafa assurance	0,27541	2,18	23	2,004094418
Zelidj	0,50289	3,5448	20,3	0,187965553
ONA	0,3818	1,7197	27,8	0,895751269
BMCI	0,0751431	1,7736	23,1	0,994259638
Papelera	0,17804	2,6667	ND	1,828750361
Risma	-0,00793	1,4209	46,1	-0,065695636
Distrisoft	0,1257	2,164	18,38	0,545110081

- Les meilleures performances en matière de rendement relativement au benchmark (l'indice de marché Masi) : le secteur Holding vient à la tête des bonnes réalisations ; Zellidja avec une rentabilité annuelle qui dépasse 50%, l'ONA avec un rendement de plus de 38% et Rebab avec 24%. Le secteur bancaire réalise des rendements relativement bas à l'exclusion de la BMCE qui, son niveau de rendement, atteint 36%.

- les mauvaises performances concernent M2M, qui enregistre un rendement annuel de - 22% et la Centrale Laitière avec -14%.

- Les PER, qui évaluent la cherté d'un actif financier, doivent varier en moyenne entre 10 et 14, la chose qui n'est pas constaté auprès de plus de 90 % des sociétés cotées en BVC. Les PER impressionnant sont enregistrés par Diac (955.5), CGI (529) et Managem (232.2). Le meilleur PER est celui de Aluminium du Maroc. En général, les PER de notre échantillon

varient au moyen entre 20 et 35. On peut conclure à ce point que les actifs financiers sont surévalués.

- Les titres qui suivent la tendance de marché ont un bêta égal ou proche de 1 (le cas de BMCI, CIH par exemple) ; les titres risqués ayant un bêta supérieur à 1 varient plus fortement que le marché, ils présentent ainsi plus de rendement mais aussi plus de risque (le par exemple de Afriquia Gaz et Rebab) ; enfin les actifs moins volatiles par rapport à l'évolution de marché ont un bêta inférieur à 1 (l'exemple de Addoha et IAM). L'exception est marquée par les valeurs Sothema et Risma qui ont une tendance opposée par rapport à celle de marché.

2.3.2 Construction des portefeuilles

Dans ce qui suit nous allons procéder à une analyse de la composition de chaque portefeuille pris individuellement et d'une manière globale. Dans un premier temps, nous calculerons les rentabilités mensuelles moyennes des actifs (distributions de différence première) et leurs écarts-type. Dans un deuxième temps, nous procéderons au calcul de rendement et de risque de chaque portefeuille, après avoir déterminé les coefficients de pondération à travers l'analyse des matrices variances-covariance, de degré de volatilité et de niveau de rendement de chaque titre.

Dans un troisième temps, nous mettrons l'accent sur l'observation du graphe du couple rendement-risque, qui nous souscrit la possibilité de visualiser la dominance des portefeuilles et la détermination de la frontière efficiente.

2.3.3 Présentation des caractéristiques des portefeuilles

La répartition de portefeuille consiste tout simplement à ne pas mettre tous les œufs dans un même panier. C'est la protection ultime lorsque les choses tournent mal dans une catégorie ou un secteur du marché financier. Les recherches menées par les théoriciens et les praticiens en gestion de portefeuille, ont conclu que la décision de répartition de l'actif représente le facteur le plus important pour expliquer le rendement et la volatilité d'un portefeuille dans son ensemble. Selon la théorie moderne de portefeuille, il est toutefois possible de limiter ou minimiser le risque affectant le portefeuille en procédant à une répartition variée de capital sur différentes classes d'actifs. Pour obtenir cette diversification optimale, les titres composant un portefeuille ne doivent pas se comporter de la même manière, au même moment. Autrement dit, leurs évolutions doivent afficher une faible corrélation.

Notre stratégie de gestion de portefeuille est basée sur la maximisation de la rentabilité pour un niveau de risque donné.

Nous présenterons dans ce point, les caractéristiques de chaque portefeuille déterminées sur la base de ces principes.

➤ Présentation de portefeuille 1 :

Tableau 4 : la proportion de chaque titre dans le portefeuille, le rendement et l'écart type de chaque titre :

	<i>CTM</i>	<i>Berliet</i>	<i>Dari</i>	<i>Afriq GAZ</i>	<i>Ciment Maroc</i>	<i>Attijariw</i>	<i>Addoha</i>	<i>BMCE</i>
<i>Coeff.Pondé</i>	0,1	0,15	0,06	0,12	0,11	0,22	0,08	0,16
<i>Rendement</i>	-0,0091	0,0327	0,0038	0,012	0,0069	0,027	0,006	0,059
<i>Ecart type</i>	0,5227	0,4841	0,2816	0,622	0,4760	0,3794	0,1971	0,5324

Avec un risque de 34,97%, la rentabilité de portefeuille est de 13,85%.

➤ Présentation de portefeuille 2 :

Tableau 5 : la proportion de chaque titre dans le portefeuille, le rendement et l'écart type de chaque titre :

	<i>Brasseries</i>	<i>BCP</i>	<i>Sothema</i>	<i>Srm</i>	<i>Zldija</i>	<i>Wafa Assurane</i>	<i>Mediaco</i>
<i>Coeff.Pondé</i>	0,12	0,1	0,15	0,15	0,2	0,18	0,1
<i>Rendement</i>	0,0696	0,0879	0,1271	0,2241	0,1780	0,2664	0,0892
<i>Ecart type</i>	0,3889	0,3498	0,2908	0,4217	1,5462	0,7448	0,3633

Avec un risque de 45,19%, la rentabilité de portefeuille est de 16,24%.

➤ **Présentation de portefeuille 3 :**

Tableau 6 : la proportion de chaque titre dans le portefeuille, le rendement et l'écart type de chaque titre :

	<i>Ona</i>	<i>Managem</i>	<i>CIH</i>	<i>Eqdom</i>	<i>Samir</i>	<i>Rebab</i>	<i>Alum Maroc</i>	<i>Unimer</i>
<i>Coeff.Pondé</i>	0,25	0,24	0,16	0,1	0,05	0,1	0,05	0,05
<i>Rendement</i>	0,0159	0,0771	0,0416	-0,0098	-0,0154	-0,0392	-0,0649	-0,0674
<i>Ecart type</i>	0,2355	0,3148	0,3828	0,31352779	0,3246	1,0340	0,5214	0,9887

Avec un risque de 61,41%, la rentabilité de portefeuille est de 1,68%.

➤ **Présentation de portefeuille 4 :**

Tableau 7 : la proportion de chaque titre dans le portefeuille, le rendement et l'écart type de chaque titre :

	<i>Papelera</i>	<i>BMCI</i>	<i>HPS</i>	<i>Marghebail</i>	<i>Risma</i>	<i>SNI</i>	<i>Distrisoft</i>	<i>Sofac Crédit</i>
<i>Coeff.Pondé</i>	0,1	0,15	0,15	0,05	0,05	0,1	0,2	0,2
<i>Rendement</i>	0,0501	0,0471	0,1739	0,0578	0,0099	0,0799	0,0928	0,1613
<i>Ecart type</i>	0,3483	0,3351	1,0572	0,6906	0,2046	0,4646	0,4697	0,9629

Avec un risque de 44,87%, la rentabilité de portefeuille est de 10,04%

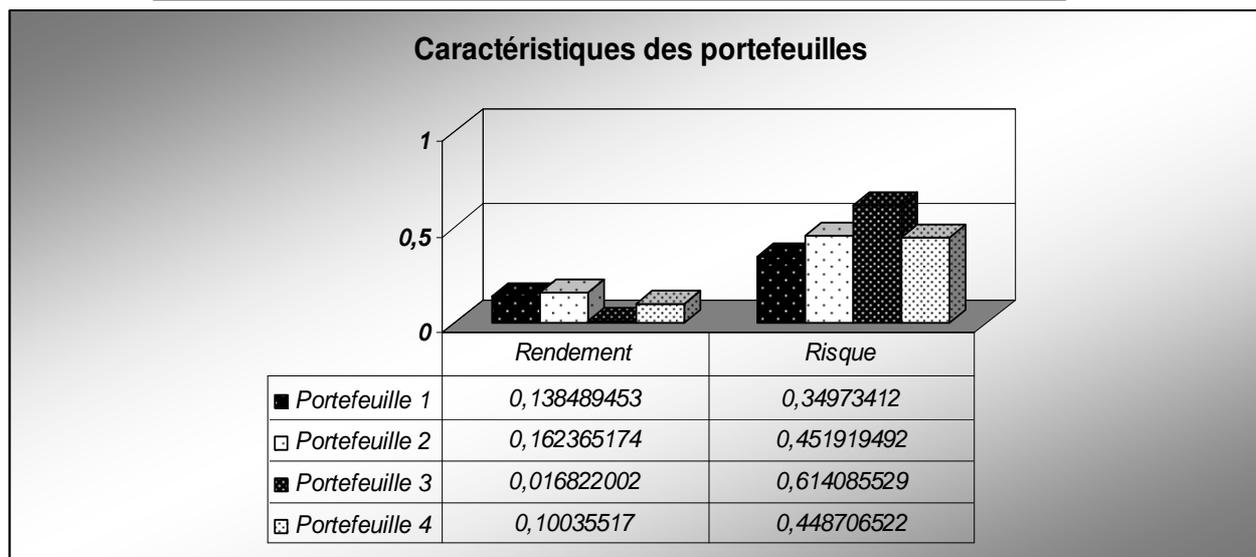
2.3.4 Analyse des portefeuilles et choix de portefeuille efficient

Un investisseur peut réduire le risque de son portefeuille simplement en détenant des actifs qui ne soient pas ou peu positivement corrélés, donc en diversifiant ses placements. Cela permet d'obtenir la même espérance de rendement en diminuant la volatilité du portefeuille. Chaque couple possible d'actifs peut être représenté dans un graphique risque/rendement. Pour chaque rendement, il existe un portefeuille qui minimise le risque. À l'inverse, pour chaque niveau du risque, on peut trouver un portefeuille maximisant le rendement attendu. L'ensemble de ces portefeuilles est appelé **frontière efficiente** ou **frontière de Markowitz**.

➤ **Choix de portefeuille efficient**

Suite aux principes de sélection de portefeuille, il est temps de choisir parmi les portefeuilles étudiés celui qui répond à nos exigences. L'optimalité d'un portefeuille ne dépend pas seulement de sa rentabilité maximale mais aussi de la volatilité de l'évolution des cours des actifs qu'ils le composent.

Tableau 8 : Rendements et Risques associés à chaque portefeuille :

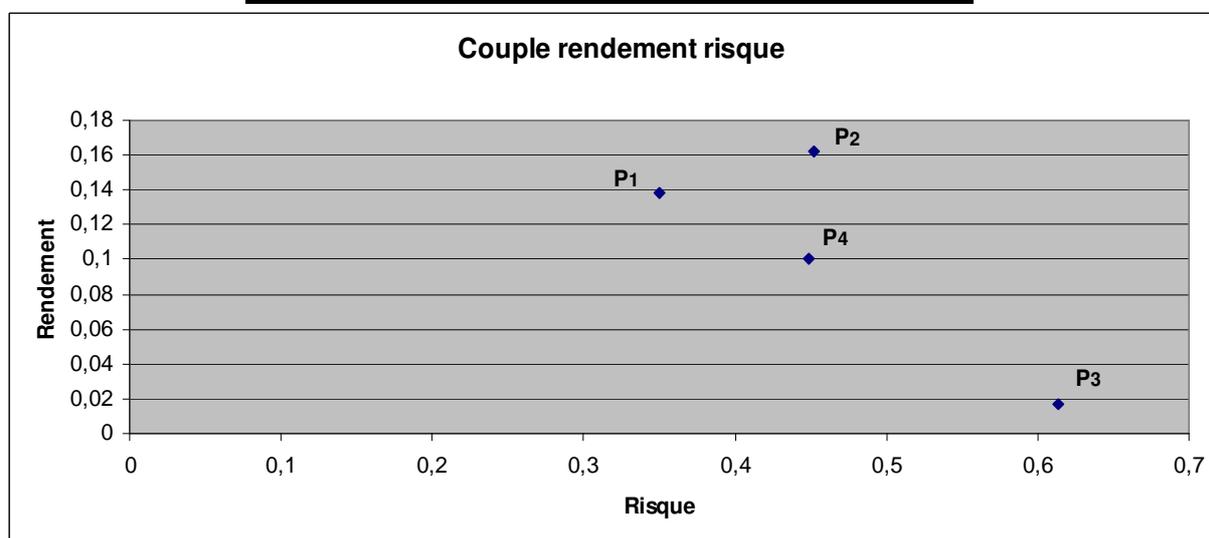


En analysant les caractéristiques des portefeuilles à partir du tableau 8, le portefeuille 2 enregistre une rentabilité relativement accrue (16,23%) avec un risque de 45,19%, les portefeuilles 1, 4 et 3 avec respectivement 13,85%, 10,04% et 1,68%.

Si nous nous basons sur ces éléments de caractérisation des portefeuilles pour le choix de portefeuille optimal, le portefeuille 2 représente la stratégie de placement.

Examinons-nous maintenant la représentation graphique de couple Rendement/Risque et voyons la répartition des portefeuilles selon le rendement et l'écart-type qu'ils présentent.

Graphe 1 : couple rendement risque des portefeuilles



L'ensemble des portefeuilles possibles est représenté par un nuage de points.

- Pour un niveau du risque donné (44,5%), le portefeuille 2 a l'espérance de rendement la plus élevée. Autrement dit, à ce niveau du risque, il n'existe aucun portefeuille ayant une espérance de rendement supérieur : le portefeuille 2 domine le portefeuille 4.
- Ou encore pour un niveau du rendement donné (13,84%), le portefeuille 1 a le risque le plus petit (à ce niveau du rendement, il n'existe aucun portefeuille ayant un risque plus petit).

- Avec un niveau de risque moins élevé, les autres portefeuilles (1, 2 et 4), présentent des rendements relativement supérieurs par rapport au portefeuille 3. Ce dernier est donc dominé par tous les autres.

En conclusion, les portefeuilles 1 et 2, sont des portefeuilles efficients, dont le choix de l'un ou l'autre dépend de degré d'aversion au risque.

Conclusion

Notre objectif à travers cette étude est d'apprécier l'apport de l'approche théorique de Markowitz à la résolution des problèmes de gestion de portefeuille. Nous avons ainsi essayé tout au long de ce travail de présenter les différents éléments théoriques, et d'appliquer ces principes de la théorie de la finance de marché à la sélection de portefeuille réputé efficient, cas de la Bourse des Valeurs de Casablanca.

L'application empirique portant sur un échantillon représentatif d'un nombre de sociétés cotées à la Bourse des Valeurs de Casablanca nous a permis de retrouver des résultats intéressants. Il semble donc méritant d'attribuer une importance théorique au modèle de Markowitz dans la détermination des stratégies de placement à court et moyen terme.

En se basant toutefois sur des combinaisons d'actifs risqués (à travers l'observation des indicateurs statistiques et financiers et des matrices de corrélation et variance-covariance), les résultats rencontrés sont attendus. On a pu voir que seuls les rendements et les risques calculés ne suffisent pas pour aboutir au choix de portefeuille optimal. Le recours à la représentation graphique des couples Rendement/Risque nous a permis d'exprimer leur impact sur les décisions d'investissements en actifs financiers.

On ne peut donc juger d'une meilleure évaluation du modèle de gestion de portefeuille, sans toutefois que les points suivants soient satisfaits :

- L'obligation de tester les séries temporelles ;
- L'obligation de définir, de quantifier la rentabilité et le risque des actifs financiers ;
- L'obligation de comparer tous ces investissements possibles pour construire des portefeuilles qui combinent d'une façon optimale les caractéristiques de leurs composantes ;
- L'obligation enfin de choisir parmi les portefeuilles possibles, celui qui a le meilleur couple rentabilité-risque tout en convenant aux objectifs d'horizon de placement de l'investisseur.

Bibliographie

ALTMAN, E., JACQUILLAT, B. and LEVASSEUR, M., « La stabilité des coefficients bêta », *Analyse Financière*, 16, 1er Trimestre 1974, p. 43-59.

AMENC, N., and LE SOURD, V., *Théorie du Portefeuille et Analyse de sa Performance*, Economica, 2002.

BACHELIER, L. (1900), *Theory of Speculation*, in, P. Cootner, *The Random Character of Stock Market Prices*, Cambridge, MA, 1964.

BARREAU, J., DALAHAYE, J. et DALAHAYE, F., *Gestion financière*, 14ème édition, Dunod, 2005.

BLACK, F., "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing", *Journal of Finance*, vol. 45, 1972, p.445-454.

BOURBONNAIS, R., *Econométrie*, Dunod, 1998.

- BRESSON, G. et PIROTTE, A., *Econométrie des séries temporelles : Théorie et application*, PUF, 1995.
- CHAREST, G., « Rendement, risque et portefeuille », *Encyclopédie des marchés financiers*, Economica, 1997.
- COBBAUT, R., *Théorie Financière*, 3ème édition, Paris, Economica, Septembre, 1994.
- DARNE, O. et TERRAZA, M., « Les tests de non stationnarité des séries temporelles non saisonnières : Une revue de la littérature », *Document de travail du LAMETA*, 2002-05, Université de Montpellier I.
- FAMA, E.F and MILLER, M.H., *The Theory of Finance*, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1972.
- GOURIEROUX, C. et MONFORT, A., *Séries temporelles et modèles dynamiques*, Economica, 1960.
- GALAVIELLE, J.P., « Y a-t-il une théorie des marchés financiers ? », *Document de travail*, Université Paris 1, CRIFES-MATISSE, UMR CNRS 8595, Décembre, 2003.
- GRANDIN, P., *Mesure de performance des fonds d'investissement, méthodologie et résultats*, Economica, Gestion poche, 1998.
- HAMON, J., JACQUILLAT, B., *Le marché français des actions, études empiriques 1977-1991*, PUF, 1992
- JACQUILLAT, B. et SOLNIK, B., *Marchés financiers : Gestion de portefeuille et des risques*, 2ème édition, Dunod, 1996.
- LARDIC, S. et MIGNON, V., *Econométrie des séries temporelles macroéconomiques*, Economica, 2002, p.121-202.
- MIGNON, V., *Marchés financiers et modélisation des rentabilités boursières*, Economica, 1998.
- MARKOWITZ, H.M., "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, vol.7, n°1, Mars, 1952.
- MARKOWITZ, H.M., *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, Wiley, 1959.
- NIVOIX, S., « Rentabilité et risque des actions européennes: Une analyse au travers du PER et du Book-to-Market », *Gestion 2000*, n°5-2000, Octobre, 2000.
- PHILLIPS, P.C.B and PERRON, P., "Testing for a Unit Root in a Time Series Regression", *Biometrika*, 75, 335-346.
- REGNARD, J.F., *La finance pour les décideurs*, TOP édition, 1999.

SHARPE, W.F., "A simplified Model for Portofolio Analysis", *Management Science*, January, 1963.

SIMON, Y., *Encyclopédie des marchés financiers*, Economica, 1997.