# Technology transfer in a circular model

Bouguezzi, Fehmi

LEGI and Faculty of Management and Economic Sciences of Tunis

2010

# Transfert de technologie sur une ville circulaire

Fehmi Bouguezzi [1]

*LEGI et Faculté des Sciences Economiques et de Gestion de Tunis*

**Abstract**

Cet article compare trois régimes de licence de brevet dans un duopole situé sur une ville circulaire au sens de *Salop* où les deux firmes sont situées symétriquement par rapport au centre. On suppose que l'une des firmes est innovatrice et qu'elle va décider de la modalité de licence à accorder : pas de licence, prix fixe ou royalties. Cet article montre, contrairement au résultat trouvé pour une ville linaire, qu'une licence par un prix fixe est meilleure que l'absence de licence quand l'innovation est non intense. Les résultats montrent aussi que pour une innovation non intense, un prix fixe s'avère meilleur que des royalties, par contre pour une innovation intense, les royalties sont meilleures qu'un prix fixe. Enfin, en étudiant les conditions d'existence d'un équilibre de *Nash* sur une ville circulaire, on montre que la meilleure stratégie de licence pour une firme innovatrice et pour une innovation non intense est un prix fixe, par contre la meilleure stratégie pour une innovation intense est l'absence de licence.

*Key words: Modèle de Salop, transfert de technologie, licence de brevet*
*Classification JEL : C21, L24, O31, O32*
*Thème: Economie Industrielle*

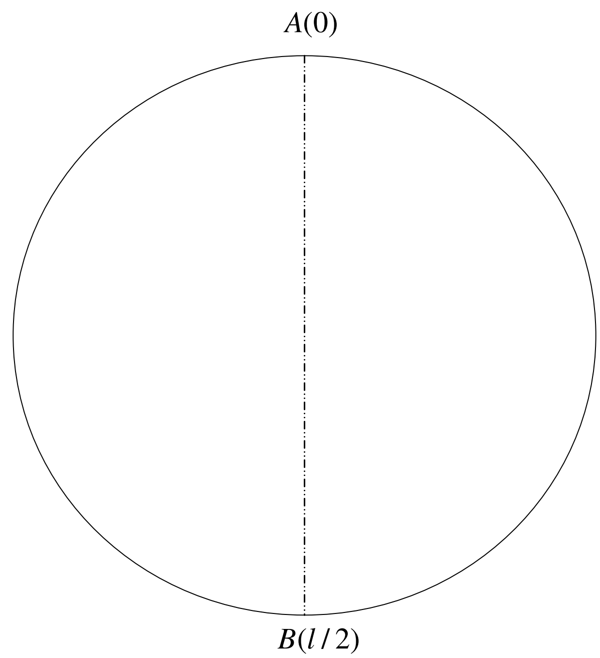
[1] *Email : fehmi_ bouguezzi@yahoo.fr*
*Faculté des Sciences Economiques et de Gestion de Tunis et Laboratoire d'Economie et de Gestion Industrielle - Ecole Polytechnique de Tunisie*

## 1 Introduction

Cet article s'intéresse au transfert de technologie dans une ville circulaire à la Salop où il existe deux firmes placées symétriquement. Le transfert de technologie a longuement été discuté dans la littérature où on a comparé les modalités de licence de brevet. Arrow (1962) a distingué entre les innovations par leur taille et selon lui une innovation est intense lorsqu'elle permet au détenteur du brevet de devenir un monopole sur le marché. Wang (1998) et Wang (2002) qui a trouvé que des royalties peuvent être meilleures qu'un prix fixe quand l'innovation est non intense dans un duopole homogène puis différencié à la Cournot. Poddar et Sinha (2004) ont étudié le cas de trois modalités de licence dans une ville linéaire à la Hotelling où les deux firmes sont placées aux extrémités de la ville et ont trouvé que des royalties sont optimales quand l'innovation est non intense et que si elle est intense, l'absence de licence devient meilleure. Des auteurs se sont intéressés à l'étude de villes circulaires comme Sarkara et Yu (2004) qui ont étudié le choix d'emplacement dans un marché circulaire où les consommateurs sont répartis uniformément le long de la circonférence du cercle et ont trouvé que des emplacements équidistants des firmes sont l'un parmi plusieurs équilibres possibles. Ishida et Matsushima (2004) ont étudié un modèle de ville circulaire avec des couts de transport quadratiques dans une analyse non coopérative, de même De Frutos, Hamoudi et Jarque (1999) dans une étude ressemblante montrent l'existence d'un unique équilibre pour une fonction de couts de transport convexe. Maldoni, Vaderde et Escalone (2005) étudient l'emplacement optimal de deux firmes dans un marché formé par la circonférence d'un cercle et son contenu dans une compétition à la Cournot et montrent que les deux firmes à l'équilibre se placent au centre du cercle. Matsumura et Okamura (2006) examinent l'effet du nombre de firmes entrantes dans une ville circulaire sur le surplus et trouvent que, contrairement à Salop (1979), le nombre de firmes à l'équilibre peut être soit excessif soit insuffisant du point de vue normatif. Cet article compare les modalités de licence de brevet dans une ville circulaire à la Salop où il y a deux firmes placées symétriquement et montre que, contrairement au résultat trouvé par Poddar et Sinha (2004), qu'une licence par prix fixe est meilleure que l'absence de licence quand l'innovation est non intense. L'article est présenté comme suit: le modèle à la section 2, la modalité d'absence de licence à la section 3, la modalité de licence par un prix fixe à la section 4, la modalité de licence par des royalties à la section 5, une comparaison des deux dernières modalités à la section 6 et enfin la conclusion.

## 2 Modèle

Soit une ville circulaire de longueur $l$ sur laquelle on trouve deux firmes $A$ et $B$ produisant un bien homogène et placées symétriquement par rapport au centre. On suppose que la firme $A$ est située à l'abscisse 0 et que la firme $B$ est située à l'abscisse $\frac{l}{2}$

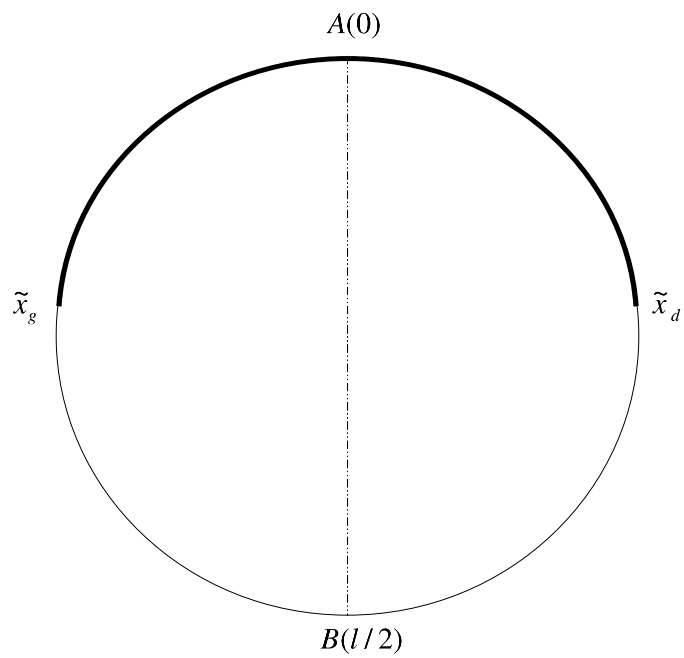



Pour étudier et pouvoir comparer les modalités de licence de brevet, on va supposer que la firme $A$ possède une innovation brevetée qui permet de réduire le cout de production unitaire de $\varepsilon$ qui est un paramètre de mesure de la taille de l'innovation et qui dépend des investissements dans la recherche et le développement entrepris par la firme innovatrice $A$ et qui ne va faire l'objet de cette recherche puisque l'objectif est de chercher les conditions de l'existence d'un équilibre de *Nash* et de comparer les modalités de licences. On suppose que les consommateurs sont répartis uniformément sur l'intervalle $[0, l]$ et que chaque consommateur subit un cout de transport linéaire égal à $td$ avec $t$ le cout de transport unitaire et $d$ la distance le séparant de la firme de laquelle il achète son produit.

On suppose que la firme innovatrice a le choix entre trois régimes de licences: Soit l'absence de licence où elle profite seule de son innovation, la firme non innovatrice utilise dans ce cas l'ancienne technologie. Soit le régime de licence par prix fixe dans lequel la firme non innovatrice profite de la nouvelle technologie à condition de payer une redevance annuelle fixe et ne dépendant pas de sa part de marché ou de sa production, soit le régime de royalties dans lequel la firme non innovatrice achète la licence de brevet en contre partie d'un prix qui dépend de sa production.

Le jeu se fait en trois étapes. A la première étape les deux firmes s'installent sur la ville circulaire, à la deuxième étape la firme $A$ décide de la modalité de licence ainsi que du montant de prix fixe ou de royalties et à la troisième étape les deux firmes fixent leurs prix de vente.

Pour déterminer les fonctions de demande adressées aux deux firmes, il faut trouver l'emplacement du consommateur indifférent entre les produits de la firme $A$ et la firme $B$. Pour cela, il faut distinguer entre deux consommateurs marginaux : l'un situé à droite de la firme $A$ (en $\tilde{x}_d$ )et l'autre situé à gauche (en $\tilde{x}_g$).




La fonction d'utilité d'un consommateur situé en $x$ et achetant le produit de la firme $A$ est

$$U_A = \begin{cases} -p_1 - tx \text{ si } 0 < x < \frac{l}{2} \\ -p_1 - t\left(l - x\right) \text{ si } \frac{l}{2} < x < l \end{cases}$$

La fonction d'utilité d'un consommateur situé en $x$ et achetant le produit de la firme $B$ est

$$U_B = \begin{cases} -p_2 - t\left(\frac{l}{2} - x\right) \text{ si } 0 < x < \frac{l}{2} \\ -p_2 - t\left(x - \frac{l}{2}\right) \text{ si } \frac{l}{2} < x < l \end{cases}$$

Pour les consommateurs placés sur la moitié droite de la ville et se situant dans l'intervalle $[0, \frac{l}{2}]$ , le consommateur indifférent entre acheter les deux produits des deux firmes est situé en $\tilde{x}_d$ tel que :

$$-p_1 - t\tilde{x}_d = -p_2 - t\left(\frac{l}{2} - \tilde{x}_d\right) \Longleftrightarrow \tilde{x}_d = \frac{l}{4} + \frac{p_2 - p_1}{2t}$$

Le consommateur indifférent entre acheter les deux produits des deux firmes est situé en $\tilde{x}_g$ avec $\tilde{x}_g$ appartenant à l'intervalle $[\frac{l}{2}, l]$ est :

$$-p_1 - t(l - x) = -p_2 - t\left(x - \frac{l}{2}\right) \Longleftrightarrow \tilde{x}_g = \frac{3l}{4} + \frac{p_1 - p_2}{2t}$$

Les consommateurs marginaux $\tilde{x}_d$ et $\tilde{x}_g$ se trouvent respectivement sur les intervalles $[0, \frac{l}{2}]$ et $[\frac{l}{2}, l]$ si $|p_2 - p_1| < \frac{tl}{2}$ [2]

La fonction de demande adressée à la firme $A$ est :

$$D_A = \begin{cases} l & Si \quad p_1 < p_2 - \frac{tl}{2} \\ \tilde{x}_d + (l - \tilde{x}_g) & Si \quad p_2 - \frac{tl}{2} < p_1 < p_2 + \frac{tl}{2} \\ 0 & Si \quad p_1 > p_2 + \frac{tl}{2} \end{cases} \Longleftrightarrow D_A = \begin{cases} l & Si \quad p_1 \in int_1^A \\ \frac{l}{2} + \frac{p_2 - p_1}{t} & Si \quad p_1 \in int_2^A \\ 0 & Si \quad p_1 \in int_3^A \end{cases}$$

avec

$int_1^A = ]c_1, p_2 - \frac{tl}{2}]$

$int_2^A = [p_2 - \frac{tl}{2}, p_2 + \frac{tl}{2}]$

$int_3^A = [p_2 + \frac{tl}{2}, +\infty[$

La fonction de demande adressée à la firme $B$ est :

$$D_B = \begin{cases} 0 & Si \quad p_2 > p_1 + \frac{tl}{2} \\ \tilde{x}_g - \tilde{x}_d & Si \quad p_1 - \frac{tl}{2} < p_2 < p_1 + \frac{tl}{2} \\ l & Si \quad p_2 < p_1 - \frac{tl}{2} \end{cases} \Longleftrightarrow D_B = \begin{cases} 0 & Si \quad p_2 \in int_1^B \\ \frac{l}{2} + \frac{p_1 - p_2}{t} & Si \quad p_2 \in int_2^B \\ l & Si \quad p_2 \in int_3^B \end{cases}$$

avec

$int_1^B = [p_1 + \frac{tl}{2}, +\infty[$

[2] $0 < \tilde{x}_d < \frac{l}{2} \Longleftrightarrow 0 < \frac{l}{4} + \frac{p_2 - p_1}{2t} < \frac{l}{2} \Longleftrightarrow -\frac{tl}{2} < p_2 - p_1 < \frac{tl}{2} \Longleftrightarrow |p_2 - p_1| < \frac{tl}{2}$
$\frac{l}{2} < \tilde{x}_g < l \Longleftrightarrow \frac{l}{2} < \frac{3l}{4} + \frac{p_1 - p_2}{2t} < l \Longleftrightarrow -\frac{tl}{2} < p_2 - p_1 < \frac{tl}{2} \Longleftrightarrow |p_2 - p_1| < \frac{tl}{2}$

$int_2^B = [p_1 - \frac{tl}{2}, p_1 + \frac{tl}{2}]$

$int_3^B = ]c_2, p_1 - \frac{tl}{2}]$

La fonction de profit de la firme innovatrice est:

$$\pi_A = \begin{cases} (p_1 - c_1)\, l & Si \quad p_1 \in int_1^A \\ (p_1 - c_1)\left(\frac{l}{2} + \frac{p_2 - p_1}{t}\right) & Si \quad p_1 \in int_2^A \\ 0 & Si \quad p_1 \in int_3^A \end{cases}$$

La fonction de profit de la firme non innovatrice est:

$$\pi_B = \begin{cases} 0 & Si \quad p_2 \in int_1^B \\ (p_2 - c_2)\left(\frac{l}{2} + \frac{p_1 - p_2}{t}\right) & Si \quad p_2 \in int_2^B \\ (p_2 - c_2)\, l & Si \quad p_2 \in int_3^B \end{cases}$$

Pour qu'il existe un équilibre de *Nash*, il faut que les deux firmes pratiquent des prix $p_1$ et $p_2$ vérifiant $|p_1 - p_2| \leq \frac{tl}{2}$. En effet, pour la firme $A$, dans l'intervalle $int_3^A$ , son profit est nul et pour l'augmenter elle a intérêt à pratiquer un prix $p_1 < p_2 + \frac{tl}{2}$.De même, pour la firme $B$, dans l'intervalle $int_1^B$, son profit est nul et a intérêt pour l'augmenter à pratiquer un prix $p_2 < p_1 + \frac{tl}{2}$. En résumé, un équilibre de *Nash* existe dans l'intervalle $int_2^A$ (ou $int_2^B$).

La maximisation des profits des deux firmes par rapport aux prix dans $int_2^A$ et $int_2^B$ donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_A}{\partial p_1} = \frac{l}{2} + \frac{p_2 - 2p_1 + c_1}{t} \\ \frac{\partial^2 \pi_A}{\partial p_1^2} = -\frac{2}{t} < 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \frac{\partial \pi_B}{\partial p_2} = \frac{l}{2} + \frac{p_1 - 2p_2 + c_2}{t} \\ \frac{\partial^2 \pi_B}{\partial p_2^2} = -\frac{1}{t} < 0 \end{cases}$$

ce qui donne les prix d'équilibre suivants:

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_A}{\partial p_1} = 0 \\ \frac{\partial \pi_B}{\partial p_2} = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{1}{4}(2p_2 + tl + 2c_1) \\ p_2 = \frac{1}{4}(2p_1 + tl + 2c_2) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} p_1^* = \frac{1}{6}(3tl + 4c_1 + 2c_2) \\ p_2^* = \frac{1}{6}(3tl + 2c_1 + 4c_2) \end{cases}$$

En remplaçant dans les fonctions de profits des firmes $A$ et $B$ on trouve:

$\pi_A^* = \frac{1}{36t}\left(3tl - 2(c_1 - c_2)\right)^2$ et $\pi_B^* = \frac{1}{36t}\left(3tl + 2(c_1 - c_2)\right)^2$

Les demandes d'équilibres adressées aux deux firmes sont :

$D_A = \tilde{x}_d + (l - \tilde{x}_g) = \frac{l}{2} + \frac{1}{3t}(c_2 - c_1)$ si $p_1 \in int_2^A$

$D_B = \tilde{x}_g - \tilde{x}_d = \frac{l}{2} + \frac{1}{3t}(c_1 - c_2)$ si $p_2 \in int_2^B$

## 3 Modalité d'absence de licence

Dans ce cas, la firme innovatrice profite seule de sa propre innovation tandis que sa concurrente utilise l'ancienne technologie. en notant par $c_1$ et $c_2$ les couts de productions unitaires respectifs de la firme $A$ et de la firme $B$ on peut écrire $c_1 = c - \varepsilon$ et $c_2 = c$. en remplaçant dans les expressions d'équilibre des prix des firmes on trouve :

$p_1^* = \frac{1}{2}tl + c - \frac{2}{3}\varepsilon$ et $p_2^* = \frac{1}{2}tl + c - \frac{1}{3}\varepsilon$

On voit bien dans les expressions des prix $p_1^*$ et $p_2^*$ que l'utilisation de la nouvelle technologie permet à la firme $A$ de baisser son prix de $|p_1^* - p_2^*| = \frac{1}{3}\varepsilon$ moins que le prix de la firme $B$. on voit bien que cette différence de prix dépend de la taille de l'innovation $\varepsilon$ qui déterminera selon son intensité si la firme qui utilise l'ancienne technologie va rester ou quitter la ville circulaire.

La firme $B$ ne profitant pas d'une licence réalise un profit non nul si $p_2^* > c \Longleftrightarrow \varepsilon < \frac{3}{2}tl$

On peut voir que le prix de la firme $B$ dépasse son cout unitaire de production $c$ si et seulement si l'innovation est non intense ($\varepsilon < \frac{3}{2}tl$). Pour pouvoir parler d'équilibre de *Nash* comprenant deux firmes sur la ville circulaire, on va supposer que l'innovation apportée par la firme $A$ n'est pas intense pour ne pas avoir un monopole car si $\varepsilon \geq \frac{3}{2}tl$ on aura $p_2 < c$ et $\pi_B = 0$ et $\pi_A = (p_1 - c + \varepsilon) l$ si $p_1 > c - \varepsilon$.

Donc en cas d'innovation non intense $\left(\varepsilon < \frac{3}{2}tl\right)$, les profits d'équilibre sont :

$\pi_A = \frac{1}{36t}(3tl + 2\varepsilon)^2$ et $\pi_B = \frac{1}{36t}(3tl - 2\varepsilon)^2$

Les demandes adressées aux deux firmes à l'équilibre:

$D_A = \frac{l}{2} + \frac{\varepsilon}{3t}$ si $p_1 \in int_2^A$

$D_B = \frac{l}{2} - \frac{\varepsilon}{3t}$ si $p_2 \in int_2^B$

**Proposition 1** *En cas d'absence de licence sur une ville circulaire où deux firmes sont placées symétriquement et où l'une d'entre elles possède une innovation de procédé, alors la firme non innovatrice quitte le marché quand l'innovation est intense. On trouve le même résultat que pour une ville linéaire à la Hotelling.*

## 4 Modalité de licence par prix fixe

Dans ce cas, la firme $B$ bénéficie de la nouvelle technologie en contre partie du paiement d'une prix fixe $F$ . On supposera que $F$ est égal au montant maximum que la firme $B$ peut payer en contre parte de la licence et qui est égal à l'augmentation de son profit avec l'utilisation de la nouvelle technologie: $F = \pi_B^F - \pi_B^{PL} - \alpha$ avec $\alpha \longrightarrow 0$ pour garantir que la firme $B$ acceptera d'acheter une licence en contre partie de $F$.

le couts unitaires de production des firmes $A$ et $B$ est $c_1 = c_2 = c - \varepsilon$. En remplaçant dans les expressions de profit on trouve : $\pi_A = \frac{1}{4}tl^2$ et $\pi_B = \frac{1}{4}tl^2$.

On trouve aussi que les deux firmes partagent la ville circulaire à égalité : $D_A = \frac{l}{2}$ et $D_B = \frac{l}{2}$

Le montant de prix fixe à payer dépend de l'intensité de l'innovation. Pour une innovation non intense le prix fixe est:

$$F = \frac{1}{4}tl^2 + \frac{1}{3}l\varepsilon - \frac{1}{9t}\varepsilon^2 - \alpha$$

Le revenu total de la firme $A$ sera égal à son profit majoré du revenu qui provient de la vente de la licence:

$$\Pi_A^F = \pi_A + F = \frac{1}{2}tl^2 + \frac{1}{3}l\varepsilon - \frac{1}{9t}\varepsilon^2 - \alpha$$

Quand l'innovation est intense, le prix fixe est

$$F = \frac{1}{4}tl^2 - \alpha$$

Le revenu total de la firme $A$ est égal à:

$$\Pi_A^F = \pi_A + F = \frac{1}{2}tl^2 - \alpha$$

**Proposition 2** *Dans le cas d'une ville circulaire où les firmes sont placées symétriquement et où l'une des firmes possède une innovation de procédé qu'elle peut vendre à sa concurrente alors elle a intérêt à choisir la modalité de licence par prix fixe quand l'innovation est non intense car son revenu sous le régime de licence par un prix fixe est meilleur que celui d'absence de licence. Ceci contredit le résultat trouvé dans le cas d'une ville linéaire à la Hotelling où l'absence de licence est toujours meilleure que la licence par un prix fixe.*

**PROOF.** [Preuve] $\Pi_A^F - \pi_A^{PL} = -\frac{1}{36t}\left(8\varepsilon^2 - 24tl\varepsilon - 9t^2l^2\right) > 0$ car $\varepsilon' < 0 < \varepsilon < \frac{3}{2}tl < \varepsilon''$.

## 5 Modalité de licence par des royalties

Dans ce régime de licence, la firme $B$ profite de l'utilisation de la nouvelle technologie en contre partie du payement de royalties proportionnelles à la quantité de biens vendus et égales à $r(\tilde{x}_g - \tilde{x}_d)$ à la firme $A$. Le taux de royalties $r$ doit être compris dans l'intervalle $]0, \varepsilon]$ car sinon la firme non innovatrice ne sera plus intéressée par acheter la licence.

Les couts de productions unitaires des firmes $A$ et $B$ sont respectivement $c_1 = c - \varepsilon$ et $c_2 = c - \varepsilon + r$

En remplaçant dans les expressions de profit d'équilibre on trouve :

$\pi_A = \frac{1}{36t}(3tl + 2r)^2$ et $\pi_B = \frac{1}{36t}(3tl - 2r)^2$

Les prix d'équilibre sont :

$p_1 = \frac{1}{2}tl + c - \varepsilon + \frac{1}{3}r$ et $p_2 = \frac{1}{2}tl + c - \varepsilon + \frac{2}{3}r$

Les demandes sont :

$D_A = \frac{l}{2} + \frac{r}{3t}$ et $D_B = \frac{l}{2} - \frac{r}{3t}$

Le profit de la firme $A$ majoré de son revenu de licence est :

$\Pi_A^r = \pi_A + r(\tilde{x}_g - \tilde{x}_d) = \frac{1}{36t}(3tl + 2r)^2 + r\left(\frac{l}{2} - \frac{r}{3t}\right)$

La de maximisation du revenu total de la firme innovatrice par rapport au taux de royalties donne:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi_A^r}{\partial r} = \frac{5}{6}l - \frac{4}{9t}r \\ \frac{\partial^2 \Pi_A^r}{\partial r^2} = -\frac{4}{9t} < 0 \end{cases}, \frac{\partial \Pi_A^r}{\partial r} = 0 \Longleftrightarrow r = \frac{15}{8}tl$$

Comme le taux optimal de royalties ne doit pas dépasser la réduction apportée par l'innovation alors on distingue entre trois valeurs optimales de royalties: Si $\varepsilon < \frac{15}{8}tl$ alors $r^* = \varepsilon - \alpha$ et si $\varepsilon \geqslant \frac{15}{8}tl$ alors $r^* = \frac{15}{8}tl$.

Le revenu total de la firme innovatrice est pour $\varepsilon < \frac{15}{8}tl$ égal à :

$\Pi_A^r = \frac{1}{36t}(3tl + 2\varepsilon)^2 + \varepsilon\left(\frac{l}{2} - \frac{\varepsilon}{3t}\right)$

Son revenu total, pour $\varepsilon \geqslant \frac{15}{8}tl$, devient égal à :

$\Pi_A^r = \frac{2485}{2304}tl^2$

**Proposition 3** *Le régime de licence par des royalties est meilleur que le régime d'absence de licence si l'innovation est non intense ($\varepsilon < \frac{3}{2}tl$). Par contre quand l'innovation est intense, la firme innovatrice n'a pas intérêt à accorder une licence puisque son profit de monopole est toujours meilleur.*

**PROOF.** $\Pi_A^r - \pi_A^{PL} = \varepsilon\left(\frac{l}{2} - \frac{\varepsilon}{3t}\right)$ si $\varepsilon < \frac{3}{2}tl$.

## 6 Comparaison des régimes de licence

D'après les deux sections précédentes, les revenus totaux après licence de la firme $A$ pour les régimes de licence par un prix fixe et par des royalties se résument dans les tableaux suivants:

| | $\varepsilon < \frac{3}{2}tl$ | $\varepsilon \geqslant \frac{3}{2}tl$ |
|---|---|---|
| $F$ | $\frac{1}{4}tl^2 + \frac{1}{3}l\varepsilon - \frac{1}{9t}\varepsilon^2 - \alpha$ | $\frac{1}{4}tl^2 - \alpha$ |
| $\Pi_A^F$ (quand $\alpha \to 0$) | $\frac{1}{2}tl^2 + \frac{1}{3}l\varepsilon - \frac{1}{9t}\varepsilon^2$ | $\frac{1}{2}tl^2$ |

| | $\varepsilon < \frac{15}{8}tl$ | $\varepsilon \geqslant \frac{15}{8}tl$ |
|---|---|---|
| $r^*$ | $\varepsilon - \alpha$ | $\frac{15}{8}tl$ |
| $\Pi_A^r$(quand $\alpha \to 0$) | $\frac{1}{36t}\left(3tl + 2\varepsilon\right)^2 + \varepsilon\left(\frac{l}{2} - \frac{\varepsilon}{3t}\right)$ | $\frac{2485}{2304}tl^2$ |

**Proposition 4** *La modalité de licence par un prix fixe est meilleure que la modalité de licence par des royalties quand l'innovation est non intense. Par contre, quand l'innovation est intense, les royalties sont meilleures qu'un prix fixe pour la firme innovatrice.*

***PROOF.*** *Si $\varepsilon < \frac{3}{2}tl$, on a $\Pi_A^r - \Pi_A^F = -\frac{1}{36t}\left(\varepsilon^2 - \frac{3}{2}tl\varepsilon + \frac{3}{4}t^2l^2\right) < 0$ car le polynôme $\varepsilon^2 - \frac{3}{2}tl\varepsilon + \frac{3}{4}t^2l^2 > 0$ $\forall\varepsilon$. Si $\frac{3}{2}tl < \varepsilon < \frac{15}{8}tl$ on a $\Pi_A^r - \Pi_A^F = -\frac{2}{9t}\left(\varepsilon^2 - \frac{15}{4}tl\varepsilon + \frac{9}{8}t^2l^2\right) > 0$ car $\varepsilon^2 - \frac{15}{4}tl\varepsilon + \frac{9}{8}t^2l^2 < 0$ puisque $\varepsilon' < \frac{3}{2}tl <$*

*$\frac{15}{8}tl < \varepsilon''$. Si $\varepsilon \geqslant \frac{15}{8}tl$ on a $\Pi_A^r - \Pi_A^F = \frac{1333}{2304}tl^2 > 0$*

D'après les résultats précédents, le régime de licence optimal en cas d'innovation intense est le régime d'absence de licence. Le régime de licence optimal pour une innovation non intense est celui par un prix fixe. Cependant, ce dernier n'est optimal que si la firme innovatrice tire un revenu total meilleur que son profit dans le cas où elle pratique un prix $p_1 < p_2 - \frac{tl}{2}$. En effet, pour parler d'un équilibre de *Nash* dans l'intervalle $int_2^A$ il faut que la firme $A$ réalise un profit majoré par le produit de la vente de sa licence meilleur que celui qu'elle réalise si elle pratique un prix $p_1$ dans l'intervalle $int_1^A$. Le profit de la firme $A$ dans les trois intervalles s'écrit:

$$\pi_A = \begin{cases} (p_1 - c_1)\, l & Si \quad p_1 \in int_1^A \\ (p_1 - c_1)\left(\frac{l}{2} + \frac{p_2 - p_1}{t}\right) & Si \quad p_1 \in int_2^A \\ 0 & Si \quad p_1 \in int_3^A \end{cases}$$

Sur l'intrevalle $int_1^A$ le profit de la firme innovatrice est une fonction affine et croissante du prix $p_1$ et donc la firme $A$ réalise son profit maximal sur $int_1^A$ pour $p_1^{\max} = p_2 - \frac{tl}{2}$.Son profit s'écrit : $\pi_A^{\max} = (p_1^{\max} - c_1)\, l = \left(p_2^* - \frac{tl}{2} - c_1\right) l = \frac{2}{3}\varepsilon l$

Les profits optimaux de la firme $A$ dans les trois intervalles et pour une innovation non intense s'écrivent alors

$$\begin{cases} \pi_A^{\max} = \frac{2}{3}\varepsilon l & Si \quad p_1 \in int_1^A \\ \Pi_A^F = \frac{1}{2}tl^2 + \frac{1}{3}l\varepsilon - \frac{1}{9t}\varepsilon^2 & Si \quad p_1 \in int_2^A \\ \pi_A = 0 & Si \quad p_1 \in int_3^A \end{cases}$$

**Proposition 5** *La modalité de licence optimal sur une ville circulaire au sens de Salop et où les firmes sont placées symétriquement est celle par un prix fixe quand l'innovation est non intense. Quand l'innovation est intense, la firme innovatrice profite seule de son brevet et devient un monopole.*

***PROOF.*** *En comparant le revenu total de $A$ sur $int_2^A$ et son profit maximal sur $int_1^A$ on trouve : $\Pi_A^F - \pi_A^{\max} = -\frac{1}{9t}\left(\varepsilon^2 + 3tl\varepsilon - \frac{9}{2}t^2l^2\right) > 0$ car le polynôme $\varepsilon^2 + 3tl\varepsilon - \frac{9}{2}t^2l^2 < 0$ puisque ses solutions sont tels que $\varepsilon' < 0 < \frac{3}{2}tl < \varepsilon''$. Donc il existe un équilibre de Nash dans l'intervalle $|p_1 - p_2| \leq \frac{tl}{2}$ pour une licence par un prix fixe. On a aussi déjà montré que pour une innovation non intense, qu'une modalité de licence par un prix fixe est meilleure que la modalité de licence par des royalties et que celle ce est meilleure que la modalité d'absence de licence. D'où le régime de licence par prix fixe est optimal pour la firme innovatrice quand l'innovation est non intense.*

## 7 Conclusion

On a étudié dans le cadre de ce modèle les stratégies optimales de licence pour une firme innovatrice se situant sur une ville circulaire au sens de *Salop*. On a comparé trois régimes de licence: un régime d'absence de licence, régime de licence par prix fixe et régime de licence par des royalties. On a pris un choix d'emplacement symétrique pour les deux firmes : la firme innovatrice et la firme non innovatrice. On a trouvé qu'en cas d'innovation intense, la firme non innovatrice, ne bénéficiant pas d'un contrat de licence, quitte la ville circulaire. On a trouvé aussi contrairement aux résultats trouvés dans le cas d'un modèle de ville linéaire à la Hotelling qu'un prix fixe est meilleur qu'une modalité d'absence de licence pour une innovation non intense et qu'il est même optimal pour la firme innovatrice. On a trouvé enfin qu'une licence par des royalties est meilleure qu'une modalité de licence par prix fixe quand l'innovation est intense et qu'en cas d'innovation intense, la firme innovatrice n'accorde aucune licence et devient un monopole.

## References


[1] Arrow, K., 1962. Economic welfare and the allocation of resources for inventions. In: Nelson, R. (Ed.), The Rate and Direction of Inventive Activity. *Princeton University Press*, Princeton.

[2] De Frutos, M.A., Hamoudi, H., Jarque, X., 1999. Equilibrium existence in the circle model with linear quadratic transport cost. *Regional Science and Urban Economics* 29, 605– 615.

[3] Escalona, M., Maldonado, M., Valdere, S., 2005. Cournot competition in a two dimensional circular city. *The Manchester School* Vol 73 No 1463–6786 40–49

[4] Gupta, B., Lai, F.-C., Pal, D., Sarkar, J., Yu, C.-M., 2004.Where to locate in a circular city. *International Journal of Industrial Organization* 22, 759–782.

[5] Ishida, J., Matsushima, N., 2004. A noncooperative analysis of a circular city model. *Regional Science and Urban Economics* 34 (2004) 575– 589

[6] Matsushima, T., Okamura, M., 2006. Equilibrium number of firms and economic welfare in a spatial discrimination model. *Economics Letters* 90 (2006) 396–401

[7] Poddar, S. et Sinha, U.B, 2004. On patent licensing in spatial competition. *Economic Record* 80, (2004) 208.218

[8] Salop, Steven 1979. Monopolistic competition with outside goods. *Bell Journal of Economics* 10, 141 - 156.

[9] Wang, X. H., 1998. Fee versus royalty licensing in a Cournot duopoly model, *Economics Letters*, 60, (1998) 55-62

[10] Wang, X. H., 2002. Fee versus royalty licensing in di¤erentiated Cournot oligopoly, *Journal of Economics and Business*, 54, (2002) 253-266.