



Munich Personal RePEc Archive

Consistency in the evaluation of financial investment performance: Mean-variance versus stochastic dominance tests.

Pinto, Cristian F. and Acuña, Andres

Departamento de Economía y Finanzas, Universidad del Bío-Bío,
Departamento de Economía y Finanzas, Universidad del Bío-Bío

September 2011

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/33346/>
MPRA Paper No. 33346, posted 13 Sep 2011 11:10 UTC

Consistencia de la evaluación de desempeño de inversiones financieras: Pruebas de dominación estocástica versus índices media-varianza

Cristián F. Pinto*

Andrés A. Acuña**

Versión preliminar: Septiembre de 2011

Resumen

Se analiza la consistencia de los índices financieros basados en el enfoque media-varianza y el ordenamiento de inversiones mediante la comprobación de condiciones de dominación estocástica (SD). Utilizando una muestra de 47 Fondos Mutuos del mercado de valores chileno, son computados algoritmos para verificar relaciones de dominación estocástica de primer, segundo y tercer orden, y comparados con el ranking generado por el índice Sharpe. Se encuentra evidencia de que los enfoques de media-varianza y de dominación estocástica generan similares conjuntos de inversiones eficientes. No obstante, existen importantes disimilitudes en la posición de algunas inversiones en los rankings elaborados de acuerdo al criterio de media-varianza y los elaborados de acuerdo al criterio de dominancia estocástica de tercer orden (TSD).

Abstract

In this paper we analyze the consistency of financial indexes and the ordering of investments based on the mean-variance and the stochastic dominance (SD) approaches. We take 47 mutual funds from the Chilean financial market in order to compute several algorithms that enable us to verify stochastic dominance relationships in their first (FSD), second (SSD), and third order (TSD). We found evidence that both approaches generate similar sets of efficient investments. However, there are important dissimilarities between the rankings elaborated according the mean-variance and the TSD criteria.

Palabras claves: dominación estocástica, índice Sharpe, portfolio, riesgo

Keywords: portfolio, risk, Sharpe index, stochastic dominance

JEL Classification: G10, G11

*Departamento de Economía y Finanzas, Universidad del Bío-Bío, Casilla 5-C, Concepción. E-mail: cpinto@ubiobio.cl

**Departamento de Economía y Finanzas, Universidad del Bío-Bío, Casilla 5-C, Concepción. E-mail: aacunad@ubiobio.cl

1. Introducción

Desde su aparición, el concepto de dominación estocástica para la evaluación del desempeño y riesgo financiero ha sido considerado teóricamente como un marco de análisis para las series de datos de retornos financieros *ex post* superior a los tradicionales indicadores basados en la estimación de momentos puntuales de la distribución de retornos como la media y la varianza. La afirmación anterior se fundamenta en que el método considera la estructura y comportamiento de toda la distribución de retornos, y no sólo momentos parciales (media-varianza), y a que no requiere mayores restricciones y supuestos acerca de la estructura de preferencias del inversionista, en otras palabras, son necesarios supuestos simples acerca de sus preferencias por riesgo.

Los criterios de media-varianza para la formación de conjuntos de inversiones eficientes basados en la teoría de selección de carteras (Markowitz, 1952) han sido criticados por la estrechez de los requerimientos de validez que imponen a la función de utilidad del inversionista, o al tipo de de distribución de probabilidad de los retornos esperados. Según Tobin (citado por Hanoch y Levy, 1969) el análisis de media-varianza es válido sólo cuando la función de utilidad es cuadrática, y la distribución de probabilidad de los retornos es de una “familia de dos parámetros” (i.e., normal, lognormal). Aumann y Serrano (2008) en su propuesta de un nuevo índice de riesgo, critican los índices de media/desviación estándar por no cumplir la condición de monotonicidad con respecto a la dominación de primer orden (puede calificar el riesgo de un juego como más alto, aún teniendo un retorno mayor y seguro) y restringirse al ordenamiento de juegos normales.

El objetivo del presente trabajo es comparar los criterios de selección de inversiones que entregan los enfoques tradicionales de media varianza (frontera eficiente, índices de retornos ajustados por riesgo) y el enfoque de la dominación estocástica (primer, segundo y tercer orden). Se pretende determinar si hay diferencias en el conjunto de inversiones eficientes proporcionado por ambos enfoques, y si existen diferencias en el ordenamiento de las inversiones, y la relevancia e implicancia de ellas.

El desarrollo del trabajo es como sigue: En la sección 2 se discuten las distintas visiones para la evaluación de riesgo y el desempeño de inversiones. La sección 3 describe la metodología desarrollada y los resultados del estudio empírico. Finalmente, en la sección 4 se concluye.

2. Criterios para la evaluación de riesgo y desempeño de inversiones

Al hablar de desempeño de inversiones es necesario, en primer lugar, introducir el concepto de carteras de inversión o carteras, temática que la literatura financiera ha abordado desde la década de los cincuenta. En efecto, Markowitz (1952) formula la elección de la cartera como un problema a resolver por el inversor, en el cual éste debe asignar los recursos con la finalidad de maximizar el retorno esperado de la cartera sujeto a un riesgo determinado (medido por la varianza), o bien, minimizar el riesgo de la cartera sujeto a un retorno esperado por el inversionista. La solución de este problema determina la frontera eficiente, construcción teórica que agrupa todas las carteras que implican la elección óptima de retorno y riesgo asociados que maximizan las ganancias del agente económico.

Este enfoque teórico, conocido como media-varianza, es considerado pionero dado que caracteriza la distribución de los retornos sobre la base de sus dos primeros momentos, i.e. media y varianza, y además considera los co-movimientos de los diferentes activos que conforman la cartera óptima, i.e. la covarianza entre los retornos. Adicionalmente, el enfoque media-varianza dio origen a la estimación de los denominados

“modelos índice”, como el propuesto por Sharpe (1963). En estos modelos el retorno de un activo reacciona ante las fluctuaciones del mercado, cuya sensibilidad es capturada por el coeficiente beta, el cual es estimado a partir de datos financieros históricos.¹

Tras la modelación de la cartera sobre la base de criterios de racionalidad económica, el siguiente paso fue evaluar su desempeño, siendo la década de los sesenta la más prolífera en proponer criterios y técnicas que facilitarían la evaluación. En este ámbito, destacan el índice de Sharpe (1966), la razón de Treynor (1965) y el denominado alfa de Jensen (1968), herramientas que hasta la fecha siguen siendo utilizadas por los analistas financieros.

Otra herramienta de evaluación de desempeño desarrollada en la década de los sesenta es la propuesta por Treynor y Mazuy (1966). En este enfoque metodológico el inversor se mueve entre dos líneas características², una con baja volatilidad y otra con alta volatilidad, con el fin de anticipar la rentabilidad del mercado, ajustar la composición de su cartera y obtener ganancias extraordinarias. Sin embargo, esta cualidad de los inversores, denominada “*market timing*”, no es verificada por los autores en el mercado de fondos mutuos estadounidense.

La evaluación del desempeño de una inversión riesgosa posee su atractivo en el hecho de poder predecir su evolución futura. La existencia de persistencia en el desempeño es una condición deseable para lograr este fin. No obstante, esto implica que no estamos en presencia de un mercado de activos eficiente³, i.e. el desempeño no es una variable temporal aleatoria. Lo cual ha dado pie para la utilización de técnicas más sofisticadas y de mayor robustez estadística al momento de evaluar el desempeño.⁴

En esta línea, se incorpora la dominación estocástica (SD por sus siglas en inglés) al abanico de herramientas disponibles para evaluar desempeño de inversiones. En palabras simples, la dominación estocástica permite realizar un ordenamiento entre diversos activos en función de sus retornos. En este plano, el activo A dominaría estocásticamente al activo B si y sólo si la probabilidad que el activo A logre una rentabilidad inferior o igual a $x\%$ es menor que la probabilidad que el activo B alcance dicho retorno, por lo cual el activo A será más atractivo para el inversor que el activo B⁵. En esta línea de investigación, Hanoch y Levy (1969) son los primeros en proponer algoritmos para comprobar la existencia de dominación estocástica de primer orden (FSD) y de segundo orden (SSD), y Levy (1973) extiende el horizonte de inversión y evalúa el conjunto de carteras eficientes bajo un enfoque multiperíodo. El contraste empírico entre esta nueva alternativa de evaluación y sus predecesoras es realizado por Porter y Gaumnitz (1972), quienes utilizando datos de frecuencia mensual de 140 acciones para el periodo 1960-1963 concluyen que no existen grandes diferencias entre los enfoques media-varianza y dominación estocástica de segundo orden al momento de configurar carteras eficientes.

¹Por otra parte, el enfoque media-varianza aborda el problema del inversor como de un periodo, lo cual puede parecer poco realista. Es así como desarrollos teóricos propuestos por Fama y French, o Campbell y Shiller, en la década de los ochenta configuran el análisis como multi-periodo, asumiendo la independencia de los retornos periodo a periodo. Sin embargo, emerge el problema de la dependencia temporal de los retornos y sus varianzas (Elton y Gruber, 1997).

²La línea característica de un activo se obtiene graficando los pares ordenados conformados por el retorno del activo y por el retorno del mercado, medido por algún índice de rentabilidad (e.g. Dow Jones, Nikkei, Bovespa, IGPA), para luego trazar una línea que una estos puntos con el mayor grado de ajuste. Si la línea resultante posee cierta curvatura, entonces estamos en presencia de un corredor de activos que posee conocimiento respecto del “*timing*” del mercado.

³Para una revisión de los principales enfoques de eficiencia véase Malkiel (2003).

⁴Véase Grinblatt y Titman (1989) para una discusión respecto de las metodologías de evaluación de desempeño “tradicionales” desarrolladas durante la década de los sesenta.

⁵Véase cap. 3 de Levy (2006) para mayores detalles sobre dominancia estocástica de distinto orden.

Por otra parte, a partir del interés de los administradores de riesgo privado, nacen nuevas técnicas de evaluación de desempeño. En efecto, tras la aparición de Riskmetrics (Morgan, 1996) se instaura el concepto “*Value at Risk*” (VaR), el cual relaciona la máxima pérdida que es posible obtener al invertir en un título con su respectiva distribución de probabilidad. Básicamente, esta herramienta requiere la calibración de ciertos parámetros para determinar, a través de un modelo GARCH, los máximos niveles de pérdida condicional al retorno esperado del título. Para una comparación de distintas medidas de VaR vease Christoffersen et al. (2001).

Finalmente, cada una de estas metodologías ha incorporado desde sus inicios y hasta la fecha diversos activos financieros estadounidenses, como acciones o fondos mutuos, en su análisis empírico del desempeño financiero, e.g. Jensen (1968), Grinblatt et al. (1995), Chen y Knez (1996), Meyer et al. (2005).

La literatura chilena ha abordado extensamente el tema de la evaluación del desempeño financiero, pero ésta se ha limitado principalmente al análisis de estadísticos media-varianza (Maturana y Walker, 1999; Quezada et al., 2007), la utilización de VaR (Johnson, 2005), y en la detección de persistencia en la rentabilidad (Umaña et al., 2008). Zurita y Jara (1999) hacen mención de la dominación estocástica como medida de evaluación pero no hacen uso de ella en la evaluación que realizan de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) durante los años 1987 y 1998. Hasta donde sabemos la presente investigación constituye una primera aplicación de la dominación estocástica al análisis de desempeño financiero en la literatura nacional.

3. Estudio Empírico

En orden a obtener una apreciación de las posibles discrepancias entre los enfoques de media-varianza y de dominación estocástica, y con el objeto de comparar los resultados en términos de la orientación que entregan al inversionista, hemos elaborado un *ranking* de desempeño de un conjunto de fondos mutuos (FM) del mercado de valores chileno. La razón de la elección de los fondos mutuos como objeto de este estudio es la gran cantidad y diversidad de características, mercados de inversión, políticas de diversificación y composición de las carteras, que tienen estos instrumentos, lo que nos permite abarcar un amplio espectro de fenómenos que determinan el comportamiento de las series de datos. Del total de 452 instrumentos registrados al momento de realizar la extracción de la muestra, hemos escogido un total de 47 fondos mutuos. El criterio de formación de la muestra se estructuró pensando en obtener una amplia variedad de tipos de instrumento de manera de obtener conjuntos de datos con estructuras diferentes (diferente retorno esperado, desviación estándar, escala de retorno, momentums de mercado, tipos de mercado de inversión, tipos de inversionista a los que se dirige el fondo, etc.). De esta manera se maximizan las posibilidades de comparación entre diferentes métodos de evaluación⁶. El cuadro 1 resume las características de los instrumentos que se tomaron en consideración para la conformación de la muestra de fondos. Se aseguró la representación de la mayor cantidad de instrumentos de las diversas categorías.

⁶La muestra de fondos mutuos se extrajo a partir del mes de junio de 2004 hasta el mes de marzo de 2011 desde el sitio web de la Superintendencia de Valores y Seguros de Chile, SVS (<http://www.svs.cl>).

Cuadro 1: Criterios para la agrupación del universo total de fondos mutuos (FM).

Cuartil Patrimonio	Internacional	Enfoque Riesgo
1: 0-0,25	1: hasta 10 % del fondo en activos internacionales	Si: Deuda bajo riesgo
2: 0,25-0,50	2: entre 10 %-75 % en activos internacionales	No: Activos de riesgo
3: 0,50-0,75	3: más de 75 % en activos internacionales	
4: 0,75-100		

Fuente: Elaboración propia

Otro aspecto importante es la integridad de los datos para el periodo que comprende el estudio. Para resguardar esto, se seleccionaron aquellos instrumentos con cotización de valor cuota para todo el periodo considerado en el estudio. En este sentido, se recolectaron datos de los siguientes tipos. El retorno de los fondos mutuos se calculó con datos de valor cuota (el “*precio*” del instrumento) para periodos mensuales, entre junio de 2004 y marzo de 2011. Un total de 82 datos de valor cuota y 81 retornos por cada fondo. Se obtuvo una serie del Índice de Precios al Consumidor⁷, y una serie de rendimientos del Pagaré Descontable del Banco Central de Chile (PDBC) con vencimientos de 30 días, como variable *proxy* del retorno de un activo libre de riesgo⁸. Todos los valores nominales fueron deflactados, operándose solamente con cifras en términos reales. Los fondos están numerados desde 1 a 47 y la identificación de cada uno se encuentra descrita en el Anexo A.

3.1. Obtención de pares ordenados de inversiones según criterios de dominación estocástica de primer, segundo, y tercer orden

Para las comprobaciones en que se aplican los criterios de media-varianza se calcula la media, la desviación estándar, y el exceso de retorno para las series de retornos reales de cada FM. Por otro lado, se realizaron las pruebas para determinar las relaciones de dominación estocástica de primer, segundo, y tercer orden. El resultado de este proceso no es necesariamente un ordenamiento total del conjunto de FM analizado, puesto que el criterio puede no decidir si existe una relación de dominación estocástica entre dos fondos (Zurita y Jara, 1999). Esto generará un ordenamiento parcial (por grupos).

Conforme a lo descrito en la sección 2 se diseñaron métodos para la aplicación de algoritmos de arreglo y verificación de las condiciones para el establecimiento de relaciones de dominación estocástica de primer (FSD), segundo (SSD) y tercer (TSD) orden⁹.

Sean x e y los vectores de retornos pertenecientes a la distribución F y la distribución G , respectivamente. Los n elementos de cada vector F y G se ordenan de menor a mayor de la siguiente forma.

$$x \in F : x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

$$y \in G : y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$$

⁷Dado que durante el periodo muestral se produjo un cambio en el periodo base en el cálculo del IPC por parte del Instituto Nacional de Estadísticas (INE) de Chile, fue necesario realizar el respectivo empalme en la serie.

⁸La fuente de los datos es el Banco Central de Chile, los cuales son publicados en la sección Nueva Base de Datos Estadísticos de su página web (<http://www.bcentral.cl>).

⁹Véase Levy (2006), Meyer et al. (2005), y Porter et al. (1973).

Asignamos una probabilidad uniforme de $1/n$ a cada elemento (retorno) del vector. Para la determinación de la condiciones de dominación estocástica de primer orden (FSD) de la distribución F sobre la distribución G se deben verificar conjuntamente las siguientes condiciones:

Condición 1: $x_i \geq y_i \forall i = 1, 2, \dots, n$, y existe al menos una desigualdad estricta $x_m > y_m$ para algún $m = 1, 2, \dots, n$.

Condición 2: $x_1 \geq y_1$ (condición cola izquierda).

Para la determinación de la relación de dominación estocástica de segundo orden (SSD) de la distribución F sobre la distribución G se deben verificar conjuntamente las siguientes condiciones:

Condición 1: $X_i \geq Y_i \forall i = 1, 2, \dots, n$, y existe al menos una desigualdad estricta $X_m > Y_m$ para algún $m = 1, 2, \dots, n$. Donde $X_i = \sum_{k=1}^i x_k$ e $Y_i = \sum_{k=1}^i y_k$.

Condición 2: $X_1 \geq Y_1$ (condición cola izquierda)

Con el fin de evaluar la relación TSD, debemos operar la función de probabilidad (o densidad) acumulada, $F(x)$ o $G(y)$, de ambos títulos sobre los cuales se está realizando el contraste. Adicionalmente, es necesario construir una grilla z que agrupe los retornos observados para los títulos x e y . Por ende, $z = z_1, z_2, \dots, z_{2n}$, donde $z_k = x_i$ para algún i , o bien, $z_k = y_j$ para algún j . Finalmente, para cada título x e y es necesario construir las siguientes funciones por tramos considerando su correspondiente función de probabilidad acumulada:

$$(1) \quad F_2(x) = \int_{-\infty}^x F(u)du = \begin{cases} 0 & x \leq x_1 \\ \frac{k}{n}x - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) & x_k \leq x \leq x_{k+1} \text{ for } 1 \leq k \leq n-1 \\ x - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) & x \geq x_n \end{cases}$$

$$(2) \quad F_3(x) = \int_{-\infty}^x F_2(u)du = \begin{cases} 0 & x \leq x_1 \\ \frac{1}{2n}(x - x_1)^2 & x_1 \leq x \leq x_2 \\ \vdots & \\ F_3(x_k) + \frac{k}{2n}(x^2 - x_k^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) (x - x_k) & x_k \leq x \leq x_{k+1} \\ \vdots & \\ F_3(x_n) + \frac{1}{2}(x^2 - x_n^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) (x - x_n) & x \geq x_n \end{cases}$$

Con las expresiones anteriores se debe computar $F_2(x_i)$ y $G_2(y_i)$ para $i = 1, 2, \dots, n$, junto con $F_3(z_k)$ y $G_3(z_k)$ para $k = 1, 2, \dots, 2n$. Una vez hecho esto, se determina la relación de dominación estocástica de tercer orden de la distribución F sobre la distribución G verificando conjuntamente las siguientes condiciones:

Condición 1: Verificar si $\min(F) \geq \min(G)$

Condición 2: Calcular $H(z_k) = G_3(z_k) - F_3(z_k)$ para todo $k = 1, 2, \dots, 2n$ y verificar que $H(z_k) \geq 0$ para todo k .

Finalmente, cabe señalar que el orden de dominación de las funciones F y G no altera el resultado de aquellas relaciones de dominación obtenidas en el orden anterior, en términos que si F domina a G en el orden 1, lo hará también en el orden 2 y en el orden 3. Lo que sí ocurre es que a medida que aumenta el orden del análisis de dominación, aparecen nuevas relaciones de dominación que no son decididas en el orden precedente. En otras palabras, a medida que el criterio se “afina” incluyendo una nueva restricción

para las preferencias por riesgo (función de utilidad), es capaz de decidir la relación de dominación entre nuevos pares de fondos. Por lo expuesto anteriormente, los resultados presentados se referirán sólo a las condiciones de dominación estocástica de tercer orden.

3.2. Obtención del conjunto de inversiones eficientes según criterio de media-varianza y de dominación estocástica

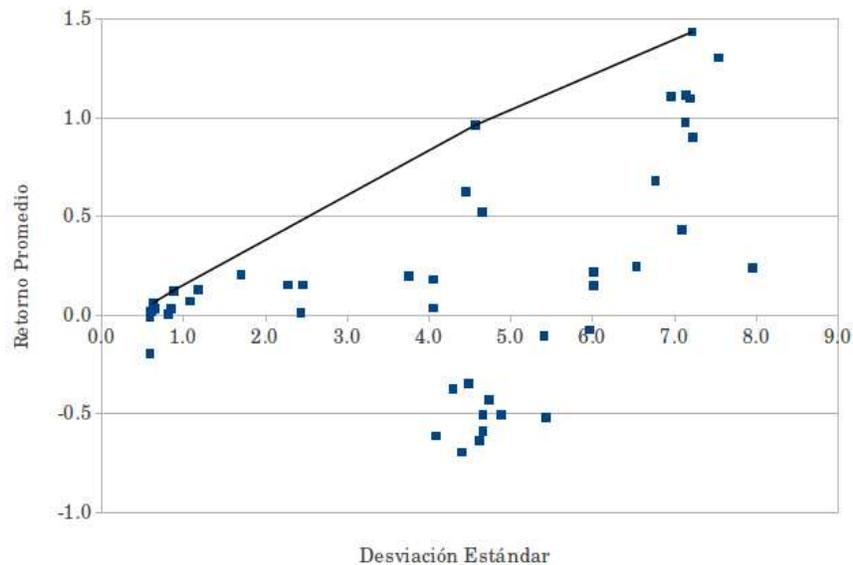
Se entiende por conjunto eficiente aquel conjunto compuesto por inversiones sobre las cuales ninguna otra inversión es preferida de acuerdo a determinado criterio de evaluación. Para conformar el conjunto de los FM eficientes, se aplicó el criterio de media-varianza basados en el modelo de optimización de carteras (Markowitz, 1952) y el de dominación estocástica de primer, segundo y tercer orden.

En orden a obtener la frontera eficiente según el criterio de media-varianza se graficaron los pares media y desviación estándar de los 47 títulos de la muestra junto con el activo libre de riesgo (PDBC) a fin de visualizar el conjunto de inversiones eficientes (ver figura 1). Conjuntamente, se calculó el índice de Sharpe (IS) para cada FM i de la muestra según la siguiente expresión:

$$(3) \quad IS_i = \frac{E[r_i - r_f]}{\sigma_i}$$

Donde IS_i es el índice de Sharpe para el título i , $E[\cdot]$ es el operador esperanza, r_i es el retorno mensual real del título i , r_f es el retorno mensual real del activo libre de riesgo, y σ_i es el riesgo asociado al título i medido por la desviación estándar del retorno de dicho título.

Figura 1: Diagrama de dispersión retorno-volatilidad para los 48 títulos incluidos en la muestra



Fuente: Elaboración propia

Este ejercicio nos permite observar la dificultad que presenta la interpretación de estos indicadores ante la presencia de retornos que no se comportan como la forma ideal del modelo. En primer lugar, llama la atención que el retorno medio de un importante conjunto de instrumentos es menor que cero, así lo es también por tanto el exceso de retorno $E[r_i - r_f]$. La aplicación del índice de Sharpe para establecer un ordenamiento de títulos en función de riesgo y desempeño merece cierta cautela cuando el exceso de retorno es negativo, y el comportamiento de los precios exhibe alta volatilidad (Meyer et al., 2005). Esto ha sido particularmente así durante casi todo el periodo de la muestra, y en especial desde la aparición del último período de turbulencia financiera internacional a partir del año 2007 en adelante.

Tomando como base el diagrama de retorno-volatilidad aplicamos el criterio de selección de carteras eficientes, y extraemos aquellos instrumentos que ofrecen los mejores retornos para cada nivel significativo de volatilidad (aquellos que en el diagrama forman el contorno superior del conjunto de puntos). Según este criterio, los títulos que pertenecen al conjunto eficiente son aquellos que ofrecen un mayor retorno esperado que aquellos títulos que están en su mismo rango de volatilidad (riesgo medido por la desviación estándar del retorno). Cualquier combinación lineal de estos títulos (i.e. una cartera) tendrá asociada un rendimiento esperado mayor o igual al de cualquier otro título del conjunto para el mismo nivel de volatilidad. El resultado es un subconjunto eficiente o dominante de cuatro FM los cuales se listan en el cuadro 2.

Cuadro 2: Selección de FM que configuran una frontera eficiente según criterio de media-varianza e índice Sharpe (IS)

N°	FM	Media	Desv. Estándar	Índice Sharpe	Ranking IS*	Percentil bajo IS
37	8100I	0.063 %	0.627	0.074	15	68.1 %
34	8141A	0.119 %	0.878	0.117	10	78.7 %
4	8076EJ	0.961 %	4.569	0.207	1	97.9 %
26	8098B	1.436 %	7.213	0.197	2	95.7 %

*: lugar en el ranking de los 47 títulos según el índice Sharpe.

Fuente: Elaboración propia

Es de notar que el activo libre de riesgo no se encuentra estrictamente en la frontera eficiente aunque esté en la región del diagrama que se espera (baja volatilidad y retorno esperado cercano a 0). Sin embargo, aparece dominado por otros dos títulos con la misma baja volatilidad pero con un retorno esperado algo mayor.

El conjunto eficiente según el criterio de dominancia estocástica de tercer orden (criterio TSD) se determina seleccionando aquellos títulos que no son dominados por ningún otro título del mercado. El cuadro 3 muestra el conjunto eficiente según el criterio TSD.

Cuadro 3: Conjunto eficiente según criterio de dominación estocástica de tercer orden

N°	FM	ND+ TSD	ND- TSD	GD TSD	Ranking TSD
37	8100I	45	0	0.0022	1
34	8141A	36	0	0.0028	2
4	8076EJ	28	0	0.0036	3

ND+: N° de fondos dominados por determinado título

ND-: N° de fondos que domina determinado título

Fuente: Elaboración propia

Ambos criterios para la selección de carteras generan conjuntos muy similares de inversiones eficientes, que comprenden los fondos 4, 34, y 37 para ambos criterios. Este resultado es de esperar de acuerdo a la literatura sobre este punto, sin embargo, el criterio de media-varianza incluye también el FM 26, cosa que no hace el criterio de TSD. Es de notar que el título 26 es el de más alta desviación estándar y retorno esperado del conjunto eficiente de media-varianza.

3.3. Elaboración de ranking de inversiones según el índice Sharpe y el set de relaciones de dominación estocástica

Tal como ya se ha señalado, el análisis empírico de la presente investigación considera el contraste de indicadores que permiten medir el desempeño de los fondos mutuos del mercado chileno tanto desde el enfoque media-varianza como desde el enfoque de dominación estocástica (SD).

Para el primer enfoque se considerará el índice o razón de Sharpe, para lo cual los instrumentos fueron ordenados según el valor del IS en orden estricto de magnitud, mientras más alto el valor del índice, menor es la posición en el *ranking*. Es decir, el IS más alto alcanza la posición uno del ranking. De acuerdo a esto, el cuadro 4 muestra los veinte títulos mejor ubicados de acuerdo al citado índice.

Cuadro 4: Listado de los veinte FM mejor evaluados de acuerdo a índice Sharpe

N°	FM	IS	Ranking IS	N°	FM	IS	Ranking IS
4	8076EJ	0.207	1	45	8245A	0.110	11
26	8098B	0.197	2	3	8030A	0.109	12
27	8160EJ	0.171	3	18	8247A	0.098	13
14	8206A	0.157	4	29	8119A	0.096	14
15	8086A	0.154	5	37	8100I	0.074	15
25	8098A	0.150	6	42	8032A	0.060	16
1	8278A	0.137	7	22	8054A	0.059	17
23	8136A	0.134	8	2	8290A	0.055	18
24	8133A	0.122	9	33	8287PE	0.050	19
34	8141A	0.117	10	7	8252C	0.048	20

Fuente: Elaboración propia

Para el caso de las relaciones de dominación estocástica, la idea central para el ordenamiento es que aquel título que posee una menor cantidad de fondos que le dominan en relación al número de títulos que domina a su vez alcanzará la más alta posición en el *ranking*. Lo anterior se ha determinado creando el indicador de Grado de Dominación(GD) que mide la relación inversa entre la cantidad de títulos dominados por un elemento y la cantidad de títulos que domina a ese elemento. Los títulos con menor GD serán los que alcancen las posiciones mayores en el ranking. El cuadro con el ranking elaborado en base las condiciones de dominación estocástica de tercer orden (criterio TSD) se muestran en el anexo B.

Comparando las posiciones en los índices elaborados según el ordenamiento de media-varianza (IS) y de dominación estocástica de tercer orden (TSD), observamos que las posiciones tienen importantes diferencias. A manera de ilustración, en el cuadro 5 se muestran estadísticas para el caso de aquellos fondos cuya posición en el ranking es disímil según el Índice de Sharpe y el criterio TSD. Las dos últimas columnas del cuadro muestran las posiciones en el ranking de fondos construidos según el criterio de TSD y el criterio de media varianza. Se incluye además el fondo de referencia libre de riesgo (título 48).

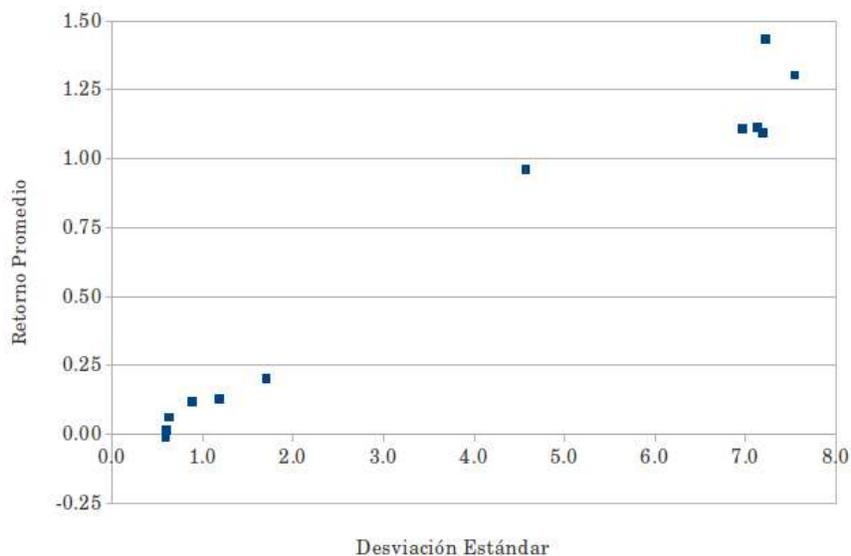
Cuadro 5: Indicadores para los FM con diferente ubicación en ranking de desempeño según IS y TSD

N°	Título	$E[r_i]$	σ_i	IS	ND+	ND-	Rankink TSD	Ranking Sharpe
4	8076EJ	0,9609	4,5686	0,207	28	0	3	1
14	8206A	1,1100	6,9590	0,157	9	22	27	4
15	8086A	1,1125	7,1336	0,154	6	24	30	5
25	8098A	1,0965	7,1922	0,150	5	25	31	6
26	8098B	1,4356	7,2132	0,197	9	17	25	2
27	8160EJ	1,3039	7,5415	0,171	1	23	41	3
29	8119A	0,1288	1,1756	0,096	35	2	8	14
34	8141A	0,1191	0,8780	0,117	36	0	2	10
35	8187A	-0,0091	0,5877	-0,043	38	4	10	37
37	8100I	0,0625	0,6269	0,074	45	0	1	15
45	8245A	0,2025	1,7010	0,110	33	12	15	11
48	PDBC30	0,0161	0,6014	0,000	39	1	5	31

Fuente: Elaboración propia

Constatamos que los fondos 14, 15, 25, 26, y 27 tienen posiciones altas en el ranking de media-varianza, 4°, 5°, 6°, 2°, y 3°, respectivamente, y posiciones notoriamente bajas en el ranking TSD (27°, 30°, 31°, 25°, y 41°). Es particularmente notorio el caso del Fondo 27, 3° en el índice Sharpe y 41° en el ranking TSD. Asimismo, los fondos 29, 34, 35, 37, y 48 tienen posiciones altas en el ranking TSD (8°, 2°, 10°, 1°, y 5°, respectivamente) y posiciones bajas en el ranking de Sharpe (14°, 10°, 37°, 15°, y 31°).

Figura 2: Retorno esperado y desviación estándar de retorno para los títulos con posición disímil en el ranking de M-V (media-varianza) y el ranking TSD

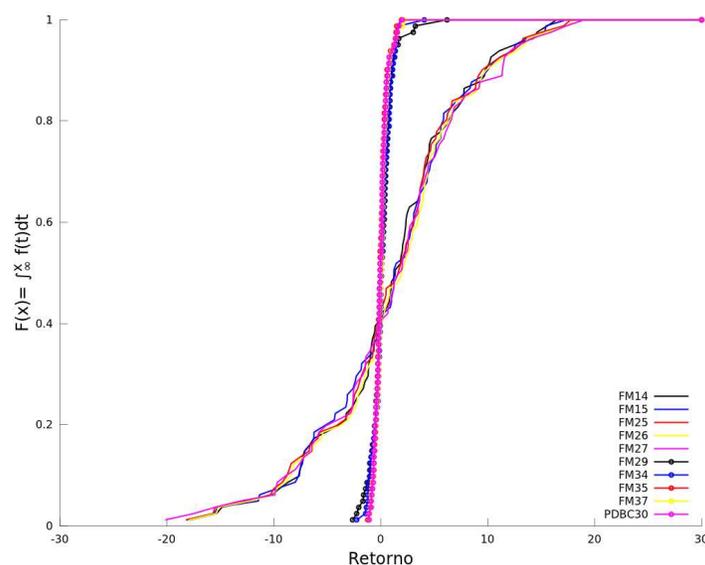


Fuente: Elaboración propia

Para ilustrar la posición de estos fondos mostramos nuevamente en la figura 2 la gráfica de rendimiento esperado y desviación estándar del retorno para ambos grupos. La observación de esta figura nos muestra claramente que el primer grupo de fondos, al cual denominamos Grupo A, está conformado mayormente por títulos de más alta volatilidad y retorno esperado (alto en M-V y bajo en TSD), mientras que el segundo grupo (alto en TSD y bajo en M-V), denominado Grupo B, está conformado por títulos de baja volatilidad y bajo retorno esperado.

Adicionalmente, cabe señalar que cada uno de los títulos que conforman el Grupo B dominan a aquellos que integran el Grupo A bajo el criterio TSD. Esto queda de manifiesto al observar la función de distribución acumulada para cada uno de los FM que integran cada grupo, las que asocian una probabilidad mayor de ocurrencia a retornos de mayor cuantía sólo en el segundo grupo (ver figura 3).

Figura 3: Función de distribución acumulada ($F(x)$) de títulos con diferente ubicación en ranking de desempeño según IS y TSD



Fuente: Elaboración propia

Para ilustrar de mejor manera las evaluaciones realizadas por cada indicador haremos una descomposición de los primeros cuatro momentos de las distribuciones de retorno para cada uno de los títulos que conforman los grupos A y B, información que es recopilada en el cuadro 6. Adicionalmente, la figura 4 presenta los histogramas de los títulos que configuran ambos grupos disímiles.

Claramente, el grupo A supera al B en términos de retorno esperado. Por otro lado, el grupo B muestra una menor variabilidad en el retorno. Tomados ambos momentos en conjunto, como el coeficiente de variación o el índice Sharpe, el grupo A supera al B al tener una menor dispersión relativa.

No obstante, si incorporamos momentos superiores observamos nuevos elementos para la comparación de ambos grupos. En primer lugar la asimetría, observamos que la distribución del retorno de los títulos del grupo A poseen un coeficiente de asimetría negativo en torno a $-0,25$, lo cual nos indica que la distribución esta sesgada hacia la izquierda, i.e., retornos negativos). Por otro lado, los títulos del grupo B poseen una

asimetría positiva con un coeficiente de asimetría mayor que cero, mostrando por tanto la distribución de retornos un sesgo hacia la derecha, i.e., retornos positivos.

Cuadro 6: Momentos muestrales de distribución de retornos de títulos discrepantes

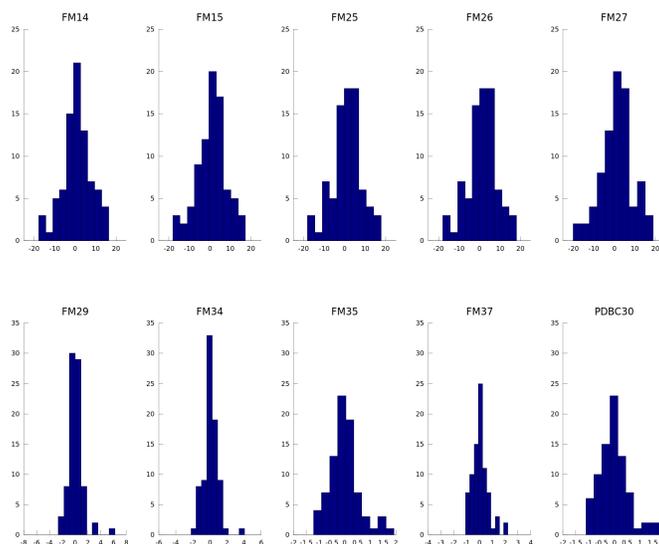
Grupo A: Alto IS bajo TSD						Grupo B: Bajo IS alto TSD					
Nº	Título	$E[r_i]$	σ_i	Sk_i	κ_i	Nº	Título	$E[r_i]$	σ_i	Sk_i	κ_i
14	8206A	1,1100	6,9590	-0,2576	0,1880	29	8119A	0,1288	1,1756	1,7028	8,0682
15	8086A	1,1125	7,1336	-0,2369	0,0976	34	8141A	0,1191	0,8780	0,8227	3,8005
25	8098A	1,0965	7,1922	-0,2224	0,2176	35	8187A	-0,0091	0,5877	0,7342	1,0540
26	8098B	1,4356	7,2132	-0,2203	0,2178	37	8100I	0,0625	0,6269	0,9503	1,7176
27	8160EJ	1,3039	7,5415	-0,2686	0,3551	48	PDBC30	0,0161	0,6014	0,8745	1,2364

$E[r_i]$: Retorno esperado σ_i : Desviación Estándar Sk_i : Skewness κ_i : Curtorsis
 Fuente: Elaboración propia

En cuanto al cuarto momento, la curtosis, la distribución de retornos del grupo A posee un coeficiente de curtosis notoriamente más bajo que los del grupo B, lo cual refleja una mayor densidad de estos títulos hacia los extremos de la distribución. Es decir, los retornos presentes en los extremos de la distribución son más frecuentes.

Si evaluamos en conjunto el efecto del tercer y cuarto momento vemos claramente que las inversiones del grupo A son aun más riesgosas que lo indicado por su variabilidad y por lo reflejado en su índice Sharpe. En consecuencia, nos parece que el criterio TSD captura en forma más completa el efecto de los momentos superiores de la distribución en la evaluación del perfil de riesgo de las inversiones.

Figura 4: Histogramas de títulos con diferente ubicación en ranking de desempeño según IS y TSD



Fuente: Elaboración propia

4. Conclusiones

El estudio empírico presentado en este trabajo se enfocó a contrastar dos enfoques para el análisis y ordenamiento de inversiones riesgosas. El enfoque de media-varianza, basado en la optimización de carteras, ha generado indicadores basados en los dos primeros momentos de la distribución de retornos. Por otro lado, el enfoque de dominación estocástica compara las funciones de distribución de probabilidad entre dos inversiones incluyendo momentos de orden superior. De la comparación entre ambos podemos extraer las siguientes conclusiones.

Primero, tanto el enfoque de media-varianza como el de dominación estocástica generan un conjunto similar de inversiones eficientes. Sin embargo, el criterio de dominancia estocástica de tercer orden (TSD) no incluye en esta categoría aquellos títulos de mayor volatilidad.

Segundo, existen importantes disimilitudes en la posición de algunas inversiones en los *rankings* elaborados de acuerdo al criterio de media-varianza y los elaborados de acuerdo al criterio de TSD, por tanto, no generan un criterio de ordenamiento consistente. Estas disimilitudes sugieren que el criterio de TSD penaliza la evaluación de las inversiones de alta volatilidad y que además presentan asimetría negativa y baja curtosis.

Tercero, el criterio de TSD se presenta como un método más completo para ponderar el perfil de riesgo de una inversión al capturar factores de riesgo que no están considerados en los ordenamientos construidos a partir del enfoque media-varianza.

Finalmente, se plantean nuevos problemas para la investigación. El principal desafío en la evaluación de inversiones es generar un indicador cuantitativo de riesgo que englobe todas las características de la distribución de retornos, tal como lo hace el criterio de dominación estocástica.

Referencias

- Aumann, R. y Serrano, R. (2008). An economic index of riskiness. *Journal of Political Economy*, 116(5), pp. 810-836.
- Chen, Z., y Knez, P. J. (1996). Portfolio performance measurement: Theory and applications. *Review of Financial Studies*, 9(2), pp. 511-555.
- Christoffersen, P., Hahn, J., y Inoue, A. (2001). Testing and comparing value-at-risk measures. *Journal of Empirical Finance*, 8(3), pp. 325-342.
- Elton, E. J., y Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of Banking and Finance*, 21, pp. 1743-1759.
- Grinblatt, M., y Titman, S. (1989). Portfolio performance evaluation: old issues and new insights. *Review of Financial Studies*, 2(3), pp. 393-421.
- Grinblatt, M., Titman, S., y Wermers, R. (1995). Momentum investment strategies, portfolio performance, and herding: A study of mutual fund behavior. *American Economic Review*, 85(5), pp. 1088-1105.
- Hadar, J. y Russell, W. (1969). Rules for ordering uncertain prospects. *American Economic Review*, 59(1), pp. 25-34.
- Hanoch, G. y Levy, H. (1969). The efficiency analysis and choices involving risk. *The Review of Economic Studies*, 36 (3), pp. 335-346.
- Jensen, M. C. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *Journal of Finance*, 23(2), pp. 389-415.
- Johnson, C. (2005). Métodos alternativos de evaluación de riesgo para portafolios de inversión. *Revista Latinoamericana de Administración*, 35, pp. 33-65.
- Levy, H. (1973). Stochastic dominance, efficiency criteria, and efficient portfolios: The multi-period case. *American Economic Review*, 63(5), pp. 986-994.
- Levy, H. (2006). *Stochastic dominance: Investment decision making under uncertainty*. New York: Springer.
- Malkiel, B. G. (2003). The efficient market hypothesis and its critics. *The Journal of Economic Perspectives*, 17(1), pp. 59-82.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.
- Maturana, G., y Walker, E. (1999). Rentabilidades, comisiones y desempeño en la industria chilena de fondos mutuos. *Estudios Públicos*, 73, verano, pp. 293-334.
- Meyer, T., Li, X. y Lawrence, C. (2005). Comparing mean variance tests with stochastic dominance tests assessing international of portfolio diversification benefits. *Financial Services Review*, 14, pp. 149-168.
- Morgan, J. P. (1996). *Riskmetrics-Technical document*, 4ª edición. New York: Morgan Guaranty Trust Company.
- Porter, R. B., Wart, J. y Ferguson, D. (1973). Efficient algorithms for conducting stochastic dominance tests on large numbers of portfolios, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 8(1), pp. 71-81.
- Porter, R.B. y Gaumnitz, J.E. (1972). Stochastic dominance vs. mean-variance portfolio analysis: an empirical evaluation. *American Economic Review*, 62(3), pp. 438-446.
- Quezada, F., Fuentes, C., Durán, A., y Sepúlveda, D. (2007). Análisis comparativo del desempeño financiero de los fondos de pensiones en el antiguo y nuevo sistema previsional. *Horizontes Empresariales*, 6(1), pp. 27-36.
- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2), pp. 277-293.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *Journal of Business*, 39(1), pp. 119-138.
- Treynor, J. L. (1965). How to rate management of investment funds. *Harvard Business Review*, 43(1), pp. 63-75.
- Treynor, J. L., y Mazuy, K. K. (1966). Can mutual funds outguess the market? *Harvard Business Review*, 44(4), pp. 131-136.
- Umaña, B., Ferruz, L., Vargas, M. (2008). ¿Es predecible la rentabilidad de los fondos mutuos chilenos? Análisis de la industria y de su persistencia en rentabilidad. *Panorama Socioeconómico*, 37, pp. 160-170.
- Zurita, S. y Jara, C. (1999). Desempeño financiero de fondos de pensiones. *Estudios Públicos*, 74, pp. 227-254.

Anexo A: Composición de la muestra de fondos mutuos utilizada en el estudio

N°	Administradora	Nombre Fondo	Código
1	Euroamerica	Ventaja Local	8278A
2	Itaú	Itaú Mix	8290A
3	Corpcapital	Corp Acciones	8030A
4	Santander	Acciones Chilenas	8076EJ
5	Corpcapital	Corp USA	8233A
6	Cruz del Sur	Diversificacion	8298AF
7	Principal	Lifetime 2030	8252C
8	Banchile	Europe Fund	8129A
9	Santander	Santander Europeo	8158NOEJ
10	Santander	Global Desarrollado	8090EJ
11	Itaú	Itaú World Equity	8237A
12	Banchile	USA Accionario	8189A
13	BICE	Best Asia	8178A
14	Celfin	Acc. Latinoamericana	8206A
15	Banchile	Latina Accionario	8086A
16	Principal	USA	8113C
17	Larrain Vial (ex Consorcio)	Emerging Equity	8198A
18	Euroamerica	Euroamerica Capital	8247A
19	Santander	Multinac. Emergente	8058UNEJ
20	Santander	Asiático	8158EJ
21	Santander	Asiatico	8159APV
22	Banchile	Emerging Fund	8054A
23	Banchile	Latin America Fund	8136A
24	Corpcapital	Emerging Markets	8133A
25	Principal	Andes	8098A
26	Principal	Andes	8098B
27	Santander	Latinoamericano	8160EJ
28	BBVA	Renta Mixta 50	8116A
29	Corpcapital	Más Futuro	8119A
30	BICE	BICE Beneficio	8029A
31	BBVA	BBVA Familia	8106A
32	BBVA	BBVA Familia	8106E
33	Santander	Bonos y Letras	8287PE
34	BICE	BICE Extra	8141A
35	Scotia	Proximidad	8187A
36	BICE	BICE Manager	8100A
37	BICE	BICE Manager	8100I
38	Scotia	Prioridad	8255A
39	Scotia	Prioridad	8255B
40	Banchile	Liquidez 2000	8115U
41	Banchile	Euro Money Market	8272U
42	BICE	Target	8032A
43	LarrainVial	Multi Estrategico	8303A
44	LarrainVial	Multi Estrategico	8303E
45	LarrainVial	Portfolio Lider	8245A
46	LarrainVial	Global Equity	8173A
47	LarrainVial	Global Equity	8173E

Anexo B: Índice Sharpe y relaciones de dominancia estocástica de tercer orden según activo incluido en la muestra.

N°	Código FM	IS	Veces dominado por TSD	Veces que domina por TSD
1	8278A	0,137	15	28
2	8290A	0,055	14	31
3	8030A	0,109	19	24
4	8076EJ	0,207	0	28
5	8233A	-0,141	27	2
6	8298AF	-0,003	16	28
7	8252C	0,048	17	24
8	8129A	-0,098	31	1
9	8158NOEJ	-0,022	24	7
10	8090EJ	-0,081	24	10
11	8237A	-0,094	25	4
12	8189A	-0,162	24	4
13	8178A	-0,015	30	1
14	8206A	0,157	22	9
15	8086A	0,154	24	6
16	8113C	-0,092	23	14
17	8198A	0,035	31	1
18	8247A	0,098	25	3
19	8058UNEJ	0,028	46	0
20	8158EJ	0,022	27	2
21	8159APV	0,033	25	3
22	8054A	0,059	32	1
23	8136A	0,134	27	1
24	8133A	0,122	27	2
25	8098A	0,150	25	5
26	8098B	0,197	17	9
27	8160EJ	0,171	23	1
28	8116A	-0,154	25	2
29	8119A	0,096	2	35
30	8029A	-0,013	7	34
31	8106A	0,019	7	35
32	8106E	-0,107	30	0
33	8287PE	0,050	10	34
34	8141A	0,117	0	36
35	8187A	-0,043	4	38
36	8100A	0,027	1	41
37	8100I	0,074	0	45
38	8255A	0,017	2	40
39	8255B	0,023	3	7
40	8115U	0,022	1	38
41	8272U	-0,361	6	31
42	8032A	0,060	14	31
43	8303A	0,005	20	20
44	8303E	0,040	19	24
45	8245A	0,110	12	33
46	8173A	-0,130	24	3
47	8173E	-0,113	23	6
48	PDBC30	0,000	1	39