



Munich Personal RePEc Archive

**Finite sample properties of dynamic  
panel data estimators with fixed effects  
when  $N < T$  : some monte carlo  
experiments**

Kuikeu, Oscar

14 June 2012

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/39444/>  
MPRA Paper No. 39444, posted 14 Jun 2012 15:31 UTC

# PROPRIÉTÉS À DISTANCE FINIE D'ESTIMATEURS DU MODÈLE DYNAMIQUE EN DONNÉES DE PANEL À EFFETS FIXES LORSQUE $N < T$ : ÉTUDE PAR SIMULATION MONTE CARLO

Oscar KUIKEU<sup>1</sup>

*École Supérieure des Sciences Économiques et Commerciales (ESSEC), Université de Douala, CAMEROUN*

---

**Résumé :** à partir d'expériences Monte Carlo nous évaluons les propriétés à distance finie d'estimateurs usuels du modèle dynamique en données de panel lorsque  $N < T$ , les résultats obtenus révèlent qu'il convient d'avoir  $T \geq 30$  afin d'user de l'estimateur, intra – individuel, qui est sans biais et le plus précis lorsque  $N < T$  avec  $N$  considérablement petit.

**Mots-clés :** Panel, expériences Monte Carlo, propriétés à distance finie

**JEL Classification :** C15, C33, O47

**Abstract :** using Monte Carlo experiments, we assessed the finite sample properties of dynamic panel data estimators with fixed effects when  $N < T$ , the results tell us that, we must to have  $T \geq 30$  for using within estimator who is, among all estimators, the best when  $N < T$  with  $N$  very low.

**Keywords :** Panel data, Monte Carlo experiments, finite sample properties

**JEL Classification :** C15, C33, O47

---

---

<sup>1</sup> BP 1931 douala (Cameroun), email : projetlivre@yahoo.fr.

# 1. INTRODUCTION

Les données de panel est le terme employé pour désigner des données où l'on dispose, au sujet de variables, d'observations successives (séries temporelles) - les observations sont généralement représentées par l'index  $t$  avec  $t = 1, 2, \dots, T$  - sur plus d'un individu (coupe transversale) - les individus sont généralement représentés par l'index  $i$  avec  $i = 1, 2, \dots, N$ <sup>2</sup>, ainsi, les données de panel est un mélange de séries temporelles (une pour chacune des variables) et d'une coupe transversale (les différents individus).

L'objet de cette contribution est de déterminer le nombre  $NT$  d'observations à utiliser pour obtenir, à partir de données de panel, des estimations convergentes<sup>3</sup> des paramètres d'un modèle économétrique, et pour répondre à cette problématique, encore appelée « étude de propriétés à distance finie<sup>4</sup> », nous adopterons la méthode des expériences Monte Carlo, la démarche, de cette méthode, est la suivante :

premièrement, nous allons créer, d'une part, un nombre  $NT$  de données fictives de la variable exogène du modèle économétrique considéré, d'autre part, un nombre  $NT$  de données fictives de la variable endogène du modèle économétrique considéré, à l'aide de ce modèle économétrique ainsi qu'à l'aide du nombre  $NT$  de données fictives de la variable exogène et de valeurs fictives attribuées à chacun des paramètres (à estimer) du modèle économétrique.

Ensuite, à l'aide de ces données fictives créées, nous allons estimer les paramètres du modèle économétrique, à l'aide d'estimateurs économétriques.

Enfin, nous allons évaluer si les estimations obtenues sont convergentes, puisque nous avons créé des données de la variable endogène et des données de la variable exogène à partir de valeurs fictives attribuées à chacun des paramètres, du modèle économétrique, pour ces données créées, ces valeurs fictives représentent les vraies valeurs des paramètres, et, puisque l'estimation des paramètres est effectuée à partir de ces données créées, afin d'évaluer si les estimations obtenues sont convergentes, nous allons calculer la distance entre la valeur estimée du paramètre et sa valeur attribuée, l'estimation effectuée sera considérée comme convergente si cette distance est nulle.

---

<sup>2</sup> Jusqu'à avoir un panel non cylindré, où le nombre d'observations  $NT$  n'est pas le même pour chaque individu  $i$ , l'estimation économétrique des paramètres est généralement effectuée avec un même nombre  $T$  d'observations successives (séries temporelles) pour chaque individu.

<sup>3</sup> Une estimation convergente d'un paramètre est celle qui est à la fois efficace ou sans biais (autrement dit, dont la distance à la vraie valeur du paramètre est nulle) et précise (autrement dit, un estimateur dont la dispersion autour de la vraie valeur du paramètre, c'est-à-dire, la variance, est nulle).

<sup>4</sup> Autrement dit, l'étude des propriétés statistiques des procédures économétriques en univers (échantillon) fini, par opposition aux propriétés statistiques de procédures économétriques en échantillon (ou horizon) asymptotique.

Ici, on s'intéressera aux panels où  $N < T$ , l'intérêt est double, premièrement, comme l'observe Sevestre (1999), on travaille avec ce type de panel de plus en plus, ensuite, aucune étude entreprise sur ce sujet, « d'étude des propriétés à distance finie », ne s'est intéressée à ce type de panel où  $N < T$ , comme l'atteste le tableau suivant qui présente les tailles d'échantillon pris en compte par un certain nombre de travaux au sein de la littérature :

Tableau 1 :  $N$  et  $T$  au sein de la littérature

	$N$	$T$
<b>Arellano et Bond (1991)</b>	100	7
<b>Kiviet (1995)</b>	100	3, 6
<b>Islam (1998)</b>	22, 74, 96	5
<b>Judson et Owen (1999)</b>	20, 100	5, 10, 20, 30
<b>Beck et Katz (2004)</b>	20	4, 10, 20, 30, 40

Notes :  $N$  désigne le nombre d'individus,  $T$  le nombre d'observations

Ceci dit, cette contribution sera organisée ainsi, qu'il suit, à la section suivante (section 2), nous présenterons les éléments nécessaires à la mise en œuvre des expériences Monte Carlo, à savoir, le cadre d'analyse (le Processus Générateur de Données (PGD) ou le modèle économétrique et les estimateurs employés), à la section 3, nous expliquerons le déroulement des expériences Monte Carlo, à la section 4, nous exposerons les résultats issus des expériences Monte Carlo, à la section 5, nous allons éprouver les résultats issus de ces expériences Monte Carlo par le test de l'hypothèse que les résultats issus de ces simulations est correct.

## 2. Le cadre d'analyse

L'objet de cette section est de présenter les éléments nécessaires à la mise en œuvre des expériences Monte Carlo, à savoir, le Processus Générateur de Données (PGD) ou le modèle économétrique et les méthodes économétriques utilisées pour estimer les paramètres du modèle économétrique.

### 2.1. Le Processus Générateur des Données (PGD) ou le modèle économétrique

Nous allons considérer un modèle dynamique à effets fixes :

$$y_{it} = \delta y_{it-1} + x'_{it} \beta + \eta_i + \varepsilon_{it} \text{ avec } i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, T, x'_{it} = (x_{it}^1, x_{it}^2, \dots, x_{it}^{k-1}) \quad (1),$$

où  $y_{it}$  est l'observation de la variable dépendante relative à l'individu  $i$  à la période  $t$ ,  $x_{it}$  un vecteur de variables de dimension  $(K,1)$ ,  $\delta$  un scalaire,  $\beta$  un vecteur  $(K-1,1)$  de paramètres inconnus,  $\eta_i$  l'effet spécifique individuel (l'hétérogénéité inobservée),  $\varepsilon_{it}$  le terme d'erreur.

Nous adopterons les hypothèses suivantes :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{it} &\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \\ \eta_i &\sim N(0, \sigma_\eta^2)\end{aligned}$$

avec (2),

- (i)  $E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{js}) = 0, i \neq j$  ou  $t \neq s$
- (ii)  $E(\eta_i\eta_{js}) = 0, i \neq j$
- (iii)  $E(\eta_i\varepsilon_{jt}) = 0, \forall i, j, t$
- (iv)  $E(x_{it}\varepsilon_{js}) = E(z_{it}\varepsilon_{js}) = E(s_{it}\varepsilon_{js}) = 0, \forall i, j, t, s$
- (v)  $E(x_{it}\eta_j) = \text{inconnu}, \forall i, j, t$

Ainsi, par rapport à ces hypothèses, (i) Les termes d'erreur sont non autocorrélés ni mutuellement corrélés (ii) l'effet individuel est non corrélé entre les individus (iii) et exogène (non corrélé avec les termes d'erreur) (iv) les variables explicatives sont fortement exogènes (v) mais probablement corrélées avec les effets individuels.

Le cumul des observations donne l'expression matricielle suivante :

$$y = \tilde{U}' \cdot \gamma + \varepsilon \text{ avec } \gamma = \begin{bmatrix} \delta \\ \beta \end{bmatrix} \text{ et } \tilde{U}' = (y_{-1} \quad X) \quad (3),$$

## 2.1. Les estimateurs en présence

Pour estimer les paramètres associés à l'équation (1), puisque nous travaillons sur des panels où  $N < T$ , nous allons utiliser des estimateurs qui sont convergents asymptotiquement lorsque  $N$  fixe,  $T \rightarrow \infty$ , ici, nous avons retenu les suivants :

- (a) l'estimateur intra-individuel
- (b) l'estimateur de Balestra-Nerlove appliqué à la transformation intra-individuelle du modèle
- (c) les estimateurs de Balestra-Nerlove du modèle en différence première
- (d) les estimateurs d'Anderson-Hsiao

(e) des estimateurs restreints des moments généralisés d'Arellano-Bond

### 3. Les expériences aléatoires

Comme nous l'avons expliqué à l'introduction, pour répondre à notre problématique, nous adopterons une démarche qui s'effectue en trois étapes, à présent, nous allons présenter chacune de ces étapes dans le détail.

#### 3.1. Première étape : création de données fictives de la variable exogène et de la variable endogène

Comme étape préalable à la mise en œuvre des expériences aléatoires, il convient de générer un ensemble de variables exogènes maintenues fixes tout au long des simulations, bien qu'il soit possible d'utiliser de véritables séries économiques, générer les données de manière aléatoire semble présenter des avantages considérables, dont, notamment, la possibilité de pouvoir contrôler les moments caractéristiques de la variable, ici, l'on engendrera les observations relatives à la variable exogène, pour chaque individu  $i$  à la période  $t$ , selon l'expression suivante :

$$x_{it} = \rho x_{it-1} + \xi_{it},$$

où  $\xi_{it} \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\xi^2)$  indépendant de  $\eta_i \quad \varepsilon_{it} \quad \forall i, t$ .

**Kiviet (1995)** définit une quantité, dite signal au bruit de la relation, dont la valeur traduit l'intensité de la liaison entre la variable exogène et la variable endogène :

$$\sigma_s^2 = \beta^2 \sigma_\xi^2 \left\{ 1 + \frac{(\delta + \rho)^2}{1 + \delta \rho} (\delta \rho - 1) - (\delta \rho)^2 \right\}^{-1} + \frac{\delta^2}{1 - \delta^2} \sigma_\varepsilon^2$$

Puisque **Kiviet (1995)** trouve que des variations significatives de ce signal affectent les performances relatives des techniques considérées, nous envisagerons différentes valeurs pour ce signal.

Les observations relatives à l'endogène seront engendrées selon (1) avec  $\frac{\sigma_\eta}{\sigma_\varepsilon} = \mu(1 - \delta)$  et les combinaisons suivantes de paramètre :

$$\delta = 0.20, 0.50, 0.80 \text{ et } \beta = 1 - \delta \tag{5}$$

$$\rho = 0.85,$$

$$\mu = 1.0,$$

$$\sigma_\varepsilon = 1.0 \quad \forall \quad i=1,2,\dots,N, \quad \sigma_s^2 = 2, 5,$$

Afin d'envisager l'effet d'une dimension temporelle assez substantielle, nous maintiendrons inchangé le nombre d'individus  $N$  tandis que le nombre d'observations  $T$  augmentera progressivement, autrement dit, nous retiendrons les échantillons de taille suivante :

$$N = 6 \text{ et } T = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 \quad (4)$$

### 3.2. Seconde étape : estimation des paramètres

Pour estimer les paramètres d'un modèle à effets fixes, l'on élimine généralement les effets individuels, par transformation intra – individuelle du modèle ou par différenciation première des données.

Premièrement, considérons la transformation intra – individuelle du modèle :

$$y_{it} - y_i = \delta(y_{it-1} - y_{i-1}) + \beta(x_{it} - x_i) + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_i)$$

$$\text{avec } y_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it}, \quad y_{i-1} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it-1}, \quad x_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it}, \quad \varepsilon_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it} \quad (7)$$

L'estimateur de la covariance ou intra – individuel correspond à l'application de la procédure des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) à ce modèle, en raison des corrélations entre  $(y_{it-1} - y_{i-1})$  et  $(\varepsilon_{it} - \varepsilon_i)$ <sup>5</sup>, cet estimateur est biaisé pour  $N \rightarrow \infty$ ,  $T$  fixe (Trognon (1978), Nickell (1981), Sevestre et Trognon (1983, 1985)), Amemiya (1967), Nickell (1981) montrent que, pour  $T \rightarrow \infty$ , cette corrélation entre  $(y_{it-1} - y_{i-1})$  et  $(\varepsilon_{it} - \varepsilon_i)$  disparaît.

Le cumul des observations donne l'expression matricielle suivante :

$$W_N y = W_N \tilde{U}' \cdot \gamma + W_N \varepsilon \quad \text{avec } \gamma = \begin{bmatrix} \delta \\ \beta \end{bmatrix} \quad \text{et } \tilde{U}' = (y_{-1} \quad X) \quad (8),$$

où  $W_N$  représente l'opérateur intra – individuel.

Sous l'hypothèse d'exogénéité stricte des variables explicatives, Sevestre et Trognon (1995) proposent l'estimateur suivant de type Balestra – Nerlove :

---

<sup>5</sup> En effet, il existe des corrélations entre :  $y_{it-1}$  et  $\varepsilon_i$ ,  $y_{i-1}$  et  $\varepsilon_{it}$ ,  $y_{i-1}$  et  $\varepsilon_i$ .

$$\gamma_{BNW} = (Z'_{BNW} \cdot W_N \tilde{U})^{-1} \cdot (Z'_{BNW} \cdot W_N y) \text{ avec } Z_{BNW} = (X \quad X_{-1}) \quad (9)$$

Ensuite, considérons la transformation en différence première du modèle :

$$y_{it} - y_{it-1} = \delta(y_{it-1} - y_{it-2}) + \beta(x_{it} - x_{it-1}) + (\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1}) \quad (10)$$

En raison de la corrélation entre  $(y_{it-1} - y_{it-2})$  et  $(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$ , l'estimateur des MCO est biaisé pour  $N \rightarrow \infty$ ,  $T$  fixe, tout comme pour  $N$  fixe,  $T \rightarrow \infty$ , la solution usuelle consiste alors à recourir aux estimateurs des variables instrumentales et des moments généralisés, lesquels sont convergents, aussi bien, lorsque,  $N \rightarrow \infty$ ,  $T$  fixe,  $N$  fixe,  $T \rightarrow \infty$  ou  $N \rightarrow \infty$ ,  $T \rightarrow \infty$ .

Le cumul des observations donne l'expression matricielle suivante :

$$\Delta y = \Delta \tilde{U}' \cdot \gamma + \Delta \varepsilon \text{ avec } \gamma = \begin{bmatrix} \delta \\ \beta \end{bmatrix} \text{ et } \tilde{U}' = (y_{-1} \quad X) \quad (11),$$

où le signe  $\Delta$  traduit la différenciation première.

Sous l'hypothèse d'exogénéité stricte des variables explicatives, **Sevestre et Trognon (1995)** proposent des estimateurs suivants de type Balestra – Nerlove :

$$\gamma_{BND1} = (Z'_{BND1} \cdot \Delta \tilde{U})^{-1} \cdot (Z'_{BND1} \cdot \Delta y) \text{ et } \gamma_{BND2} = (Z'_{BND2} \cdot \Delta \tilde{U})^{-1} \cdot (Z'_{BND2} \cdot \Delta y)$$

avec  $Z_{BND1} = (X \quad X_{-1})$  et  $Z_{BND2} = (X_{-2} \quad X_{-3})$  (12)

Sous l'hypothèse d'absence de corrélation sérielle des termes d'erreur  $\varepsilon_{it}$ , la différenciation première des données induit des perturbations  $(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$  qui suivent un processus moyenne mobile d'ordre 1, par conséquent, les termes  $y_{it-2}$  et  $(y_{it-2} - y_{it-3})$  sont corrélés avec  $(y_{it-1} - y_{it-2})$  et il sont indépendants du terme d'erreur  $(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1})$ . **Anderson et Hsiao (1981, 1982)** proposent alors les estimateurs suivants :

$$\gamma_{AHI} = (Z'_{AHI} \cdot \Delta \tilde{U})^{-1} \cdot (Z'_{AHI} \cdot \Delta y) \text{ et } \gamma_{AHD} = (Z'_{AHD} \cdot \Delta \tilde{U})^{-1} \cdot (Z'_{AHD} \cdot \Delta y)$$

avec  $Z_{AHI} = (y'_{-2} \quad \Delta X')$  et  $Z_{AHD} = (\Delta y'_{-2} \quad \Delta X')$  (13)

Pour **Arellano et Bond (1991)**, l'ensemble des valeurs retardées de l'endogène  $y_{it}$  d'un ordre supérieur à deux constituent des instruments valides, afin d'en simplifier la présentation, supposons l'absence de toute variable explicative, l'estimation du modèle reposera alors sur  $m = (T-2) \cdot (T-1)/2$  restrictions linéaires spécifiées ainsi qu'il suit :

$$E\left\{\left[(y_{it} - y_{it-1}) - \delta(y_{it-1} - y_{it-2})\right] \cdot y_{it-j}\right\} = 0 \text{ avec } j = 2, 3, \dots, t-1 \text{ et } t = 3, 4, \dots, T \quad (14)$$

Les conditions de moment ainsi présentées peuvent convenablement être réécrites sous forme vectorielle ainsi qu'il suit :

$$E(W_i' \cdot \Delta \varepsilon_i) = 0 \text{ avec } \Delta \varepsilon_i = (\varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{iT} - \varepsilon_{iT-1}), W_i \text{ une matrice } ((T-2) \times m) \text{ blocs diagonale}$$

dont le  $s^{\text{ème}}$  bloc est donné par  $(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{is})$ ,  $s = 1, 2, \dots, T-2$

Par conséquent la matrice des variables instrumentales est définie ainsi qu'il suit :

$$W = (W_1' \quad W_2' \quad \dots \quad W_N')'$$

Le cumul des observations permet alors d'obtenir :

$$W' \cdot \Delta y = W' \cdot (\Delta y_{-1}) \cdot \delta + W' \cdot \Delta \varepsilon \quad (15)$$

L'application de la procédure des Moindres Carrés Généralisés (MCG) à (15) permet d'obtenir l'estimateur des moments généralisés de la première étape d'**Arellano et Bond (1991)** :

$$\delta_{AB1} = \left( \Delta y_{-1}' \cdot W \cdot (W' \cdot W)^{-1} \cdot W' \cdot \Delta y_{-1} \right)^{-1} \cdot \left( \Delta y_{-1}' \cdot W \cdot (W' \cdot W)^{-1} \cdot W' \cdot \Delta y \right) \quad (16),$$

où  $\delta_{AB1}$  désigne l'estimateur des moments généralisés de la première étape d'**Arellano et Bond (1991)** du vecteur  $\delta$ .

Soit  $\Delta e_{it}$  le vecteur des résidus estimés issus de l'étape préliminaire (la première étape) de l'estimateur des moments généralisés d'**Arellano et Bond (1991)** :

$$\Delta e_{it} = \Delta y - (\Delta y_{-1}) \cdot \delta_{AB1}$$

L'estimateur robuste des moments généralisés – l'estimateur des moments généralisés de la seconde étape d'**Arellano et Bond (1991)** – s'exprime alors ainsi qu'il suit :

$$\delta_{AB2} = \left( \Delta y'_{-1} \cdot W \cdot (v_N)^{-1} \cdot W' \cdot \Delta y_{-1} \right)^{-1} \cdot \left( \Delta y'_{-1} \cdot W \cdot (v_N)^{-1} \cdot W' \cdot \Delta y \right)$$

avec  $v_N = \left\{ \left( W' \cdot E(\Delta e \cdot \Delta e') \cdot W \right) / T^2 \right\}^{-1}$  (17)

Lorsque le modèle comporte des variables explicatives, sous l'hypothèse d'exogénéité stricte de ces dernières, les conditions d'orthogonalité suivantes s'ajoutent aux précédentes :

$$E\left\{ \left[ (y_{it} - y_{it-1}) - \delta(y_{it-1} - y_{it-2}) \right] \cdot \Delta x_{it} \right\} = 0 \text{ avec } t = 3, 4, \dots, T \quad (18)$$

Lorsque la dimension temporelle est assez substantielle, la mise en œuvre de l'estimateur des moments généralisés d'**Arellano et Bond (1991)** exige un coût de traitement assez important, à cet effet, nous envisagerons deux estimateurs restreints des moments généralisés, notés ABR1 et ABR2, dont l'ensemble des variables instrumentales disponibles pour estimer le modèle est respectivement donné par :

$$W_{iABR1} = \begin{pmatrix} y_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & y_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & y_{iT-2} \end{pmatrix} \begin{matrix} t=3 \\ t=4 \\ t=T \end{matrix} \quad \text{et } W_{iABR2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ y_{i1} & 0 & 0 \\ y_{i2} & y_{i1} & 0 \\ y_{i3} & y_{i2} & 0 \\ y_{i4} & y_{i3} & 0 \\ & y_{i4} & 0 \\ y_{iT-3} & & \\ y_{iT-2} & y_{iT-3} & y_{iT-(T-1)} \end{pmatrix} \begin{matrix} t=1 \\ t=2 \\ t=3 \\ t=4 \\ t=5 \\ t=6 \\ t=7 \\ t=T \end{matrix}$$

### 3.3. Evaluation de la convergence des estimations

Soit  $(\hat{\delta}^{(1)}, \hat{\delta}^{(2)}, \dots, \hat{\delta}^{(R)})$  un ensemble de R estimations du paramètre  $\delta$ , un des paramètres du modèle économétrique, si chaque élément de cet ensemble est une estimation convergente de ce paramètre  $\delta$ , alors, d'après la loi des grands nombres, on doit avoir, pour  $R \rightarrow \infty$  :

$$BIAIS = \frac{1}{R} \sum_{j=1}^R (\hat{\delta}^{(j)} - \delta) \quad (19),$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{R} \sum_{j=1}^R (\hat{\delta}^{(j)} - \delta)^2}$$

$$= V(\hat{\delta}) \text{ quand } BLAIS = 0 \quad (20)$$

Ceci dit, comme d'habitude, nous utiliserons les expressions précédentes, (19) et (20), pour déterminer si les estimations effectuées sont convergentes, en effet, elles présentent l'avantage de mesurer deux des qualités essentielles d'un estimateur, à savoir, l'exactitude ou biais des estimations effectuées, grâce à l'expression (19), et la précision de ces estimations effectuées, grâce à l'expression (20), et comme d'habitude, pour évaluer les expressions (19) et (20), par allusion à l'infini, nous choisirons un nombre  $R$  d'estimations qui est très important.

#### 4. Résultats des expériences Monte Carlo

Pour ces 60 combinaisons différentes de paramètre, associées aux choix opérés en (4) – (5), nous allons évaluer le *biais* et la *RMSE* (variance), et répondre ainsi à notre problématique, avec  $R=200$  répliques de l'expérience aléatoire pour les estimateurs restreints d'Arellano – Bond et  $R=5000$  pour les techniques restantes, comme un estimateur convergent est sans biais et de variance qui tend vers zéro, nous allons analyser ces résultats ainsi qu'il suit, premièrement, nous allons déterminer les estimateurs qui sont sans biais et, parmi ceux qui sont sans biais, nous allons déterminer ceux qui sont *précis* (c'est-à-dire, ceux qui ont une variance qui tend à s'annuler), ensuite, nous allons choisir comme nombre d'observations  $NT$  à utiliser, le nombre d'observations  $NT$  à avoir pour utiliser l'estimateur qui est le plus précis parmi les estimateurs qui sont sans biais.

Comme le biais associé à l'estimation du paramètre  $\beta$  est apparu relativement peu important pour l'ensemble des techniques employées, nous analyserons seulement les résultats associés à l'estimation du coefficient  $\delta$  de la variable endogène retardée.

Les tableaux, ci-dessous, présentent pour le nombre  $N$  d'individus donné ( $N=6$ ), le nombre  $T$  de séries temporelles à partir duquel les estimateurs deviennent sans biais.

Tableau 2 : analyse du biais pour  $\delta$  avec  $\sigma_s^2 = 2$

	Within	BNW	BNd1	BNd2	AHl	AHd	ABR11	ABR12	ABR21	ABR22
$\delta = 0.20$	$T = 20$	$T = 20$	$T > 100$	$T > 100$	$T = 10$	$T = 30$	$T > 100$	$T > 100$	$T > 100$	$T > 100$
$\delta = 0.50$	$T = 20$	$T = 20$	$T > 100$	$T > 100$	$T = 10$	$T = 80$	$T > 100$	$T > 100$	$T > 100$	$T > 100$
$\delta = 0.80$	$T = 30$	$T = 60$	$T > 100$	$T > 100$	$T = 10$	$T > 100$				

Notes : pour le nombre  $N$  d'individus donné ( $N = 6$ ),  $T$  désigne le nombre de séries temporelles à partir duquel les estimateurs deviennent sans biais.

Tableau 3 : analyse du biais pour  $\delta$  avec  $\sigma_s^2 = 5$

	Within	BNW	BNd1	BNd2	AH/	AHd	ABR11	ABR12	ABR21	ABR22
$\delta = 0.20$	$T = 10$	$T = 10$	$T > 100$	$T > 100$	$T = 10$	$T = 10$	$T > 100$	$T > 100$	$T > 100$	$T > 100$
$\delta = 0.50$	$T = 20$	$T = 10$	$T > 100$	$T > 100$	$T = 10$	$T > 100$				
$\delta = 0.80$	$T = 30$	$T = 20$	$T > 100$	$T > 100$	$T = 10$	$T > 100$				

Notes : pour le nombre  $N$  d'individus donné ( $N = 6$ ),  $T$  désigne le nombre de séries temporelles à partir duquel les estimateurs deviennent sans biais.

A présent, nous allons analyser les résultats :

1. *estimateurs sans biais* : comme il apparaît de ces tableaux, aussi longtemps que  $10 \leq T \leq 100$ , les estimateurs qui deviennent sans biais sont, l'estimateur Within, l'estimateur de Balestra-Nerlove appliqué à la transformation intra-individuelle du modèle, les estimateurs d'Anderson-Hsiao (AH/ et AHd).
2. *estimateurs convergents* : à présent, nous allons déterminer les estimateurs qui sont, à la fois, sans biais et de variance qui tend vers zéro, la figure 1, ci-dessous, représente l'évolution de la variance des estimateurs (*op. cit*) qui deviennent sans biais, pour le nombre  $N$  d'individus donné ( $N=6$ ), aussi longtemps que  $10 \leq T \leq 100$ , afin d'arriver à interpréter facilement les résultats, nous ne représenterons pas les variances qui ont des valeurs assez importantes par rapport aux autres variances, comme il apparaît de la figure 1 ci-dessous, l'estimateur le plus précis est l'estimateur within, suivi de l'estimateur de Balestra-Nerlove appliqué à la transformation intra-individuelle du modèle, puis de l'estimateur AH/ d'Anderson-Hsiao et, enfin, de l'estimateur AHd d'Anderson-Hsiao.

## 5. Robustesse des expériences Monte Carlo

L'objet de cette section est d'éprouver le résultat des simulations mises en œuvre, par le test de l'hypothèse que le résultat des simulations est correct, à cet effet, nous allons :

1. D'une part, évaluer la distance entre une valeur observée de la variable dépendante du modèle économétrique et la valeur prévue de cette variable, à l'aide du modèle économétrique considéré, par l'un de ces estimateurs qui est apparu sans biais lors des simulations, en effet, cette évaluation permettra de vérifier si les estimateurs sont effectivement sans biais et de juger leur précision.

2. D'autre part, comme le biais doit être une fonction décroissante de la taille d'échantillon, nous estimerons la surface de réponse<sup>67</sup> suivante :

$$|BIAIS_{within}| = c \cdot (\delta) \cdot ((NT)^{-1}) \quad (21),$$

où  $|BIAIS_{within}|$  est la valeur absolue du biais associé à l'estimation du paramètre  $\delta$  grâce à l'estimateur within,  $c$  un paramètre à estimer.

En effet, comme il faut avoir au moins 30 observations pour utiliser l'estimateur within<sup>8</sup> lorsque  $N=6$  et comme le biais doit être une fonction décroissante de la taille d'échantillon, cette estimation permettra de vérifier, qu'en toute logique, avec une taille d'échantillon plus petite ( $N < 6$ ), il faudra avoir au moins 30 observations ou plus de 30 observations pour utiliser l'estimateur within et qu'avec une taille d'échantillon plus grande ( $N > 6$ ), il faudra avoir au plus 30 observations ou moins de 30 observations pour utiliser l'estimateur within.

## 5.1. Comparaison des performances prédictives

Pour réaliser cet exercice, nous allons utiliser le modèle **d'Islam (1995)** de convergence conditionnelle des niveaux de vie, en effet, il s'agit d'un modèle similaire au modèle économétrique retenu pour les simulations :

$$\begin{aligned} \ln(y_{it}) &= \delta \ln(y_{it-1}) + \bar{X}_i \cdot \beta + \eta_i \text{ avec } \ln(y_{it}) = \ln(y_{it+\tau}), \ln(y_{it-1}) = \ln(y_{it}), \\ \bar{X}_i &= \left( \ln(\bar{s}_i) \quad \ln\left(\overline{(n+g+\alpha)}_i\right) \right), \quad i=1,2,\dots,N \text{ et } t=1,2,\dots,T \end{aligned} \quad (6),$$

où  $s$  représente le taux d'épargne,  $n$  le taux de croissance de la population,  $g$  le taux de croissance de la technologie,  $\alpha$  le taux de dépréciation du capital,  $\delta$  un paramètre inconnu,  $\beta$  un vecteur de paramètres inconnus,  $\eta_i$  l'effet spécifique individuel.

<sup>6</sup> Une surface de réponse est une relation entre une quantité estimée au cours des simulations (par exemple le biais ou la variance) et une ou plusieurs valeurs paramétriques utilisées pour réaliser les simulations (par exemple  $\delta$ ).

<sup>7</sup> Nous avons retenu la valeur absolue du biais pour effectuer l'estimation de la surface de réponse, comme on voudra savoir si le biais est proche ou pas de zéro.

<sup>8</sup> Nous avons restreint l'estimation de la surface de réponse à l'estimateur within à cause du résultat issu de l'étude de la précision, en effet, l'étude de la précision a révélé que l'estimateur within est le plus précis des estimateurs sans biais.

Comme lors des simulations, pour vérifier si les estimateurs sont effectivement sans biais et juger leur précision, nous allons utiliser les expressions (19) et (20) précédentes et la statistique  $U$  de Theil<sup>9</sup>, où  $R$  sera le nombre de périodes sur lequel la prévision est effectuée.

Puisque l'objet est de vérifier que les estimateurs sont effectivement sans biais et juger leur précision, les prévisions seront établies en échantillon (par opposition à des prévisions hors échantillon)<sup>10</sup>, l'échantillon considéré est, un panel cylindré, constitué de  $N=6$  pays suivis sur  $T=33$  années, comme avec ce nombre d'observations, d'après la lecture des tableaux 2 et 3, l'estimateur d'Anderson-Hsiao  $AHd$  est biaisé, nous avons limité cet exercice à l'estimateur Within, l'estimateur de Balestra-Nerlove appliqué à la transformation intra-individuelle du modèle et l'estimateur d'Anderson-Hsiao  $AHl$ .

La figure 2 ci-dessous permet d'apprécier ces performances prédictives, *Non restreint* correspond à (6) et *Restreint* à (6) avec  $\bar{X}_i = \ln(s_i) - \ln\left(\frac{n+g+\alpha}{n}\right)_i$ , les estimateurs envisagés sont effectivement sans biais et l'ordre établi au sujet de la précision est convenablement respecté entre ces derniers (à savoir, l'estimateur Within comme l'estimateur le plus précis, puis l'estimateur de Balestra-Nerlove appliqué à la transformation intra-individuelle du modèle et, enfin, l'estimateur d'Anderson-Hsiao  $AHl$ ).

## 5.2. Estimation de la surface de réponse

L'estimation de la surface de réponse  $\delta$ , avec  $\sigma_s^2 = 5$ , a donné les données relatives au biais de l'estimateur within :

$$|BIAS_{within}| = \frac{15.32 \cdot (\delta) \cdot (NT)^{-1}}{(2.66)}$$

$$DW = 1.76, \bar{R}^2 = 0.72$$

où \* signifie que le paramètre estimé est significativement différent de zéro au seuil de 1%, (.) désigne l'écart-type estimé du paramètre estimé.

<sup>9</sup> Lorsque la valeur de cette statistique est supérieure à l'unité, au lieu d'utiliser l'estimateur pour réaliser des prévisions à l'aide du modèle économétrique, il est mieux de supposer que l'évolution de la variable reste identique d'une période à une autre.

<sup>10</sup> Nous adopterons la procédure suivante, après avoir estimé le modèle sur l'ensemble de l'échantillon, l'on réalise, pour chaque individu, une prévision de la variable endogène (le produit par tête) sur ces observations ; puis à chaque valeur  $R$  de la prévision,  $2 \leq R \leq 33$ , l'on évalue les expressions,  $\delta$  et  $\delta$  précédentes, qui permettront de vérifier si les estimateurs sont effectivement sans biais et de juger de leur précision.

Par conséquent, puisque, le biais est, bel et bien, une fonction décroissante de la taille d'échantillon, nous validons l'idée que, en toute logique, avec une taille d'échantillon plus petite ( $N < 6$ ), il faudra avoir au moins 30 observations ou plus de 30 observations pour utiliser l'estimateur within et qu'avec une taille d'échantillon plus grande ( $N > 6$ ), il faudra avoir au plus 30 observations ou moins de 30 observations pour utiliser l'estimateur within.

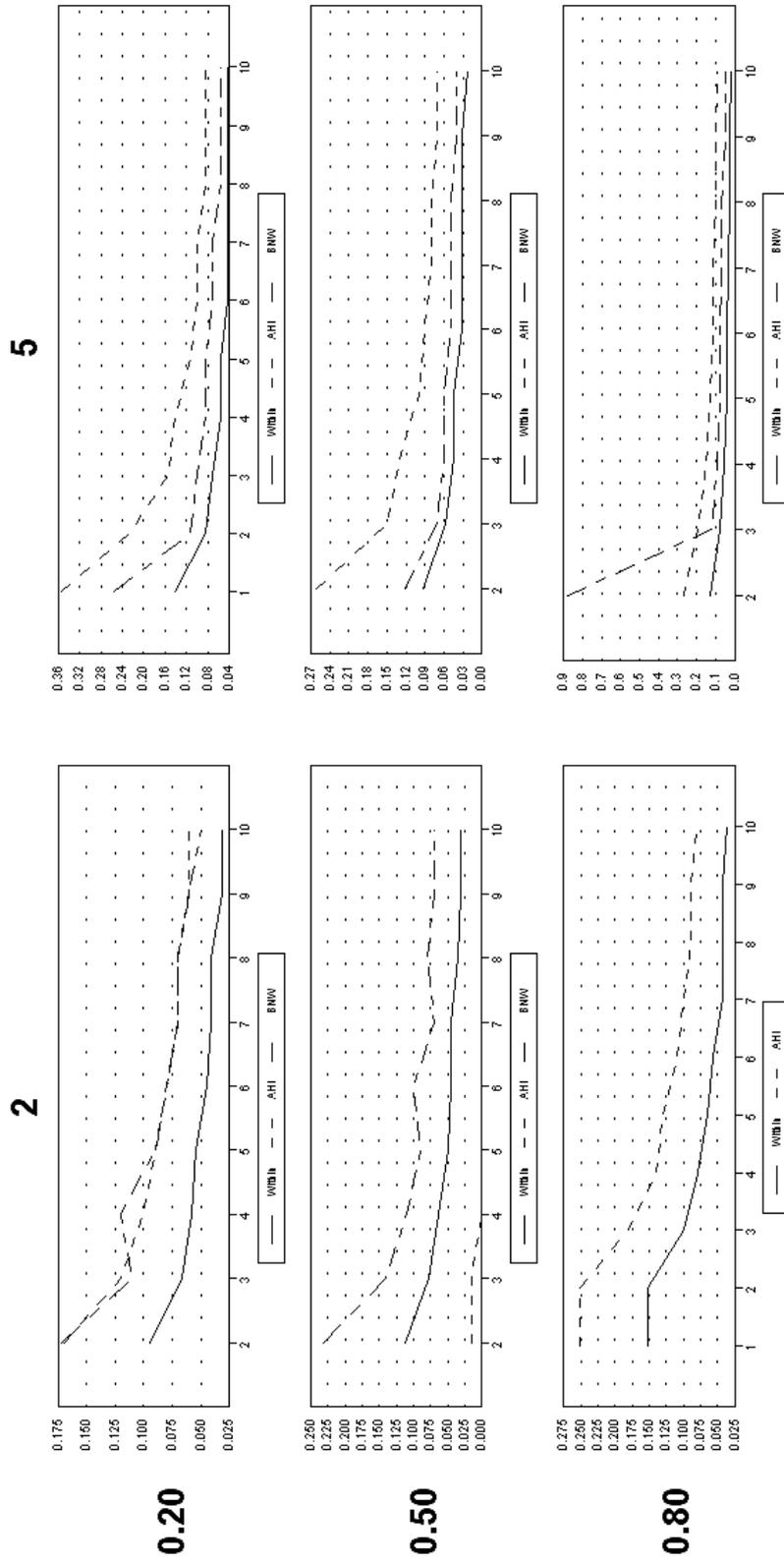
## 6. Conclusion

Les simulations révèlent qu'il convient d'avoir  $T \geq 30$  afin d'user de l'estimateur, intra-individuel, qui est sans biais et le plus précis lorsque  $N < T$  avec  $N$  considérablement petit, en outre, le résultat de ces simulations a été convenablement validé avec un modèle économétrique d'un panel de données constitué de vraies séries économiques.

## 7. BIBLIOGRAPHIE

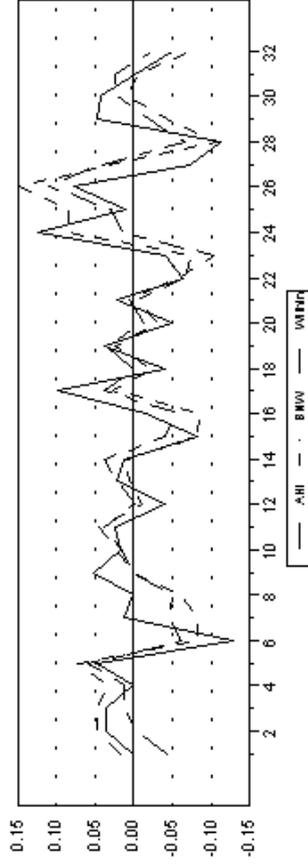
- Arellano, M. et Bond, S. (1991)** "Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations", *The Review of Economic Studies*, Vol. 58, N° 2., p. 277-297.
- Beck, N. et Katz, J.N. (2004)** "Times-Series-Cross-Section issues : Dynamics", Presented at the Annual Meeting of the Political Methodology Section of the American Political Science Association, Stanford University.
- Islam, N. (1995)** "Growth empirics : A panel data approach", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 110, N° 4, p. 1127 – 1170.
- Islam, N. (1998)** "Small Sample Performance of Dynamic Panel Data Estimators : A Monte Carlo Study on the Basis of Growth Data", *Emory University Department of Economics Working Papers*, N° 98-11.
- Judson, R.A. et Owen, A.L. (1999)** "Estimating dynamic panel data models: a guide for macroeconomists", *Economic Letter*, vol. 65, N° 1, p. 9 – 15.
- Kiviet, J.F. (1995)** "On bias, inconsistency, and efficiency of various estimators in dynamic panel data models", *Journal of Econometrics*, vol. 68, N° 1, p. 53 – 78.
- Nerlove, M. (1967)** "Experimental Evidence on the Estimation of Dynamic Economic Relations from a Time Series of Cross-sections", *Economic Studies Quarterly*, vol. 18, p.42-74.
- Nerlove, M. (1971)** "Further Evidence on the Estimation of Dynamic Economic Relations from a Time Series of Cross Sections", *Econometrica*, Vol. 39, N° 2, p. 359-382.
- Sevestre, P. (1999)** « Changements et continuité en économétrie des données de panel, 1977 – 1997 », *Annales d'Economie et de Statistiques*, n° 55-56.

Figure 1 : RMSE pour le coefficient autoregressif

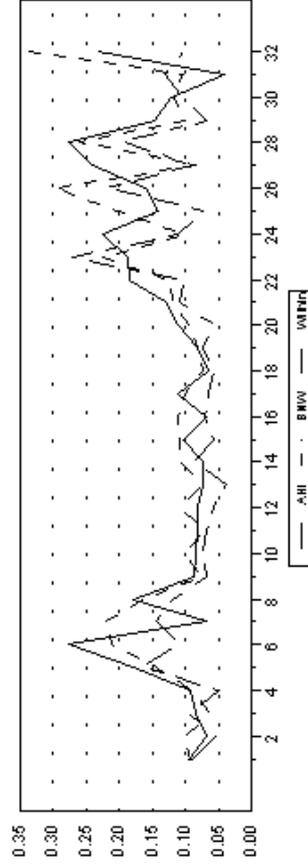


# Figure 2 : Performances predictives

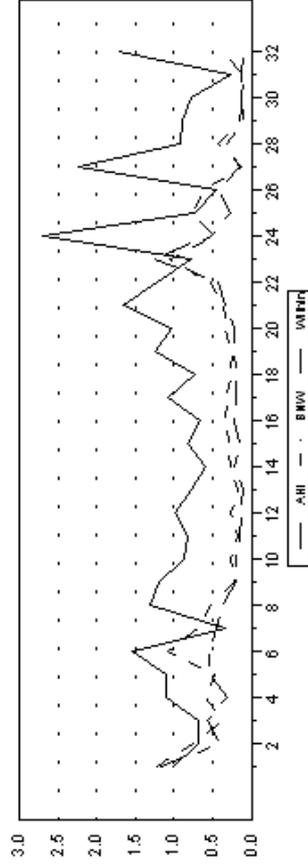
## Non restraint



## Biais



## RMSE



## Theil

## Restreint

