The general theory of election

Ávalos, Eloy

Instituto de Estudios Sociales del Rímac, Universidad Nacional Mayor de San Marcos

25 October 2010

CIEC

Centro de Investigaciones Económicas

Documento de Trabajo Nº 4

La Teoría General de la Elección

por

Eloy Ávalos

Octubre 25, 2010

Instituto de Estudios Sociales del Rímac
Lima, Perú

LA TEORÍA GENERAL DE LA ELECCIÓN

Eloy ÁVALOS[1]
Universidad Nacional Mayor de San Marcos e IESR

Primera versión: Octubre 2010

Resumen

La teoría general de la elección es el fundamento de las teorías microeconómicas de la teoría del productor y del consumidor. En este documento, nosotros discutiremos en una forma simple y didáctica, las proposiciones fundamentales de la teoría de la elección. Expondremos ejemplos simples de la vida diaria, tal que los estudiantes puedan conocer el porqué Alfred Marshall sostuvo que la Economía es el estudio de las actividades del hombre en los actos corrientes de la vida.

Número de Clasificación JEL: D01.
Palabras claves: Conjunto de elección, conjunto alcanzable, relación de orden, axiomas de la elección.

Resumen

The general theory of election is the foundation of theories microeconómicas of the producer's and the consumer's theory. In this document, we will argue in a simple form and didactics, the basic propositions of theory of election. We will expose simple examples of life daily, such that the students may know the reason why Alfred Marshall maintained that Economy is the study of the man's activities in the current acts of life.

Número de Clasificación JEL: D01.
Palabras claves: Conjunto de elección, conjunto alcanzable, relación de orden, axiomas de la elección.

[1] Contacto: Departamento de Economía, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima 01, Teléfono 619-7000 Anexo 2207; e Instituto de Estudios Sociales del Rímac – IESR, Pueblo Libre. Email: eavalosa@unmsm.edu.pe.

1. INTRODUCCIÓN

El contexto sobre el cual vamos a desarrollar la teoría general de la elección es la de un mundo de objetos, que se diferencian entre sí por sus características propias, su disponibilidad espacial y su disponibilidad temporal. Así por ejemplo; según el primer punto, dos naranjas del mismo tamaño, peso y color serán objetos diferentes si una de ellas es más ácida que la otra.[2] Además, en relación al segundo aspecto, dos naranjas que poseen el mismo tamaño, peso, color y acidez; sin embargo pueden considerarse dos objetos diferentes si una de ellas se encuentra a 1 m. de distancia y la otra a 1500 km. de distancia del individuo elector. Por último, tampoco es lo mismo disponer de una naranja en el presente que disponer de ella misma para el siguiente año.

En el mundo que tratamos, existen n objetos diferentes.[3] Las cantidades de estos objetos están dadas. Nuestro estudio de las elecciones, por parte de un individuo, supone que éstas se efectúan en un momento determinado del tiempo. También asumiremos que el individuo conoce todas las características de los n objetos; es decir, estamos en un mundo de total certidumbre. Asimismo, en este mundo existen m individuos, cada cual caracterizado por sus objetivos, intereses o preferencias, y por sus restricciones que enfrentan al momento de elegir.

Por tanto, podemos expresar este mundo artificial como:

$$E = \{X, \succsim_i, \Omega_i\}_{i=1}^{m}$$

Donde $\succsim_i$ representa relación de orden que establece el $i-$ésimo individuo entre los objetos según sus objetivos y que está definida sobre el universo de elección X. Además, el individuo elector posee un conjunto de restricciones Ω_i.[4]

---

2 Por supuesto, cualquier individuo común y mortal, excepto Aquiles, no posee un "acidómetro". Pero justamente, más adelante le otorgaremos el poder de distinguir cualquier particularidad de un objeto respecto a otro.

3 Donde $n \in \overline{\mathbb{N}}, \overline{\mathbb{N}} = \{1, 2, \ldots\}$.

4 Supondremos que la elección no violenta o transgrede el marco institucional vigente en este mundo, fundamentalmente en lo referido a los derechos de propiedad. Así, este mismo marco institucional forma parte del conjunto de restricciones.

2. El Universo y el Espacio de Elección

Hemos mencionado que tratamos un mundo de n objetos. Así X constituía el universo de elección. Es decir, X es el conjunto de objetos sobre el cual el individuo i – ésimo puede efectuar sus elecciones. Así,

$$X = \{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$$

No existe ningún inconveniente si las elecciones del individuo pueden efectuarse sobre alternativas, donde éstas son dos unidades de bienes diferentes. Por ejemplo, elegir entre una barra de chocolate o una galleta de vainilla, elegir cenar con Jennifer López o con Paul Krugman. Además, las elecciones también pueden darse entre alternativas que constituyen combinaciones de cantidades iguales y diferentes de un número k de objetos, tal que $k \leq n$. Por ejemplo, el individuo elige entre la combinación $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ y la combinación $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$, donde $k = 2$. Estas dos formas de elección aparentan ser diferentes situaciones de decisión. No es así, la primera es una forma "extrema" de la segunda. Siguiendo con $k = 2$, la forma de elegir entre unidades de objetos diferentes podría ser representada como una elección entre $(1,0)$ y $(0,1)$.[5]

Esta diferencia nos permite avanzar del universo de elección al espacio de elección. El espacio de elección, para nuestro mundo de n objetos vendría dado por $\mathbb{R}^n_+$.[6] Por tanto, se deduce que X no necesariamente tiene que ser $\mathbb{R}^n_+$, este sería un caso especial; ya que lo último expresa que las alternativas a elegir serían combinaciones de cantidades no

---

[5] En el caso de que el universo de elección contemple objetos no numéricos; entonces la elección se efectúa sobre este mismo conjunto.

[6] $\mathbb{R}^n_+$ es el ortante no negativo del espacio euclideano n – dimensional, donde $\mathbb{R}^n_+$ es un subespacio vectorial del espacio vectorial E.
El espacio vectorial E es un conjunto, cuyos elementos son llamados vectores, en el que se definen dos operaciones: la adición y la multiplicación por un número real. Estas operaciones deben satisfacer los llamados axiomas de espacio vectorial. Por tanto, $\mathbb{R}^n_+ \subset E$, posee las siguientes propiedades,

i. $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^n_+$.

ii. $\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n_+ \Rightarrow \mathbf{x} + \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n_+$.

iii. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+ \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R},\ x\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$.

negativas de los n objetos que conforman el universo de elección.[7] Si $n = 2$, entonces nuestro espacio de elección será $\mathbb{R}_+^2$.[8]

Por otro lado, hemos mencionado que el individuo elector tiene un conjunto de restricciones Ω_i. Por tanto, no todos los objetos del universo de elección estarán al alcance del individuo. Por ejemplo, si todas las naranjas de este mundo se encuentran en los naranjos (*Citrus* × *sinensis*) a no menos de 10 m. de altura, y nuestro individuo elector representativo apenas si tiene una talla de 1,7 m, y además carece de todo recurso o técnica para hacerse de las naranjas; entonces este objeto estarán fuera de su alcance. O también, sería una alternativa fuera de nuestro alcance, si Jennifer López, nos dice que para cenar con ella debemos mínimamente recogerla de su departamento en un Rolls – Royce.[9]

Entonces, dado el conjunto de restricciones Ω_i, el universo de elección, y en última instancia el espacio de elección, puede dividirse en dos subconjuntos mutuamente excluyentes. El conjunto alcanzable A, y el conjunto no alcanzable $\neg A$.[10] Así, se tiene que:

$$A \cup \neg A = \mathbb{R}_+^n \qquad \wedge \qquad A \cap \neg A = \varnothing$$

Es decir, no existe alternativa en el espacio de elección que sea una alternativa alcanzable y no alcanzable a la misma vez. Ambos conjuntos son disjuntos.[11] Esta partición del espacio de elección se debe al conjunto de restricciones. Por tanto, se afirma

---

7 Esto no implica que las cantidades de los objetos tienen que ser variables continuas. No existe ningún inconveniente en que las cantidades de los objetos puedan ser variables discretas.

8 En este caso, cada alternativa está representado por el par ordenado de números reales no negativos, $(x_1, x_2), x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+^2$. El par ordenado de números reales no negativos se define como el conjunto $\{\{x_1\}, \{x_1, x_2\}\} \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathbb{R}_+^2))$, donde $\mathcal{P}(A)$ denota el conjunto potencia del conjunto *A*. Luego, estos pares ordenados son elementos de $\mathbb{R}_+^2$.

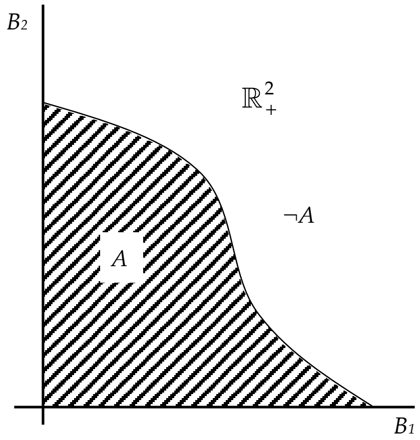
9 Y yo, agente elector, si apenas me movilizo en un automóvil "escarabajo" de Volkswagen. Bueno, ¡lo que se pierde Jennifer López!

10 Donde $A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}_+^n)$, por lo que $\neg A = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n : \mathbf{x} \notin A\}$. También, es correcto afirmar $\neg A = \mathbb{R}_+^n - A$.

11 Sean *A* y *B* dos conjuntos cualesquiera, estos serán disjuntos sí, y solamente si, $A \cap B = \varnothing$.

que cuando el individuo i – ésimo posee Ω_i, el mundo en el que vive es un mundo de escasez.[12] Así la existencia de Ω_i define A y $\neg A$.

Para $\mathbb{R}^2_+$ podemos tener la siguiente representación gráfica del conjunto alcanzable y no alcanzable. Veamos:



3. ORDENAMIENTO DE LAS ALTERNATIVAS

La elección implica la comparación de al menos dos alternativas del espacio de elección. Si trabajamos la elección como la comparación entre dos alternativas que se toman de par en par del espacio de elección; entonces podemos tratar este problema como una relación binaria. Y justamente, es esta relación binaria la que especifica el criterio de ordenación que tiene el individuo para elegir una de las alternativas.

La relación binaria que trabajaremos es la relación de orden *". . . es al menos tan preferida a . . ."*, que denotaremos por $\succsim_i$ (también se le conoce como preferencia débil).[13]

---

12 El mundo abstracto que construyen los economistas neoclásicos se trata de una sociedad que opera *como si* fuese "el planeta de la escasez". Tanto así, que Walsh señala: "*. . . la estructura de la ciencia económica es tal que el concepto de escasez, propiamente entendido, es precisamente su definición.*" Ver WALSH (1974: p. 17).

13 Sea $\mathbb{R}^n_+$, la relación *". . . es al menos tan preferida a . . ."* determina el subconjunto R de $\mathbb{R}^n_+ \times \wp\left(\mathbb{R}^n_+\right) : (\mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}}) \in R \Leftrightarrow \mathbf{x} \succsim_i \overline{\mathbf{x}}$. Es decir, R es una relación en $\mathbb{R}^n_+$.

Así, $\mathbf{x},\overline{\mathbf{x}}\in\mathbb{R}^n_+, \mathbf{x}\succsim_i \overline{\mathbf{x}}$ se lee: $\mathbf{x}$ es al menos tan preferida a $\overline{\mathbf{x}}$.[14] Por ejemplo, para el individuo una botella de soda es al menos tan preferida a una caja de jugo de naranja. O también, salir a bailar con Yrma es al menos tan preferido que salir a bailar con Katherine.

La relación de ordenamiento de preferencia débil, $\succsim_i$, cumple las siguientes propiedades:

- Reflexividad, $\forall\mathbf{x}\in\mathbb{R}^n_+, \mathbf{x}\succsim_i \mathbf{x}$.
- Transitividad, $\forall\mathbf{x},\overline{\mathbf{x}},\underline{\mathbf{x}}\in\mathbb{R}^n_+, \left(\mathbf{x}\succsim_i \overline{\mathbf{x}}\wedge\overline{\mathbf{x}}\succsim_i \underline{\mathbf{x}}\right)\Rightarrow\mathbf{x}\succsim_i \underline{\mathbf{x}}$.
- Completitud, $\forall\mathbf{x},\overline{\mathbf{x}}\in\mathbb{R}^n_+, \mathbf{x}\succsim_i \overline{\mathbf{x}}\vee\overline{\mathbf{x}}\succsim_i \mathbf{x}$.[15]

La relación $\succsim_i$ no cumple con la propiedad de simetría y de asimetría. Es decir, no podemos afirmar que las alternativas del espacio de elección verifican,

$$\forall\mathbf{x},\mathbf{x}'\in\mathbb{R}^n_+, \left(\mathbf{x}\succsim_i \mathbf{x}'\Rightarrow\mathbf{x}'\succsim_i \mathbf{x}\right)\wedge\left[\mathbf{x}\succsim_i \mathbf{x}'\Rightarrow\neg\left(\mathbf{x}'\succsim_i \mathbf{x}\right)\right]$$

Es decir, no es cierto que si para el individuo cenar con Jennifer López le es al menos tan preferido que cenar con Kirsten Dunst, esto implique que cenar con Kirsten Dunst le sea al menos tan preferido que cenar con Jennifer López. Asimismo, no podemos afirmar que sea cierto que cenar con Jennifer López le sea al menos tan preferido que cenar con Kirsten Dunst implique que no es cierto que cenar con Kirsten Dunst le sea al menos tan preferido que cenar con Jennifer López.

En consecuencia, si el espacio de elección $\mathbb{R}^n_+$ es ordenado por la relación "*. . . al menos tan preferida a . . .*", $\succsim_i$; la cual es completa, reflexiva y transitiva; entonces diremos

---

14 En la teoría de la elección desarrollada aquí, $\succsim_i$ es un "primitivo". Podríamos desarrollar la misma teoría utilizando como primitivo la "preferencia estricta", $\succ_i$, y sobre ella definir la relación de indiferencia y la relación de preferencia débil. Ver SHONE (1980: p. 7).

15 Esta propiedad implica que $\succsim_i$ es reflexiva. Es decir, la relación de preferencia débil al verificar la completitud, implica que también verificará la reflexividad. El cumplimiento del axioma de completitud descarta situaciones donde el individuo elector no sabe si un modelo de vestido es al menos tan bueno como otro modelo; como cuando la esposa de William después de haber entrado a veinte boutiques y de haberse probado cuarenta modelos de vestido no sabe cuál de ellos es el mejor. Si las mujeres tuvieran este axioma incorporado en su conducta cuando nos piden que las acompañen de compra; nos ahorraríamos tiempo y mal humor.

que existe un *pre – orden completo* o un *cuasi – ordenamiento completo* del espacio de elección del i – ésimo individuo.[16]

Luego, a partir de la relación $\succsim_i$, que es el primitivo de la teoría, podemos definir una nueva relación sobre las alternativas del espacio de elección.

Definición 3.1 (Indiferencia)

$\forall \mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \sim_i \overline{\mathbf{x}} \Leftrightarrow (\mathbf{x} \succsim_i \overline{\mathbf{x}} \wedge \overline{\mathbf{x}} \succsim_i \mathbf{x})$

Donde $\mathbf{x} \sim_i \overline{\mathbf{x}}$ se lee "$\mathbf{x}$ es indiferente a $\overline{\mathbf{x}}$".

Cuando, dos alternativas le son indiferentes para el individuo i - ésimo, significa que para él ambas alternativas tienen el mismo nivel o jerarquía de importancia.[17] Esta relación con las propiedades de,

- Reflexividad, $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \sim_i \mathbf{x}$.
- Transitividad, $\forall \mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}}, \underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, (\mathbf{x} \sim_i \overline{\mathbf{x}} \wedge \overline{\mathbf{x}} \sim_i \underline{\mathbf{x}}) \Rightarrow \mathbf{x} \sim_i \underline{\mathbf{x}}$.
- Simetricidad, $\forall \mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \sim_i \overline{\mathbf{x}} \Rightarrow \overline{\mathbf{x}} \sim_i \mathbf{x}$.

Por tanto, la relación de indiferencia es una relación de equivalencia.[18] Un ejemplo de esta relación, es cuando el individuo i se muestra indiferente en resolver la pregunta número 1 o la pregunta número 2 del examen de microeconomía. O también, salir a bailar con Yrma es equivalente que salir a bailar con Katherine.

Luego, utilizando la relación de preferencia débil $\succsim_i$ y la relación de indiferencia $\sim_i$, podemos definir una nueva relación, a la que llamaremos relación de *preferencia estricta* o *preferencia fuerte*, y que denotaremos por $\succ_i$.

---

16 Una relación R en $\mathbb{R}_+^n$ se llama *orden parcial* en $\mathbb{R}_+^n$ si es reflexiva, transitiva y anti – simétrica. Y una relación R en $\mathbb{R}_+^n$ se llama *orden completo* (o *cadena*) en $\mathbb{R}_+^n$ si es completa, reflexiva, transitiva, y anti – simétrica. Al respecto, también se señala: "*1. Una relación R sobre* χ *es un* cuasi – ordenamiento *sobre* χ *si es reflexiva y transitiva. 2. Una relación R sobre* χ *es un* ordenamiento *sobre* χ *si es reflexiva, transitiva y anti – simétrica*." Ver SHONE (1980: p. 31).

17 ¿Por qué? No nos importa el por qué. Simplemente tomamos como punto de partida que el individuo i – *ésimo* tiene algún criterio tal que determina de esa forma sus preferencias. Además, puede ser peligroso hurgar en los recónditos oscuros del espíritu del i – ésimo consumidor, déjese esa tarea a los psicólogos o sociólogos.

18 Una relación R en $\mathbb{R}_+^n$ es *relación de equivalencia* si es reflexiva, transitiva y simétrica.

Definición 3.2 (Preferencia fuerte)

$\forall \mathbf{x},\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_{+}^{n}, \mathbf{x} \succ_i \hat{\mathbf{x}} \Leftrightarrow \left[\mathbf{x} \succsim_i \hat{\mathbf{x}} \wedge \neg\left(\hat{\mathbf{x}} \succsim_i \mathbf{x}\right)\right]$

Donde $\mathbf{x} \succ_i \hat{\mathbf{x}}$ se lee, “$\mathbf{x}$ es estrictamente preferido a $\hat{\mathbf{x}}$”.

Esta nueva relación cumple con las siguientes propiedades,

- Transitividad, $\forall \mathbf{x},\overline{\mathbf{x}},\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_{+}^{n}, \left(\mathbf{x} \succ_i \overline{\mathbf{x}} \wedge \overline{\mathbf{x}} \succ_i \underline{\mathbf{x}}\right) \Rightarrow \mathbf{x} \succ_i \underline{\mathbf{x}}$.
- Anti – Simetricidad, $\forall \mathbf{x},\overline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_{+}^{n}, \left(\mathbf{x} \succ_i \overline{\mathbf{x}} \wedge \overline{\mathbf{x}} \succ_i \mathbf{x}\right) \Leftrightarrow \mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}}$.
- Asimetricidad, $\forall \mathbf{x},\overline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_{+}^{n}, \mathbf{x} \succ_i \overline{\mathbf{x}} \Rightarrow \neg\left(\overline{\mathbf{x}} \succ_i \mathbf{x}\right)$.

Es decir, esta relación no es completa, ni reflexiva tampoco simétrica.[19] Un ejemplo de esta relación, es cuando el individuo *i*, considera que resolver la pregunta número 1 de examen es mejor que resolver la pregunta número 2. O cuando, considera que salir a bailar con Yrma es estrictamente preferido que salir a bailar con Katherine.

Por otro lado, dado que la relación de indiferencia, $\sim_i$, es reflexiva, transitiva y simétrica; hemos mencionado que es una relación de equivalencia. Luego, esta relación de equivalencia establece sobre el espacio de elección $\mathbb{R}_{+}^{n}$, una serie de clases de equivalencia (o también podemos llamarlas como conjuntos de indiferencia), cada una denotada como $I_i(\mathbf{x})$.[20] Así, $I_i(\mathbf{x}) \subset \mathbb{R}_{+}^{n}$, donde:

$$I_i(\tilde{\mathbf{x}}) = \left\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}_{+}^{n} : \mathbf{x} \sim_i \tilde{\mathbf{x}}\right\}$$

Es decir, una clase de equivalencia contiene todas aquellas combinaciones que para el individuo *i* son igualmente preferidas a una alternativa dada $\tilde{\mathbf{x}}$. Asimismo, dado que estos conjuntos se definen a partir de una relación de equivalencia, estos conjuntos constituyen una partición del espacio de elección, de tal manera que:

- $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_{+}^{n}, I_i(\mathbf{x}) \neq \varnothing$.

---

19 En este trabajo no nos ocuparemos de problemas derivados por la existencia de umbrales de percepción de los individuos, que pueden conducir a situaciones de intransitividad en la relación de preferencia. Un ejemplo clásico es el de la incapacidad que poseen los individuos para distinguir ciertos niveles de diferenciación de los colores y sonidos.

20 En este caso, la clase de equivalencia está referida a la combinación o alternativa $\mathbf{x}$. Toda clase de equivalencia debe estar referida a una alternativa específica perteneciente al espacio de elección.

- $\bigcup_{\mathbf{x}\in\mathbb{R}_+^n} I_i(\mathbf{x}) = \mathbb{R}_+^n$, o también $\bigcup_{i=1}^{\infty} I_i^k = \mathbb{R}_+^n,\ k \in \overline{\mathbb{N}}$.
- $\forall \mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \neg(\mathbf{x} \sim_i \overline{\mathbf{x}}) \Rightarrow I_i(\mathbf{x}) \cap I_i(\overline{\mathbf{x}}) = \varnothing$, o también $\bigcap_{k=1}^{\infty} I_i^k = \varnothing,\ k \in \overline{\mathbb{N}}$.

Entonces, la relación de indiferencia, $\sim_i$, particiona el espacio de elección $\mathbb{R}_+^n$ en clases de equivalencia (conjuntos de indiferencia).[21] Podríamos tener I_1^1, I_i^2, . . ., I_i^k. Luego, con la ayuda de la relación de preferencia estricta podemos ordenar las clases de equivalencia (conjuntos de indiferencia).[22] Así, tenemos que:

$$\forall \mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \neg(\mathbf{x} \sim_i \overline{\mathbf{x}}) \Rightarrow I_i(\mathbf{x}) \neq I_i(\overline{\mathbf{x}})$$

Por tanto, si $\mathbf{x} \succ_i \overline{\mathbf{x}}$, dada la definición de indiferencia y la de clase de equivalencia; entonces es posible plantear una ordenación entre las clases de equivalencias asociadas a cada canasta relacionadas por la preferencia fuerte. Así, se tendría que $I_i(\mathbf{x}) \succ_i I_i(\overline{\mathbf{x}})$. Luego entonces, podemos ordenar todos los conjuntos de indiferencia del espacio de elección. De esta forma habremos establecido una ordenación fuerte y completa de las clases de equivalencia definidas sobre el espacio de elección,

$$\forall I_i^1, I_i^2 \subset \mathbb{R}_+^n; I_i^1 \neq I_i^2 \Rightarrow \left(I_i^1 \succ_i I_i^2 \not\Leftrightarrow I_i^2 \succ_i I_i^1\right)$$

4. AXIOMAS DE LA TEORÍA DE LA ELECCIÓN

Después de haber descrito el espacio de elección, ahora pasaremos a enunciar los axiomas de la teoría de la elección.

Axioma 1 (Comparabilidad)

$\forall \mathbf{x}, \overline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \succ_i \overline{\mathbf{x}} \not\Leftrightarrow \overline{\mathbf{x}} \succ_i \mathbf{x} \not\Leftrightarrow \mathbf{x} \sim_i \overline{\mathbf{x}}$

Es decir, frente a dos alternativas, el individuo o bien expresará una preferencia estricta por una de las alternativas o bien permanecerá indiferente entre ambas.[23] Esta

---

21 Recíprocamente, una partición de $\mathbb{R}_+^n$ produce una relación de equivalencia.

22 Dado que toda clase de equivalencia está asociada una alternativa determinada; entonces comparar dos alternativas diferentes equivale a comparar dos clases de equivalencia asociadas respectivamente a dichas alternativas.

23 Se afirma que este axioma limita la aplicación de la teoría de la elección bajo un contexto de certidumbre.

propiedad quiere decir que el individuo, ante dos alternativas, considera que la primera es estrictamente preferida a la segunda o que la segunda es estrictamente preferida a la primera o en todo caso que ambas alternativas son equivalentes. Por tanto, no existen alternativas frente a las cuales el individuo no sepa como ordenarlas. Por ejemplo, el individuo frente a una empanada de pollo y a una hamburguesa, considera que la empanada de pollo es estrictamente preferida a la hamburguesa, o que la hamburguesa es estrictamente preferida a la empanada de pollo, o que es cierto para él que ambas opciones son equivalentes.

Axioma 2 (Transitividad)

$\forall \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_{+}^{n}, \left(\mathbf{x} \succ_i \bar{\mathbf{x}} \wedge \bar{\mathbf{x}} \succ_i \hat{\mathbf{x}}\right) \Rightarrow \mathbf{x} \succ_i \hat{\mathbf{x}}$

Así, si el individuo *i* considera que una alternativa conformada por dos helados y un chocolate es estrictamente preferido a otra conformada por un helado y tres chocolates; luego si considera que la combinación de un helado y tres chocolates es superior a una constituida por ningún helado y cinco chocolates; entonces la combinación dos helados y un chocolate será para el individuo *i* estrictamente preferida a la alternativa ningún helado y cinco chocolates. La propiedad de transitividad garantiza la coherencia o consistencia en las decisiones que toma el individuo al momento de elegir. Por otro lado, es importante precisar que este axioma no presupone la continuidad de las preferencias.

Axioma 3 (Asimetría)

$\forall \mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_{+}^{n}, \neg\left(\mathbf{x} \succ_i \hat{\mathbf{x}}\right) \vee \neg\left(\hat{\mathbf{x}} \succ_i \mathbf{x}\right)$

Este axioma quiere decir que en el conjunto de elección no podemos tener dos alternativas que sea estrictamente preferida una de otra. Este axioma no niega la relación de indiferencia, simplemente nos indica que la preferencia estricta no puede efectuar un "ordenamiento fuerte" del espacio de elección.

Hasta aquí, tenemos los axiomas de racionalidad respecto a la ordenación del espacio de elección pero nada se ha mencionada acerca del proceso de elección. Necesitamos, entonces introducir otros axiomas más que den cuenta de la elección del individuo *i*.

Antes de avanzar introducimos dos primitivos adicionales. El primero es "ser alcanzable", A. Así, $A_i\mathbf{x}$ se lee, "la alternativa $\mathbf{x}$ es alcanzable para el individuo i dado su conjunto de restricciones Ω_i". Además tenemos el primitivo, "ser elegido", E. Entonces, $E_i\mathbf{x}$ se lee, "el elemento $\mathbf{x}$ es elegido por el individuo i".[24]

Axioma 4

$\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n,\, E_i\mathbf{x} \Rightarrow A_i\mathbf{x}$

Este axioma nos dice que las elecciones efectuadas por el individuo i sólo pueden ser alternativas alcanzables. Por tanto, no es posible elegir alternativas que pertenezcan al conjunto no alcanzable, $\neg A$. Pero, ¿existe en los axiomas enunciados algo que garantice que la alternativa elegida sea la de mayor jerarquía del conjunto alcanzable A?

Hasta aquí lo que tenemos es que el individuo frente a dos alternativas, como mantequilla y mermelada, que son alcanzables, una de ellas será elegida. Pero no se ha establecido que si mermelada $\succ_i$ mantequilla, la mermelada será necesariamente el objeto elegido.

Axioma 5

$\forall \mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n,\, \left(\mathbf{x} \succ_i \hat{\mathbf{x}} \wedge A_i\mathbf{x}\right) \Rightarrow \neg E_i\hat{\mathbf{x}}$

Es decir, si tenemos dos alternativas, donde una de ellas estrictamente preferida a la otra y a la vez es alcanzable, la alternativa de menos jerarquía no será elegida. Pero, a pesar de este axioma, aún no está garantizado que se existirá una elección ya que puede ser que tengamos un conjunto alcanzable A como un conjunto unitario; es decir son con una alternativa.

Axioma 6

$\exists \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n,\, A_i\mathbf{x} \Rightarrow \exists \mathbf{x}\, E_i\mathbf{x}$

Este axioma señala que basta que el conjunto de elección tenga una alternativa como único elemento y que sea alcanzable; entonces existirá siempre una alternativa que es elegida.

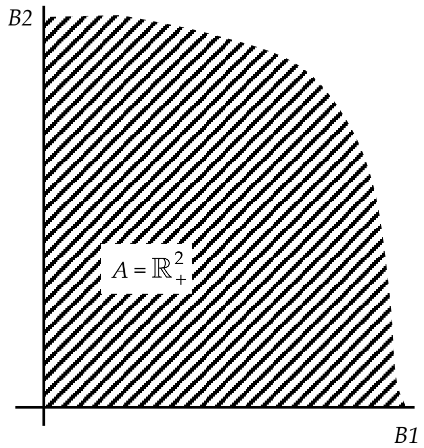
---

[24] Por supuesto que $\neg A_i\mathbf{x}$ significa que $\mathbf{x}$ no es alcanzable; como $\neg E_i\mathbf{x}$ significa que la alternativa $\mathbf{x}$ no es elegida.

Axioma 7

$\exists \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n, A_i \mathbf{x} \wedge \forall \hat{\mathbf{x}} \left[A_i \hat{\mathbf{x}} \Rightarrow \left(\mathbf{x} \succ_i \hat{\mathbf{x}} \not\Leftrightarrow \mathbf{x} \sim_i \hat{\mathbf{x}} \right) \right]$

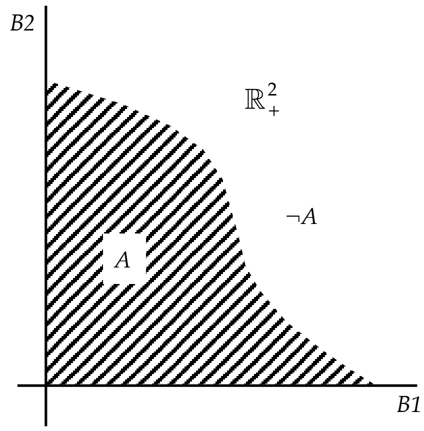
Por último, este axioma permite superar situaciones donde no es posible que exista una alternativa superior en el conjunto alcanzable, ya que el conjunto alcanzable no cumple ciertas propiedades importantes. Así, tenemos el caso de que $A = \mathbb{R}_+^n$.[25] Bajo esta condición, dada la no acotación del conjunto alcanzable, sería siempre posible encontrar alternativas superiores a otra supuesta, y así permanentemente; entonces el axioma 4 no es suficiente para saber que alternativa elige el individuo. Imagínese que usted debe elegir una señorita con quien bailar del conjunto de señoritas que están formando cola en la puerta de su casa. Pero resulta que esta cola, sigue y sigue, que no acaba nunca (da infinitas vuelta el planeta Tierra). ¿ A qué señorita elegiría usted?. Para $A = \mathbb{R}_+^2$ gráficamente se tiene,



Otro caso sería cuando el conjunto alcanzable, A, es un conjunto abierto, en el sentido de que no contiene las alternativas que conforman su frontera.[26] Por tanto, entre una alternativa y otra muy próxima a su frontera habrá infinitas alternativas y así permanentemente. Vemos gráficamente este caso:

[25] En este caso el conjunto A es un conjunto no acotado, es decir que no puede ser encerrado en una figura finita.

[26] Es posible que A siendo un conjunto abierto puede ser a su vez un conjunto acotado, por lo que se trataría de dos situaciones diferentes.



Justamente estas situaciones de espacios infinitos son superadas con este último axioma. Así, en nuestro conjunto alcanzable A existirá un alternativa tal que para cualquier otra alternativa, también alcanzable; o bien esta primera será estrictamente preferida a la segunda o bien ambas alternativas serán equivalentes. Imagine al profesor Ricardo Piedra, que tiene fama de "tacaño", muy astuto él, ante un sobrino insistente para que le dé una propina monetaria él le dice, ¡muy bien sobrino!, escoge la cantidad de dinero del siguiente intervalo, $[10,100[$.[27] ¿Qué cantidad pediría el sobrino?

REFERENCIAS

[1] DEBREU, Gerard. (1973), *Teoría del valor. Un análisis axiomático del equilibrio económico.* Barcelona: Bosch Casa Editorial.

[2] MARSHALL, Alfred. (1957), *Principios de economía. Un tratado de introducción*. Madrid: Aguilar S. A. de Ediciones.

[3] QUIRK, J. y R. SAPOSNIK (1972), *Introducción a la teoría del equilibrio general y a la economía del bienestar*. Barcelona: Bosch Casa Editorial.

[4] SHONE, R. (1980), *Análisis microeconómico moderno*. Barcelona: Editorial Hispano Europea.

[5] WALSH, Vivian. (1974), *Introducción a la microeconomía moderna*. Barcelona: Editorial Vicens – Vives.

27 Asúmase que el sobrino cumple los axiomas del 1 al 6. Además suponga que es posible tener un tipo de dinero que es infinitamente divisible.