The research of possibilities and scope for application of economically-mathematical modeling methodology in terms of money field tensor analysis: theoretical and methodological questions of interaction between financial and real sectors of an economy

Maslov, Alexander

Rostov State Economics University

24 March 2012

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ И ДИАПАЗОНОВ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОЛОГИИ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА ДЕНЕЖНОГО ПОЛЯ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФИНАНСОВОГО И РЕАЛЬНОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ

МАСЛОВ А.И.,
аспирант,
Ростовский государственный экономический университет (РИНХ),
e-mail: alx.maslov@gmail.com

TERRA ECONOMICUS ✧ 2012 ✧ Том 10 № 1 Часть 3

В статье анализируется практическое применение теории денежного поля, опубликованной ранее. На основе эконометрического и линейного моделирования временных рядов финансовых индикаторов Канады делаются выводы относительно стабильности экономики страны, а также необходимых действий монетарных властей по повышению эффективности взаимодействия финансового и реального секторов экономики.

Ключевые слова: монетарная политика; денежное предложение; тензорный анализ; линейные операторы.

The paper analyzes practical application of money field theory, which was published before. Using econometric and linear modeling of time-series as a basis for the analysis of Canada’s financial indicators, inferences are made towards the country’s stability and actions monetary authorities have to take in order to increase the efficiency of interaction between financial and real sectors of an economy.

Keywords: monetary policy; money supply; tensor analysis; linear operators.

Коды классификатора JEL: C02, E10, E12, E13, E51.

Данная статья является продолжением исследования взаимодействия финансового и реального секторов экономики на основе модели денежного поля, берущей свои корни из физической теории поля [5]. Основная цель работы состоит в исследовании возможностей прикладного анализа разработанных линейных операторов скалярного и тензорного денежного поля на реальных данных экономики Канады, которые находятся в открытом доступе [6]. Причины выбора данной экономики две: во-первых, в последнее время она доказала свою устойчивость, а следовательно, является своего рода эталоном для апробации теории; во-вторых, предоставляемые статистические данные весьма объемны, что априори повышает значимость статистического исследования.

Напомним, что для расчета характеристик денежного поля вначале необходимо найти функцию ее скалярного и тензорного поля:

$$M = f(r, e, \pi, t) \text{ и } M\vec{V} = \varphi(r, e, \pi, t) \tag{1}$$

где r — овернайт ставка РЕПО Банка Канады, e — обменный курс национальной валюты (CAD / USD), π — уровень инфляции, t — время.

Несмотря на потенциальную многомерность предполагаемого поля, мы задали его в вышеуказанных основных финансовых Евклидовых ортонормированных координатах. Такой подход позволяет сделать изложение анализа более наглядным (рис. 1) и, в то же время, облегчить некоторые расчеты.

В основе используемой методологии лежит уравнение количественной теории денег $M\vec{V} = P\vec{Q}$, которое доказало свою жизнеспособность на практике[1]. Напомним, что векторное денежное поле можно получить путем взятия градиента от скалярного поля. При этом нас интересует градиент именно скалярного денежного поля, так как его экономическая интерпретация позволяет соединить исследуемые сектора экономики.

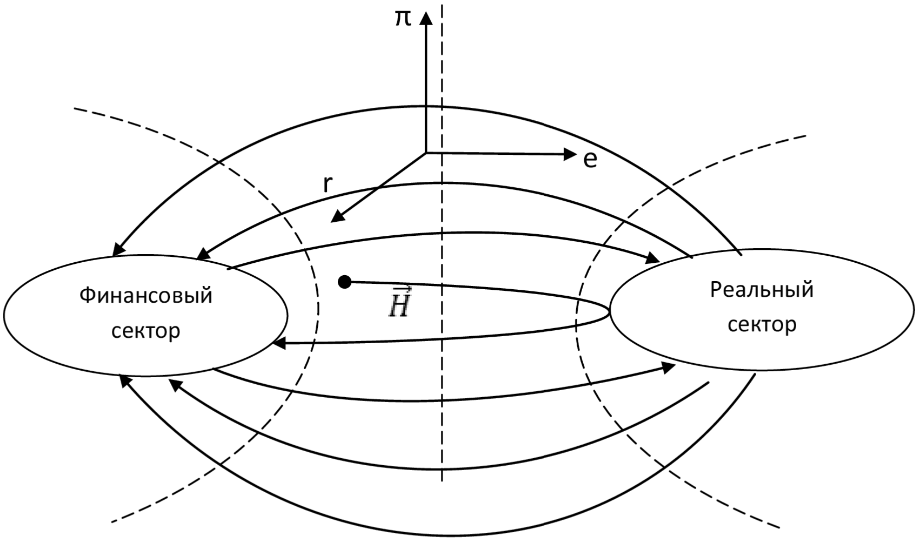

Рис. 1. *Схематичное изображение денежного поля*

Итак, рассчитаем характеристики скалярного и тензорного денежного поля с валентностью (1,0). В ортонормированных координатах градиент поля показывает наискорейшее направление роста заданной функции, в нашем случае — скорости роста денежной массы в экономике.

$$grad(m) = \frac{\partial m}{\partial r}\vec{i} + \frac{\partial m}{\partial e}\vec{j} + \frac{\partial m}{\partial \pi}\vec{k} \tag{2}$$

Функция скалярного денежного поля рассчитывается на основе реальных данных с помощью нелинейной регрессии. В аналитической форме данная функция имеет следующий вид:

$$M = -795t + 25t^2 + 112634\sqrt{e} - 12720\log(r) - 221\pi^2 + 45696\pi - 2*10^6 \tag{3}$$

При оценке уравнения были использованы поправки Ньюи-Веста, которые учли автокорреляцию (статистика Дарбина-Уотсона — 0,28) и гетероскедастичность (подтверждение гипотезы по тесту Уайта с вероятностью в 0,05%) остатков. R-квадрат уравнения близок к единице.

В соответствии с формулой (2) произведем расчет градиента скалярного поля:

$$grad(M) = -\frac{12720}{r}\vec{i} + \frac{56317}{\sqrt{e}}\vec{j} - 442(\pi - 103)\vec{k} \xrightarrow{|grad(M)|} \min \tag{4}$$

Формула (4) означает, что количество денежных потоков, достигающих реальный сектор экономики, обратно пропорционально градиенту денежного поля, а следовательно: основная цель монетарного регулирования экономики — минимизация данного градиента по модулю. Это происходит при $r \longrightarrow +0, e \longrightarrow \infty$, а также при $\pi \longrightarrow \approx 103$[2].

С точки зрения регулятора формула (4) говорит о том, что для достижения оптимального межсекторного обмена финансовыми потоками есть небольшой задел по допустимому уровню инфляции, до 3%. С другой стороны, для минимизации первой дроби необходимо понижать процентную ставку по операциям РЕПО, для второй — ослаблять валютный курс канадского доллара. Наша гипотеза такова, что допустимый уровень инфляции служит определенным индикатором в ослаблении валютного курса[3]: как только прогнозируемые значения инфляции начнут

[1] Например, для России см. [1].

[2] Заметим, что в данном случае, исходя из размерности «сырых» данных, число 103 означает инфляцию с темпом роста 103%, что немногим больше, чем ее текущее значение в Канаде — 2,5% (по данным Банка Канады).

[3] Для Канады ослабление обменного курса означает, что продукции услуги становятся более конкурентоспособными. Экспорт Канады за 2011 г. приблизился к отметке в 550 млрд долл., из которых почти 80% приходится на долю США. С точки зрения исследуемой проблемы, рост экспорта будет происходить с существенным рычагом в пользу балансировки финансового и реального секторов экономики.

приближаться к заданному критическому уровню, необходимо сворачивать политику ослабления национальной валюты. Правомерно рассудить также, что первые две дроби взаимообратны, а следовательно, можно подобрать такие значения ставки и валютного курса, при которых их сумма обратится в нуль. С установленным уровнем инфляции данные значения переменных будут характеризовать наискорейший обмен денежными потоками между секторами.

Для расчета следующей характеристики — дивергенции — нам потребуется построить новую функцию денежного векторного поля, так как для скалярного поля она не имеет ни физического, ни экономического смысла. Дивергенция — это мера источников поля, т.е. источников генерации денежной массы. Данную характеристику можно также рассчитать через уже полученное векторное поле, которым является уравнение (4), если его переписать через оператор набла (Гамильтона). Однако в этом случае мы получим источники генерации финансового пространства для векторного поля градиента, то есть поля, характеризующего оптимальную связь исследуемых секторов экономики. Мы рассчитаем дивергенцию для общего векторного поля движения денежной массы и векторного поля ее градиента, после чего сравним полученные значения.

Оператор градиента, который мы применили к обычному скалярному полю вида $f = f(P)$, а в нашем случае это $f = f(x_1, x_2, x_3)$, где x_i — финансовые координаты, можно записать в следующей координатной форме:

$$a_q = \nabla_q f = \frac{\partial f}{\partial x^q} \tag{5}$$

Использование нижнего индекса q для a_q означает, что $a = grad(f)$ — ковектор. Согласно теореме о том, что для любого тензорного поля X типа (r,s) частные производные относительно пространственных переменных x^1, x^2, x^3 в любой декартовой системе координат представляют собой компоненты нового тензорного поля Y тип $(r, s+1)$, дифференцирование относительно x^1, x^2, x^3, которое мы предприняли в уравнении (4), производит новые тензоры из уже существующих [2, с. 175]. Эта операция и обозначается знаком набла: $Y = \nabla X$. Для наглядности запишем эту операцию в индексной и сжатой форме:

$$Y^{i_1 \dots i_r}_{q j_1 \dots j_r} = \nabla_q X^{i_1 \dots i_r}_{j_1 \dots j_r} \xrightarrow{\text{сверстка}} \nabla_q = \frac{\partial}{\partial x^q} \tag{6}$$

Таким образом, градиент, переписанный через оператор набла, наглядно показывает новое векторное поле, которое получилось в результате дифференцирования скалярного поля. Следовательно, для векторного поля мы имеем полное право рассчитать дивергенцию, которая будет показывать источники генерации финансового пространства, в которых происходит оптимальное, т.е. наискорейшее движение денежной массы от финансового к реальному сектору экономики, и наоборот:

$$div\overrightarrow{M} = (\nabla\overrightarrow{M}) \quad \nabla = \vec{i}\frac{\partial}{\partial r} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial e} + \vec{л}\frac{\partial}{\partial \pi} \tag{7}$$

Далее, применим формулу (7) к уравнению (4). Получим следующий результат:

$$div(\overrightarrow{M}) = \frac{12720}{r^2} + \frac{28159}{\sqrt{e^3}} - 442 \tag{8}$$

Уравнение (8) есть не что иное, как практическая интерпретация оператора Лапласа Δ [1], который характеризует плотность источников генерации градиентного потенциального векторного поля *gradM*, т.е. $div(grad) = \Delta$, где $\Delta = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g^{ij}\nabla_i\nabla_j$ (g^{ij} — матрица Грама, используемая для сверстки индексов и перехода на новый уровень валентности тензорного поля). Данный оператор будет служить эталоном при эконометрической проверке дивергенции векторного поля всей денежной массы.

Теперь рассчитаем еще одну характеристику тензорного поля: ротор. Для нашего случая, в ортонормированных координатах с ОНБ в качестве базиса[4], ротор тензорного поля определяется следующим уравнением:

$$rot(M\vec{V}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial r} & \dfrac{\partial}{\partial e} & \dfrac{\partial}{\partial \pi} \\ X_r & X_e & X_\pi \end{vmatrix} \tag{9}$$

Так как ротор тензорного поля определяет циркуляцию поля вдоль замкнутой кривой, интуитивно понятно, что в случае с полем градиента он будет равен нулю: поле градиента не имеет вращательного движения и называется безвихревым: $rot(grad) = 0$. Для расчета ротора денежного векторного поля необходимо знать площадь, на которую «надевается» закрученность вихревого потока. Ее обоснование и выдвижение гипотезы о возможности и способе

[4] Это замечание существенно, так как даже в косоугольных координатах эти формулы недействительны. В частности, для общего случая прямолинейных координат, ротор определяется по следующей формуле: $(\mathrm{rotX})^r = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} g^{ri}\omega_{ijk}\nabla^j X^k$.

ее измерения является продолжением исследования и требует отдельной публикации. Поэтому в данной статье мы ограничимся анализом дивергенции и градиента.

Вначале мы рассматривали скалярное поле денежной массы. Если добавить в уравнение вектор ее движения $\vec{V}$, то можно также эконометрически оценить уравнение тензорного поля с валентностью (0,1) или — векторного поля (в котором уже будет присутствовать импульс).

С точки зрения используемой методологии, импульс денежного поля определяется как произведение денежной массы на скорость обращения денежной единицы, причем это произведение равно валовому продукту. В аналитической форме функция денежного векторного поля записывается следующим образом:

$$M\vec{V} = 3632t - 26t^2 + 0{,}06t^3 - 199804\sqrt{e} + 688694\ln(\pi) + 2429*(1{,}6)^r - 2013369 \qquad (10)$$

Как и в первом случае, уравнение было протестировано основными способами проверки статистической значимости полученных взаимозависимостей. R-квадрат уравнения также очень близок к единице. Без оператора набла, дивергенция рассчитывается следующим образом, как проекция векторов на координатные оси:

$$div(M\vec{V}) = \frac{\partial(MV_r)}{\partial r} + \frac{\partial(MV_e)}{\partial e} + \frac{\partial(MV_\pi)}{\partial \pi} \qquad (11)$$

Применим формулу (11) к эконометрической оценке денежного предложения в канадской экономике, характеризуемого формулой (10):

$$div(M\vec{V}) = \frac{99902}{\sqrt{e}} + \frac{688694}{\pi} + 2429r*(1{,}6)^{r-1} \qquad (12)$$

Прежде чем сравнить формулы (8) и (12), хотелось бы отметить, что вне зависимости от способа нелинейной аппроксимации полученных данных, существенными являются именно коэффициенты, стоящие перед функциональной зависимостью. Они и выступают критерием сравнения дивергенции градиентного поля и всего векторного поля денежного предложения.

Инфляция: сравнение подкрепляет наши ранние предположения о возможности ее увеличения, так как она не включена в оператор Лапласа, а следовательно, ее дробь должна быть сведена к нулю в формуле дивергенции векторного денежного поля. В идеале, она не является источником генерации денежной массы.

Обменный курс: величина генерации данного источника больше значений градиента, что свидетельствует о необходимости укрепления национальной валюты.

Ставка РЕПО: данная ставка генерирует намного больше денежной массы, чем ей необходимо при оптимальных потоках. Следовательно, ее необходимо повышать.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Иванченко И.С.* Применение формулы Фишера в анализе динамики российской денежной массы // Вопросы статистики. 2005. № 2. С. 66–70.
2. *Кочин Н.Е.* Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Академия наук СССР. 1961.
3. *Найдыш В.М.* Концепции современного естествознания: Уч. пособие. М.: Гардарики. 2002.
4. Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. М.: Большая Российская энциклопедия. 1992. т. 3.
5. *Ivanchenko I., Maslov A.* Money Field Theory: in Pursue of Formalism / International Journal of Humanities and Social Science. Vol. 1, No. 8, July 2011. P. 19–29.
6. URL:http://www.statcan.gc.ca.

TERRA ECONOMICUS ✧ 2012 ✧ Том 10 № 1 Часть 3