Strategic Bankruptcy with accountable and judicial risks

Chopard, Bertrand and Langlais, Eric

Nancy University

9 July 2007

Renégociation stratégique de la dette, risque comptable et risque juridique*

Bertrand Chopard† et Eric Langlais‡

July 9, 2007

Abstract

Dans ce papier, nous modélisons les effets attendus du droit de la faillite sur le risque de renégociation stratégique des contrats de dette qui résulte d'une asymétrie d'information entre les prêteurs et les emprunteurs sur la capacité de remboursement de ces derniers. En opposant les défauts de paiement volontaires et involontaires grâce à un jeu de signal, nous endogénéisons la stratégie des emprunteurs en matière de respect du contrat de dette, celle des banques au travers de la fréquence avec laquelle elles font respecter les termes de ce contrat, c'est-à-dire la liquidation en cas de défaillance et, enfin, la valeur de la dette renégociée. De la sorte, nous menons une étude d'impact, au sens de l'économie du droit, de l'effet sur les paramètres précédents de l'orientation du droit de la faillite, pro-débiteurs ou pro-créanciers, une classification qui rend compte de l'arbitrage des législations nationales en la matière. Enfin, nous explicitons les conditions sous lesquelles la possibilité offerte aux entreprises de renégocier leur contrat de dette (avec/sans l'influence du facteur juridique) permet d'accroître le bien-être collectif.

*Nous remercions pour leurs remarques et commentaires sur une version antérieure de ce travail, les participants de la journée d'étude sur les faillites organisée par le centre de recherches EconomiX de l'Université Paris X - Nanterre (novembre 2006).

†BETA-CNRS, Université Nancy 2, Faculté de Droit-Economie-Gestion, 13 Place Carnot - CO 7026, 54035 Nancy Cedex. Email: Bertrand.Chopard@univ-nancy2.fr.

‡Nancy Université, UFR AES, 4 rue de la Ravinelle - CO 7026, 54035 Nancy Cedex. Email: Eric.Langlais@univ-nancy2.fr.

1 Introduction

Pour l'économiste, le rôle de la procédure collective consiste, en présence d'asymétries d'information entre les principaux acteurs de la défaillance, à évaluer l'entreprise en vue de déterminer son sort et répartir entre les ayants droit cette valeur en respectant l'ordre de remboursement établi (O. Hart, 2000). En effet, seul un traitement collectif de la défaillance peut permettre de préserver le bien-être de l'ensemble des parties touchées par la faillite en empêchant les créanciers d'exercer individuellement leurs voies d'exécution (T. Jackson, 1986). Quant à l'évaluation de la valeur de l'entreprise selon les deux issues rivales possibles (la continuation ou la liquidation), elle génère à la fois des erreurs de type 2 lorsque le tribunal ordonne la liquidation d'entreprises dont la continuation aurait été préférable et des erreurs de type 1 lorsqu'il permet la continuation d'entreprises dont la valeur de liquidation est supérieure à leur valeur de continuation. L'occurrence ou la fréquence des deux types d'erreurs est supposée corrélée au type même de la loi sur la faillite (P. Aghion, O. Hart et J. Moore, 1992). Un système de défaillance pro-créanciers qui favorise le respect du contrat de dette, en attribuant en quelque sorte les droits de propriété sur la firme aux créanciers, évite les réorganisations inefficaces mais entraîne davantage de liquidations inefficaces. Une loi pro-débiteurs qui privilégie le sauvetage de l'entreprise en difficulté afin de minimiser l'impact social de la détresse financière produira l'effet inverse. Au-delà de cette étude de l'efficacité *ex post* des deux systèmes rivaux, la littérature s'est focalisée également sur l'impact *ex ante* de la loi, c'est-à-dire sur les incitations que la loi génère sur l'entreprise et ses partenaires avant même l'apparition des difficultés financières. A titre d'illustration, une procédure collective pro-créanciers réduirait le phénomène de rationnement du crédit en agissant sur la contrainte de participation des créanciers (S.D. Longhofer, 1998) mais inciterait également les dirigeants à dissimuler leurs difficultés financières, réduisant ainsi la probabilité de réussite d'une réorganisation sous la protection de la loi (P. Povel, 1999).

Dans ce papier, nous étudions l'impact du risque juridique généré par les deux types d'erreur (et, par ce biais, l'influence de la loi ou du comportement des tribunaux) sur l'incitation des entreprises à renégocier stratégiquement leur contrat de dette et la réaction des créanciers à cette défaillance. En effet, en théorie, lorsqu'une entreprise connaît une difficulté économique ou financière qui la conduit au défaut de paiement, les créanciers peuvent soit exiger le remboursement immédiat des sommes dues en favorisant la liquidation des actifs, soit accepter une renégociation du contrat de crédit initial qui favorisera *a priori* le redressement de l'entreprise (par exemple en effaçant ou rééchelonnant plus ou moins partiellement les créances). L'optimalité de la renégociation du contrat de dette initial dépend alors de la nature des difficultés de l'entreprise. En effet, si l'entreprise est solvable mais illiquide, la renégociation du contrat de dette est préférable car la valeur générée par la firme aux dates futures dépasse la valeur de liquidation de ses actifs. En revanche, si l'entreprise est insolvable, le défaut de paiement signale aux créanciers le risque de perte de valeur des actifs au cas où la liquidation est reportée ou annulée. Dans ce contexte, P. Bolton et D.S. Scharftein (1990) ont démontré que la possibilité offerte aux entreprises de renégocier les termes du contrat de crédit initial, qui peut s'avérer optimale *ex post*, au vu des commentaires précédents, aggrave néanmoins l'opportunisme des emprunteurs. Dans la mesure où les remboursements prévus dans le contrat de dette ne peuvent pas être contingents aux cash flows réalisés par la firme en raison d'une asymétrie d'information entre la banque et l'emprunteur, ce dernier ne rembourse pas son créancier à moins qu'il escompte obtenir de la part de ce même agent des fonds ultérieurement. La stratégie d'équilibre de la banque, dans cette succession de prêts, consiste à refinancer l'entreprise uniquement lorsque celle-ci rembourse le prêt précédent. Le refus de financer l'entreprise, alors que cette stratégie est efficace *ex post* en raison de la comparaison des valeurs de liquidation et de continuation, se justifie en raison d'une part, de l'incitation donnée au débiteur de ne pas respecter ses engagements financiers alors que ses flux financiers le lui permettent et, d'autre part, de l'incitation à ne pas rembourser la dernière échéance dès que l'entreprise souhaite mettre fin à sa relation avec le créancier concerné. Le risque de défaut de paiement stratégique peut donc s'appréhender dans un jeu de signal entre un emprunteur et une banque dans lequel le remboursement prévu dans le contrat initial s'échelonne sur deux dates, le débiteur pouvant s'avérer véritablement ou non en défaut de paiement à la première date (il s'agit du type de l'entreprise). Face au choix de l'emprunteur entre respecter le premier remboursement et renégocier le remboursement de sa dette, le créancier peut accepter ou refuser la proposition du débiteur. Dans le second cas, le refus du créancier s'apparente à une liquidation des actifs de l'entreprise et signifie la perte des cash flows futurs. La menace qui pèse sur le débiteur en cas de rupture ou de modification du contrat de crédit initial est donc équivalente à celle retenue par P. Bolton et D.S. Scharfstein (1990). En présence d'une asymétrie d'information sur la valeur réelle du cash flow réalisé à la première date, nous élargissons l'analyse des auteurs précédents à deux niveaux. D'une part, nous endogénéisons la valeur de la dette renégociée entre l'entreprise et son créancier, la stratégie de liquidation adoptée par le créancier et sa confiance vis-à-vis des emprunteurs. D'autre part, nous testons l'impact du droit de la faillite sur les paramètres précédents. A cet effet, nous supposons que la loi est un mécanisme imparfait de révélation de l'information sur la nature des difficultés de l'entreprise qui s'impose en cas de défaut de paiement. La loi peut être pro-débiteurs ou pro-créanciers, c'est-à-dire dans notre modèle générer plus ou moins d'erreurs des deux types en fonction de sa nature. Cette prise en compte explicite du droit de la faillite répond au rôle que lui attribue l'économiste : la détermination du sort des contrats de dette (voire de l'entreprise) en présence d'asymétries d'information entre les principaux acteurs de la défaillance. Enfin, nous explicitons les conditions sous lesquelles la renégociation des termes du contrat de crédit initial est optimale *ex post* au vu des valeurs de continuation et de liquidation du projet d'investissement en intégrant les croyances *a priori* de la banque sur la nature des difficultés de l'entreprise qui demande une renégociation de son contrat de dette[1].

[1] Ces considérations théoriques trouvent un écho particulier dans le contexte juridique français actuel. La dernière réforme du droit de la faillite français (loi du 26 juillet 2005 relative à la sauvegarde des entreprises) met en effet le dirigeant d'entreprise au coeur des procédures collectives disponibles, l'objectif étant de permettre à ce dernier de se placer sous la protection de la loi en vue de résoudre le plus en amont possible ses difficultés financières. Certes, la loi prévoit des limites au pouvoir de l'entreprise dans le cadre de la procédure collective comme l'encadrement de ce dernier par le tribunal ou la création de comités de créanciers. Cependant, on peut envisager la possibilité d'apparition de comportements stratégiques en dehors de la procédure collective et s'interroger sur l'impact de la loi régissant la gouvernance de l'entreprise défaillante sur l'opportunisme des emprunteurs et la réaction des banques.

Le plan de cet article est le suivant. Après avoir précisé le déroulement du jeu, nous étudions, dans un cadre d'asymétrie d'information entre les firmes et une banque sur la capacité de remboursement des emprunteurs, les conditions sous lesquelles le défaut de paiement stratégique peut apparaître à l'équilibre. Il s'agit, pour une firme capable de respecter ses engagements financiers, de profiter de l'asymétrie d'information pour renégocier le niveau de remboursement de sa dette. Nous analysons ensuite l'impact du risque juridique, appréhendé par la propension des tribunaux ou de la loi à protéger le contrat de dette, sur l'occurrence du défaut de paiement stratégique et les externalités générées par les firmes opportunistes en nous focalisant sur les effets d'un système pro-débiteurs. Nous entendons par système pro-débiteurs un droit de la faillite ou une pratique des tribunaux qui réduit automatiquement la possibilité offerte aux banques par le biais du contrat de dette de liquider les entreprises les plus solvables qui se déclarent frauduleusement défaillantes afin de bénéficier d'une remise de dette. Enfin, nous procédons à une comparaison des niveaux de bien-être social dans ces différents états afin de comprendre dans quelle mesure l'introduction d'une possibilité de renégocier le niveau de remboursement peut être profitable collectivement. En guise d'extension, nous explorons les effets sur les stratégies des deux parties et sur le bien être collectif d'un système pro-débiteurs excessif, c'est-à-dire un système qui favorise la continuation des entreprises par le biais de la rénégociation des contrats de dette (et réduit par ce biais les effets de la menace de liquidation des banques), y compris celle des entreprises incapables de respecter les termes du contrat de dette initial.

2 Le modèle

2.1 motivation

Nous considèrons une économie où les contrats de dette proposés par les banques prévoient un remboursement qui est échelonné sur deux périodes. Au moment où le contrat de dette est signé par les deux parties, aucune ne connaît la qualité du projet d'investissement financé[2] - toutes les firmes sont homogènes du point de vue des caractéristiques observables au moment de la signature du contrat. La qualité du projet n'est révélée qu'ensuite aux emprunteurs, avant l'échéance du premier remboursement, et constitue une information privée. On admettra par la suite qu'il n'existe que deux types de projets d'investissement - et donc deux types d'entreprises. Dans un cas, l'entreprise a la possibilité d'honorer son engagement à chaque période; mais dans la mesure où ceci est une information privée, l'entreprise peut être tentée de se déclarer défaillante. Précisément, elle se fait alors passer pour une entreprise de l'autre type, dont le projet d'une part, ne permet pas de faire face à la première échéance du remboursement, et d'autre part, ne permettra pas non plus de rembourser l'intégralité de la dette en fin de deuxième période. Face à une entreprise qui ne respecte pas la première échéance, le créancier (la banque) peut alors décider d'exercer sa garantie, c'est-à-dire (dans notre modèle) liquider la firme, ou au contraire, elle peut envisager de la prolonger en renégociant la dette qu'il lui reste à rembourser. Précisément, la valeur de liquidation du projet d'investissement est positivement corrélée à la valeur du cash flow réalisé à la date 1 et est toujours inférieure à la valeur faciale de la dette. Cette différenciation des firmes en fonction des valeurs de liquidation nous permet d'envisager pour certaines une renégociation stratégique de leur niveau d'endettement.

2.2 notations et déroulement du jeu

Formellement, le modèle comporte trois périodes distinctes, selon le déroulement suivant:

- A la date 0, la banque et l'emprunteur signent un contrat de dette, pour une valeur totale D, sans qu'aucune des deux parties n'ait la possibilité de connaître le type de l'emprunteur (ou de façon équivalente, les caractéristiques de son projet d'investissement). Le déroulement du jeu à partir de la date 1 est décrit dans le graphique 1.

- A la date 1, la Nature choisit initialement le type de l'emprunteur, qui est

[2] Typiquement, on pense au capital-risque: financement d'entreprises émergentes dans les secteurs de haute technologie et/ou de la R&D.

une information privée. Il existe deux types de firmes, qui se distinguent en fonction de leur capacité à honorer leur échéancier de remboursement, capacité qui dépend du cash-flow dégagé par leur activité à chaque période. Le premier type de projet (que l'on nomme le projet des firmes saines ou FS) sanctionne une activité qui génère des flux financiers strictement positifs à chaque période : il donne à la première échéance un revenu égal à $y_1 < D$ qui permet à l'emprunteur d'honorer le premier remboursement, puis il donne à la seconde période un revenu (actualisé) égal à $y_2 \in [D - y_1, D[$. La valeur (actualisée) des paiements procurés par ce projet permet donc (potentiellement) à l'emprunteur de type FS de procéder au remboursement complet de sa dette dans la mesure où $y_1 + y_2 - D > 0$. Le second type de projet d'investissement correspond à une activité qui est couronnée de succès uniquement en seconde période : le cash-flow de première période est nul et dans la mesure où $y_2 < D$, ces flux ne permettent pas à cette entreprise dite non saine (FNS) de rembourser D sur les deux périodes sauf à renégocier celle-ci. Enfin, nous notons θ la proportion de firmes de type FS dans la population totale.

Dès que les emprunteurs ont observé le signal privé informatif sur leur type (soit $y_1 > 0$, soit $y_1 = 0$), leur possibilité d'action en découle. Un emprunteur de type FS peut choisir soit de respecter l'échéancier du remboursement de la dette (action R), soit de se déclarer en difficulté de paiement et demander une renégociation de sa dette (action NR). De son côté, un emprunteur de type FNS n'a pas d'autre possibilité que de se déclarer en difficulté et demander à renégocier sa dette (NR) puisque $y_1 = 0$. Nous opposons donc les défauts de paiement volontaires et involontaires. Dans la mesure où le type de l'emprunteur n'est pas vérifiable par le prêteur, sauf à le mettre en liquidation (la liquidation informe *ex post* la banque du type de l'emprunteur), ce dernier peut soit accepter la renégociation (action NL) de la dette pour une valeur $d < D$, soit choisir de liquider la firme (action L) pour une valeur qui dépend du type de l'emprunteur. Nous nommons ainsi V la valeur de liquidation des firmes FS et v la valeur de liquidation des FNS, telles que $D > V > v$. Indépendamment du type de la firme, la banque ne peut donc récupérer l'intégralité du remboursement de la dette en cas de liquidation.

INSERER GRAPHIQUE 1

- A la date 2, les paiements sont versés aux deux parties.

Par la suite, nous adoptons les notations suivantes pour caractériser les stratégies des différents joueurs (actifs) :

- σ_L est la stratégie mixte de la banque (du prêteur) qui assigne une probabilité q à l'action L et une probabilité $1-q$ à l'action NL.

- σ_B est la stratégie mixte de l'emprunteur de type FS qui assigne une probabilité p à l'action R et une probabilité $1-p$ à l'action NR.

Enfin, dans ce jeu de signal, nous notons μ $(1-\mu)$ la croyance[3] formée par le prêteur que l'emprunteur est du type FS (respectivement du type FNS) lorsqu'il fait face à un emprunteur qui déclare ne pas pouvoir rembourser. L'équilibre du jeu est alors caractérisé par un triplet précisant la stratégie du prêteur, la stratégie de l'emprunteur de type FS et les croyances du prêteur sur le type de l'emprunteur qui permettent de supporter les stratégies choisies par les joueurs (actifs) comme équilibre. En d'autres termes, l'équilibre du jeu est entendu au sens d'un équilibre bayésien parfait et correspond à un triplet $(\sigma_B, \sigma_L, \mu)$. En outre, selon le type de concurrence dans le secteur bancaire (ici on opposera la situation de monopole à celle de la concurrence à la Bertrand), la caractérisation de l'équilibre sera enrichie par l'endogénéisation de la valeur de la dette renégociée d.

3 Liquidation *versus* renégociation avec un risque comptable pur

Dans ce paragraphe, nous étudions les conditions d'émergence du défaut de paiement stratégique ou volontaire et la valeur du montant de remise de dette négocié. A titre de comparaison, nous supposons dans un premier temps que le prêteur s'engage à ne pas renégocier la dette. Face à un emprunteur qui

[3] Littéralement (voir graphique 1), μ est définie comme la probabilité pour le prêteur d'atteindre le noeud de décision résultant du choix de l'action NR par une entreprise de type FS.

annonce une difficulté de paiement, la banque prononce (obtient) directement sa liquidation.

3.1 sans renégociation de la dette

Dans ces conditions, l'analyse du jeu est facilitée par le fait que les emprunteurs de type FS disposent d'une stratégie dominante (qu'ils vont donc nécessairement jouer), à savoir: $\sigma_B = (R, 1)$ si $y_2 > D - V$ ou $\sigma_B = (NR, 1)$ si $y_2 < D - V$[4]. En d'autres termes, l'entreprise de type FS choisit de ne pas respecter son engagement financier si et seulement si le gain lié à la liquidation $(y_1 - V)$ est supérieur à son gain en cas de poursuite de l'activité tout en respectant les échéances du remboursement de la dette $(y_1 + y_2 - D)$. Enfin, dans la mesure où les firmes FNS sont à chaque fois liquidées, il apparaît une perte liée à la disparition de y_2 générée par la stratégie de liquidation des banques qui font face au défaut de paiement. Précisément, la valeur du bien-être collectif (notée BE_{SR} dans ce cas) est directement déterminée par la valeur de la différence $y_2 - (D - V)$ où :

$$BE_{SR} = \begin{cases} \theta(y_1 + y_2), & \text{si } y_2 > D - V \\ \theta y_1, & \text{si } y_2 < D - V \end{cases}$$

3.2 avec renégociation de la dette

Comme on le verra, l'absence d'engagement des banques (à ne pas renégocier) étend l'espace des stratégies possibles des joueurs. Ceci s'explique par le fait que dans notre modèle, les emprunteurs de type FNS ont un comportement passif. Ils peuvent néanmoins être imités par les emprunteurs de type FS qui peuvent vouloir obtenir une renégociation de leur dette en profitant de l'asymétrie d'information entre les prêteurs et les emprunteurs. Toutefois, l'existence de ce comportement stratégique suppose que les prêteurs eux-mêmes n'aient pas pour stratégie dominante la liquidation des entreprises qui déclarent traverser une crise de liquidité. Du point de vue d'un emprunteur de type FS, il existe une

[4] $\sigma_B = (R, 1)$ est la stratégie de l'emprunteur de type FS qui choisit l'action R avec une probabilité p égale à l'unité.

incitation à renégocier sa dette (jouer NR est une stratégie strictement dominante) uniquement si la condition $y_2 < D - V$ est vérifiée. Dans le cas contraire, le remboursement de la dette dépend de la stratégie adoptée par le créancier[5]. De leur côté, les prêteurs disposent d'une stratégie strictement dominante, indépendante de leurs croyances sur l'identité de l'emprunteur (ici, l'action L), uniquement sous la condition $v > d$. Sous cette condition, la banque préfère toujours jouer L. Au contraire si $d > v$, la meilleure décision des prêteurs dépend du type de l'emprunteur. Le prêteur préfèrera L s'il estime que l'emprunteur est du type FS et préfèrera NL s'il estime que l'emprunteur est de type FNS.

3.2.1 monopole dans la banque (d exogène)

Au vu de ces remarques, lorsque d est purement exogène, nous en déduisons l'existence de deux premiers types d'équilibres excluant l'utilisation de stratégies mixtes (les preuves formelles des résultats du papier sont dans l'annexe).

Proposition 1 *Si $v > d$ et simultanément $y_2 > D - V$, alors l'unique équilibre est caractérisé par $(\sigma_B = (R, 1), \sigma_L = (L, 1))$, associé à la croyance $\mu = 0$. Si $y_2 < D - V$ alors l'unique équilibre est caractérisé par $(\sigma_B = (NR, 1), \sigma_L = (L, 1))$ associé à la croyance $\mu = 1$.*

A nouveau, la valeur de y_2 peut être utilisée pour contrôler l'occurence d'autres types d'équilibres bayésiens parfaits de ce jeu. En effet, si le gain de l'entreprise de type FS en cas de continuation de son projet d'investissement $(y_1 + y_2 - D)$ est strictement inférieur à son gain dans le cadre d'une liquidation de ce même projet $(y_1 - V)$, la firme de type FS a obligatoirement une stratégie pure dominante qui consiste à ne pas respecter son engagement financier à la date 1 (ou choisir l'action NR)[6]. Le comportement de faillite stratégique conduit ici au pooling des emprunteurs en raison de la convergence des intérêts des

[5] En effet, sous l'hypothèse $y_2 > D - V$, on a $y_1 - V < y_1 + y_2 - D < y_1 + y_2 - d$ de sorte que le défaut de paiement stratégique comparativement au respect du contrat de dette initial peut générer soit un paiement supérieur $(y_1 + y_2 - d\ )$ si le créancier accepte de renégocier le contrat, soit un paiement inférieur $(y_1 - V)$ sinon (liquidation).

[6] En d'autres termes, le gain issu de la poursuite de l'activité (y_2) est insuffisant en comparaison du surplus qui résulte de la liquidation du projet d'investissement et du remboursement de la valeur faciale de la dette (D).

emprunteurs de type FS et des prêteurs. Le cas rival nous intéresse davantage. Si $y_2 > D - V$ (ou encore, $y_1 + y_2 - D > y_1 - V$) l'entreprise de type FS craint la liquidation judiciaire du projet d'investissement que le créancier peut ordonner si elle ne respecte pas l'échéancier de ses remboursements à la date 1. Dans ce cas, la possibilité d'utiliser le défaut de paiement stratégique pour la firme saine et la crédibilité de cette stratégie pour le créancier qui n'observe pas la valeur des cash flows générés par le projet d'investissement dépendent de la valeur de l'offre de remboursement partiel émise par l'entreprise (d) dans le cadre de la renégociation de sa dette (D). Nous distinguons deux cas.

Premièrement, si $d < v$, il n'existe pas de comportement stratégique de la part des emprunteurs de type FS. Les emprunteurs de type FS remboursent et ne sont pas mis en liquidation pendant que ceux de type FNS sont liquidés dans la mesure où la banque a un avantage à liquider indépendamment de l'identité de l'emprunteur. La stratégie de la banque est donc identique (la liquidation). Ceci implique en particulier que l'endogénéisation de l'offre de remboursement négociée ne modifierait pas les possibilités d'arbitrage du prêteur dans la mesure où cette variable n'intervient pas dans sa contrainte de participation.

Deuxièmement, si $d > v$ un troisième type d'équilibre permettant l'utilisation de stratégies mixtes émerge pour lequel il est opportun de comprendre comment la valeur de la dette renégociée évolue en fonction des variables du modèle (cf. section 3.2.2). Précisément :

Proposition 2 *Si* $V > d > v$, $y_2 > D - V$ *et* $\theta > \hat{\theta} \equiv \frac{d-v}{V-v}$, *alors l'unique équilibre est caractérisé par le triplet* $(\sigma_B^*; \sigma_L^*; \mu^*)$ *où:*

$$\begin{aligned} p^* &= 1 - \left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)\hat{\theta}, \\ q^* &= \frac{D-d}{y_2 + V - d}, \\ \mu^* &= \hat{\theta}. \end{aligned}$$

La proposition 2 s'interprète de la manière suivante. L'équilibre en stratégies mixtes est un équilibre avec défaut stratégique de la part des emprunteurs FS qui résulte de l'intérêt divergent des prêteurs et des emprunteurs. Les prêteurs ont un avantage à renégocier la dette des firmes FNS plutôt que de les liquider; mais dans ces conditions, elles laissent aux emprunteurs de type FS l'opportunité d'adopter un comportement de renégociation stratégique de leur dette. Dans le but de limiter l'opportunisme des firmes FS, les banques doivent alors randomiser leur comportement, ce qui induit une externalité négative sur les firmes FNS. La séparation des deux types de firmes s'opère par la plus ou moins grande fréquence de liquidation des projets d'investissement décidée par les banques (mesurée par la variable q). La liquidation est coûteuse pour ces dernières dans la mesure où cette action les prive de l'offre de remboursement partiel (d) supérieure à l'équilibre qui nous intéresse à la valeur de liquidation des projets d'investissement de type FNS (v). Afin que la stratégie de liquidation ne soit pas trop coûteuse pour la banque, la proportion d'entreprises de type FNS $(1-\theta)$ doit être inférieure à un seuil[7] d'autant plus faible que l'offre de remboursement amiable d est forte. En effet, tout accroissement de d augmente la perte potentielle $(d-v)$ comparativement au produit de la liquidation des entreprises de type FS (V).

3.2.2 concurrence dans le secteur bancaire (d endogène)

La solution décrite à la proposition 2 suppose de la part de la banque de pouvoir disposer d'un certain degré de liberté (en raison d'un pouvoir de monopole) dans la détermination de la valeur de la dette renégociée d. *A contrario*, on peut s'interroger sur les caractéristiques de l'équilibre qui émerge lorsque le prêteur est lui-même soumis aux pressions concurrentielles qui s'exercent sur le marché des crédits. On peut alors endogénéiser la valeur de l'offre de remboursement partiel de la dette (d) proposée aux emprunteurs de type FS par le biais de la contrainte de participation des prêteurs. Par exemple, si les prêteurs se livrent une concurrence à la Bertrand sur le marché des dettes, le coût de la ressource sur le marché des dépôts étant supposé constant et égal à c, à l'équilibre les

[7] Voir la condition $\theta > \hat{\theta} \equiv \frac{d-v}{V-v}$ décrite dans la proposition 2.

banques atteignent un profit espéré nul tel que[8]:

$$\theta\left(pD+(1-p)\left\{qV+(1-q)d\right\}\right)+(1-\theta)\left(qv+(1-q)d\right)=c$$

dont on peut extraire la valeur limite de la dette renégociée d. L'équilibre a alors les caractéristiques décrites dans la proposition suivante.

Proposition 3 *On notera: $\underline{c}=\theta V+(1-\theta)v$ et $\overline{c}=\theta D+(1-\theta)v$. Si $y_2>D-V$, $D-V>0$ et $c\in[\underline{c},\overline{c}]$, il existe un unique équilibre caractérisé par le triplet $(\sigma_B^*;\sigma_L^*;\mu^*)$ et une valeur de d^* donnés par:*

$$\begin{aligned}
p^* &= \frac{c-\underline{c}}{\overline{c}-\underline{c}},\\
q^* &= \frac{\frac{1}{\theta}(\overline{c}-\underline{c})(D-c)}{y_2\left(\frac{1}{\theta}(\overline{c}-\underline{c})-(c-\underline{c})\right)+\frac{1}{\theta}\left(\overline{c}-\underline{c}\right)\left(V-\underline{c}\right)},\\
\mu^* &= \frac{\overline{c}-c}{\frac{1}{\theta}(\overline{c}-\underline{c})-(c-\underline{c})},\\
d^* &= \frac{D\underline{c}-Vc}{\frac{1}{\theta}(\overline{c}-\underline{c})-(c-\underline{c})}.
\end{aligned}$$

Dans la mesure où le montant de la dette renégociée est une fonction croissante des valeurs de liquidation des firmes et de la part *a priori* d'entreprises saines dans la population[9], l'accroissement de la part des firmes de type FS dans la population totale et des valeurs de liquidation des projets d'investissement augmentent les coûts de séparation, c'est-à-dire rendent la liquidation plus coûteuse par le biais de l'offre de remboursement partiel. Par conséquent, la fréquence de liquidation des banques diminue et le défaut de paiement stratégique devient plus fréquent. De la sorte, l'externalité négative sur les firmes de type FNS générée par la possibilité d'une renégociation stratégique de l'endettement

[8] La valeur de d qui satisfait la contrainte de profit espéré nul des banques est :

$$d=\frac{c+\theta p(qV-D)+\theta q(v-V)-qv}{(1-q)(1-\theta p)}$$

Cette valeur est positive si et seulement si $c>(1-\theta)qv+\theta(pD+(1-p)qV)$ c'est-à-dire si la somme du coût de la ressource sur le marché des dépôts (c) et de l'espérance de bénéfice de la banque liée à la renégociation de la dette ($\theta(1-p)(1-q)d+(1-\theta)(1-q)d$) est supérieure à l'espérance de bénéfice de la banque qui participe à ce jeu ($\theta(pD+(1-p)(qV+(1-q)d))+(1-\theta)(qv+(1-q)d)$).

[9] L'ensemble des résultats de statique comparative est donné en annexe.

est plus importante[10]. L'une des conditions suffisantes qui sous-tend cet équilibre en stratégies mixtes porte sur le coût de la ressource bancaire, et définit un intervalle de valeurs admissibles :

$$c \in [\theta V + (1-\theta)v, \theta D + (1-\theta)v]$$

que l'on peut interpréter de la façon suivante. La borne inférieure (resp. supérieure) de l'intervalle est le gain escompté des banques qui adoptent une stratégie de liquidation systématique des entreprises qui demandent à renégocier leur contrat de dette lorsque les entreprises de type FS n'adoptent pas (resp. adoptent) un comportement stratégique. La borne inférieure signifie donc qu'une liquidation systématique de la part des banques peut ne pas parvenir à empêcher les firmes d'adopter un comportement stratégique en raison d'un coût de la ressource bancaire trop faible. La borne supérieure indique, quant à elle, qu'une liquidation systématique est crédible à condition que le coût de la ressource bancaire permette aux banques de choisir effectivement cette stratégie.

4 L'influence du risque juridique sur la renégociation

Cette section introduit dans le cadre d'analyse précédent un risque juridique pour les parties confrontées au défaut de paiement, à savoir que l'application des termes du contrat de dette, c'est-à-dire la liquidation de la firme défaillante, entraîne l'intervention du tribunal compétent sans aucune restriction au niveau de l'ouverture d'une procédure collective[11]. L'autorité judiciaire est supposée disposer de moyens (coercitifs) d'audit qui s'avèrent supérieurs à ceux de la banque et permettant une investigation plus poussée des cas de défaillances

[10] Nous rappelons que l'externalité négative générée par le comportement stratégique des firmes de type FS sur les firmes de l'autre type est captée par la variable d.

[11] Le droit de la faillite peut en effet imposer des restrictions au déclenchement d'un traitement judiciaire de la défaillance. Par exemple, avant la réforme du droit de la faillite de juillet 2005, les entreprises devaient prouver leur état de cessation des paiements (passif exigible > actif disponible) pour bénéficier de la protection de la loi. Depuis cette réforme, la procédure dite de sauvegarde est accessible à toute entreprise qui éprouve une difficulté économique ou financière.

afin d'obtenir une information plus précise sur la qualité de l'emprunteur. Néanmoins, le tribunal n'est pas une "technologie parfaite" de screening et est exposé à des erreurs d'appréciation. La littérature justifie par deux arguments spécifiques l'existence de ces biais juridiques. D'une part, et de façon traditionnelle, la loi peut chercher à promouvoir de façon volontariste un système financier qui garantit un haut degré de protection juridique pour les créanciers (système pro-créanciers), ou au contraire être plus soucieux, dans l'intérêt des débiteurs, d'assurer un flux de financement continu pérennisant l'activité des entreprises (système pro-débiteurs). Dans cette perspective, l'orientation des décisions des juges en la matière ne ferait que traduire l'orientation, contraignante pour eux, de la loi (G. Recasens, 2001). D'un autre côté, les travaux expérimentaux les plus récents qui se développent dans le domaine du "behavioral Law & Economics" tendent à mettre en évidence les différents types de biais de perception présentés par les juges et, plus spécifiquement, ceux appartenant à certaines juridictions spécialisées dans les litiges financiers ou en droit du travail (voir par exemple: A. Ichino, M. Polo et E. Rettore, 2003, I. Marinescu, 2005, J. Rachlinski, C. Guthrie et H. Wistrich, 2007 ou K. Viscusi, 2001). En particulier, il est remarquable que ces juridictions spécialisées manifestent au travers de leurs décisions de jugements une sensibilité importante au contexte macroéconomique. Sans trancher dans le débat, nous gardons à l'esprit par la suite que ces deux interprétations sont plus complémentaires que concurrentes, et justifient l'existence d'un risque juridique aux yeux des parties contractantes[12].

4.1 le juge comme technologie d'audit imparfaite

Formellement, nous supposons désormais que dans le cas où les banques jouent la stratégie L, les deux parties se retrouvent devant un tribunal qui a le choix entre deux stratégies pures : accepter la liquidation (a) et refuser la liquidation (r), c'est-à-dire imposer la continuation en validant la valeur d issue de la renégociation de la dette D. Le tribunal n'est cependant pas un audit parfait

[12] Notre modélisation simple cherche à rester suggestive. D'une part, il n'est pas dans notre intention de résoudre ici une question délicate, non résolue dans la littérature Law and Economics, à savoir: quelles sont les préférences du juge par rapport à la loi ? D'autre part, nous ne proposons pas un bouclage macroéconomique du modèle.

du type de l'emprunteur. Au risque comptable s'ajoute un risque juridique. Précisément, avec une probabilité s, le tribunal joue a lorsque les banques demandent la liquidation d'un emprunteur de type FS. En d'autres termes, avec une probabilité $1 - s$, le tribunal s'oppose à la décision des banques de liquider le projet d'investissement et valide le montant de remboursement partiel de la dette négocié entre l'emprunteur et ses banques. En outre, face à des banques qui demandent la liquidation d'un emprunteur de type FNS, le tribunal ordonne la continuation d'un emprunteur de type FNS avec une probabilité égale à $1 - t$, c'est-à-dire force les banques et l'emprunteur à s'entendre sur un effacement partiel des dettes négocié entre ces acteurs[13]. Par rapport à la situation décrite dans la section 3 (où $s = t = 1$), nous introduisons un risque juridique qui permet de rendre compte de l'effet d'une loi ou d'un tribunal pro-débiteurs dans la mesure où le seul biais introduit dans cette section consiste à empêcher la liquidation des entreprises de type FS avec une probabilité $(1 - s)$ ou de type FNS avec une probabilité $(1 - t)$. En d'autres termes, le système décrit par $s = t = 1$ représente le modèle pro-créanciers "pur" où les entreprises sont dépendantes de la décision de liquidation des banques. Par rapport à cette situation, la modification essentielle qui intervient dans la définition des paiements des joueurs concerne uniquement le gain d'une firme FS qui s'est déclarée défaillante (choix de la stratégie NR), qui est détectée par le tribunal (choix de la stratégie L par la banque) et doit donc payer l'amende F:

$$u_{FS}(NR, L, r) = y_1 + y_2 - D - F$$

[13] Les probabilités s et t, avec lesquelles le tribunal autorise la liquidation respectivement des entreprises de type FS et FNS, peuvent s'interpréter comme des risques d'erreur de type 2 et de type 1. Dans la mesure où, dans ce modèle, le tribunal cherche, non pas l'issue qui maximise la valeur de l'entreprise *ex post*, mais à établir la capacité de remboursement de chaque entreprise au vu des termes de son contrat de dette, il commet effectivement une erreur de type 2 lorsqu'il permet la liquidation d'une entreprise de type FS. Le juge commet une erreur de type 1 lorsqu'il ordonne la continuation d'un emprunteur de type FNS alors que ce dernier a une capacité de remboursement insuffisante pour respecter les termes du contrat de dette initial sauf à renégocier celui-ci.

Il n'existe pas dans notre modèle de clause de responsabilité limitée à l'égard des deux types d'emprunteurs[14]. Enfin, nous ne précisons pas la fonction objectif du tribunal de manière explicite. Nous considérons uniquement que le risque d'erreur est influencé par la clémence du tribunal à l'égard des entreprises en difficulté. Par exemple, un système pro-débiteur de traitement des faillites est plus enclin à pousser les entreprises vers la continuation afin de sauvegarder les emplois liés au projet d'investissement en question. A l'inverse, un système pro-créanciers tend à faciliter la liquidation des entreprises qui traversent simplement une crise de liquidité. Dans la suite du papier, nous examinerons l'impact d'une loi de la faillite pro-débiteurs sur les stratégies des agents et la variation de leur bien-être par rapport au cas où la renégociation des contrats de dette est impossible. Nous étudions donc séparément le biais de la loi en faveur des entreprises de type FS (c'est-à-dire la baisse de la probabilité s) et celui en faveur des entreprises de type FNS (c'est-à-dire la baisse de la probabilité t). Dans la mesure où on peut supposer que $t > s$, c'est-à-dire que le tribunal est d'autant plus enclin à empêcher la liquidation des entreprises qui génèrent le plus de valeur, nous étudions successivement deux cas rivaux $\{0 < s < 1, t = 1\}$ et $\{s = 0, 0 < t < 1\}$. Dans le premier cas, la loi tend à favoriser la continuation des entreprises de type FS sans impacter sur la décision des banques à l'égard des emprunteurs de l'autre type. Dans le second cas, la loi est encore plus favorable aux emprunteurs car elle permet non seulement aux emprunteurs de type FS de renégocier leur contrat de dette (et, par ce biais, met à mal la menace de liquidation qui pèse sur ces emprunteurs) mais empêche plus ou moins fortement en fonction de la valeur de t la liquidation des emprunteurs de type FNS. Nous renvoyons à la section 6 pour l'analyse de ce second cas.

4.2 le rôle de la sanction pour fraude

Au vu de cette nouvelle structure du jeu, il existe pour les emprunteurs de type FS une incitation à demander la renégociation de la dette (jouer NR est une stratégie strictement dominante) seulement si la condition $y_1 + y_2 - D <$

[14] L'absence de clause de responsabilité limitée à l'égard des emprunteurs se traduit dans les paiements des joueurs par le fait qu'une entreprise de type FS supporte le coût de sa liquidation ($-v$).

$s(y_1 - V) + (1-s)(y_1 + y_2 - D - F) \Leftrightarrow y_2 > (D - V) - \left(\frac{1-s}{s}\right) F$ est satisfaite. Dans le cas contraire, le remboursement de la dette est une stratégie strictement dominante pour l'emprunteur FS et il n'y aura jamais demande de renégociation de la dette. De leur côté, les prêteurs disposent d'une stratégie strictement dominante, indépendante de leurs croyances sur l'identité de l'emprunteur, uniquement sous les deux conditions $sV + (1-s)D > d$ et $tv + (1-t)d > d$, la seconde condition étant équivalente à $v > d$. Sous ces deux conditions, la banque préfère toujours jouer L. Au contraire si $d > v$ et $sV + (1-s)D > d$, la meilleure décision des prêteurs dépend du type de l'emprunteur. La banque préfèrera L si elle pense que l'emprunteur est du type FS (si elle se trouve au noeud à gauche de son ensemble d'information) mais elle préfèrera NL si elle pense que l'emprunteur est de type FNS (si elle se trouve au noeud à droite de son ensemble d'information). On en déduit immédiatement l'existence de deux premiers types d'équilibres, excluant l'utilisation de stratégies mixtes.

Proposition 4 *Si $v > d$ et $y_2 > D - V - \left(\frac{1-s}{s}\right) F$, alors l'unique équilibre est caractérisé par $(\sigma_B = R, \sigma_L = L)$, associé à la croyance $\mu = 0$. Si $y_2 < D - V - \left(\frac{1-s}{s}\right) F$, alors l'unique équilibre est caractérisé par $(\sigma_B = NR, \sigma_L = L)$, associé à la croyance $\mu = 1$.*

Ce résultat réplique naturellement celui de la proposition 1, et sous des conditions similaires à celles introduites précédemment. La seule modification notable concerne la contrainte de participation des emprunteurs FS, $y_2 \gtrless D - V - \left(\frac{1-s}{s}\right) F$, qui intègre donc maintenant le paiement d'une pénalité en cas de sanction pour défaut de paiement frauduleux auquel la firme peut être condamnée par un tribunal. La conséquence est que désormais, toute chose égale par ailleurs, le montant de ces pénalités intervient directement dans la décision de l'emprunteur de rembourser ou de renégocier sa dette, puisqu'il accroît le coût attendu de la liquidation. Si $y_2 - D < -V - \left(\frac{1-s}{s}\right) F$, c'est-à-dire si le gain (différentiel) de l'entreprise de type FS en cas de continuation de son projet d'investissement est strictement inférieur au coût espéré qu'il supporte en cas de liquidation, notamment parce que la pénalité appliquée par le tribunal est trop faible, la firme de type FS a obligatoirement une stratégie pure dominante qui consiste à ne pas respecter son engagement financier à la date 1 (ou choisir l'action NR). Inversement, si $y_2 - D > -V - \left(\frac{1-s}{s}\right) F$, l'entreprise de type FS, par exemple parce qu'elle anticipe d'avoir à payer une pénalité élevée, n'a pas d'intérêt à demander la renégociation et à s'exposer au risque de la liquidation judiciaire.

Dans le cas où $d > v$, un troisième type d'équilibre permettant l'utilisation de stratégies mixtes émerge et permet de considérer l'endogénéisation de la dette renégociée. Nous étudions cette configuration au paragraphe suivant.

4.3 l'effet d'un système pro-débiteurs

La probabilité s que le tribunal liquide une entreprise de type FS représente le caractère pro-créanciers/pro-débiteurs de la procédure collective de traitement des difficultés des entreprises. *A priori*, une valeur faible de s correspond à un système pro-débiteurs dans la mesure où le tribunal a tendance à invalider la décision des banques quant à l'avenir des firmes incapables de rembourser leurs dettes à la date 1. Afin d'étudier un système pro-débiteurs "pur", on résout dans ce paragraphe le jeu pour $t = 1$ et $s > 0$. Le cas pro-débiteurs "excessif" $t > 0$ et $s = 1$ sera développé à la section 6.

Proposition 5 *On notera :* $\underline{y} = D - V - \left(\frac{1-s}{s}\right) F > 0$, $\underline{c} = \theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V)$ *et* $\overline{c} = \theta D + (1-\theta)v$. *Si* $D > V$, $y_2 > \underline{y}$ *et* $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$ *alors l'unique équilibre est caractérisé par le triplet* $(\sigma_B^*; \sigma_L^*; \mu^*)$ *et une valeur de* d^* *donnés par:*

$$
\begin{aligned}
p^* &= \frac{c - \underline{c}}{\overline{c} - \underline{c}}, \\
q^* &= \frac{\frac{1}{\theta}(\overline{c} - \underline{c})(D - c)}{s(y_2 - \underline{y})\left[\frac{1}{\theta}(\overline{c} - \underline{c}) - (c - \underline{c})\right] + \frac{1}{\theta}(\overline{c} - \underline{c})(D - c)}, \\
\mu^* &= \frac{\overline{c} - c}{\frac{1}{\theta}(\overline{c} - \underline{c}) - (c - \underline{c})}, \\
d^* &= \frac{D\left(\underline{c} - c\right) + \frac{c}{\theta}(\overline{c} - \underline{c})}{\frac{1}{\theta}(\overline{c} - \underline{c}) - (c - \underline{c})}.
\end{aligned}
$$

Nous évaluons dans ce paragraphe l'impact des erreurs du juge (selon la valeur de s) sur les caractéristiques de l'équilibre avec renégociation. Ainsi, plus les biais d'appréciation du tribunal vis-à-vis de la capacité de remboursement des entreprises de type FS sont faibles (i.e. plus s est faible), plus le risque de renégociation pour les créanciers augmente. Par conséquent, face à un emprunteur qui demande à renégocier sa dette, la confiance des créanciers se détériore et ceux-ci anticipent qu'il est plus vraissemblable qu'ils soient face à une firme opportuniste ($\frac{\partial \mu^*}{\partial s} < 0$), ce qui justifie qu'ils imposent des conditions de renégociation plus strictes ($\frac{\partial d^*}{\partial s} < 0$), d'autant que les firmes FS ont plus d'incitation à utiliser le défaut de paiement stratégique ($\frac{\partial p^*}{\partial s} > 0$). Néanmoins, l'effet défavorable aux firmes FNS de l'externalité créée par la demande de renégociation des firmes FS est ambigu au sens où la fréquence avec laquelle les banques liquident une firme demandant à rénégocier sa dette peut soit augmenter, soit diminuer avec les erreurs du tribunal ($\frac{\partial q^*}{\partial s} \gtrless 0$) - à nouveau, le montant des pénalités appliquées par un tribunal est déterminant pour cet effet. On montre en annexe que:

- si $y_2 + V - D \leq \left(1 + \frac{(\bar{c}-c)}{s^2(1-\theta)(D-V)}\right) F$ alors $\frac{\partial q^*}{\partial s} > 0$;
- et finalement si $y_2 + V - D \geq \left(1 + \frac{(\bar{c}-c)}{s^2(1-\theta)(D-V)}\right) F$, alors $\frac{\partial q^*}{\partial s} < 0$.

En d'autres termes si la sanction infligée par le tribunal est suffisamment élevée au sens où $F \geq \hat{F} \equiv \left(1 + \frac{(\bar{c}-c)}{s^2(1-\theta)(D-V)}\right)^{-1} (y_2 - D + V)$ alors $\frac{\partial q^*}{\partial s} > 0$ - soit : le niveau suffisamment élevé des sanctions compense les déviations provoquées par le tribunal (une moindre liquidation des entreprises de type FS), de telle sorte que les banques ne sont pas incitées à demander trop fréquemment la liquidation de l'emprunteur. A l'inverse, si la pénalité est trop faible $F < \hat{F}$ alors $\frac{\partial q^*}{\partial s} < 0$: en d'autres termes, les déviations (croissantes) du tribunal par rapport à la décision de liquidation qui résulte des banques et la faiblesse des sanctions justifient dans cette configuration que les banques cherchent à discipliner et limiter l'opportunisme des firmes FS en augmentant la fréquence des demandes de liquidation.

En outre, dans le cas limite où $s = 1$, on retrouve de façon évidente un système pro-créanciers extrême tel que celui étudié à la section 3. Les résultats de la statique comparative nous permettent alors de comparer les valeurs des solutions trouvées à la proposition 3 avec celles de la proposition 5, soit:

$$\begin{aligned} p^*_{prop.3} &> p^*_{prop.5} \\ \mu^*_{prop.3} &< \mu^*_{prop.5} \\ d^*_{prop.3} &< d^*_{prop.5} \end{aligned}$$

De plus, nous montrons directement que

$$\begin{aligned} q^*_{prop.3} &> q^*_{prop.5} \text{ si } F > \overline{F} \equiv \frac{s(y_2 - D + V)(1-\theta)(c - \underline{c}_{prop.3})}{(1-s)(\overline{c}_{prop.3} - c)} \\ q^*_{prop.3} &< q^*_{prop.5} \text{ si } F < \overline{F} \end{aligned}$$

Ces résultats conduisent à la proposition suivante :

Proposition 6 *(Sous l'hypothèse $y_2 - D + V > 0$) Le passage d'un régime pro-créanciers à un régime pro-débiteurs introduit un risque juridique qui:*

i) augmente la probabilité de défaut de paiement stratégique;

ii) réduit (accroît) la probabilité de liquidation des firmes si $F > \overline{F}$ (respectivement si $F < \overline{F}$);

iii) réduit la confiance des créanciers;

iv) accroît la valeur de la dette renégociée.

Le passage d'un système pro-créanciers à un système pro-débiteurs engendre donc des effets complexes sur le comportement des acteurs. Certes, comme on l'a vu ci-dessus, un système pro-débiteurs favorise l'opportunisme des emprunteurs, et au total, malgré les sanctions en cas de fraude, le risque juridique impose moins de discipline aux firmes FS en favorisant leur défaut stratégique. A cet égard, il est remarquable que cet effet est *non ambigu*. Mais à l'inverse, le risque juridique a des conséquences ambigues pour les créanciers. Ce n'est qu'à la condition que les sanctions des fraudeurs soient suffisamment lourdes, que les banques seront moins tentées de demander la liquidation des emprunteurs.

On peut noter une dernière conséquence du risque juridique pour les créanciers. L'existence de l'équilibre en stratégies mixtes des propositions 3 et 5 est liée en particulier à des conditions sur le coût de la ressource bancaire. Dans la mesure où :

$$\begin{aligned} \underline{c}_{prop.3} &< \underline{c}_{prop.5} \\ \overline{c}_{prop.3} &= \overline{c}_{prop.5} \end{aligned}$$

l'inégalité suivante est toujours satisfaite :

$$\overline{c}_{prop.3} - \underline{c}_{prop.3} > \overline{c}_{prop.5} - \underline{c}_{prop.5}$$

D'une part, l'occurrence de l'équilibre en stratégies mixtes avec risque juridique est associée à un domaine de valeurs pour le coût de la ressource bancaire qui est moins étendu qu'en l'absence de risque juridique: littéralement, eu égard aux restrictions en terme de ressources bancaires, l'équilibre en stratégies mixtes a moins de chances d'émerger en présence du risque juridique qu'en son absence. D'autre part, l'équilibre en stratégies mixtes tend à émerger pour des valeurs du coût de la ressource bancaire plus élevées en présence du risque juridique.

5 L'analyse de bien-être

Dans ce paragraphe, nous évaluons l'impact des effets redistributifs associés à l'opportunisme d'une entreprise saine, qui choisit néanmoins de renégocier son contrat de dette, sur le bien-être collectif.

5.1 en l'absence de risque juridique

Pour comprendre les conditions sous lesquelles l'usage de la renégociation accroît le bien-être collectif (c'est-à-dire la somme des paiements des deux types d'entreprises et des banques), nous nous concentrons sur l'équilibre en stratégies mixtes défini dans la proposition 3 sous l'hypothèse $y_2 > D - V$ qui assure que le défaut de paiement stratégique n'est pas une stratégie dominante pour les entreprises. En outre, nous ne tenons pas compte du cas où $y_2 > D - V$ et $d < v$ dans la mesure où les stratégies pures des joueurs à l'équilibre sont identiques en l'absence ou non d'une possibilité de renégociation de la dette à la date 1. Par conséquent, le bien-être collectif lorsque nous autorisons les firmes à renégocier leur contrat de dette (noté BE_{AR}) s'écrit :

$$BE_{AR} = \begin{cases} \theta(y_1 + y_2 - qy_2(1-p)) + (1-\theta)(1-q)y_2, & \text{si } y_2 > D - V \text{ et } d > v \\ \theta y_1, & \text{si } y_2 < D - V \end{cases}$$

Proposition 7 *En l'absence de risque juridique, la possibilité offerte aux entreprises de renégocier leur contrat de dette accroît le bien-être collectif dans trois cas :*
i) si $D - V < y_2 < \frac{D-c}{1-\theta}$ *et* $\frac{(D-c)[(D-c)-(1-\theta)y_2]}{(1-\theta)((D-c)-(1-\theta)(y_2-D+V))} < V - v$
ii) si $\frac{D-c}{1-\theta} < y_2 < \frac{D-c+(1-\theta)(D-V)}{(1-\theta)}$
iii) si $\frac{D-c+(1-\theta)(D-V)}{(1-\theta)} < y_2$ *et* $V - v < \frac{(D-c)[(D-c)-(1-\theta)y_2]}{(1-\theta)((D-c)-(1-\theta)(y_2-D+V))}$.

Si nous raisonnons en termes de coûts associés à la liquidation, il apparaît deux commentaires associés à cette stratégie de la banque. Du côté des firmes, la liquidation les prive, quel que soit leur type, des gains associés à la poursuite de l'activité (y_2). Du côté des créanciers, la liquidation est d'autant plus coûteuse que la valeur de liquidation des firmes les moins efficaces (v) est faible par rapport à la valeur de liquidation des firmes les plus saines (V).

Compte tenu de cet impact sur le bien-être des agents, la possibilité de renégocier la dette accroît le bien-être collectif pour une valeur faible de y_2 ($y_2 < \frac{D-c}{1-\theta}$) à condition que l'écart $V - v$ soit suffisemment élevé pour compenser la faiblesse du gain lié à la poursuite de l'activité capturé par les débiteurs ($V - v > \frac{(D-c)[(D-c)-(1-\theta)y_2]}{(1-\theta)((D-c)-(1-\theta)(y_2-D+V))}$). A l'inverse, si cet écart est trop faible ($V - v < \frac{(D-c)[(D-c)-(1-\theta)y_2]}{(1-\theta)((D-c)-(1-\theta)(y_2-D+V))}$), la valeur de y_2 doit être supérieure à $\frac{D-c+(1-\theta)(D-V)}{(1-\theta)}$ afin que la renégociation du contrat de dette améliore le bien-être collectif. Il existe enfin un troisième cas pour lequel l'introduction de la renégociation accroît le bien-être mais cette fois-ci sans conditions supplémentaires sur les paramètres exogènes V et v, c'est-à-dire uniquement sous l'hypothèse $\frac{D-c}{1-\theta} < y_2 < \frac{D-c+(1-\theta)(D-V)}{(1-\theta)}$. Ce cas correspond à un partage "plus équilibré" entre les prêteurs et les emprunteurs du surplus associé à la renégociation de l'endettement à la date 1.

5.2 en présence de risque juridique

Dans ce paragraphe, nous testons l'impact d'un système pro-débiteurs sur le bien-être collectif, plus précisément l'effet de la perturbation par le facteur juridique de la menace de liquidation des banques vis-à-vis des entreprises qui peuvent être tentées de renégocier stratégiquement leur endettement.

Proposition 8 *En présence d'un système juridique pro-débiteurs (i.e. dans le* *cas* $0 < s < 1$ *et* $t = 1$*) et sous les hypothèses de la proposition 6*[15]*, la possibilité offerte aux entreprises de renégocier leur contrat de dette accroît le bien-être collectif.*

L'introduction d'un système pro-débiteurs de traitement des défaillances permet à la renégociation de l'endettement d'accroître le bien-être social par rapport à une situation où la renégociation de l'endettement est impossible, sans aucune condition supplémentaire (c'est-à-dire par rapport aux conditions d'existence de l'équilibre bayésien parfait en stratégies mixtes) sur les paramètres exogènes du modèle. Dans ce modèle, un tribunal ou une loi pro-débiteurs renforce en effet le gain escompté des firmes de type FS lorsqu'elles poursuivent leur activité avec une probabilité $(1 - s)$ alors que les créanciers ont demandé leur liquidation. Dans ce cas, le créancier obtient également un résultat (D) supérieur par rapport à la liquidation de la firme qui renégocie stratégiquement son contrat de dette (V).

6 Un système pro-débiteurs excessif

A titre de comparaison, on peut envisager les conséquences d'un système extrêmement favorable aux emprunteurs, au sens où le tribunal montre une propension à promouvoir la continuation des entreprises quelle que soit désormais leur capacité de remboursement à la date 1 ($s = 0$ et $0 < t < 1$). De la sorte, nous supposons que la liquidation des entreprises de type FS est systématiquement refusée par le tribunal et anticipée par les créanciers. Le défaut de paiement est donc encore une stratégie possible pour l'entreprise de type FS. La différence par rapport au cadre d'analyse précédent est que le refus par la banque de la proposition de remboursement partiel de la dette (d) se traduit désormais non plus par la liquidation de la firme pour une valeur V mais par la continuation de cette dernière assortie à la fois d'une sanction pour renégociation stratégique de la dette et d'un respect des termes du contrat de dette initial. En d'autres termes, le tribunal refuse systématiquement la liquidation des projets d'investissement de type FS en cas d'échec de la renégociation extra-judiciaire

[15] Elles garantissent l'occurrence de l'équilibre en stratégies mixtes décrit à la proposition 6.

de la dette. Ensuite, avec une probabilité $1-t$, le tribunal empêche la liquidation d'un projet d'investissement de type FNS alors même que les créanciers la demandent. Par conséquent, le paramètre t traduit le caractère pro-débiteurs de la loi ou du juge.

Proposition 9 *On notera :* $\underline{c} = \theta D + (1-\theta)v$ *et* $\overline{c} = \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta + (1-\theta)t}$*. Si* $D - v > 0$ *et* $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$ *alors l'unique équilibre est caractérisé par le triplet* $(\sigma_B^*; \sigma_L^*; \mu^*)$ *avec:*

$$\begin{aligned}
p^* &= \frac{\frac{1}{\theta}\left(\overline{c} - c\right)}{\overline{c} + \frac{(1-t)(1-\theta)D - c}{\theta + (1-\theta)t}}, \\
\mu^* &= \left(\frac{t}{1-t}\right)\frac{c - \underline{c}}{D - c}, \\
q^* &= \frac{(c - t\underline{c}) - (1-t)D}{(c - t\underline{c}) - (1-t)\left(D + (1-\theta)F\right)}, \\
d^* &= \frac{c - \underline{c}}{(1-t)(1-\theta)} + v.
\end{aligned}$$

L'existence d'un système pro-débiteurs qui aurait pour effet de privilégier la poursuite de l'activité des entreprises quelle que soit leur capacité de remboursement renforce mécaniquement dans ce modèle l'occurrence d'une renégociation de l'endettement des firmes de type FNS qu'on juge profitable, par hypothèse, pour les banques. De la sorte, le tribunal réduit les coûts de séparation (en effet $\frac{\partial d^*}{\partial t} > 0$)[16]. Les créanciers renforcent alors leur menace de liquidation face aux entreprises qui déclarent des difficultés de paiement à la date 1 ($\frac{\partial q^*}{\partial t} < 0$). Il en résulte une dissuasion plus forte du défaut de paiement stratégique ($\frac{\partial (1-p^*)}{\partial t} > 0$). L'ampleur de l'externalité négative liée au comportement stratégique des FS est alors réduite[17].

Proposition 10 *En présence d'un système juridique pro-débiteurs excessif, la possibilité offerte aux entreprises de renégocier leur contrat de dette accroît le bien-être collectif dans deux cas :*

[16] Les calculs liés à la statique comparative associée au paramètre t ne sont pas reportés dans le papier.

[17] L'équilibre en stratégies mixtes émerge pour des valeurs du coût de la ressource bancaire qui sont plus élevées que celles réalisées dans le cadre d'un système pro-débiteurs ou en l'absence de risque juridique ($\underline{c}_{prop9} > \overline{c}_{prop5} = \overline{c}_{prop3}$). De la sorte, le modèle ne permet pas de comparer les valeurs d'équilibre des paramètres endogènes dans l'alternative avec/sans risque juridique dans le cas d'un système pro-débiteurs excessif.

i) si $y_2 < \frac{t}{1-t}\left(c - \theta D - (1-\theta)v\right) - \theta y_1$ *et* $F < \frac{(\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D-(1-\theta)t(D-v)-c)}{(1-\theta)(t(c-\theta D-(1-\theta)v)-(1-t)(y_2+\theta y_1))}$
ii) si $y_2 > \frac{t}{1-t}\left(c - \theta D - (1-\theta)v\right) - \theta y_1$.

Par rapport au cas où le risque juridique porte uniquement sur les firmes les plus efficaces (FS), le risque juridique décrit dans ce paragraphe profite davantage aux créanciers dans la mesure où il leur assure à cette occasion un paiement égal à d qui est supérieur strictement à v le gain qu'ils obtiennent en cas de liquidation. En outre, sous l'hypothèse $s = 0$, lorsque les banques liquident le projet d'investissement des firmes de type (ou les firmes) FS, ces dernières sont désormais systématiquement sanctionnées par une pénalité F et le respect des termes du contrat de dette (verser D aux banques). Par conséquent, l'introduction d'une renégociation de l'endettement à la date 1 augmentera le bien-être collectif à condition que le niveau de la sanction F qui incite ces dernières à rembourser D ne soit pas trop élevé par rapport au gain lié à la continuation pour ces dernières. La proposition 10 indique les valeurs seuil pour F et y_2.

7 Conclusion

Ce papier explore les effets attendus du droit de la faillite sur le risque de renégociation stratégique des contrats de dette inhérent à l'asymétrie d'information entre les prêteurs et les emprunteurs sur la capacité de ces derniers à respecter leur engagement financier. Précisément, nous supposons que les entreprises ne renégocient pas leur contrat de dette uniquement lorsque le gain associé à cette stratégie est strictement supérieur au gain associé au respect des termes du contrat de dette initial. Le défaut de paiement stratégique des firmes résulte également de l'intérêt divergent des prêteurs et des emprunteurs lorsque les prêteurs ont un avantage à renégocier la dette de certaines firmes comparativement à leur liquidation. Dans ces conditions, nous démontrons que les banques laissent aux emprunteurs les plus solvables l'opportunité d'adopter un comportement de renégociation stratégique de leur dette. Dans le but de limiter l'opportunisme de celles-ci, les banques doivent alors randomiser leur comportement, par le biais de la fréquence de liquidation des projets d'investissement qui s'avèrent défaillants, ce qui induit une externalité négative sur les firmes les moins saines mesurée également par le biais de l'ampleur de l'offre de remboursement partiel de la dette à l'équilibre. La séparation des deux types de firmes pousse alors vers la liquidation des firmes dont la renégociation du contrat aurait permis de générer davantage de valeur. Nous démontrons également que l'orientation du tribunal ou de la loi, pro-débiteurs ou pro-créanciers, influence l'occurrence du défaut de paiement stratégique et les stratégies des créanciers. En introduisant ce risque juridique, nous montrons qu'un système pro-débiteurs de traitement des défaillances qui favorise la continuation des entreprises les plus solvables (et, par ce biais, perturbe la menace de liquidation des banques en vue de discipliner les entreprises tentées par un défaut de paiement volontaire) a quatre effets. Il accroît la fréquence des défauts de paiements stratégiques dans la mesure où les coûts de séparation entre les deux types de firmes augmentent. Il réduit la confiance des créanciers vis-à-vis des entreprises qui demandent à renégocier leur contrat de dette. Il accroît la valeur de l'offre de la dette renégociée et, par conséquent, l'externalité négative qui pèse sur les entreprises les moins solvables. Enfin, il réduit la fréquence de liquidation décidée par les banques uniquement à condition que la sanction des fraudeurs établie par la loi soit suffisemment lourde vis-à-vis des entreprises condamnées. Finalement, un système juridique pro-débiteurs de traitement des défaillances accroît le bien-être collectif comparativement à une situation où la renégociation des contrats de dette est impossible. Seul un système extrêmement favorable aux débiteurs, au sens où la loi, le tribunal poussent vers la continuation des entreprises défaillantes quelle que soit leur capacité de remboursement, peut générer le résultat inverse pour des valeurs particulières du niveau de la sanction en cas de fraude et de la valeur de continuation des entreprises.

References

[1] Aghion P., O. Hart and J. Moore, "The economics of bankruptcy reform", *Journal of Law, Economics and Organization*, vol. 8, 1992, p. 523-546.

[2] Bolton P. and D.S. Scharfstein, "Optimal debt structure and the number of creditors", *Journal of Political Economy,* vol. 104, 1996, p. 1-25.

[3] Hart O., "Different approaches to bankruptcy", *Harvard Institute of Economic Research Discussion Paper*, 2000.

[4] Ichino A., M. Polo and E. Rettore, "Are Judges Biased by Labor Market Conditions?", *European Economic Review*, vol. 47, n°5, 2003, p. 913-944.

[5] Jackson T. "The logic and limits of bankruptcy law", Cambridge, Massachussets: Harvard University Press, 1986.

[6] Longhofer S.D., "Absolute priority rule violations, credit rationing and efficiency", *Federal Reserve Bank of Cleveland Working Paper*, 1998.

[7] Marinescu I., "Are Judges Sensitive to Economic Conditions? Evidence from UK employment tribunals", *Working paper*, *London School of Economics*, 2005.

[8] Povel P., "Optimal soft or tough bankruptcy procedures", *Journal of Law, Economics and Organization,* vol. 15, 1999, p. 659-684.

[9] Rachlinski J., C. Guthrie and H. Wirstrich, "Heuristics and Biases in Specialized Judges : The Case of Bankruptcy Judges",forthcoming in *Journal of Institutional and Theoretical Economics.*

[10] Recasens G., "Aléa moral, financement par dette bancaire et clémence de la loi sur les défaillances d'entreprises", *Finance*, vol. 22, 2001, p. 64-86.

[11] Viscusi K., "Jurors, judges and the mistreatment of risk by the courts", *Journal of Legal Studies*, vol. 30, 2001, p. 107-142.

8 Annexes

8.1 Démonstration de la proposition 1

- Il est immédiat que si $v > d$ les prêteurs n'ont aucune incitation à jouer une stratégie mixte puisqu'ils disposent d'une stratégie strictement dominante: jouer L. Le comportement des emprunteurs de type FS va alors dépendre de la différence entre le gain additionnel que leur rapporte la continuation lorsqu'ils déclarent correctement leur capacité à rembourser en date 2 par rapport à leur gain additionnel lorsqu'ils déclarent frauduleusement un défaut de paiement. Quand $y_2 - D > -V$, la déclaration correcte de leur type est une stratégie dominante pour les emprunteurs FS. La croyance rationnelle du prêteur est alors telle qu'un emprunteur qui demande à renégocier ne peut être qu'un emprunteur de type FNS. Le couple de stratégies (L, R) associé à la croyance $\mu = 0$ est alors l'unique équilibre bayésien parfait (noté EBP par la suite) du jeu.

- Si $y_2 - D < -V$ la continuation avec déclaration correcte de leur type est une stratégie dominée strictement pour les emprunteurs FS; ils choisiront alors en date 2 NR. Indépendamment de l'hypothèse $v > d$, ou $v < d$, la seule croyance qui peut être formée à l'équilibre par la banque est $\mu = 1$. La banque préfère alors jouer la liquidation indépendamment du type de l'emprunteur. Le couple de stratégies (L, NR) associé à la croyance $\mu = 1$ est alors l'unique EBP du jeu.

8.2 Démonstration de la proposition 2

Si $V > d > v$ la meilleure décision des prêteurs dépend désormais du type de l'emprunteur: la banque préfèrera L si elle anticipe que l'emprunteur est du type FS, mais elle préfèrera NL si elle anticipe que l'emprunteur est du type FNS. Compte tenu de la croyance sur le type inobservable de l'emprunteur, les préférences des prêteurs sont les suivantes :

$$\begin{aligned} L &\succ NL \Leftrightarrow \mu > \frac{d-v}{V-v} \\ NL &\succ L \Leftrightarrow \mu < \frac{d-v}{V-v} \end{aligned}$$

où $\frac{d-v}{V-v}$ est la croyance pour laquelle les prêteurs sont indifférents entre liquider et renégocier, soit: $\mu V + (1-\mu)v = d$. Il apparaît trois cas déterminés par les valeurs admissibles à l'équilibre de μ :

- cas 1 : supposons $\mu^* > \frac{d-v}{V-v}$.

Si $y_2 > D - V$, la meilleure réponse des firmes FS à l'action L est l'action R avec une probabilité $p = 1$. Ceci contredit la croyance des emprunteurs

$\mu > 0$. Evidemment, si $y_2 < D - V$ on retrouve comme unique équilibre du jeu, l'équilibre pooling en stratégies pures donné par $(\sigma_L = L; \sigma_B = NR)$, associé à la croyance $\mu = 1$.

- cas 2 : supposons $\mu^* < \frac{d-v}{V-v}$

Les prêteurs préférant ne pas liquider, il est facile de vérifier qu'il n'existe aucun équilibre dans ce cas supporté par cette condition sur la croyance du prêteur: quel que soit le signe de $y_2 - D + V$, la meilleure réponse des emprunteurs FS est la stratégie pure NR (qui donne le paiement maximum: $y_1 + y_2 - d$,) ce qui contredit l'hypothèse $\mu < 1$.

- cas 3 : supposons $\mu^* = \frac{d-v}{V-v}$

La stratégie mixte d'équilibre du prêteur doit rendre un emprunteur de type FS indifférent entre rembourser et ne pas rembourser:

$$y_1 + y_2 - D = q(y_1 - V) + (1 - q)(y_1 + y_2 - d)$$

de telle sorte que la probabilité d'équilibre du prêteur est donnée par:

$$q^* = \frac{D - d}{y_2 - d + V}$$

On vérifie que sous la condition $y_2 > D - V$, alors $q^* \in]0, 1[$.

Par définition, μ est la croyance du prêteur concernant le type de l'emprunteur, conditionnellement au fait qu'il se trouve (voir graphique 1) au noeud de décision à gauche de son ensemble d'information: $\mu = P(FS|n_1) = \frac{P(FS,n_1)}{P(n_1)}$. On a donc:

$$\mu^* = \frac{(1 - p)\theta}{(1 - p)\theta + (1 - \theta)}$$

qui établit la relation entre la croyance du prêteur sur le type de l'emprunteur et la stratégie mixte de l'emprunteur. Comme par ailleurs, on a aussi $\mu^* = \frac{d-v}{V-v}$, on obtient en résolvant par rapport à la probabilité d'équilibre des emprunteurs:

$$p^* = \frac{\theta - \mu^*}{(1 - \mu^*)\theta} = 1 - \frac{(1 - \theta)(d - v)}{\theta(V - d)}$$

On voit que puisque $d > v$ alors $p^* < 1$; par ailleurs, la condition $\theta > \frac{d-v}{V-v}$ nous assure que $p^* > 0$. Le résultat de la proposition en découle.

8.3 Démonstration de la proposition 3

D'après la proposition 2, si $V > d > v$, $y_2 > D - V$ et $\theta > \frac{d-v}{V-v}$, alors l'unique équilibre est caractérisé par le triplet $(\sigma_B^*; \sigma_L^*; \mu^*)$ avec:

$$p^* = 1 - \frac{(1-\theta)(d-v)}{\theta(V-d)}; \quad q^* = \frac{D-d}{y_2 - d + V}; \quad \mu^* = \frac{d-v}{V-v}$$

L'endogénéisation de d consiste à résoudre le système de 4 équations à 4 inconnues suivant et de vérifier que les solutions obtenues respectent les conditions d'existence de l'équilibre.

- Etape 1 : résolution du système

$$\begin{aligned} p^* &= 1 - \frac{(1-\theta)(d-v)}{\theta(V-d)}; \; q^* = \frac{D-d}{y_2-d+V}; \\ \mu^* &= \frac{d-v}{V-v}; d^* = \frac{c - \theta p(qV-D) - \theta q(v-V) - qv}{(1-q)(1-\theta p)} \end{aligned}$$

Il existe deux solutions possibles. La première est

$$\begin{aligned} d &= \frac{cV - D\left(\theta V + (1-\theta)v\right)}{c - D + (1-\theta)(V-v)} \\ p &= \frac{c - \theta V - (1-\theta)v}{\theta(D-V)} \\ q &= \frac{(c-D)(D-V)}{y_2(c-D) + (1-\theta)(V-v)(y_2+V-D)} \\ \mu &= \frac{c - \theta D - (1-\theta)v}{c - D + (1-\theta)(V-v)} \end{aligned}$$

La seconde solution du système est écartée car la valeur de q solution du système ne peut être comprise entre 0 et 1.

- Etape 2 : étude de la solution

1) Nous vérifions les conditions d'existence de l'équilibre défini dans la proposition 2 pour la valeur $d^* = \frac{cV - D(\theta V + (1-\theta)v)}{c-D+(1-\theta)(V-v)}$.
La comparaison des signes du numérateur et du dénominateur révèle que cette solution est strictement positive si et seulement si i) $c > \frac{D}{V}(\theta V + (1-\theta)v)$ et

$c > D-(1-\theta)(V-v)$ ou ii) $c < \frac{D}{V}(\theta V+(1-\theta)v)$ et $c < D-(1-\theta)(V-v)$. Dans la mesure où $\frac{D}{V}(\theta V+(1-\theta)v) < D-(1-\theta)(V-v)$, nous en déduisons que $d^* \geq 0$ si i) $c \in [0, \frac{D}{V}(\theta V+(1-\theta)v)]$ ou ii) $c \in [D-(1-\theta)(V-v), +\infty]$. Nous étudions par conséquent les conditions sous lesquelles $v < d^* < V$ pour chaque cas successivement.

- supposons $c \in [0, \frac{D}{V}(\theta V+(1-\theta)v)]$.La condition $d^* > v$ est équivalente à $c < \theta D+(1-\theta)v < \frac{D}{V}(\theta V+(1-\theta)v)$. La condition $d^* < V$ est équivalente à $(V-v)(1-\theta)(D-v) > 0$. Par conséquent, si $c < \theta D+(1-\theta)v$ on a $v < d^* < V$.

- supposons $c \in [D-(1-\theta)(V-v), +\infty]$. La condition $d^* > v$ est équivalente à $c > D-(1-\theta)(V-v)$. La condition $d^* < V$ est équivalente à $(V-v)(1-\theta)(D-v) < 0$. Cette inégalité contredit notre hypothèse $D > V$, c'est-à-dire que le montant de la dette échue est inférieure strictement au montant maximal que la banque est en mesure d'obtenir si elle concrétise sa menace de liquidation de l'entreprise.

En résumé, si $c < \theta D+(1-\theta)v$ on a $v < d^* < V$.

2) Nous étudions désormais les conditions sous lesquelles $p^* = \frac{c-\theta V-(1-\theta)v}{\theta(D-V)}$ est comprise entre 0 et 1.

Le paramètre p est strictement positif si et seulement si $c > \theta V+(1-\theta)v$ dans la mesure où le dénominateur est strictement positif. En outre, $p^* < 1$ si et seulement si $c < \theta D+(1-\theta)v$. Par conséquent, si $c \in [\theta V+(1-\theta)v, \theta D+(1-\theta)v]$ on a $V > d^* > v$, $0 \leq p^* \leq 1$.

3) Nous étudions enfin les conditions sous lesquelles le paramètre $q^* = \frac{(c-D)(D-V)}{y_2(c-D)+(1-\theta)(V-v)(y_2+V-D)}$ est compris entre 0 et 1.

Le numérateur de q est négatif (on a supposé que $D-V > 0$ et $c-D < 0$). Ensuite, le dénominateur de q, $y_2(c-D)+(1-\theta)(V-v)(y_2+V-D)$ est croissant en c et prend des valeurs strictement négatives pour $c = \theta V+(1-\theta)v$ et $c = \theta D+(1-\theta)v$. Le dénominateur de q^* est donc strictement négatif pour toute valeur de c appartenant à l'intervalle $[\theta V+(1-\theta)v, \theta D+(1-\theta)v]$. Par conséquent, si $c \in [\theta V+(1-\theta)v, \theta D+(1-\theta)v]$ on a $q^* > 0$. Le paramètre q^* est inférieur à l'unité si et seulement si $c \leq D-(1-\theta)(V-v)$, une inégalité satisfaite si $c \in [\theta V+(1-\theta)v, \theta D+(1-\theta)v]$ dans la mesure où $D-(1-\theta)(V-v) > \theta D+(1-\theta)v$.

4) Les commentaires précédents permettent de démontrer également que $\mu^* = \frac{c-\theta D-(1-\theta)v}{c-D+(1-\theta)(V-v)}$ est compris entre 0 et 1.

8.4 Démonstration de la proposition 4

- Il est immédiat que si $v > d$ et $sV+(1-s)D > d$, les prêteurs n'ont aucune incitation à jouer une stratégie mixte puisqu'ils disposent d'une stratégie strictement dominante: jouer L. Le comportement des emprunteurs de type FS dépend donc de la différence entre le gain additionnel que leur procure la continuation lorsqu'ils déclarent correctement leur capacité à rembourser en date 2 par rapport à leur gain additionnel lorsqu'ils déclarent frauduleusement leur défaut de paiement. Quand $y_2 > (D-V)-\left(\frac{1-s}{s}\right)F$, la déclaration correcte de leur type est une stratégie dominante pour les emprunteurs FS. La croyance rationnelle du prêteur est alors telle qu'un emprunteur qui demande à renégocier ne peut être qu'un emprunteur de type FNS. Le couple de stratégies (L, R) associé à la croyance $\mu = 0$ est alors l'unique EBP du jeu.

- Si $y_2 < (D-V)-\left(\frac{1-s}{s}\right)F$ alors la continuation avec déclaration correcte de leur type est une stratégie dominée strictement pour les emprunteurs FS; ils choisiront en date 2 l'action NR. La seule croyance qui peut être formée à l'équilibre par la banque est $\mu = 1$. La banque préfère alors jouer la liquidation indépendamment du type de l'emprunteur. Le couple de stratégies (L, NR) associé à la croyance $\mu = 1$ est l'unique EBP du jeu.

8.5 Démonstration de la proposition 5

La démonstration se déroule en deux étapes.

- Etape 1 : détermination de l'EBP avec d exogène, $0 < t < 1$ et $0 < s < 1$.

Nous démontrons le résultat suivant : si $sV + (1-s)D > d > v$, $y_2 > D - V - \frac{(1-s)F+D-d}{s}$ et $\theta > \frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-d+t(d-v)}$, alors l'unique équilibre est caractérisé par le triplet $(\sigma_B^*;\sigma_L^*;\mu^*)$ avec:

$$\begin{aligned} p^* &= 1-\frac{t(1-\theta)(d-v)}{\theta(sV+(1-s)D-d)};\ \ q^*=\frac{D-d}{s(y_2-D+V)+(1-s)F+D-d}; \\ \mu^* &= \frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d} \end{aligned}$$

Si $sV+(1-s)D>d>v$ la meilleure décision des prêteurs dépend du type de l'emprunteur: la banque préfèrera L si elle anticipe que l'emprunteur est du type FS, mais elle préfèrera NL si elle anticipe que l'emprunteur est de type FNS. Compte tenu de la croyance sur le type inobservable de l'emprunteur, les préférences des prêteurs sont les suivantes :

$$\begin{aligned} L &\succ NL \Leftrightarrow \mu>\frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d} \\ NL &\succ L \Leftrightarrow \mu<\frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d} \end{aligned}$$

où $\frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d}$ est la croyance pour laquelle les prêteurs sont indifférents entre liquider et renégocier, soit: $\mu(sV+(1-s)D)+(1-\mu)(tv+(1-t)d)=d$. On a alors trois cas possibles déterminés par les valeurs possibles à l'équilibre de μ:

- cas 1 : supposons $\mu^*>\frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d}$.
  Si $y_2>(D-V)-\left(\frac{1-s}{s}\right)F$, la meilleure réponse des firmes de type FS à l'action L est de jouer l'action R avec une probabilité $p=1$. Ceci contredit la croyance des emprunteurs $\mu>0$. Evidemment, si $y_2<D-V$ on retrouve comme unique équilibre du jeu, l'équilibre pooling en stratégies pures donné par $(\sigma_L=L;\sigma_B=NR)$, associé à la croyance $\mu=1$.

- cas 2 : supposons $\mu^*<\frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d}$
  Les prêteurs préférant ne pas liquider, il est facile de vérifier qu'il n'existe aucun équilibre dans ce cas supporté par cette condition sur la croyance du prêteur: quel que soit le signe de $s(y_2-D+V)+F(1-s)$, la meilleure réponse des emprunteurs FS est la stratégie pure NR (qui donne le paiement maximum: y_1+y_2-d,) ce qui contredit l'hypothèse $\mu<1$.

- cas 3 : supposons $\mu^* = \frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d}$
  La stratégie mixte d'équilibre du prêteur doit rendre un emprunteur de type FS indifférent entre rembourser et ne pas rembourser :

  $$y_1+y_2-D = q(s(y_1-V)+(1-s)(y_1+y_2-D-F))+(1-q)(y_1+y_2-d)$$

  de telle sorte que la probabilité d'équilibre du prêteur est donnée par:

$$q^* = \frac{D-d}{s(y_2-D+V)+(1-s)F+D-d}$$

La condition $q^* \in]0,1[$ exige que $y_2 > \frac{s(D-V)-(1-s)F+d-D}{s}$.
En appliquant la règle de Bayes, on a:

$$\mu^* = \frac{(1-p)\theta}{(1-p)\theta+(1-\theta)} = \frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-tv-(1-t)d}$$

et on obtient en résolvant par rapport à la probabilité d'équilibre des emprunteurs:

$$p^* = \frac{\theta-\mu^*}{(1-\mu^*)\theta} = 1-\frac{t(1-\theta)(d-v)}{\theta(sV+(1-s)D-d)}$$

Sous l'hypothèse $sV+(1-s)D > d > v$, la condition $p^* \in]0,1[$ est vérifiée si $\theta > \frac{t(d-v)}{sV+(1-s)D-d+t(d-v)}$.

- Etape 2 : endogénéisation de d sous les hypothèses $0 < s < 1$ et $t = 1$ (système pro-débiteurs)

Nous supposons que les prêteurs se livrent une concurrence à la Bertrand sur le marché des dettes. A l'équilibre, les banques atteignent un profit espéré qui est nul :

$$\theta pD+\theta(1-p)q(sV+(1-s)D)+\theta(1-p)(1-q)d+(1-\theta)q(tv+(1-t)d)+(1-\theta)(1-q)d = c$$

La valeur de d qui satisfait la contrainte de profit espéré nul des banques est

$$d = \frac{c-\theta pD-qtv(1-\theta)-q(1-p)\theta(D(1-s)+sV)}{(1-q)(1-\theta p)+(1-t)q(1-\theta)}$$

La valeur de d est positive si et seulement si

$$c > \theta pD + qtv(1-\theta) + q(1-p)\theta(sV + (1-s)D)$$

c'est-à-dire si la somme du coût de la ressource sur le marché des dépôts (c) et de l'espérance de bénéfice de la banque liée à la renégociation de la dette ($\theta(1-p)(1-q)d + (1-\theta)(1-q)d + (1-\theta)q(1-t)d$) est supérieure à l'espérance de bénéfice de la banque qui participe à ce jeu ($\theta(pD + (1-p)(q(sV + (1-s)D) + (1-q)d)) + (1-\theta)(q(tv + (1-t)d) + (1-q)d)$). Après résolution du système de 4 équations à 4 inconnues suivant

$$\begin{aligned}
d &= \frac{c - \theta pD - qtv(1-\theta) - q(1-p)\theta(D(1-s) + sV)}{(1-q)(1-\theta p) + (1-t)q(1-\theta)} \\
p &= 1 - \frac{t(1-\theta)(d-v)}{\theta(sV + (1-s)D - d)} \\
q &= \frac{D-d}{s(y_2 - D + V) + (1-s)F + D - d} \\
\mu &= \frac{t(d-v)}{sV + (1-s)D - tv - (1-t)d}
\end{aligned}$$

Nous trouvons trois solutions possibles à (p, d, q). Sous les hypothèses $0 < s < 1$ et $t = 1$, nous obtenons aprés réarrangement une seule solution :

$$\begin{aligned}
p &= \frac{c - \theta D - (1-\theta)v + s\theta(D-V)}{s\theta(D-V)} \\
d &= \frac{(sV + (1-s)D)(c - \theta D) - (1-\theta)Dv}{c - \theta D - (1-\theta)(v + s(D-V))} \\
q &= \frac{D - \frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}}{s(y_2 - D + V) + (1-s)F + D - \frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}} \\
\mu &= \frac{(D - \frac{(c-D)s(D-V)}{c-Ds+(v-sV)(-1+\theta)+D(-1+s)\theta} - v)}{sV + (1-s)D - v}
\end{aligned}$$

Il s'agit désormais de vérifier les conditions d'existence de l'équilibre bayésien parfait en stratégies mixtes au vu des valeurs prises par les paramètres exogènes. En d'autres termes, nous démontrons que

Si $D > V$, $y_2 > (D-V) - \left(\frac{1-s}{s}\right) F$ et $c \in [\theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V), \theta D + (1-\theta)v]$

alors l'unique équilibre est caractérisé par le triplet $(\sigma_B^*;\sigma_L^*;\mu^*)$ avec:

$$\begin{aligned}
p^* &= \frac{c-\theta D-(1-\theta)v+s\theta(D-V)}{s\theta(D-V)} \\
d^* &= \frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))} \\
q^* &= \frac{D-\frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}}{s(y_2-D+V)+(1-s)F+D-\frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}} \\
\mu^* &= \frac{c-\theta D-(1-\theta)v}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}
\end{aligned}$$

Nous devons déterminer les conditions sous lesquelles p^*, q^*, μ^* sont compris entre 0 et 1 et $v < d^* < sV+(1-s)D$.

1) Analyse de p^*.

	$D-V<0$	$D-V>0$
$c>\theta D+(1-\theta)v-\theta s(D-V)$	$p<0$	$p>0$
$c<\theta D+(1-\theta)v-\theta s(D-V)$	$p>0$	$p<0$

	$D-V<0$	$D-V>0$
$c<\theta D+(1-\theta)v$	$p>1$	$p<1$
$c>\theta D+(1-\theta)v$	$p<1$	$p>1$

Par conséquent, il apparaît deux cas possibles au vu de l'analyse de p^* :
$p^*\in[0,1]$ si $D-V>0$ et $c\in[\theta D+(1-\theta)v-\theta s(D-V),\theta D+(1-\theta)v]$.
$p^*\in[0,1]$ si $D-V<0$ et $c\in[\theta D+(1-\theta)v,\theta D+(1-\theta)v-\theta s(D-V)]$.

Dans la mesure où nous avons supposé $D>V$, seul le premier cas nous intéresse.

2) Analyse de d^*

Dans la mesure où $d^*=\frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}$, le montant de dette renégocié prend les valeurs $d^*=v$ si $c=\theta D+(1-\theta)v>0$ et $d^*=(1-\theta)v+\theta(sV+(1-s)D>0$ si $c=\theta D+(1-\theta)v-\theta s(D-V)$. Puisque $\frac{\partial d}{\partial c}=\frac{-1}{(.)^2}(s(D-V)(-1+\theta)(v-sV-(1-s)D)<0$ si $D<V$ alors $d^*\geq v$ si $c\in[\theta D+(1-\theta)v-\theta s(D-V),\theta D+(1-\theta)v]$. Nous étudions maintenant la condition sous laquelle $d^*<sV+(1-s)D$. Après simplification,

$$d^*-sV-(1-s)D=\frac{-s(D-V)\left[-D(1-s)+v-sV\right](1-\theta)}{c-\theta D-(1-\theta)v-(1-\theta)s(D-V)}$$

Dans la mesure où $\theta D + (1-\theta)v < \theta D + (1-\theta)v + (1-\theta)s(D-V)$, nous démontrons que sous l'hypothèse $c \in [\theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V), \theta D + (1-\theta)v]$, le dénominateur de l'expression ci-dessus est négatif. Ensuite, le numérateur de cette même expression est positif si et seulement si $-D(1-s) + v - sV < 0$. En utilisant l'hypothèse $v < V < D$, on démontre que $-D(1-s) + v - sV < V - sV - D(1-s) = (1-s)(V-D) < 0$. Par conséquent, $d^* < sV + (1-s)D$.

3) Analyse de q^*

Le numérateur de l'expression de q^* est positif si et seulement si $D - d > 0$. Après simplification, $D - d = \frac{(c-D)s(D-V)}{c-Ds+(v-sV)(-1+\theta)+\theta D(-1+s)}$. Par conséquent, si $D - V > 0$ alors $D - d > 0$ si $c - Ds + (v - sV)(-1+\theta) + \theta D(-1+s) < 0$. Or, la condition qui assure que p^* est compris entre 0 et l'unité (voir (**2**)) est $c \in [\theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V), \theta D + (1-\theta)v]$. Dans la mesure où $[\theta D + (1-\theta)v] - [Ds - (v - sV)(-1+\theta) - \theta D(-1+s)] = -s(1-\theta)(D-V) < 0$, la condition $c - Ds + (v - sV)(-1+\theta) + \theta D(-1+s) < 0$ est satisfaite sous l'hypothèse $c \in [\theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V), \theta D + (1-\theta)v]$. Enfin, si le numérateur de l'expression de q^* est positif, son dénominateur est également positif et supérieur au numérateur.

4) Analyse de μ^*

Sous l'hypothèse, $c \in [\theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V), \theta D + (1-\theta)v]$, le numérateur de l'expression de μ^* est négatif. Dans la mesure où $\theta D + (1-\theta)v < \theta D + (1-\theta)(v + s(D-V))$, le dénominateur de cette expression est également négatif. Sous cette condition, on vérifie également que $\mu^* < 1$

Après le changement de variables, $\underline{c} = \theta V + (1-\theta)v$ et $\overline{c} = \theta D + (1-\theta)v$, le résultat de la proposition 5 en découle.

8.6 Statique comparative sur l'effet d'un système pro-débiteurs

En récrivant les solutions de la façon suivante, de façon à isoler les termes dépendant de s:

$$\begin{aligned}
p^* &= 1 - \frac{\bar{c} - c}{s\theta(D - V)} \\
\mu^* &= \frac{\bar{c} - c}{\bar{c} - c + s(1-\theta)(D - V)} \\
q^* &= \frac{D - d^*}{s(y_2 - D + V - F) + F + D - d^*} \\
d^* &= \frac{D(c - \bar{c}) + s(D - V)(\theta D - c)}{(c - \bar{c})\theta D + s(D - V)(\theta D - c)}
\end{aligned}$$

on voit directement que:

$$\frac{\partial p^*}{\partial s} > 0; \frac{\partial \mu^*}{\partial s} < 0$$

D'un autre côté, en dérivant explicitement, on montre que:

$$signe\frac{\partial d^*}{\partial s} = signe(D - c)(D - V)(c - \bar{c}) \Rightarrow \frac{\partial d^*}{\partial s} < 0$$

En notant $\Omega = s(y_2 - D + V - F) + F + D - d^*(> 0)$, on obtient:

$$\frac{\partial q^*}{\partial s} = \frac{\left(-\frac{\partial d^*}{\partial s}\right)\Omega - (D - d^*)(y_2 - D + V - F)}{\Omega^2}$$

d'où $signe(\frac{\partial q^*}{\partial s}) = signe\left[\left(-\frac{\partial d^*}{\partial s}\right)\Omega - (D - d^*)(y_2 - D + V - F)\right]$ et en redévelop-pant le numérateur:

$$\begin{aligned}
signe(\frac{\partial q^*}{\partial s}) &= signe\left[F\left((\bar{c} - c) + s^2(1-\theta)(D - V)\right) + s^2(1-\theta)(D - V)(D - V - y_2)\right] \\
&= signe\left[F(\bar{c} - c) + s^2(1-\theta)(D - V)(F + D - V - y_2)\right]
\end{aligned}$$

On voit alors que le niveau des sanctions F est déterminant pour cet effet; d'un côté, pour tout $F \geq 0$: si $y_2 + V - D \leq 0$, alors $\frac{\partial q^*}{\partial s} > 0$. Plus généralement,

- si $y_2 + V - D \leq \left(1 + \frac{(\bar{c}-c)}{s^2(1-\theta)(D-V)}\right) F$, alors $\frac{\partial q^*}{\partial s} > 0$
- si $y_2 + V - D \geq \left(1 + \frac{(\bar{c}-c)}{s^2(1-\theta)(D-V)}\right) F$, alors $\frac{\partial q^*}{\partial s} < 0$.

8.7 Démonstration de la proposition 6

La comparaison des paramètres endogènes p^*, μ^* et d^* issus des propositions 3 et 5 est immédiate. Quant au paramètre q^*, la différence $q^*_{prop3} - q^*_{prop5}$ est telle que :

$$q^*_{prop3}-q^*_{prop5} = (D-c)(D-V)\left(\begin{array}{c} \frac{s}{(D-c)s(D-V)-\frac{[F(s-1)+Ds-s(V+y_2][-c+v+\theta D-\theta v]}{\theta}}+ \\ \frac{1}{cy_2+(v-V)(V+y_2)(-1+\theta)-D[V+y_2+v(\theta-1)-\theta V]} \end{array} \right)$$

Cette différence s'annule pour $F = \overline{F} \equiv \frac{s(y_2-D+V)(1-\theta)(c-\underline{c}_{prop.3})}{(1-s)(\overline{c}_{prop.3}-c)}$. En outre,

$$\frac{\partial(q^*_{prop3}-q^*_{prop5})}{\partial F} = \frac{(D-c)(D-V)(1-s)(c-\overline{c}_{prop.3})}{\theta\left[(D-c)s(D-V)-\frac{[F(-1+s)+Ds-s(V+y_2)][-c+v+\theta D-\theta v]}{\theta}\right]^2} < 0$$

(notons que $\overline{c}_{prop.3} = \overline{c}_{prop.5}$). Par conséquent,

$$\begin{aligned} q^*_{prop.3} &> q^*_{prop.5} \text{ si } F > \overline{F} \\ q^*_{prop.3} &< q^*_{prop.5} \text{ si } F < \overline{F} \end{aligned}$$

8.8 Démonstration de la proposition 7

En remplaçant, p et q par leurs valeurs d'équilibre, définies dans la proposition 3, dans l'expression $BE_{AR} - BE_{SR} = y_2\left((1-\theta)(1-q) - \theta(1-p)q\right)$, nous obtenons

$$BE_{AR}-BE_{SR} > 0 \text{ ssi } (D-c)\left[-(1+\theta)y_2 + D - c\right] < (1-\theta)(V-v)\left[D-c-(1-\theta)(y_2-D+V)\right]$$

Les termes $(D-c)$, $(1-\theta)$ et $(V-v)$ étant positifs, la comparaison des termes $[-(1+\theta)y_2 + D - c]$ et $[D-c-(1-\theta)(y_2-D+V)]$ indique :

- si $D-V < y_2 < \frac{D-c}{1-\theta}$ et $\frac{(D-c)[(D-c)-(1-\theta)y_2]}{(1-\theta)((D-c)-(1-\theta)(y_2-D+V))} < V-v$
- si $\frac{D-c}{1-\theta} < y_2 < \frac{D-c+(1-\theta)(D-V)}{(1-\theta)}$
- si $\frac{D-c+(1-\theta)(D-V)}{(1-\theta)} < y_2$ et $V-v < \frac{(D-c)[(D-c)-(1-\theta)y_2]}{(1-\theta)((D-c)-(1-\theta)(y_2-D+V))}$

8.9 Démonstration de la proposition 8

Sous les hypothèses régissant l'existence de l'existence d'un EBP en stratégies mixtes dans le cas où $0 < s < 1$ et $t = 1$ (d'après la proposition 5, $y_2 > (D-V) - \left(\frac{1-s}{s}\right)F$, $D-V > 0$ et $c \in [\theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V), \theta D + (1-\theta)v]$ ou si $D-V < 0$ et $c \in [\theta D + (1-\theta)v, \theta D + (1-\theta)v - \theta s(D-V)]$), nous avons après réarrangement :

$$
\begin{aligned}
BE_{AR} - BE_{SR} \quad = \quad & \frac{(c - \theta D - (1-\theta)v + \theta s(D-V))\,(y_1+y_2)}{s(D-V)} + (1-\theta)y_2 + \\
& \frac{(c - v(1-\theta) - D\theta)(y_1+y_2)}{s(-D+V)} + \\
& \left(\frac{((D-V)s(c-D))}{\begin{array}{c}(c - \theta D - (1-\theta)v + \theta s(D-V) - s(D-V)) \\ (D + (1-s)F + s(-D+V+y_2) - \frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))})\end{array}} \right) \\
& ((c - v(1-\theta) - \theta D)(-(1-s)F) - sy_2(c - D + (1-\theta)(V-v)))
\end{aligned}
$$

- Sous les hypothèses qui fondent la proposition 5, les termes

  $$\frac{(c - \theta D - (1-\theta)v + \theta s(D-V))\,(y_1+y_2)}{s(D-V)} + (1-\theta)y_2 + \frac{(c - v(1-\theta) - D\theta)(y_1+y_2)}{s(-D+V)}$$

  et

  $$((c - v(1-\theta) - \theta D)(-(1-s)F) - sy_2(c - D + (1-\theta)(V-v)))$$

  sont positifs.

- Les termes $((D-V)s(c-D))$ et $(c - \theta D - (1-\theta)v + \theta s(D-V) - s(D-V))$ sont négatifs.

Par conséquent, le signe de la différence $BE_{AR} - BE_{SR}$ est le signe du terme

$$\left(D + (1-s)F + s(-D+V+y_2) - \frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}\right)$$

On démontre que

$$\left(D + (1-s)F + s(-D+V+y_2) - \frac{(sV+(1-s)D)(c-\theta D)-(1-\theta)Dv}{c-\theta D-(1-\theta)(v+s(D-V))}\right) > 0$$

si et seulement si

$$y_2 > D - V - \frac{(1-s)F}{s} - \left(\frac{(c-D)(D-V)}{c - \theta D - (1-\theta)v + \theta s(D-V) - s(D-V)}\right)$$

Remarquons ensuite que $y_2 > (D-V) - \left(\frac{1-s}{s}\right)F$ par hypothèse,

$$\left(\frac{(c-D)(D-V)}{c - \theta D - (1-\theta)v + \theta s(D-V) - s(D-V)}\right) > 0$$

et

$$D-V-\frac{(1-s)F}{s}-\left(\frac{(c-D)(D-V)}{c-\theta D-(1-\theta)v+\theta s(D-V)-s(D-V)}\right)<D-V-\frac{(1-s)F}{s}$$

Donc $y_2 > (D-V) - \left(\frac{1-s}{s}\right)F - \left(\frac{(c-D)(D-V)}{c-\theta D-(1-\theta)v+\theta s(D-V)-s(D-V)}\right)$. Par conséquent, $BE_{AR} - BE_{SR} > 0$.

8.10 Démonstration de la proposition 9

Si $s = 0$ et $t \in [0,1]$ (système pro-débiteurs excessif), nous obtenons au vu des résultats présentés dans l'annexe 5 la solution candidate suivante :

$$\begin{aligned}
p &= \frac{c(\theta+(1-\theta)t)-\theta D-tv(1-\theta)}{\theta(c-tv(1-\theta)-D(1-(1-\theta)t))} \\
d &= \frac{c-\theta D-(1-\theta)tv}{(1-t)(1-\theta)} \\
q &= \frac{c-D-(1-\theta)t(v-D)}{c-D-(1-\theta)\left[t\,(v-D)+(1-t)F\right]} \\
\mu &= \frac{t(c-\theta D-(1-\theta)v)}{(1-t)(D-c)}
\end{aligned}$$

Il s'agit ici de démontrer que si $D - v > 0$ et $c \in [\theta D + (1-\theta)v, \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta+(1-\theta)t}]$ alors l'unique équilibre est caractérisé par le triplet $(\sigma_B^*; \sigma_L^*; \mu^*)$ avec:

$$\begin{aligned}
p^* &= \frac{c(\theta+(1-\theta)t)-\theta D-tv(1-\theta)}{\theta(c-tv(1-\theta)-D(1-(1-\theta)t))} \\
d^* &= \frac{c-\theta D-(1-\theta)tv}{(1-t)(1-\theta)} \\
q^* &= \frac{c-D-(1-\theta)t(v-D)}{c-D-(1-\theta)\left[t\,(v-D)+(1-t)F\right]} \\
\mu^* &= \frac{t(c-\theta D-(1-\theta)v)}{(1-t)(D-c)}
\end{aligned}$$

Nous déterminons sucessivement les conditions sous lesquelles p^*,q^* et μ^* sont compris entre 0 et 1 et $v < d^* < [sV + (1-s)D]_{s=0}$.

1) Analyse de d^*

Premièrement, $d^* > v$ si et seulement si $c > \theta D + (1-\theta)v$. Deuxièmement, $d^* < D$ si et seulement si $c < D + (1-\theta)t(v-D)$ où $D + (1-\theta)t(v-D) > \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta+(1-\theta)t}$.

Sous la condition $c \in [\theta D + (1-\theta)v, \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta + (1-\theta)t}]$, l'inégalité suivante est donc satisfaite : $v < d^* < D$.

2) Analyse de p^*

La comparaison des signes du numérateur et du dénominateur de l'expression de p^* nous indique que

$$p^* > 0 \text{ ssi} \begin{cases} c > \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta + (1-\theta)t} \text{ et } c > tv(1-\theta) + D(1-(1-\theta)t) \text{ ou} \\ c < \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta + (1-\theta)t} \text{ et } c < tv(1-\theta) + D(1-(1-\theta)t) \end{cases}$$

Sous l'hypothèse $D > V > v$, la différence $\frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta + (1-\theta)t} - (tv(1-\theta) + D(1-(1-\theta)t)) = \frac{(1-t)t(D-v)(1-\theta)^2}{-\theta-(1-\theta)t}$ est négative. Par conséquent,

$$p^* > 0 \text{ ssi } c \in [0, \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta + (1-\theta)t}[\cup]tv(1-\theta) + D(1-(1-\theta)t), +\infty[$$

Etudions les conditions sous lesquelles $p^* < 1$. On distingue deux cas :

- supposons que le numérateur et le dénominateur de l'expression de p^* sont positifs. Sous cette condition, on a $p^* < 1$ ssi $t(1-\theta)(c-\theta D-(1-\theta)v) < 0$. Si on prend en compte la condition sous laquelle $d^* > v$ (c'est-à-dire $c > \theta D + (1-\theta)v$), il apparaît que les conditions $p^* < 1$ et $d^* > v$ ne peuvent pas être satisfaites simultanément.

- supposons que le numérateur et le dénominateur de l'expression de p^* sont négatifs. Sous cette condition, on a $p^* < 1$ et $d^* > v$ ssi $c > \theta D + (1-\theta)v$ car $p^* < 1$ ssi $c > \theta D + (1-\theta)v$ et $d^* > v$ ssi $c > \theta D + (1-\theta)v$.

En résumé, $0 < p^* < 1$ et $v < d^* < D$ si et seulement si $c \in [\theta D + (1-\theta)v, \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta + (1-\theta)t}]$.

3) Analyse de q^*

$q^* > 0$ si et seulement si le numérateur et le dénominateur de l'expression de q^* sont simultanément positifs ou négatifs, c'est-à-dire :

$$q^* > 0 \text{ ssi} \begin{cases} c > D + (1-\theta)\left[t(v-D) + (1-t)F\right] \text{ ou} \\ c < D + (1-\theta)t(v-D) \end{cases}$$

Dans le premier cas ($c > D + (1-\theta)\left[t(v-D) + (1-t)F\right]$), la condition $q^* < 1$ est vérifiée ssi $0 < -(1-\theta)(1-t)F$. On ne peut donc pas avoir simultanément $q^* < 1$ et les numérateur et dénominateur de q^* positifs. En revanche, dans le second cas ($c < D + (1-\theta)t\,(v-D)$), la condition $q^*< 1$ est satisfaite puisqu'il suffit que $0 > -(1-\theta)(1-t)F$.

4) Analyse de μ^*

$\mu^*> 0$ si et seulement si $c > \theta D + (1-\theta)v$ et $\mu^*< 1$ si et seulement si $c < D + t(1-\theta)(v-D)$. La première inégalité est satisfaite puisque le terme de droite est la borne inférieure de l'intervalle des valeurs admissibles pour c . Pour cet intervalle de c, la seconde inégalité est également satisfaite (démonstration identique à celle de la condition $d^* < D$).

Après le changement de variables $\underline{c} = \theta D + (1-\theta)v$ et $\overline{c} = \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta+(1-\theta)t}$, le résultat de la proposition 9 en découle.

8.11 Démonstration de la proposition 10

Sous les hypothèses régissant l'existence de l'existence d'un EBP en stratégies mixtes dans le cas où $s = 0$ et $t > 0$ (précisément, $D - v > 0$ et $c \in [\theta D + (1-\theta)v, \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta+(1-\theta)t}]$), nous avons :

$$BE_{AR} - BE_{SR} = -\frac{\begin{array}{c}(-F)(1-\theta)\left[-\theta y_1 - y_2 + t\left(v(-1+\theta) - \theta D + \theta y_1 + y_2\right)\right] + \\ c\left[Ft\,(-1+\theta) + y_2\,(-1+t) - \theta(y_1 + ty_2)\right] + \\ \left[D - Dt + tv + t(D-v)\theta\right]\left[y_2 - ty_2 + \theta(y_1 + ty_2)\right]\end{array}}{c - (tv + (1-t)F)\,(1-\theta) - D(1 - t(1-\theta))}$$

Au vu des hypothèses énoncées ci-dessus, retenues, le dénominateur de l'expression précédente est strictement négatif. Après réarrangement, le numérateur peut s'écrire

$$-F(1-\theta)\left(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)\right) + (\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D - (1-\theta)t(D-v) - c)$$

Par conséquent, $BE_{AR} - BE_{SR} > 0$ ssi

$$F(1-\theta)\left(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)\right) < (\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D - (1-\theta)t(D-v) - c)$$

Notons que

$$(D - (1-\theta)t(D-v) - c) > 0$$

dans la mesure où $D - (1-\theta)t(D-v) > \frac{\theta D + tv(1-\theta)}{\theta+(1-\theta)t}$. Puis

$$(\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2) > 0$$

Le signe de la différence $BE_{AR} - BE_{SR}$ dépend donc du signe de l'expression

$$(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1))$$

Nous distinguons deux cas :

1) supposons que $(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)) > 0$.
Ici $BE_{AR} - BE_{SR} > 0$ ssi

$$F < \frac{(\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D - (1-\theta)t(D-v) - c)}{(1-\theta)\left(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)\right)} = \widetilde{F}$$

2) supposons que $(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)) < 0$.
Ici $BE_{AR} - BE_{SR} > 0$ ssi

$$F > \frac{(\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D - (1-\theta)t(D-v) - c)}{(1-\theta)\left(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)\right)} = \widetilde{F}$$

Au vu des remarques précédentes, le numérateur de l'expression de $\widetilde{F}$ est positif. On peut donc réécrire les conditions sous lesquelles on a $BE_{AR} - BE_{SR} > 0$ de la manière suivante :

1) si $y_2 < \frac{t}{1-t}(c - \theta D - (1-\theta)v) - \theta y_1$ on a $BE_{AR} - BE_{SR} > 0$ ssi

$$F < \frac{(\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D - (1-\theta)t(D-v) - c)}{(1-\theta)\left(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)\right)}$$

2) si $y_2 > \frac{t}{1-t}(c - \theta D - (1-\theta)v) - \theta y_1$, $BE_{AR} - BE_{SR} > 0$ quelle que soit la valeur de F dans la mesure où la condition suivante :

$$F > \frac{(\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D - (1-\theta)t(D-v) - c)}{(1-\theta)\left(t(c - \theta D - (1-\theta)v) - (1-t)(y_2 + \theta y_1)\right)}$$

est toujours satisfaite, puisque $F > 0$ et $\theta y_1 + y_2 - (1-\theta)ty_2)(D - (1-\theta)t(D - v) - c) < 0$.

Le résultat de la proposition 10 en découle.

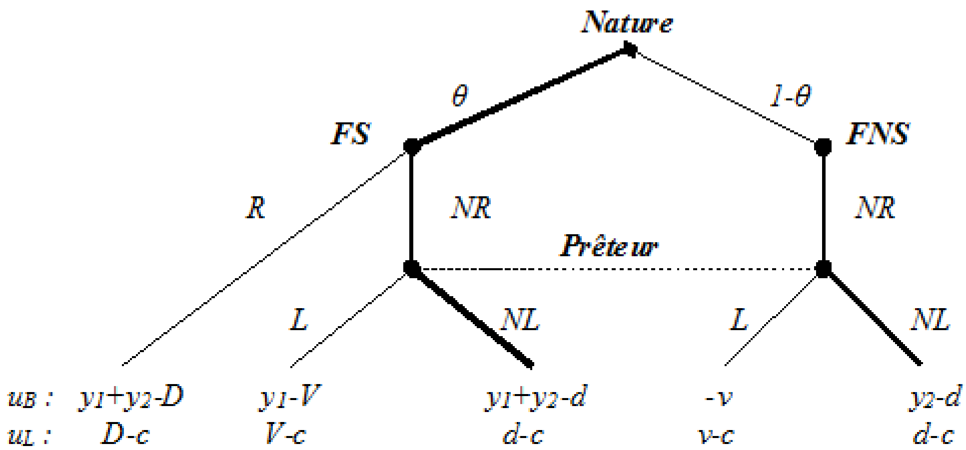
Nature
θ
1-θ
FS
FNS
R
NR
NR
Prêteur
L
NL
L
NL
uB :
uL :
y1+y2-D
D-c
y1-V
V-c
y1+y2-d
d-c
-v
v-c
y2-d
d-c

FIGURE 1