



Munich Personal RePEc Archive

Keynesian cross: diagrammatical interpretations of effective demand

Heller, Claudia and Dessotti, Marina

Universidade Estadual Paulista - UNESP

September 2007

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/5076/>

MPRA Paper No. 5076, posted 30 Sep 2007 UTC

Cruz Keynesiana: interpretações gráficas da demanda efetiva *Claudia Heller[#]Marina Vessio Dessotti[×]

RESUMO A *Teoria Geral do Emprego, dos Juros e da Moeda* de John Maynard Keynes deu origem a três interpretações gráficas na forma de cruz: o modelo IS-LM, o modelo da reta de 45° e o modelo Z-D. O primeiro derivou do famoso artigo de Hicks (1937), embora haja diferenças entre a versão original de John R. Hicks e as versões presentes nos manuais de macroeconomia. O segundo tornou-se conhecido a partir do livro de Alvin Hansen (1953), para o qual houve contribuições de Paul Samuelson. Estas duas versões são tidas como interpretações neoclássicas, cujo significado neste contexto específico será tratado ao longo do texto. O terceiro popularizou-se com o livro de Dudley Dillard (1948) e é adotado – com poucas reservas – pelos pós-keynesianos, que o consideram mais fiel à obra original de Keynes (1936). Todos eles são formalizações gráficas (e algébricas) da teoria proposta por Keynes, mas os dois últimos são mais específicos, pois procuram explicitar, mais diretamente, o Princípio da Demanda Efetiva (PDE)

O presente artigo propõe-se a comparar as duas interpretações gráficas do PDE à luz das definições dos conceitos de demanda agregada, oferta agregada e demanda efetiva conforme expostos por Keynes na *Teoria Geral*, com o objetivo de identificar quais argumentos originais de Keynes sustentam cada uma destas interpretações.

ABSTRACT *The General Theory of Employment, Interest and Money* by John Maynard Keynes led up to three cross-shaped graphical interpretations: the IS-LM model, the 45° model and the Z-D model. The first one was originated from Hicks (1937) well-known paper, despite the differences between his original version and the textbook versions. The second one has become familiar through Alvin Hansen's 1953 book, to which Paul Samuelson also contributed. These two models are considered to be neoclassical – the meaning of which in this particular context will be discussed in our paper. The third model has become popular through Dudley Dillard's 1948 book and is embraced – with few qualifications – by Post Keynesians, who consider it to be more faithful to Keynes's original 1936 book. The three models are graphical (and algebraical) formalizations of Keynes's theory, but the last two are more specific in that they are focused on the explanation of the Principle of Effective Demand (PED).

This paper compares the two graphical representations of the PED in the light of the definitions of aggregate demand, aggregate supply and effective demand, as they were presented by Keynes in the *General Theory*. The purpose of the paper is to identify which original arguments by Keynes support each of both models.

* Texto preparado para o V Encontro Ibérico de História do Pensamento Econômico – V EIHPE (Sesión 10 – Pensamiento Heterodoxo II: J. M. KEYNES), Madrid, dezembro de 2007. Versão concluída em setembro de 2007.

[#] hellerc@fclar.unesp.br

[×] marina_vdessotti@hotmail.com

Cruz Keynesiana: interpretações gráficas da demanda efetiva *

Claudia Heller
Marina Vessio Dessotti

...by 1936, the emphasis is on which schedules intersect to determine what, and not on which contrived shifts in the schedules might be used to realize prescribed full employment targets

Samuelson, 1976, p. 25

Introdução

A “armadilha semântica” representada pelos conceitos de demanda efetiva, demanda agregada e oferta agregada utilizados por Keynes na *Teoria Geral do Emprego, dos Juros e da Moeda* (1936) é provavelmente uma das razões da existência de interpretações gráficas de aparências tão distintas do Princípio da Demanda Efetiva como são as consagradas pelos livros de Dudley Dillard (*The Economics of John Maynard Keynes: The Theory of a Monetary Economy*, 1948) e de Alvin Hansen (*A Guide to Keynes*, 1953). Além dos conceitos propriamente ditos, uma outra razão provável para estas diferenças está na argumentação e formalização do referido princípio que Keynes apresenta no capítulo 3 da *Teoria Geral*, e a formalização algébrica da função emprego e da curva de oferta agregada que ele menciona em várias passagens e detalha nos capítulos 20 e 21 do seu livro.

Este artigo tem por objetivo identificar quais argumentos de Keynes foram ressaltados (e eventualmente, quais foram ignorados ou mal entendidos) nas contribuições que deram origem às duas figuras representativas da *Teoria Geral* em formato de cruz: o modelo da reta de 45° e o modelo Z-D. Para tanto, o texto a seguir começa pela exposição de Keynes (seção I) e continua com a análise de três interpretações bastante conhecidas: as já mencionadas de Dudley Dillard e de Alvin Hansen (seções II e III) e a de Victoria Chick - *Macroeconomics After Keynes: A Reconsideration of the General Theory*, 1983 (seção IV).

A seleção dos livros de Dillard, de Hansen e de Chick procurou obedecer dois critérios simultâneos: o de serem obras que pretendem explicitamente explicar a *Teoria Geral* de Keynes e o fazem apresentando o Princípio da Demanda Efetiva na forma de gráficos (as “cruzes”).¹

Além disto, estes três autores foram severamente criticados por Michael E. Brady, por terem concentrado sua análise do Princípio da Demanda Efetiva quase que exclusivamente no capítulo três da *Teoria Geral*, por não terem percebido que a *Teoria Geral* contém dois modelos e por não distinguirem a função oferta agregada da curva de oferta agregada.²

* Texto preparado para o V Encontro Ibérico HPE (Sesión 10 – Pensamiento Heterodoxo II: J. M. Keynes), Madrid, dezembro de 2007; versão concluída em setembro 2007.

¹ Este critério implicou excluir várias obras e autores importantes, como Joan Robinson (*An Introduction to the Theory of Employment*, 1937), Mabel Timlin (*Keynesian Economics*, 1942), Lorie Tarshis (*The Elements of Economics: an Introduction to the Theory of Price and Employment*, 1947) ou Paul Samuelson (*Economics: An Introductory Analysis*, 1948), seja porque não objetivam explicar a *Teoria Geral*, seja porque não o fazem por meio de diagramas no formato de cruz.

² As críticas de Brady a Dillard encontram-se em <http://www.amazon.com/Economics-John-Maynard-Keynes-Monetary/dp/customer-reviews/1419128949>, continuado em http://www.amazon.com/rediscover-original-aggregate-function-specified/forum/Fx8M3K6XJUE8QA/TxSLIJBSC7IH8/1/ref=cm_cd_pg_oldest/105-4924088-4950041?%5Fencoding=UTF8&cdAnchor=1419128949&cdSort=newest.

As críticas a Hansen estão em http://www.amazon.com/gp/product/customer-reviews/007026046X/ref=cm_cr_dp_all_helpful/105-4924088-

Por outro lado, de acordo com Dessotti (2006), tentativas de compatibilizar as duas versões de cruz keynesiana (ou os dois modelos) terminam por explicitar que ambas encontram efetivo respaldo nos escritos originais de Keynes, razão pela qual o presente texto inclui (seção V) a análise de três destas contribuições (entre várias outras existentes): - a de Paul Wells (1962), a de Gerhard Ambrosi (1981) e a de Michael Brady (1996).³ A última seção traz a Conclusão.

[4950041?ie=UTF8&n=283155#customerReviews](http://www.amazon.com/gp/product/customer-reviews/0262530457/ref=cm_cr_dp_all_helpful/102-4722256-1252100?ie=UTF8&n=283155#customerReviews) e as críticas a Chick em http://www.amazon.com/gp/product/customer-reviews/0262530457/ref=cm_cr_dp_all_helpful/102-4722256-1252100?ie=UTF8&n=283155#customerReviews

Brady desenvolve argumentos semelhantes na resenha de *New Keynesian Economics / Post Keynesian Alternative*, organizado por J. Roy Rotheim – disponível em http://www.gosale.com/user_reviews.php/A1UI9T8WKJPZN5 - e na de *Methodology, Microeconomics and Keynes: Essays in Honour of Victoria Chick*, organizado por Philip Arestis – disponível em http://www.amazon.com/gp/product/customer-reviews/0415232198/ref=cm_cr_dp_all_top/102-2180781-9275342?ie=UTF8&n=283155&s=books#customerReviews

Ver também os vários ensaios, alguns dos quais foram publicados em Brady (2004) e Brady (2006), todos eles mencionados na Bibliografia a este texto.

³ Um exemplo de outra contribuição importante é a análise de Ferreira & Michel (1988). Mas por ser muito semelhante à de Brady (e menos completa) não será tratada com uma seção específica.

I – Keynes (1936)

The object of our analysis is, not to provide a machine, or method of blind manipulation, which will furnish an infallible answer, but to provide ourselves with an organised and orderly method of thinking out particular problems; and, after we have reached a provisional conclusion by isolating the complicating factors one by one, we then have to go back on ourselves and allow, as well as we can, for the probable interactions of the factors amongst themselves. This is the nature of economic thinking. Any other way of applying our formal principles of thought (without which, however, we shall be lost in the wood) will lead us into error. It is a great fault of symbolic pseudo-mathematical methods of formalising a system of economic analysis, ... , that they expressly assume strict independence between the factors involved and lose all their cogency and authority if this hypothesis is disallowed; whereas, in ordinary discourse, where we are not blindly manipulating but know all the time what we are doing and what the words mean, we can keep 'at the back of our heads' the necessary reserves and qualifications and the adjustments which we shall have to make later on, in a way in which we cannot keep complicated partial differentials 'at the back' of several pages of algebra which assume that they all vanish. Too large a proportion of recent 'mathematical' economics are merely concoctions, as imprecise as the initial assumptions they rest on, which allow the author to lose sight of the complexities and interdependencies of the real world in a maze of pretentious and unhelpful symbols.

Keynes, *Teoria Geral*, pp. 297-298

Uma exposição completa da *Teoria Geral* de Keynes no contexto deste artigo seria excessiva. O que se pretende nesta seção é explicitar as definições de demanda agregada, oferta agregada, demanda efetiva, função de produção, função emprego e curva de oferta agregada, bem como as respectivas formalizações algébricas propostas por Keynes, que serviram de base para as representações gráficas elaboradas pelos seus intérpretes. A apresentação dos conceitos segue a ordem em que aparecem na *Teoria Geral* e a notação utilizada foi adaptada de forma a viabilizar as necessárias comparações. Assim, no que se segue usaremos os seguintes símbolos: N para nível de emprego, O para produto, D para demanda (com D^{EF} para demanda efetiva), C para consumo, I para investimento, p para preços, P para lucros, W para salários nominais e Y para renda. O sobrescrito “E” indica valores esperados (e.g.: P^E são lucros esperados), o subscrito “W” indica que os valores são medidos em unidades de salário ($Y_W = Y/W$) e o subscrito “r” indica algum grau de desagregação. Em particular:

- $Z = \phi(N)$ é a função oferta agregada;
- $D = f(N)$ é a função demanda agregada (com $D = D_1 + D_2$, onde $D_1 = \chi(N)$ é a função consumo e D_2 é a função investimento);
- $O = \psi(N)$ é a função de produção;
- $N = F(D^{EF})$ é a função emprego, que também pode ser escrita como $N = F(Z = D)$.
- $Y = P + WN$ é a definição de renda agregada
- $p^E = \frac{Z}{O} = \frac{\phi(N)}{\psi(N)}$ é a curva de oferta agregada

Embora os conceitos de preço de demanda e preços de oferta sejam apresentados no terceiro capítulo (“O princípio da demanda efetiva”), Keynes refere-se a eles no final do capítulo anterior (“Os postulados da Teoria Clássica”) ao resumir os pressupostos que a seu ver sustentam a teoria clássica: a igualdade entre o salário real e a desutilidade marginal do nível de emprego existente, a inexistência de desemprego involuntário e a igualdade entre o preço

de demanda agregada e o preço de oferta agregada em todos os níveis de produto e emprego. (Keynes, 1936, pp. 21-22).

O conceito de demanda efetiva é apresentado no capítulo 3, junto com o de custo de fator e o de custo de uso, ambos referidos a um dado nível de emprego. O primeiro refere-se ao montante pago pelo empresário ao fator de produção (principalmente mão de obra), excluindo o que cada empresário paga a outros empresários (por exemplo, pelos insumos). O segundo diz respeito ao montante pago por um empresário a outros empresários (por exemplo, pelos insumos) e inclui as despesas líquidas decorrentes da utilização do equipamento de capital (a depreciação pelo uso, descontados os gastos com a manutenção do equipamento ocioso). O lucro [*profit*] do empresário – ou sua renda [*income*] – é a diferença entre o valor do produto resultante e a soma do custo de fator com o custo de uso. A renda do(s) fator(es) de produção, por sua vez, é constituída pelos montantes que os empresários pagam a este(s) fator(es). Consequentemente a soma da renda dos empresários com a renda do(s) fator(es) de produção constitui a renda total ou agregada [*total income*] relativa àquele dado nível de emprego.⁴

Keynes supõe que os empresários maximizam lucro e decidem o nível de emprego a ser contratado considerando este critério. Sugere que do ponto de vista dos empresários, a renda agregada [*aggregate income*], que é formada pela soma do custo de fator e do lucro, seja chamada de rendimento [*proceeds*] daquele nível de emprego.⁵ O rendimento esperado, que faz com que compense contratar um dado nível de emprego, é o que Keynes denomina “preço de oferta agregada do produto de um dado montante de emprego” (Keynes, 1936, p. 24). Isto significa que o lucro que o empresário procura (espera) maximizar é um dos componentes do preço de oferta agregada - o outro componente é o custo de fator, isto é, a renda do(s) fator(es) de produção. A notação Z indica preço de oferta agregada esperado.⁶

Com base nestas definições, Keynes considera que o montante de emprego N depende do montante de rendimento que os empresários esperam receber, resultante da produção (e da venda?) efetuada por este nível de emprego.

Esta proposição é formalizada por Keynes como segue:

Z é o preço de oferta agregada do produto resultante do emprego de N homens. A relação entre Z e N é descrita por $Z = \phi(N)$ e é chamada de função oferta agregada. Conforme a definição acima, Z é o valor que torna compensatório contratar um dado nível de emprego. Em nota de rodapé, Keynes alerta que a função emprego, apresentada no capítulo 20 da *Teoria Geral*, é uma função relacionada a esta função oferta agregada. Mas cabe ressaltar que ele distingue a função oferta agregada [$Z = \phi(N)$] da função emprego [$N = F(D^{EF})$] e da curva de oferta agregada [$p = Z/O = \phi(N)/\psi(N)$], a qual depende da função oferta agregada [$Z = \phi(N)$] e da função de produção [$O = \psi(N)$].⁷

D é o que o empresário espera receber decorrente do emprego de N homens. A relação entre D e N é descrita por $D = f(N)$ e é chamada de função demanda agregada. (Keynes, 1936, p.

⁴ Renda total [*total income*], renda agregada [*aggregate income*] ou rendimentos [*proceeds*] resultantes da atividade empresarial são os três termos utilizados por Keynes para denominar a soma do custo de fator ao lucro. Cf. King (1994, p. 3).

⁵ Vem daí a formalização sugerida por Brady em quase todos seus artigos sobre o tema, mas especialmente em Brady (1999b pp. 177-178), segundo a qual $Y = P + WN$. No capítulo 4 (“A escolha das unidades”) Keynes representa a folha de salários e ordenados – o custo variável total WN por E . (Cf. Keynes, 1936, p. 41).

⁶ Neste sentido (e seguindo Brady), Z corresponderia a $Y^E = P^E + WN$ (onde N é o único fator de produção).

⁷ Uma primeira formalização da curva de oferta agregada é fornecida no final do quarto capítulo (“A escolha das unidades”), descrita em termos desagregados (em firmas ou setores) por $p_r = Z_r/O_r = \phi_r(N_r)/\psi_r(N_r)$. (Cf. Keynes, 1936, p. 44). Na transcrição desta equação consideramos correta a observação de Brady (2004, p. 359), de que houve um erro tipográfico na *Teoria Geral* – onde consta “ p ” no lugar de “ p_r ”.

25).

Tanto Z quanto D são definidos em termos expectacionais.⁸ Keynes estabelece que D pode ser superior a Z , isto é, que para um dado valor de N , o rendimento esperado (decorrente das vendas) pode ser maior que o preço de oferta (que compensa a contratação da mão de obra). Neste caso os empresários se sentirão incentivados a aumentar o nível de emprego acima de N , ainda que para isso seja necessário elevar os custos (em consequência, por exemplo, da concorrência inter-empresarial por fatores de produção que se tornam escassos), e até o ponto em que Z se iguale a D . Keynes propõe que o volume de emprego é determinado pelo ponto de intersecção entre a função demanda agregada (D) e função oferta agregada (Z), pois neste ponto os empresários maximizam seus lucros esperados. (Keynes, 1936, pp. 24-25). Este é o **ponto de demanda efetiva**, isto é, o valor de D no ponto em que a função demanda agregada é interceptada pela função oferta agregada (Keynes, 1936, p. 25). Portanto, no restante deste texto usaremos a notação D^{EF} para demanda efetiva, de modo a distingui-la da demanda agregada esperada D (ou D^E)

A “doutrina clássica” – segundo Keynes – baseia-se num pressuposto especial sobre a relação entre as duas funções, pois o lema de que a oferta cria sua própria demanda significa que $f(N)$ e $\phi(N)$ são iguais para todos os valores de N (e seus correspondentes níveis de produto O). Além disso, para a teoria clássica – e ainda segundo Keynes – quando há um aumento em Z , correspondente a um aumento em N , D necessariamente aumenta no mesmo montante. De acordo com Keynes, isto significa que a teoria clássica supõe que o preço de demanda agregada se ajusta ao preço de oferta agregada para qualquer valor de N – o que equivale a dizer que a demanda efetiva não tem um único valor de equilíbrio, mas uma série infinita de valores todos igualmente possíveis. Significa também que o montante de emprego fica indeterminado (desde que não alcance um limite superior em decorrência da desutilidade marginal do trabalho). Além disso, a expansão do emprego só seria limitada pela inelasticidade da oferta quando, nas palavras de Keynes, “um aumento do valor da demanda efetiva deixaria de ser acompanhado por um aumento do produto ... o que é a mesma coisa que pleno emprego” (Keynes, 1936, p. 26).

Keynes desenvolve uma parte da sua formalização na segunda seção do mesmo capítulo três, alertando que é apenas um resumo, no qual supõe (para facilitar a exposição e sem comprometer a essência do seu argumento) que tanto os salários nominais quanto os demais custos de fatores são constantes por unidade de emprego utilizada. Supõe também que quando o nível de emprego aumenta, tanto a renda real quanto o consumo aumentam, mas o consumo aumenta menos do que a renda.⁹ Por este motivo, se os empresários alocarem todos os trabalhadores adicionais na produção de bens de consumo, sofrerão prejuízo, pois esta produção não será demandada em sua totalidade. Isto significa que a produção de bens de consumo precisa ser complementada por investimento corrente, num volume que seja suficiente para absorver o excesso do produto total em relação ao consumo. Caso contrário, as receitas [*receipts*] dos empresários serão inferiores ao que é necessário para induzi-los a empregar o dado montante de emprego. Assim, segundo Keynes, dada a propensão a consumir (a relação χ entre o crescimento da renda e o crescimento do consumo), o nível de emprego de equilíbrio (definido como sendo aquele para o qual não existem incentivos para que seja alterado, isto é, aumentado ou reduzido) depende do montante do investimento

⁸ O que poderia ser denotado com um sobrescrito “E”, isto é, D^E e Z^E .

⁹ A relação entre a variação da renda e a variação do consumo é chamada de propensão a consumir. Conforme destacado por Brady (1999a, p. 148), Keynes supõe que o consumo é uma função estável da renda, que a propensão marginal a consumir dC/dY é positiva e menor do que a unidade, e que tanto a propensão média a consumir C/Y quanto a propensão marginal a consumir caem quando a renda aumenta. Keynes no entanto adota a versão simplificada (linear) da função demanda.

corrente - o qual, por sua vez, depende de outros determinantes, entre os quais se destacam a relação entre a escala da eficiência marginal do capital e o complexo de taxas de juros dos empréstimos de diferentes prazos de maturação e diferentes graus de risco.

Segundo Keynes, qualquer nível de emprego que não seja o de equilíbrio leva à desigualdade entre o preço de oferta (Z) e o preço de demanda (D) do produto como um todo. Além disso, embora o nível de emprego de equilíbrio não possa ser superior ao de pleno emprego, não há motivos para que seja igual ao de pleno emprego. Esta igualdade pode ocorrer, mas como fruto do acaso, em situações em que o investimento corrente representa um montante de demanda que seja exatamente igual à diferença entre o preço de oferta do produto resultante do pleno emprego e o consumo relativo ao pleno emprego (Keynes, 1936, p. 28).

A formalização é apresentada na forma de oito proposições.¹⁰

1. a renda, sob determinadas condições “de técnica, de recursos e de custos” depende de N (o volume de emprego);
2. a relação existente entre aquilo que se espera que uma comunidade gaste em consumo (D_1) e sua renda depende da sua “propensão a consumir”, que está diretamente

¹⁰ É necessário reproduzir na íntegra:

1. In a given situation of technique, resources and costs, income (both money-income and real income) depends on the volume of employment N ;
2. The relationship between the community's income and what it can be expected to spend on consumption, designated by D_1 , will depend on the psychological characteristic of the community, which we shall call its *propensity to consume*. That is to say, consumption will depend on the level of aggregate income and, therefore, on the level of employment N , except when there is some change in the propensity to consume;
3. The amount of labour N which the entrepreneurs decide to employ depends on the sum (D) of *two* quantities, namely D_1 , the amount which the community is expected to spend on consumption, and D_2 , the amount which it is expected to devote to new investment. **D is what we have called above the effective demand;**
4. Since $D_1 + D_2 = D = \phi(N)$, where **ϕ is the aggregate supply function**, and since, as we have seen in (2) above, D_1 is a function of N , which we may write $\chi(N)$, depending on the propensity to consume, it follows that $\phi(N) - \chi(N) = D_2$;
5. Hence the volume of employment in equilibrium depends on (i) **the aggregate supply function, ϕ** , (ii) the propensity to consume, χ , and (iii) the volume of investment, D_2 . This is the essence of the General Theory of Employment;
6. For every value of N there is a corresponding marginal productivity of labour in the wage-goods industries; and it is this which determines the real wage. (5) is, therefore, subject to the condition that N cannot *exceed* the value which reduces the real wage to equality with the marginal disutility of labour. This means that not all changes in D are compatible with our temporary assumption that money-wages are constant. Thus it will be essential to a full statement of our theory to dispense with this assumption;
7. On the classical theory, according to which $D = \phi(N)$ for *all* values of N , the volume of employment is in neutral equilibrium for all values of N less than its maximum value; so that the forces of competition between entrepreneurs may be expected to push it to this maximum value. Only at this point, on the classical theory, can there be stable equilibrium;
8. *When employment increases, D_1 will increase, but not by so much as D* ; since when our income increases our consumption increases also, but not by so much. The key to our practical problem is to be found in this psychological law. For it follows from this that the greater the volume of employment the greater will be the gap between the **aggregate supply price (Z)** of the corresponding output and the sum (D_1) which the entrepreneurs can expect to get back out of the expenditure of consumers. Hence, if there is no change in the propensity to consume, employment cannot increase, unless at the same time D_2 is increasing so as to fill the increasing gap between Z and D_1 . Thus—except on the special assumptions of the classical theory according to which there is some force in operation which, when employment increases, always causes D_2 to increase sufficiently to fill the widening gap between Z and D_1 —the economic system may find itself in stable equilibrium with N at a level below full employment, namely at the level given by the **intersection of the aggregate demand function with the aggregate supply function.**” (Keynes, 1936, pp. 28-30, grifos nossos).

vinculada às características psicológicas da comunidade;

3. a soma do montante que se espera que comunidade gaste em consumo (D_1) com o montante que se espera ser aplicado em investimento (D_2) determina a quantidade total de mão de obra N que os empresários decidirão empregar. Isto resultará em D , isto é, a demanda efetiva;¹¹
4. sendo $D_1 + D_2 = D = \phi(N)$, onde ϕ é a função oferta agregada, e sabendo que D_1 é função de N (que depende da propensão a consumir χ - ou seja, $D_1 = \chi(N)$), temos que $\phi(N) - \chi(N) = D_2$;¹²
5. o nível de emprego correspondente ao equilíbrio depende de três fatores: (1) da função oferta agregada ϕ ; (2) da propensão a consumir χ ; e (3) do montante de investimento D_2 . Keynes afirma que esta “é a essência da Teoria Geral do Emprego”;¹³
6. a proposição anterior está sujeita à condição de que N não exceda o valor que reduz o salário real até que chegue à igualdade com a desutilidade marginal da mão de obra;¹⁴
7. para a teoria clássica $D = \phi(N)$, isto é, o nível de emprego está em equilíbrio qualquer que seja valor de N (desde que inferior ao seu valor máximo, que corresponde ao pleno-emprego);¹⁵
8. quando o emprego aumenta, D_1 também aumenta, mas menos que D . Portanto, quanto maior o volume de emprego N , maior será o hiato [*gap*] entre o preço de oferta agregada (Z) do produto correspondente, e o montante (D_1) que os empresários esperam recuperar mediante o gasto efetuado pelos consumidores.¹⁶

No que diz respeito à formalização dos componentes da demanda agregada no âmbito do capítulo 3 – bastante conhecidos e bem menos polêmicos – é preciso mencionar apenas que Keynes apresenta duas medidas de elasticidade. Ambas estão relacionadas ao conceito de

¹¹ Neste caso, a notação adequada seria D^{EF} . Como veremos mais à frente, aqui está um componente da “armadilha semântica” – pois Keynes usa D para a soma $D_1 + D_2$ e também para “demanda efetiva”.

¹² Vale observar que nesta quarta proposição Keynes reuniu várias idéias numa só expressão, nem todas explícitas: uma definição $D_1 + D_2 = D$, uma condição de equilíbrio $D = Z = D^{EF}$ e duas definições adicionais $D_1 = \chi(N)$ e $Z = \phi(N)$. Argumenta que se $D > Z$, então $D_1 + D_2 > Z$ e portanto $D_2 = Z - D_1$ ou $D_2 > Z - \chi(N)$ ou ainda $D_2 = \phi(N) - \chi(N)$. Esta última expressão descreve o volume que o investimento deve ter para que o nível de emprego seja o de pleno emprego – dado o montante de consumo. Como veremos, a representação desta relação por meio da reta de 45° expressa a interpretação do investimento como um “resíduo” da condição de equilíbrio em que a oferta se iguala à demanda.

¹³ Conforme a nota anterior, veremos que a quarta e a quinta proposições são fontes explicativas importantes das diferentes interpretações, pois uma coisa é considerar que $D_1 + D_2 = D$ (ou seja, que a demanda agregada é composta pela demanda por bens de consumo e pela demanda por bens de investimento) e outra coisa é considerar que $D = \phi(N)$, sendo $\phi(N)$ a função oferta agregada Z (ou seja, que a igualdade entre a demanda agregada e a oferta agregada determina o ponto de demanda efetiva).

¹⁴ Pois para cada valor de N há uma correspondente produtividade marginal do trabalho nos setores produtores de bens de consumo e é isto que determina o salário real. Segundo Keynes, esta condição implica que nem todas as variações em D (e as respectivas variações em N) são compatíveis com o pressuposto (temporário) de que os salários nominais são constantes. Por isso ele termina descartando esta hipótese, mas esta questão não será tratada neste texto.

¹⁵ Além disso, segundo Keynes, pode-se esperar (na teoria clássica) que ao concorrerem entre si, os empresários consigam elevar N ao seu valor máximo, configurando um equilíbrio estável de pleno emprego.

¹⁶ Segundo Keynes, se a propensão a consumir não se alterar, o nível de emprego não pode aumentar – a não ser que D_2 aumente de forma a preencher este hiato crescente [*increasing gap*] entre Z e D_1 . Na teoria clássica (de acordo com Keynes), existem forças que fazem com que D_2 aumente sempre que o nível de emprego aumenta. Nos demais casos, o sistema econômico pode encontrar-se em equilíbrio estável com N abaixo do nível de pleno emprego – isto é, está em equilíbrio no nível determinado pela intersecção entre a função demanda agregada e a função oferta agregada.

multiplicador (do emprego e da renda, respectivamente). A primeira é a elasticidade-renda do emprego, que mede a variação proporcional do nível de emprego em relação à variação proporcional da renda.¹⁷ A segunda é o que se poderia chamar de elasticidade-investimento da renda – que mede a variação proporcional da renda em relação a uma variação proporcional do investimento. Nesta medida aparecem o conceito de propensão média e o de propensão marginal a consumir (C/Y e $\Delta C/\Delta Y$ respectivamente).¹⁸

No sexto capítulo da *Teoria Geral* (“A definição de renda, poupança e investimento”), Keynes fornece novamente uma definição de demanda efetiva, compatível com a anterior: trata-se da renda agregada [*aggregate income or proceeds*] que os empresários esperam auferir. Estão incluídos os pagamentos feitos aos demais fatores de produção decorrentes do emprego corrente que os empresários decidem contratar. Mas enquanto a função demanda agregada relaciona várias quantidades hipotéticas de emprego aos rendimentos que se espera sejam gerados pelo produto produzido por estes diferentes volumes de emprego, a demanda efetiva é o ponto sobre a função demanda agregada que se torna efetivo pois, junto com as condições de oferta, corresponde ao nível de emprego que maximiza o lucro esperado do empresário. (Keynes, 1936, p. 55).

Keynes formaliza a concepção de que os empresários decidem o nível de emprego tendo por critério a maximização do lucro esperado em uma nota de rodapé. O ponto de partida do seu raciocínio é a função oferta agregada Z medida em unidades de salário, isto é, considerando o salário nominal W como “deflator”, de modo que $Z_W = Z/W$ e portanto $Z_W = \phi(N)$ ou $Z = W \cdot \phi(N)$. Supondo que a função oferta agregada para cada firma não depende do número de trabalhadores empregados nos demais setores, que o número de firmas não se altera, que os salários nominais não variam e que os demais custos de fator mantém uma proporção constante em relação à folha de salários, Keynes conclui (em nota de rodapé) que a função oferta agregada é linear com uma inclinação que é a recíproca do salário nominal. A demonstração apresentada por Keynes considera que a receita marginal se iguala ao custo marginal em cada ponto da curva de oferta agregada de modo que $\phi' = 1$. Esta nota de rodapé é tema controverso na literatura, entre outras razões, porque ela faz referência à função oferta agregada e à curva de oferta agregada como conceitos distintos, e por isso merece ser reproduzida na íntegra:

For example, let us take $Z_W = \phi(N)$, or alternatively $Z = W \cdot \phi(N)$ as the **aggregate supply function** (where W is the wage-unit and $W \cdot Z_W = Z$). Then, since the proceeds of the marginal product is equal to the marginal factor-cost at every point on the **aggregate supply curve**, we have

$$\Delta N = \Delta A_W - \Delta U_W - \Delta Z_W = \Delta \phi(N)$$

that is to say $\phi' = 1$; provided that factor cost bears a constant ratio to wage-cost, and that the aggregate supply function for each firm (the number of which is assumed to be constant) is independent of the number of men employed in other industries, so that the

¹⁷ $e_e = \frac{\frac{\Delta N}{N}}{\frac{\Delta Y_W}{Y_W}} = \frac{\Delta N}{N} \cdot \frac{Y_W}{\Delta Y_W}$. Ver Keynes (1936, nota 1, p. 116). A concepção original do multiplicador do

emprego é de Richard Kahn (1931) e refere-se à variação proporcional do emprego total em relação à variação proporcional do emprego primário (no setor produtor de bens de investimento).

¹⁸ $\frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta I}{I}} = \frac{\Delta Y}{Y} \cdot \frac{I}{\Delta I} = \frac{\Delta Y}{Y} \cdot \frac{Y-C}{\Delta Y - \Delta C} = \frac{\Delta Y}{\Delta Y - \Delta C} \cdot \frac{Y-C}{Y} = \frac{Y-C}{\Delta Y - \Delta C} \cdot \frac{1 - \frac{C}{Y}}{1 - \frac{\Delta C}{\Delta Y}}$. Ver Keynes (1936, nota 1, p. 126).

terms of the above equation, which hold good for each individual entrepreneur, can be summed for the entrepreneurs as a whole. This means that, if wages are constant and other factor costs are a constant proportion of the wages-bill, **the aggregate supply function is linear with a slope given by the reciprocal of the money-wage.** (Keynes, 1936, nota 2, p. 55, grifos nossos).¹⁹

No sétimo capítulo da *Teoria Geral* (“O significado de poupança e investimento”) Keynes reafirma a concepção de que o nível de emprego é determinado pelos empresários (que buscam maximizar lucros). Consequentemente, o nível de emprego depende tanto das expectativas de receitas (advindas do consumo e do investimento) quanto das expectativas relacionados ao custo de produção. (Keynes, 1936, p. 77). Os determinantes do consumo e os do investimento – os dois principais componentes da demanda agregada – são tratados de forma detalhada nos livros III e IV, respectivamente, da *Teoria Geral*. As questões relativas ao custo, que compõem a função oferta agregada, são tratadas no capítulo 20 do livro.

No décimo oitavo capítulo da *Teoria Geral* (“Novo enunciado da Teoria Geral do Emprego”) - que de certa forma resume o conteúdo dos capítulos anteriores -, Keynes anuncia que é possível “inferir a forma das funções oferta agregada que incorporam as condições físicas de oferta para os diferentes tipos de produto – isto é, a quantidade de emprego que será alocada à produção correspondente a qualquer nível dado de demanda efetiva medida em unidades de salário ... bem como determinar em que ponto a função emprego deixa de ser elástica” (Keynes, 1936, p. 246).

A **função emprego** é, finalmente, definida no capítulo 20 (cujo título é justamente “A função emprego”), e a referência básica é a função oferta agregada $Z_W = \phi(N)$, “que relaciona o nível de emprego (N) com o preço de oferta agregada do produto correspondente (Z_W)” (Keynes, 1936, p. 280). A função emprego, por sua vez, relaciona o nível de emprego (N) ao nível de demanda efetiva [D_W^{EF}]:

In Chapter 3 (p. 25) we have defined the aggregate supply function $Z = \phi(N)$, which relates the employment N with the aggregate supply price of the corresponding output. The employment function only differs from the aggregate supply function in that it is, in effect, its inverse function and is defined in terms of the wage-unit; the object of the employment function being to relate the amount of the effective demand measured in terms of the wage-unit, directed to a given firm or industry or to industry as a whole with the amount of employment, the supply price of the output of which will compare to that amount of effective demand. Thus if an amount of effective demand D_{W_r} measured in wage-units, directed to a firm or industry calls forth an amount of employment N_r in that firm or industry, the employment function is given by $N_r = F_r(D_{W_r})$. Or, more generally, if we are entitled to assume that D_{W_r} is a unique function of the total effective demand D_W , the employment function is given by $N_r = F_r(D_W)$. That is to say, N_r men will be employed in industry r when effective demand is D_W .” (Keynes, 1936, p. 280).

Aqui há duas observações importantes a fazer sobre a notação. A primeira delas – a mais importante – é que Keynes usa a notação D ou D_W embora se refira o tempo todo à demanda efetiva e não à demanda agregada. Como nossa hipótese é que as duas versões básicas da cruz keynesiana diferem porque decorrem (entre outras razões) de interpretações diferentes dos conceitos de demanda efetiva e demanda agregada, é fundamental preservar e priorizar o conteúdo das expressões “em prosa” na descrição algébrica de Keynes.²⁰

¹⁹ Onde A representa o valor do produto vendido a consumidores e/ou a outros empresários (Keynes, 1936, p. 52), U é o custo de uso referente a A (Keynes, 1936, p. 53) e Z é a já mencionada função preço de oferta agregada. Para uma demonstração do resultado $\phi' = 1$, ver os Anexos V e VI e em particular os casos V.3 e VI.3.

²⁰ Há vários exemplos que demonstram que Keynes se refere à demanda efetiva e não simplesmente à demanda: (a) na definição da elasticidade-produto: “... elasticity of output or production, which measures the rate at which output in any industry increases when more **effective demand** in terms of wage-units is directed towards it ...” (Keynes, 1936); (b) na definição da elasticidade-preço esperado: “let the elasticity of the expected price ... in

A segunda é que embora Keynes descreva a função de produção em nível desagregado (com o subscrito “r” designando firmas ou setores), também considera que é possível usa-la na forma agregada: seu argumento é que se $N = \sum N_r$ e se $N_r = F_r(D_w)$ então $N = \sum N_r = \sum F_r(D_w)$ e a função emprego agregada é $N = F(D_w)$ - ou, mantendo a observação anterior sobre a notação da expressão “demanda efetiva”, $N = F(D_w^{EF})$.

A importância da função emprego na *Teoria Geral* reside no fato dela ser o ponto de partida de Keynes para discutir os efeitos de uma expansão monetária sobre os preços e/ou o produto (e consequentemente sobre o nível de emprego) – generalizando, segundo suas próprias palavras, a teoria quantitativa da moeda.²¹ Embora este não seja o tema central do texto, algumas passagens do raciocínio de Keynes precisam ser explicitadas, pois nelas estão sua formulação da função (curva?) de oferta agregada, um componente essencial das duas versões da “cruz keynesiana”.

Keynes começa definindo a elasticidade-emprego como o coeficiente que mede a variação proporcional do número de unidades de trabalho empregadas dN/N em relação à variação do número de unidades de salário que se espera que serão gastas na compra do produto seu produto dD_w^{EF}/D_w^{EF} . Portanto $e_e = \frac{dN}{dD_w^{EF}} \times \frac{D_w^{EF}}{N}$ no agregado ou $e_{e_r} = \frac{dN_r}{dD_{w_r}^{EF}} \times \frac{D_{w_r}^{EF}}{N_r}$ para cada setor (Keynes, 1936, p. 282).²²

Em seguida, supondo que seja possível medir o produto, Keynes define a elasticidade do produto para cada setor. Ela mede a variação proporcional do produto dO_r/O_r em relação à variação proporcional da demanda efetiva (medida em unidades de salário) $dD_{w_r}^{EF}/D_{w_r}^{EF}$ de cada setor. Assim, $e_{O_r} = \frac{dO_r}{dD_{w_r}^{EF}} \times \frac{D_{w_r}^{EF}}{O_r}$ (Keynes, 1936, p. 283).

Supondo, adicionalmente, que o preço é igual ao custo primário marginal - o que significa implicitamente a suposição de concorrência perfeita e o curto prazo -, Keynes escreve $\Delta D_{w_r}^{EF} = \frac{1}{1 - e_{O_r}} \Delta P_{w_r}$, onde P_{w_r} é o lucro esperado em cada setor, medido em unidades de

salário (Keynes, 1936, p. 283).²³ Esta relação implica que se a oferta for perfeitamente inelástica (isto é, se $e_{O_r} = 0$) todo aumento da demanda efetiva é absorvido pelo lucro ($\Delta D_{w_r}^{EF} = \Delta P_{w_r}$) e se a oferta for perfeitamente elástica (se $e_{O_r} = 1$) não há aumento do lucro em decorrência do aumento da demanda efetiva (que será totalmente absorvido pelos elementos que compõem o custo primário, ou seja $\Delta P_{w_r} = 0 \cdot \Delta D_{w_r}^{EF}$). Para Keynes, a condição de oferta perfeitamente elástica está associada a rendimentos de escala constantes, como veremos a seguir.

Keynes fornece uma outra formulação algébrica da mesma condição, descrita por

response to changes in **effective demand** ...” (Keynes, 1936, p. 284); (c) na elasticidade dos preços nominais: “... the elasticity of money-prices in response to changes in **effective demand** ...” (Keynes, 1983, p. 285) e; (d) na elasticidade dos salários nominais: “the elasticity of money-wages in response to changes in **effective demand** ...”. (Keynes, 1983, p. 285). Todos os grifos são nossos.

²¹ Ver especialmente a primeira seção do capítulo 21 da *Teoria Geral*.

²² Conforme nota acima, usamos a notação que designa demanda efetiva.

²³ Ver o Anexo I para a dedução da expressão. Conforme sua primeira nota de rodapé na página 283, Keynes também supõe (i) equilíbrio entre oferta e demanda; (ii) não há diferença entre variações discretas e variações contínuas e (iii) a variação do lucro é a diferença entre a variação da receita e a variação do custo.

$\frac{1-e_o}{e_e} = -\frac{N\psi''(N)}{[\psi'(N)]^2 p_w^E}$.²⁴ Esta segunda formulação permite mostrar que se houver rendimentos constantes a oferta é perfeitamente elástica - isto é, se $\psi''(N) = 0$, então $\frac{1-e_o}{e_e} = 0$ e $e_o = 1$. (Keynes, 1936, pp. 282-284).

É importante destacar que a associação entre perfeita elasticidade da oferta $e_o = 1$ e rendimentos constantes $\psi''(N) = 0$ é uma questão central para a definição e descrição gráfica da função (curva?) de oferta agregada, seja na versão da reta de 45° como a usada por Hansen e Dillard, seja na versão da função Z do modelo $Z-D$ usada por Dillard e Chick, seja ainda nas tentativas de compatibilizar as duas versões gráficas. A questão também é central na definição de curva de oferta agregada, distinta da função oferta agregada, conforme ressaltado por Brady.²⁵ No entanto, como será visto nas próximas seções, nem todos os autores selecionados fazem menção à elasticidade de oferta ou aos rendimentos de escala. Estas especificações, por outro lado, estão no centro dos debates que se desenvolveram no *The Economic Journal*, no *Journal of Post-Keynesian Economics*, no *History of Political Economy*, no *Economic Enquiry* e outros – que não serão analisados neste texto.

As próximas três seções expõem as interpretações de Dillard, Hansen e Chick, seguidas das interpretações de Wells, Ambrosi e Brady. Antes, porém, convém mencionar que no restante da *Teoria Geral* Keynes ainda define a elasticidade dos preços esperados em relação a uma variação da demanda efetiva (medida em unidades de salário), a elasticidade dos preços (nominais) esperados, em termos agregados, em relação a uma variação da demanda efetiva (medida em moeda), a elasticidade dos salários (nominais) em relação a uma variação da demanda efetiva (medida em moeda), a elasticidade da demanda efetiva em relação a uma variação da quantidade de moeda e a elasticidade dos preços nominais esperados em relação a uma variação da quantidade de moeda.²⁶ A relação entre estas elasticidades permite a generalização da Teoria Quantitativa da Moeda, tema que tampouco trataremos aqui.

²⁴ Ver o Anexo II para a dedução desta expressão, que decorre da anterior mas supõe que o produto O é função do nível de emprego N , isto é, incorpora a função de produção.

²⁵ Por exemplo, num ensaio intitulado “J. M. Keynes’ theory of effective demand: correcting the mathematical errors of P[aul] Davidson, V[ictoria] Chick, J[ohn] Nevile, D[aniel] Fusfeld, et al”, Brady argumenta que se $e_o = 1$, o lucro $P = 0$, e o lócus $D=Z$ (que na sua concepção é a curva de oferta agregada) é uma reta de 45° que sai da origem. Para Brady, neste caso as curvas D , Z , custo médio total e o lócus $D=Z$ coincidem. Por outro lado, se os retornos forem decrescentes, isto é, se $\psi''(N) < 0$, temos $\frac{1-e_o}{e_e} > 0$ e conseqüentemente $e_o > 1$. Neste caso,

segundo o autor, a curva é estritamente convexa, e se distancia com inclinação positiva da curva de custo médio total. Ver Brady (2004, p. 470) e Brady (2006, p. 100).

²⁶ Respectivamente: $e'_{pr} = \frac{dp^E_{wr}}{dD^{EF}_{wr}} \times \frac{D^{EF}_{wr}}{p^E_{wr}}$; $e^E_p = \frac{dp^E}{dD^{EF}} \times \frac{D^{EF}}{p^E}$; $e_w = \frac{dW}{dD^{EF}} \times \frac{D^{EF}}{W}$;

$e_d = \frac{dD^{EF}}{dM} \times \frac{M}{D^{EF}}$; $e = \frac{dp^E}{dM} \times \frac{M}{p^E}$. Ver Keynes (1936, pp. 284- 285 e p. 305).

II - Dillard (1948)

Este livro é uma exposição da teoria econômica de John Maynard Keynes

O tema deste livro é a teoria econômica de Keynes, e não a teoria keynesiana

A idéia básica que está por trás deste livro é a necessidade de expor de forma simples e completa as idéias de um homem que supera todos os demais como principal arquiteto de uma Nova Teoria Econômica

Dillard, 1948, prefácio

Segundo King (1994), o primeiro keynesiano que deu importância explícita ao Princípio da Demanda Efetiva e simultaneamente expôs a argumentação de Keynes por meio de gráficos foi Dudley Dillard, no livro intitulado *The Economics of John Maynard Keynes – The Theory of a Monetary Economy*, publicado em 1948.

A proposta de Dillard é expor a teoria de Keynes enfatizando “as forças que determinam o volume da demanda efetiva, cuja insuficiência gera desemprego e cujo excesso causa inflação” (Dillard, 1948, p.vii). Sua exposição segue a mesma ordenação de temas da *Teoria Geral* e incorpora reafirmações ou modificações feitas por Keynes nos artigos publicados depois de 1936. Dillard ressalta que seu livro limita-se à teoria de Keynes, isto é, que procura não confundir as idéias de Keynes com o que se convencionou denominar “teoria keynesiana” (ou *New Economics*, o termo que na época identificava keynesianos em geral).

Para Dillard as idéias fundamentais de um autor não se confundem com a forma pelas quais estas idéias se expressam, embora a forma em que são apresentadas seja importante. No caso de Keynes, Dillard destaca cinco idéias fundamentais:

- (i) a teoria de Keynes é uma teoria geral com duplo sentido: porque procura explicar os determinantes de qualquer nível de emprego (isto é, do pleno emprego, desemprego amplo ou qualquer nível intermediário), e porque está referida ao sistema econômico como um todo e não apenas a alguns setores específicos;
- (ii) é uma teoria monetária, isto é, confere importância à moeda pelo fato da renda ou riqueza em volume superior ao necessário para o consumo poder ser mantida de diversas formas (entesouramento, aplicações financeiras ou aplicações produtivas), e de cada uma delas ter determinantes e principalmente conseqüências diferentes;
- (iii) é uma teoria que se sustenta na concepção de que os juros são o prêmio por abrir mão da liquidez - e não o prêmio pelo adiamento do consumo;
- (iv) é uma teoria em que a flutuação do investimento é tida como uma das principais causas do desemprego; e
- (v) é uma teoria na qual a incerteza sobre o futuro desempenha um papel crucial pois explica as formas de retenção da riqueza, a razão pela qual existe preferência pela liquidez e os motivos pelos quais o investimento (e conseqüentemente o nível de emprego) está sujeito a flutuações.

Dillard oferece um resumo preliminar da *Teoria Geral* no terceiro capítulo do seu livro, como uma “visão panorâmica do conjunto da teoria antes de apresentar detalhadamente suas partes individuais” (Dillard, 1948, p. 28). Neste mesmo capítulo o autor apresenta alguns dos “termos especiais” usados por Keynes.

O primeiro destes termos especiais é justamente o Princípio da Demanda Efetiva. De acordo com o autor,

the adjective "effective" is used to designate the point on the aggregate demand curve where it is intersected by the aggregate supply curve. There are other points on the aggregate demand curve but these are not effective in determining the actual volume of employment. "Effective" is also helpful in emphasizing the distinction between mere desire to buy and desire plus ability to buy. Only the latter has economic significance. (Dillard,

1948, nota 1, p. 29).

Para Dillard, o núcleo do Princípio da Demanda Efetiva baseia-se na concepção de que a demanda efetiva se manifesta no dispêndio da renda e na suposição de que uma parte deste dispêndio (o consumo) não cresce tanto quanto a renda, de modo que é preciso haver outro tipo de dispêndio que cubra a diferença. A soma dos dois tipos constitui a demanda agregada e o fato do emprego total depender desta demanda agregada significa que o desemprego resulta da insuficiência (ou deficiência) de demanda.

O autor distingue a demanda pelos bens produzidos por uma firma específica (ou por um determinado setor) da demanda agregada. Na primeira, estabelece-se uma relação entre diferentes quantidades demandadas e seus respectivos preços, mas no caso da demanda agregada não existe uma unidade de medida capaz de reunir bens de naturezas diferentes. Argumenta que por este motivo é preciso haver uma unidade de medida agregada, e explica que a unidade utilizada por Keynes é a quantidade de trabalho: o “preço da demanda agregada pelo produto produzido por qualquer quantidade dada de trabalho é a soma total em moeda ou o rendimento [*proceeds*] que se espera receber da venda do produto gerado por aquela quantidade dada de trabalho” (Dillard, 1948, p. 30).

A relação entre os rendimentos esperados da venda do produto e a quantidade de trabalho empregada na produção deste produto é a função demanda agregada (designada por *DD* na Figura 1, côncava em relação à abscissa, que mede o nível de emprego). Dillard explicita que *DD* se refere a rendimentos esperados e ressalta que a curva é positivamente inclinada (representando a concepção de que quando o nível de emprego aumenta, tanto a produção quanto os rendimentos esperados aumentam).²⁷ Embora não ofereça uma explicação para sua concavidade, King (1994, p. 7) sugere que ela reflete a forma da função consumo, ou seja, supõe que a propensão marginal a consumir varia com a variação da renda

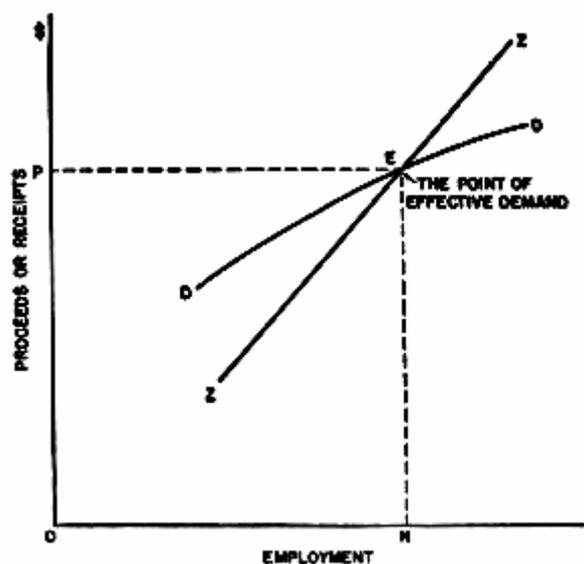
A função oferta agregada (*ZZ*), por sua vez, descreve a concepção de que a produção é motivada pelo lucro e que há um certo montante mínimo necessário de rendimentos [*proceeds*] para induzir os empregadores a contratar mão de obra. O “preço mínimo” ou “rendimento mínimo” suficiente para induzir um dado nível de emprego é o preço de oferta agregada deste montante de emprego (Dillard, 1948, p. 31), e a função *ZZ* é a relação entre, de um lado, estes montantes mínimos e, de outro lado, as respectivas quantidades de mão de obra (ou níveis de emprego). A função também é positivamente inclinada, representando a concepção de que se os rendimentos aumentam o volume de mão de obra empregada é maior, mas não há referência ao caráter expectacional destes rendimentos. Na figura 1 *ZZ* é linear e também neste caso ele não explica por que.²⁸

Embora não explique as razões pelas quais *DD* é côncava em relação ao nível de emprego e *ZZ* é linear, Dillard ressalta que as duas curvas não têm a mesma inclinação, e por isso é possível considerar que para determinados níveis de emprego os rendimentos esperados serão superiores aos rendimentos necessários e que para outros a relação será inversa. O nível de emprego para o qual os rendimentos esperados são iguais aos rendimentos necessários corresponde ao ponto no qual a função demanda agregada é interceptada pela função oferta agregada. Este é o ponto de demanda efetiva, que corresponde à maximização dos lucros esperados - mas não corresponde necessariamente ao pleno emprego.

²⁷ A inclinação positiva é outra diferença entre a demanda agregada e a demanda por um produto específico, que é decrescente para indicar que a quantidade desejada e/ou vendida varia inversamente com o seu preço.

²⁸ King (1994, p. 7) observa que *ZZ* tem um intercepto horizontal positivo (sem fazer referência ao intercepto de *DD*) mas isso não está explícito na figura do livro de Dillard. Curiosamente, na edição brasileira (ed. Pioneira, 1982), há uma nota de rodapé do tradutor (Albertino Pinheiro Júnior) explicitando que a “curva” *ZZ* é retilínea. Esta observação inexistia na obra original em inglês.

Figura 1 - Dillard (1948, p. 30)



Seguindo a interpretação de Keynes, Dillard considera que a lei de Say (“a oferta cria sua própria demanda”), se descrita numa figura como a anterior, implicaria na igualdade entre as curvas *DD* e *ZZ* – isto é, na sobreposição delas.

Ainda no mesmo terceiro capítulo Dillard apresenta uma outra figura (a cruz keynesiana com a reta de 45°). O raciocínio que lhe dá origem é o que segue: o nível de emprego depende da demanda e a demanda total é igual à renda total, que por sua vez é igual ao valor do produto total (composto por bens de consumo e bens de investimento²⁹). Se o produto é medido na ordenada e a renda (que é igual ao produto) na abscissa, a reta de 45° marca apenas os pontos em que a renda se iguala ao produto para qualquer valor do produto (Dillard, 1948, nota 3, p. 35). O autor afirma que a reta de 45° não é a representação da função oferta agregada, que “Keynes supõe dada” (Dillard, 1948, p. 35) e “sobre a qual não há muita novidade” (Dillard, 1948, p. 33) – razão pela qual “a essência da teoria de Keynes está na sua análise da função demanda” (Dillard, 1948, p. 33), sendo que a tese de Keynes é a de que “o emprego é determinado pela demanda agregada, que por sua vez depende da propensão a consumir e do montante de investimento” (Dillard, 1948, p. 35). De fato, o raciocínio que gera sua reta de 45° não se refere a qualquer função oferta pois deriva da igualdade entre renda, demanda e produto.³⁰

Por outro lado, “uma vez que o nível de emprego tem uma correlação unívoca com a renda” (Dillard, 1948, p. 35), a abscissa pode medir renda em vez de emprego. Assim, na Figura 2, o valor do produto (ou da oferta) é medido na ordenada e a renda (em substituição ao nível de emprego) é medida na abscissa.³¹

²⁹ Dillard reconhece que a subdivisão pode ser mais ampla, mas argumenta que esta classificação segue a proposta por Keynes.

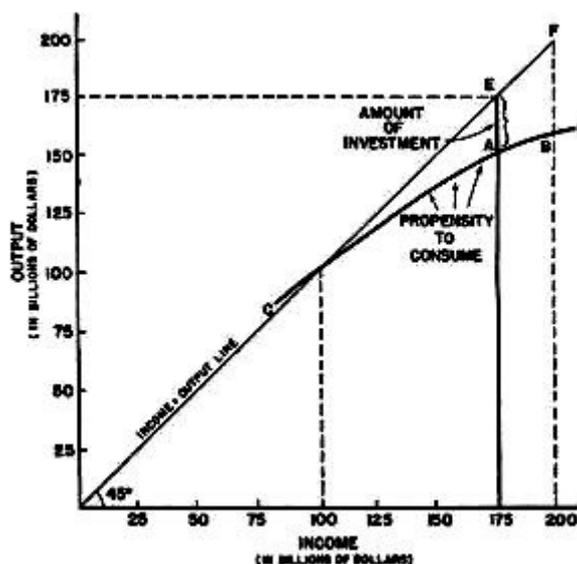
³⁰ Renda e produto se igualam por definição (ou por construção) mas a igualdade com a demanda agregada representa a condição de equilíbrio.

³¹ Esta alteração não é trivial, pois requer uma função intermediária (a função de produção) e uma unidade de medida, e não passou despercebida por Klein: “ao transformar renda em emprego (p. 35) o problema dos preços não deve ser negligenciado. Funções de produção são definidas em unidades físicas; este ponto pode ser melhor esclarecido mediante o desenvolvimento de um modelo matemático completo e bem definido.” (Klein, 1949, p. 1293).

Dillard destaca que a Figura 2 difere de figuras semelhantes por medir o produto na ordenada e por isso sugere que talvez fosse melhor considerar que a ordenada descreve a “demanda por produto.” (Dillard, nota 2, p. 35).³²

Na Figura 2 a curva *CC* representa a função consumo e o ponto onde *CC* intercepta a reta de 45° equivale à igualdade entre consumo e renda (e produto) – o que significa que neste ponto o investimento é nulo.

Figura 2 - Dillard (1948, p.34)



A forma da curva *CC* descreve a suposição de que o consumo aumenta menos do que a renda, e a diferença entre a renda e o consumo representa o montante de investimento que deve ocorrer para que o volume de emprego se sustente. Nas palavras de Dillard, isto “ilustra o princípio de que o nível de emprego não pode aumentar a não ser que o investimento aumente” (Dillard, 1948, p. 37).

É importante chamar a atenção para o fato de Dillard considerar que o ponto *E* (o ponto de demanda efetiva) não é o ponto onde a curva *CC* intercepta a reta de 45° e sim o ponto onde “o volume de investimento é igual à distância entre esta reta e a função consumo *CC*” (Dillard, 1948, p. 35). Em outras palavras, Dillard considera o investimento como a diferença entre a renda e o consumo, o que equivale a considerar D_2 como residual.³³

A figura 2 é acompanhada de um exemplo numérico que sustenta o argumento da propensão a consumir inferior a 100%. Isto é, se os empresários contratarem trabalhadores para produzir bens de consumo e a renda decorrente desta produção não for totalmente gasta em bens de consumo (já que o consumo aumenta menos do que a renda) nem houver um montante adequado de investimento, os empresários terão prejuízo, pois “os rendimentos recebidos pelos empresários serão menos do que o suficiente para cobrir os custos totais (o preço de oferta agregada) do nível de emprego mais alto” (Dillard, 1948, p. 37). Nesta passagem

³² Em vários manuais de macroeconomia que apresentam a cruz keynesiana com a reta de 45°, a ordenada mede a demanda agregada (e cada um de seus componentes *C*, *I* e eventualmente *G*) e a abscissa mede a renda (que por construção é considerada igual ao produto).

³³ Na figura de Dillard, o nível de pleno emprego está previamente determinado, e corresponde à renda ou produto de US\$ 175 bilhões. A figura serve para mostrar qual é o nível de investimento necessário para que esta renda seja alcançada, dadas a função consumo e a propensão a consumir.

Dillard explicita a concepção de que os custos totais e o preço de oferta agregada são conceitualmente equivalentes – o que, segundo De Jong (1954) torna a interpretação de Dillard inconsistente.³⁴

No final deste terceiro capítulo Dillard apresenta as proposições formalizadas de Keynes como um resumo geral. Sua transcrição integral permite verificar que sua interpretação de D_2 (o dispêndio em investimento) é residual.³⁵

1. Total income depends on the volume of total employment;
2. According to the propensity to consume, the amount of expenditure for consumption depends on the level of income, and therefore on total employment (from no. 1 above);
3. Total employment depends on total effective demand (D), which is made up of two parts: (a) consumption expenditure (D_1) and (b) investment expenditure (D_2). ($D = D_1 + D_2$);
4. In equilibrium, the aggregate demand (D) is equal to the aggregate supply (Z). Therefore, aggregate supply exceeds the effective demand for consumption by the amount of the effective demand for investment. ($D = D_1 + D_2$, or $D_2 = D - D_1$. Since $D = Z$, therefore $D_2 = Z - D_1$);
5. In equilibrium, aggregate supply is equal to aggregate demand, and aggregate demand is determined by the propensity to consume and the volume of investment. Therefore, the volume of employment depends on (a) the aggregate supply function, (b) the propensity to consume, and (c) the volume of investment;
6. Both the aggregate supply function, which depends mainly on physical conditions of supply, and the propensity to consume are relatively stable, and therefore fluctuations in employment depend mainly on the volume of investment;
7. The volume of investment depends on (a) the marginal efficiency of capital and (b) the rate of interest;
8. The marginal efficiency of capital depends on (a) the expectations of profit yields and (b) the replacement cost of capital assets;
9. The rate of interest depends on (a) the quantity of money and (b) the state of liquidity preference. (Dillard, 1948, pp 48 e 50).

No que se refere à formalização algébrica, pode-se dizer que Dillard é bastante parcimonioso. Apresenta uma explicação didática sobre as diferentes medidas de propensão a consumir, acompanhada de figuras e exemplos numéricos³⁶ e do multiplicador do investimento³⁷, mas não há qualquer referência à função de produção, à função emprego ou às várias medidas de elasticidade apresentadas por Keynes nos capítulos 20 e 21 da *Teoria Geral*. Conforme identificado por King (1994), embora Dillard apresente uma interpretação razoavelmente fiel

³⁴ Considerar que os custos totais e o preço de oferta agregada são conceitualmente equivalentes (e que no ponto de demanda efetiva o preço de oferta deve ser igual ao preço de demanda) é inconsistente pois, de acordo com De Jong (1954) isto implica que também no ponto de demanda efetiva o preço de demanda é igual aos custos totais e consequentemente o lucro é zero, significando que os empresários não estão maximizando lucros. Esta crítica a Dillard é uma das questões que deu origem a um extenso debate em torno da relação entre a função Z e a reta de 45° - mas com referências mais diretas às interpretações de Patinkin (1949) e de Hansen (1953) do que à de Dillard (1948). É interessante observar, entretanto, que nem Dillard nem Hansen nem Patinkin – de acordo com o *The Economic Journal - Cumulative Index of Articles and Book Reviews - volumes 41-90 (1931-1980)*, publicado pelo próprio *Economic Journal* em 1983 - reagiram a estas críticas ou participaram da controvérsia neste periódico. Para um resumo do debate no *Economic Journal* ver King (1994) e Brady (1999c).

³⁵ Ver a quarta proposição.

³⁶ Ver Dillard (1948, nota 1, p. 48) sobre a propensão marginal a consumir dC/dY , a média da propensão marginal a consumir $\Delta C/\Delta Y$ e a propensão média a consumir C/Y .

³⁷ Ver Dillard (1948, nota 2, p. 86) sobre o detalhamento do cálculo do multiplicador do investimento dado por

$$\Delta Y = k\Delta I \text{ onde } k = \frac{1}{1 - \frac{\Delta C}{\Delta Y}}$$

do Princípio da Demanda Efetiva, o princípio “desaparece do restante de sua exposição” e “não cumpre nenhum papel importante no restante do livro”. (King, 1994, p. 7).

III - Hansen (1953)

O objetivo deste livro é ajudar e induzir os estudantes a lerem a *Teoria Geral*.

Este livro pretende servir, por assim dizer, como um guia tutorial

Ele não substitui [o livro de] Keynes

Hansen, 1953, prefácio

O livro de Alvin Hansen, intitulado *A Guide to Keynes* e publicado pela primeira vez em 1953, foi um sucesso comercial. (King, 1994, p. 11). A primeira frase do prefácio é explícita sobre seus objetivos: induzir e auxiliar os estudantes na leitura da *Teoria Geral*, servindo como um “guia”. Mas não dispensa a leitura do original, pois não deve ser visto como um substituto ao de Keynes, já que aponta e eventualmente corrige erros da *Teoria Geral*.

O Princípio da Demanda Efetiva é tratado no primeiro capítulo e revela, segundo o autor, um defeito fundamental da Lei de Say, que é o de confundir uma proposição inquestionável (a renda obtida por todos os fatores de produção deriva da receita da venda do produto produzido por estes fatores) com uma que está errada (todos os custos de produção serão cobertos pela receita da venda do produto). Ou seja, para Hansen a receita da venda do produto é o que permite o pagamento aos fatores de produção, mas esta receita não cobre necessariamente o custo de produção. Isto significa que a demanda agregada (consumo e investimento) pode não ser igual ao preço da oferta agregada [*aggregate supply price*]. (Hansen, 1953, p. 28).

Hansen descreve estas relações por meio de tabelas com exemplos numéricos, funções algébricas e figuras. Uma das funções é a função oferta agregada, que relaciona o preço de oferta agregada ao produto e outra é a função demanda agregada, que relaciona a receita de vendas [*sale proceeds*] ao produto. A intersecção destas funções determina um volume específico de produto para o qual a receita de vendas é igual ao custo agregado, mas este volume específico de produto pode não ser o de pleno emprego. (Hansen, 1953, p. 29).³⁸

De forma mais detalhada, Hansen considera que em qualquer ponto da função demanda agregada a demanda total D consiste de dois elementos: D_1 e D_2 . D_1 é a demanda por bens de consumo, que depende da renda real e é em última análise uma função do nível de emprego (pois a renda real – ou produto – varia no curto prazo com o volume de emprego). É o que Keynes denomina $\chi(N)$, ou seja, $D_1 = \chi(N)$. Por sua vez, D_2 é a demanda por bens de investimento.

Para Hansen, a função receita de vendas [*sale proceeds*] necessária para cobrir os custos da produção (incluindo lucros normais) de diferentes volumes de produto associados a diferentes quantidades de trabalho é a função que Keynes denominou de Z , o preço de oferta agregada do produto que emprega N trabalhadores, de modo que $Z = \phi(N)$. (Hansen, 1953, p. 30). Hansen supõe que a cada nível de Z associa-se uma dada quantidade de produto O e um dado nível de emprego N , mas não estabelece uma relação entre O e N (isto é, não explicita uma função de produção) a não ser por duas afirmações genéricas:

- “... consumption is a function of real income, or output, O , and therefore also a function of N , the employment associated with a given output” (Hansen, 1953, p. 30).
- “In order to call forth a certain output O and the employment N associated therewith, the aggregate demand D (that is, $D_1 + D_2$, in which D_1 stands for consumption and D_2 for investment outlays) would have to be sufficient so that the sale proceeds will cover the cost of output” (Hansen, 1953, p. 30).

Ou seja, para Hansen, o volume de produto O ou o nível de emprego N são substituíveis -

³⁸ Vale notar que Hansen não se refere a qualquer “ponto de demanda efetiva”.

Dillard substitui renda e nível de emprego. Além disso, também adota a concepção de D_2 como “resíduo”:

Thus at each level of O (and N), $D_1 + D_2$ must be equal to Z . Therefore, given the two functions $Z = \phi(N)$ and $D_1 = \chi(N)$, it follows that the varying quantities of D_2 required to call forth each level of output O and employment N is the difference between Z and D_1 at each point in the schedule. Thus $D_2 = \phi(N) - \chi(N)$. (Hansen, 1953, pp. 30-31)

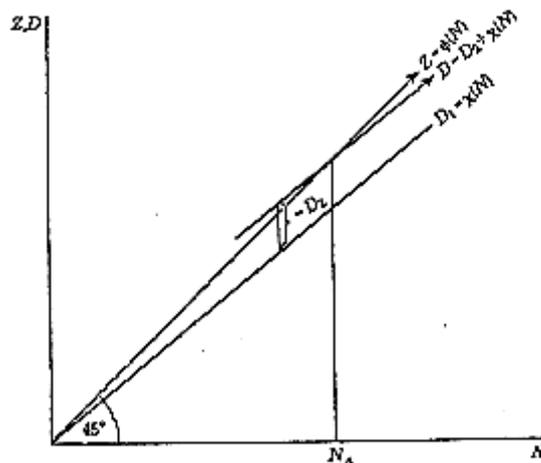
Esse raciocínio está descrito na Figura 3, na qual o nível de emprego realizado N_A [realized employment] é determinado pela intersecção entre a função demanda agregada $D = \chi(N) + D_2$ e a função oferta agregada $Z = \phi(N)$. Ressalte-se que a função $Z = \phi(N)$ é linear, parte da origem, e tem um ângulo de inclinação de 45° , mas Hansen não explicita as razões disto.

Embora formalmente Hansen faça D_2 ser dependente de N (ou de O) – já que escreve $D_2 = \phi(N) - \chi(N)$, ele ressalta que D_2 é função de fatores exógenos e não de N ou de O . Na verdade, Hansen segue a redação de Keynes mas alerta que “uma vez que D_2 não é determinado por N , D não é determinado por N ” (Hansen, 1953, p. 31). Por este motivo conclui que Keynes errou ao escrever $D = \phi(N)$.

Como este é um elemento central na interpretação de Hansen, vale a pena citar o trecho:

... it is an error to say that D is a function of N . Z (not D) is a function of N , that is, $Z = \phi(N)$; and D_1 is a function of N , that is, $D_1 = \chi(N)$. Now $D_2 = \phi(N) - \chi(N)$. Indeed to make $D = \phi(N)$ when $Z = \phi(N)$ would be the same as saying that the Aggregate Demand function is identical to the Aggregate Supply function, in other words, Say's Law... (Hansen, 1953, p. 32).³⁹

Figura 3 - (Hansen, 1953, p. 31)



Hansen sugere uma correção. Para o autor, a demanda agregada deveria ser descrita por $D = \chi(N) + D_2$, argumentando que desta forma a determinação exógena de D_2 fica explícita, uma vez que D_2 é determinado principalmente pelas mudanças na tecnologia e pelo crescimento da população, estando sujeito, no curto prazo, “a toda espécie de especulações” (Hansen, 1953, p. 32) e portanto não cobre, necessariamente, a diferença entre $\chi(N)$ e $\phi(N)$.⁴⁰

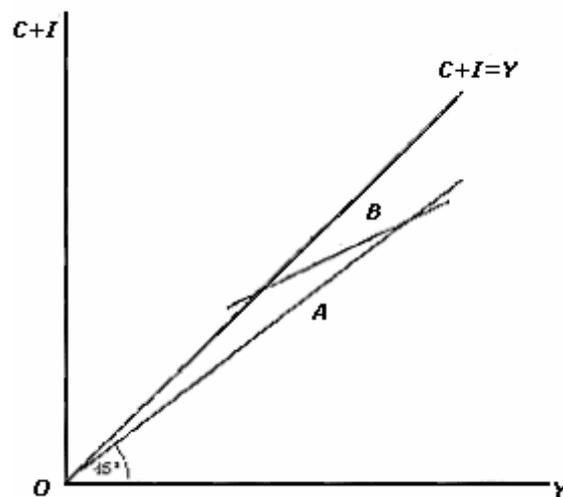
³⁹ Esta concepção do investimento como residual e a conseqüente conclusão de Hansen é criticada por Robertson (1955). Segundo este autor, Hansen interpreta a relação $D_1 + D_2 = D = \phi(N)$ como uma definição, e não como uma condição de equilíbrio, “equivalente exata à condição de Hansen de que $D_1 + D_2 = D = Z$ ” (Robertson, 1955, nota 2, p. 474).

⁴⁰ É interessante mencionar que Hansen considera que embora D_2 não seja determinado por N , é parcialmente determinado por variações de N – que é a concepção do acelerador.

Hansen apresenta uma segunda figura que é construída com base na hipótese de que N (emprego), O (produto) e Y (renda real) flutuam juntos no curto prazo, de modo que $D_1 = \chi(N)$ pode ser escrito como $C = C(Y)$.

Esta figura – que é uma versão mais popular da cruz keynesiana da reta de 45° do que a sua figura anterior – descreve duas funções consumo. Uma delas (a função A) parte da origem e caracteriza a igualdade entre a propensão marginal a consumir dC/dY e a propensão média a consumir C/Y . A outra (a função B) tem um intercepto positivo que corresponde ao consumo autônomo e descreve a desigualdade entre as propensões marginal e média.⁴¹

Figura 4 - (Hansen, 1953, p. 34)



Por fim, é interessante observar que Hansen não utiliza a expressão “demanda efetiva” como distinta de “demanda agregada” – no índice ao final do seu livro o verbete “effective demand” remete ao verbete “aggregate demand”.⁴² Além disso, na sua análise dos capítulos 20 e 21 da *Teoria Geral* apresenta um resumo das relações entre as elasticidades elaboradas por Keynes, sem dar qualquer destaque seja à função emprego, seja à curva ou à função oferta agregada.

⁴¹ King (1994) chama a atenção para a semelhança entre a Figura da página 31 de Hansen (1953) – a Figura 3 deste texto - e o modelo convencional (da reta de 45°), embora a abscissa no de Hansen meça o nível de emprego enquanto a da análise convencional meça a renda. Além disso, explicita que Hansen não faz referência às expectativas – isto é, em sua análise D representa as vendas realizadas.

⁴² A edição brasileira não tem índice.

IV - Chick (1983)

Este é um livro sobre outro livro: *A Teoria Geral do Emprego, dos Juros e da Moeda* de J. M. Keynes.

...Concebi este livro como um auxílio para a compreensão da *Teoria Geral* ... um exercício de restauração ... para que o objeto original possa ser visto.

Chick, 1983, prefácio

O título do livro de Victoria Chick tem um duplo sentido que se perdeu na tradução para o português. A expressão “after” em “Macroeconomics after Keynes” não é apenas “após” cronologicamente, mas é também “segundo”, isto é, “de acordo com Keynes”. Trata-se, conforme o sub-título, de uma reconsideração da *Teoria Geral* que procura “lançar uma nova luz sobre o livro de Keynes” e encorajar sua reintrodução no ensino de economia. A organização do livro de Chick não segue exatamente a mesma seqüência da obra analisada, mas no final do prefácio a autora fornece a correspondência de temas entre os capítulos do seu livro e os da *Teoria Geral*.

O Princípio da Demanda Efetiva é tratado no quarto capítulo, que começa com a avaliação de que Keynes escolheu termos confusos e não os utilizou de forma coerente – a “armadilha semântica” a que fizemos referência na Introdução a este trabalho. Para Chick, os termos “demanda agregada” e “demanda efetiva” são muito semelhantes mas referem-se a conceitos bem diversos; além disso, “demanda agregada” tem dois significados diferentes.

A autora esclarece que genericamente a “demanda agregada” relaciona, de um lado, os gastos (que variam com a variação da renda), e de outro, os níveis de emprego (associados aos diferentes níveis desta renda). Mas os gastos podem ser interpretados como sendo a soma do consumo e do investimento planejados por parte dos consumidores e investidores, ou como a estimativa (expectativa) da soma do consumo e do investimento, calculada pelos empresários quando decidem produzir (e contratar mão de obra).

Por outro lado, Chick ressalta que a “demanda efetiva” não é uma relação e sim um ponto sobre a curva de demanda agregada, que identifica o volume de produção que os empresários decidem produzir, avaliado ao preço demandado (pelos empresários) igual ao valor das vendas esperadas. Trata-se, segundo a autora, de um “termo infeliz” - uma “armadilha semântica” a que Keynes não deu muita importância. (Chick, 1983, p. 64).

A representação gráfica adotada por Chick encontra-se reproduzida na Figura 5. A função D (denominada D^e para identificar seu caráter expectacional) é côncava em relação à abscissa (que mede o nível de emprego) e não passa pela origem. Sua inclinação depende da propensão marginal a consumir, que é inferior à unidade. Como a inclinação de Z é a unidade (sob o pressuposto de concorrência perfeita e rendimentos constantes), a função D (supondo que o investimento é dado) corta a função Z “por cima”, de acordo com as figuras tradicionais do modelo $Z-D$.⁴³ Para a autora, a função demanda agregada é na verdade mais complexa do que

⁴³ Esta descrição não corresponde fielmente ao raciocínio desenvolvido por Chick, que na verdade desconsidera a formulação original de Keynes – a de que $D_1 = \chi(N)$ - e sugere que a função consumo (um dos componentes da demanda agregada) pode ser escrita de três maneiras diferentes:

(a) $C = \chi(Y) = C(Y)$ ou

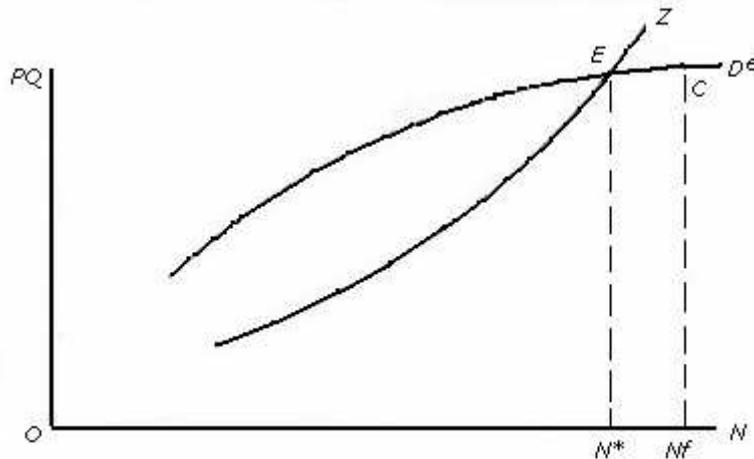
(b) $C_W = \chi(Y_W) = C_W(Y_W)$ ou ainda

(c) $C = C(N)$.

As duas primeiras relacionam o consumo à renda e são equivalentes (isto é, a primeira equivale ao valor nominal do consumo, a segunda ao valor real, medido em unidades de salário). A inclinação delas depende da propensão marginal a consumir, que é inferior à unidade. Como a inclinação de Z_W é a unidade (sob o pressuposto de concorrência perfeita e rendimentos constantes), a função D_W (supondo que o investimento é dado) corta a função Z_W “por cima”, de acordo com a Figura 5.

a função oferta agregada. Uma das razões decorre da função representar as estimativas (expectativas) de vendas, o que conseqüentemente exige uma proposição sobre como estas expectativas são formadas. Outra razão deriva da necessidade de especificar a função em termos reais. Enquanto a primeira dificuldade é contornada com o pressuposto de que as expectativas de curto prazo são sempre cumpridas, a segunda é resolvida com o expediente de “deflacionar” os valores nominais pela unidade de salário - mas Chick alerta que isto só é possível quando não há inflação de preços nem variação de salários relativos.

Figura 5 - Chick (1983, p. 63)



A função Z, por sua vez, é convexa em relação à abscissa e tampouco passa pela origem. Sua forma é determinada pelos custos de produção, pelo grau de monopólio e pela composição setorial do produto. A autora justifica a função Z não passar pela origem pelo fato de que embora “seja verdade que não há produto se não houver emprego, o argumento não é suficiente” (Chick, 1983, nota 10, p. 98). Chick, no entanto, não oferece qualquer outro argumento para esta questão específica.

É importante destacar que dos três intérpretes de Keynes analisados até agora, Chick é a que mais explicitamente trata da forma (inclinação), tanto da função demanda (conforme visto acima) quanto da função oferta (conforme se verá em seguida). É provável que o detalhamento tenha sido influenciado pelos vários debates que antecederam seu livro, em

Mas a inclinação de $C = C(N)$ – que está em valores nominais – pode, segundo Chick, superar a unidade. Seu argumento é que quando o nível de emprego aumenta, os preços tendem a aumentar, e o consumo em termos nominais aumenta mais do que em termos reais. Assim, sugere que o consumo deve ser medido em unidades de produto, ou seja, em termos reais, de modo que no lugar de $C = \chi(Y)$ se escreva $C = C_O = \chi(Y_O)$ – onde o subscrito O representa a divisão da variável em questão por O . Deflacionando pelo salário real W/p a expressão

assume a forma $\frac{C}{W/p} = C_W = \frac{C_O}{W/p} = \chi\left(\frac{Y_O}{W/p}\right)$ ou $C_W = pC_O / W = \chi(pY_O / W)$.

Em seguida, Chick recorre à sugestão de Keynes de que quando a unidade de salário se modifica, o gasto em consumo para um dado nível de emprego se modifica na mesma proporção (cf. Keynes, 1936, p. 92), ou seja, que $\Delta W = \Delta p C_O$ de modo que C_W não se altera quando W se altera. A alternativa à suposição de que $\Delta W = \Delta p C_O$ é a suposição de que o salário real é rígido. O raciocínio da autora é um tanto tortuoso e além de não resolver o problema de fazer o consumo ser função do nível de emprego, tampouco demonstra que nesta formulação a inclinação da função D é menor do que a unidade – pois isto já está “dado” pela sugestão de Keynes de que $\chi' < 1$. Ver Chick (1983, pp. 105-106). O problema das unidades na representação gráfica também é uma dificuldade das abordagens de Wells e Ambrosi, como veremos.

torno destas questões.

Chick sugere que a função Z seja descrita por $Z = \frac{\eta}{\eta - 1} \times \frac{W}{PMg_N} \times PMe_N \times N$ (em termos nominais) ou por $Z_w = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot \frac{PMe_N}{PMg_N} \times N$ (em termos reais). Ela é construída supondo-se

- i. curto prazo (de modo que o trabalho é o único fator de produção variável),
- ii. que as firmas atuam em concorrência imperfeita (de modo que o preço não é igual à receita marginal); e
- iii. que não há alterações na composição do produto ou da demanda (isto é, da relação entre consumo e investimento).⁴⁴

No que se refere à função de produção, que é o ponto de partida para a construção da função Z , Chick avalia situações alternativas:

- a. rendimentos crescentes a taxas decrescentes;
- b. rendimentos crescentes a taxas constantes;
- c. rendimentos constantes;⁴⁵

No primeira situação o produto médio O/N e o produto marginal dO/dN caem quando a produção aumenta; o produto médio é maior que marginal e cai mais vagarosamente do que o

marginal e a relação entre o produto médio e o marginal $\frac{\frac{O}{N}}{\frac{dO}{dN}} = \frac{O}{N} \times \frac{dN}{dO}$ aumenta quando o

volume de emprego aumenta. Isto é o que explica, segundo a autora, a forma da função Z na Figura 5.⁴⁶

Na segunda alternativa, em que os retornos são crescentes a taxas constantes (o que significa igualdade entre produto médio O/N e produto marginal dO/dN), a função Z é uma reta com inclinação W .

No terceiro caso, em que os rendimentos são constantes, a inclinação da reta é a unidade.⁴⁷

Chick propõe que embora o salário W seja dado, pode assumir diferentes valores e que para cada nível de salário W_i haverá uma função Z_i , ou seja, que há uma família de funções Z , em

⁴⁴ Ver Chick (1983, p. 66), onde a autora constrói a função Z a partir da função de produção agregada e Chick (1983, p. 88) onde considera o caso mais geral de concorrência imperfeita e a relação entre preço, receita marginal e elasticidade-preço da demanda. A sistematização destes hipóteses encontra-se no Anexo III.

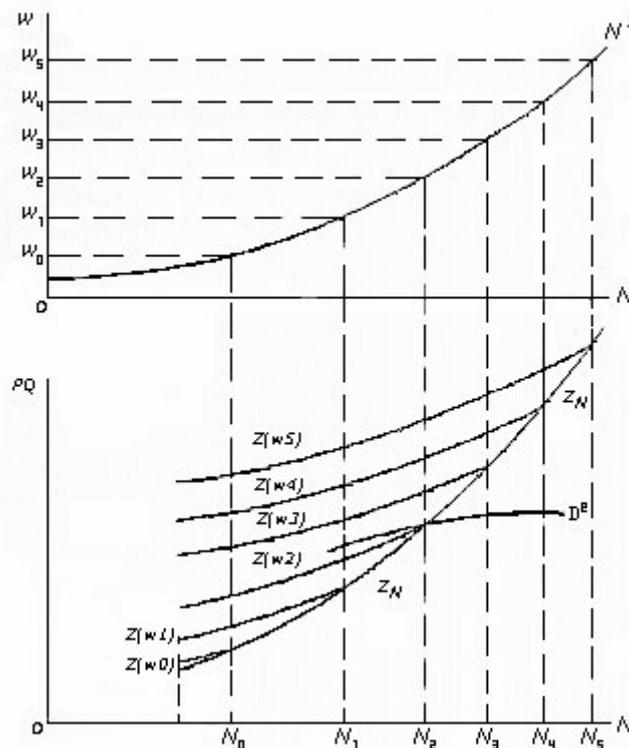
⁴⁵ O segundo e o terceiro casos são contemplados na *Teoria Geral*. Ver Keynes (1936, nota 2, p. 55). Ver os Anexos III, IV, V e VI.

⁴⁶ A relação entre o produto médio e o marginal é uma variante do que Keynes denominou elasticidade-emprego (o coeficiente que mede a relação entre a variação proporcional do número de unidades de trabalho empregadas dN/N e a variação do número de unidades de salário que se espera que serão gastas na compra do produto seu produto dD^{EF}_w/D^{EF}_w), sob o pressuposto de que $O = D^{EF}_w$ e portanto $O/N \times dN/dO$ equivale a $dD^{EF}_w/N \times dN/D^{EF}_w$. Ver Keynes (1936, p. 282) e a seção I deste texto.

⁴⁷ É importante chamar a atenção para uma crítica de Brady, para quem o problema na formulação de Chick não reside na generalização proposta pela autora (pois esta generalização comporta o caso particular de concorrência perfeita e rendimentos constantes adotado por Keynes), e sim na construção de Chick, de considerar $Z = pO$. O argumento de Brady é que $Z = P^E + WN$ (onde P^E representa lucros esperados) enquanto $D = pO$. O autor repete esta crítica em várias ocasiões, mas em todas elas parece desconsiderar que a igualdade que critica ($Z = pO$) equivale à igualdade entre D e Z , isto é, à demanda efetiva - que é o ponto de partida para sua própria construção da curva de oferta agregada (distinta da função oferta agregada), para a qual ele iguala $pO = P^E + WN$ (como se verá adiante).

que cada Z_i é dependente da relação entre o produto médio e o produto marginal. As várias funções Z estão descritas no quadrante inferior da Figura 6, em que cada função está referida a um dado nível de salário. O limite inferior de cada curva corresponde ao valor mínimo do preço de oferta necessário para que o empresário decida produzir, dado aquele nível de salário; à medida que este preço de oferta aumenta, e para o mesmo nível de salário, o nível de emprego aumenta, que é o que explica Z ser positivamente inclinada, enquanto a convexidade de cada uma das curvas registra o pressuposto de que os rendimentos são crescentes a taxas decrescentes. O limite superior de cada curva, por sua vez, corresponde à impossibilidade de aumentar o nível de emprego sem aumentar também o salário; para Chick, trata-se do pleno emprego para aquele nível de salário – descrito pela função oferta de trabalho do quadrante superior da Figura 6.

Figura 6 - Chick (1983, p. 93)



Uma observação importante destacada por Chick é que a função Z “deflacionada” pela unidade de salário ($Z_W = Z/W$) equivale à função oferta agregada em termos reais. A autora argumenta que este procedimento (o cálculo de Z_W) é necessário pois embora a função oferta agregada possa ser descrita em termos nominais (Z), já que as firmas buscam lucros nominais, a função demanda agregada precisa ser descrita em termos reais, pois quem consome (ou investe) não tem por objetivo “gastar dinheiro” e sim obter bens. (Chick, 1983, p. 51). Portanto, é preciso “traduzir” as funções, isto é, colocar as duas funções nos mesmos termos (reais ou nominais), e ao mesmo tempo relacioná-las ao nível de emprego (e não ao nível de

renda). Assim, a função $\frac{Z}{W} = Z_W = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot \frac{PMe_N}{PMg_N} \times N$ deixa de depender do salário W – mas

isso não altera a forma convexa da função. Chick (1983, p. 70) argumenta que a forma convexa de Z ou Z_W não conflita com a formulação de Keynes (*Teoria Geral*, nota 2, p. 55) de

que a inclinação de Z_w é a unidade, pois Keynes supõe concorrência perfeita associada ao caso particular de rendimentos constantes.⁴⁸

Para concluir esta seção, importa ressaltar que para Chick a função Z_w com inclinação unitária não tem relação com a reta de 45° - cuja única utilidade, a seu ver, refere-se à discussão do multiplicador. Segundo Chick, traçar uma função de gasto (ou demanda) agregado ($C + I$) que intercepta a reta de 45° só permite perguntar se, para uma dada renda, a demanda agregada é igual, maior ou menor do que esta renda. (Cf. Chick, 1983, p. 255). Para a autora, o problema está relacionado ao fato do consumo ser fundamentalmente dependente da renda corrente enquanto que o investimento é fundamentalmente dependente da renda futura e esperada (além de depender das taxas de juros correntes). No entanto, como no capítulo 3 da *Teoria Geral* o investimento é tratado como exógeno (pois a taxa de juros só é tratada posteriormente), “a relação entre demanda e emprego é determinada pelo consumo” (Chick, 1983, p. 67).⁴⁹

Finalmente, cabe mencionar que a análise das várias elasticidades propostas por Keynes é feita em separado da discussão das características da função oferta agregada (ou da função de produção) – embora Chick ressalte que elas procuram responder à questão de como reagem o nível de produto (e emprego) e o nível de preços (e salários) a uma variação da demanda. Os valores extremos das elasticidades identificam o que seria o caso “clássico” e o que seria o caso “keynesiano”, mas neste ponto de seu livro, Chick não os relaciona com a inclinação da função Z .⁵⁰

⁴⁸ Cf. demonstrado no item VI.3 do Anexo VI, no caso particular da concorrência perfeita com rendimentos constantes e em valores reais $dZ_w/dN = 1$, o que está de acordo com a nota de rodapé da página 55 da *Teoria Geral*, que reproduzimos neste texto. O argumento original da autora, no entanto, é bastante confuso, conforme ela mesma reconhece posteriormente. Ver o argumento original em Chick (1983, p. 70 e nota 9 p. 80) e sua réplica a Nevile (1992) em Chick (1992). Ver também, de Brady, o ensaio intitulado “J. M. Keynes’ theory of effective demand: correcting the mathematical errors of P[aul] Davidson, V[ictoria] Chick, J[ohn] Nevile, D[aniel] Fusfeld, et al”, publicado em Brady (2004), principalmente as páginas 478-481 e 488) e o ensaio intitulado “A guide for economists who are having trouble reading chapter 3 of J. M. Keynes’ s General Theory”, publicado em Brady (2006), especialmente as páginas 130-131.

⁴⁹ Mas ela não reconhece que isto é justamente o que descreve o assim chamado “modelo keynesiano simples”, geralmente representado pela reta de 45° e uma função demanda agregada (linear ou côncava).

⁵⁰ Por exemplo: se uma elevação da demanda agregada se converte apenas numa elevação de preços, trata-se do caso “clássico”; se se converte integralmente numa elevação do produto real, trata-se do caso “keynesiano”. Ver Chick (1983, cap. 15).

V – Algumas tentativas de compatibilização

Não restam dúvidas de que as duas cruzes representam as idéias originais de Keynes – embora com grandes diferenças no grau de detalhamento.

A mais simples das representações – a cruz com a reta de 45° - é a que menos explicita os vários pressupostos necessários para que tenha esta forma. No texto acima, há três exemplos: as Figuras 2 (de Dillard), 3 e 4 (ambas de Hansen). Nas Figuras 2 e 4 a reta de 45° que passa pela origem representa uma condição de equilíbrio e na Figura 3 representa a função Z (o que implicitamente supõe concorrência perfeita e rendimentos constantes de escala). Todas elas são interceptadas por uma função demanda agregada que pode ser côncava (Figura 2 de Dillard), linear com inclinação inferior a 45° (Figuras 3 e 4 de Hansen), saindo ou não da origem. Qualquer que seja o caso, todas elas fazem referência à propensão média e/ou marginal a consumir. Em todas o produto é medido na ordenada, em unidades monetárias (produto em bilhões de dólares na Figura 2 de Dillard, Z e D na Figura 3 de Hansen, e $C+I$ na Figura 4, também de Hansen). Mas há diferenças no que se refere à variável medida na abscissa (renda em bilhões de dólares na Figura 2 de Dillard, emprego na Figura 3 de Hansen e renda novamente na Figura 4 de Hansen).

A cruz do modelo $Z-D$ está representada nas Figuras 1 de Dillard e 5 e 6 de Chick – embora a Figura 3 de Hansen também possa ser considerada como pertencente a esta “classe”. A função Z é linear na Figura 1 de Dillard e convexa nas Figuras 5 e 6 de Chick, sem passar pela origem. Ela pode representar a função oferta agregada com rendimentos constantes de escala quando linear, ou rendimentos decrescentes quando convexa. Em todas elas o produto nominal (unidades monetárias na Figura 1 de Dillard ou PQ nas Figuras 5 e 6 de Chick) está relacionado ao nível de emprego. Nos três casos a função D é côncava.⁵¹

As Figuras 2 e 3 têm em comum a concepção do investimento como “resíduo”, conforme destacado anteriormente, razão pela qual a cruz keynesiana com a reta de 45° tem sido “acusada” por uns de ser uma interpretação neoclássica (que ressuscita a lei de Say), e “defendida” por outros como sendo uma representação fiel das idéias de Keynes (e portanto do Princípio da Demanda Efetiva). No que segue, analisaremos três contribuições que ao invés de tomar partido de um dos lados da controvérsia, procuram não apenas compatibilizar as duas cruzes como também demonstrar que ambas são representações válidas da *Teoria Geral*.

V.1 - Wells (1962)

Wells identifica dois resumos conceitualmente diferentes e não relacionados no capítulo 3 da *Teoria Geral*, nos quais são usadas três relações macroeconômicas:

- i. uma função demanda agregada que representa a soma do gasto em consumo e em investimento $C + I$;
- ii. uma função oferta agregada Z que representa os rendimentos [*proceeds*] que os empresários exigem obter da venda da produção para que haja um dado nível de emprego); e
- iii. uma função rendimentos esperados [*expected proceeds*] D que representa os rendimentos [*proceeds*] que os empresários esperam obter da venda da produção, associados ao volume de emprego necessário para essa produção.

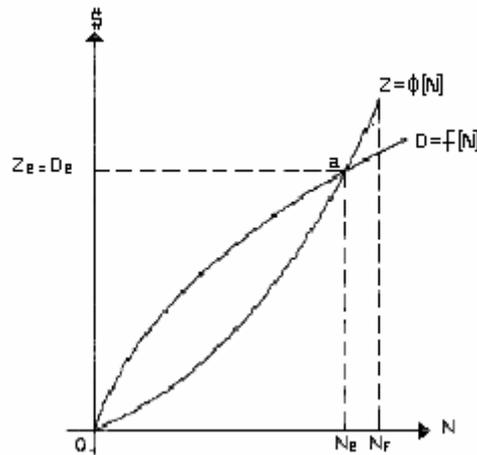
O primeiro resumo encontra-se no início do capítulo 3, onde Keynes apresenta a função oferta agregada $Z = \phi(N)$, a função demanda agregada $D = f(N)$ e a concepção de que ambas são

⁵¹ A Figura 3 de Hansen também pode ser interpretada como pertencente à “classe” dos modelos $Z-D$, na qual a função D é linear e a função Z é linear e passa pela origem.

crescentes, sendo que enquanto D for superior a Z , os empresários se sentirão incentivados a elevar o nível de emprego.⁵²

As duas funções estão representadas na Figura 7. Ambas partem da origem, D é côncava e Z é convexa em relação à abscissa (que mede o nível de emprego N).

Figura 7 - (Wells, 1962, p. 588)



Segundo Wells D é a função rendimentos esperados e designa os rendimentos que os empresários esperam receber da venda do produto resultante do emprego de um dado montante de trabalho. Adaptando a notação original do autor à notação utilizada neste texto, p^E é o preço esperado, O é o volume do produto e $D = p^E O$ é a função rendimentos esperados. As variáveis p^E , O e $D (= p^E \times O)$ dependem do nível de emprego N . Wells sugere considerar que p^E seja uma função decrescente de O (mas sem fornecer argumentos para isso), e portanto que seja inversamente relacionada a N – de modo que D é côncava em relação à abscissa. A concavidade de D decorre implicitamente da suposição de que a propensão marginal a consumir não é constante.

Z , por sua vez, é a função oferta agregada que relaciona o nível de emprego N ao rendimento medido em unidades monetárias (\$) e descreve os rendimentos mínimos que os empresários devem receber da venda da sua produção para que mantenham um determinado nível de emprego. Wells argumenta que para que seja possível estabelecer uma relação entre N e Z (medido em unidades monetárias), é preciso supor que não há problemas de agregação, que o sistema é de concorrência perfeita, que o produto marginal se iguale ao salário real, que o salário nominal é constante e que é possível produzir diferentes volumes de produto com um estoque de capital fixo e montantes variáveis de trabalho. Isto significa supor uma função de produção e Wells sugere que esta função de produção seja tal que a produtividade marginal do trabalho é crescente a taxas decrescentes – isto é, em que a primeira derivada seja positiva, a segunda negativa e a terceira é nula)⁵³ Além disso, explica que a curva é convexa em relação à abscissa para descrever a condição de que níveis mais altos de emprego exigem gastos e portanto receitas esperadas maiores. Finalmente, a função se torna indefinida para níveis de emprego superiores ao pleno emprego $[N_f]$.

⁵² Mas Wells considera que a denominação “demanda agregada” para a função $D = f(N)$ é infeliz, e sugere denominá-la função “rendimentos esperados”. Como vimos, a expressão “denominação infeliz” (Wells, 1962, p. 586) também foi usada por Chick (1983, p. 64).

⁵³ Trata-se da combinação dos casos V.1 e V.2 do Anexo V e seus equivalentes VI.1 e VI.2 do Anexo VI.

Wells considera que se os rendimentos esperados igualam as receitas realizadas (o que, segundo o autor é um pressuposto implícito de Keynes), os lucros esperados serão maximizados para o nível de emprego que iguala Z a D . Neste caso $D = p^E \times O = Z = W \frac{O}{PMg_N} = W \frac{\psi(N)}{\psi'(N)}$, o que implica $p^E = \frac{W}{PMg_N} = \frac{W}{\psi'(N)}$ (o preço se iguala ao custo marginal de produção) ou $\psi' = W/p^E$ (o produto marginal do trabalho se iguala ao salário real). O ponto onde Z se iguala a D é o ponto “a” na Figura 7 e a ele corresponde o nível de emprego de equilíbrio N_e .

O segundo resumo de Keynes – de acordo com Wells - encontra-se nas formalizações apresentadas na forma de oito proposições – das quais Wells destaca apenas as cinco primeiras. Estas também são representadas em uma figura – ver Figura 8 - cujo quadrante superior é a cruz keynesiana da reta de 45° e o quadrante inferior é a função oferta agregada Z (igualmente convexa em relação à abscissa, que mede o nível de emprego).

Esta representação, segundo o autor, é bem mais completa do que a anterior, pois descreve o que o próprio Keynes qualificou como sendo a essência da *Teoria Geral*, resumida na quinta proposição: “o volume de emprego em equilíbrio depende (i) da função oferta agregada [$Z = \phi(N)$]; (ii) da propensão a consumir χ ; e (iii) do volume de investimento D_2 .”⁵⁴

O autor explicita sete equações adicionais para descrever o quadrante superior de sua Figura 8 – já que o quadrante inferior apenas repete a função $Z = \phi(N)$ da Figura anterior. Estas sete equações determinam os valores de equilíbrio de sete incógnitas: consumo, investimento, demanda agregada, renda, nível de preços, produto real (produto físico) e nível de emprego.⁵⁵

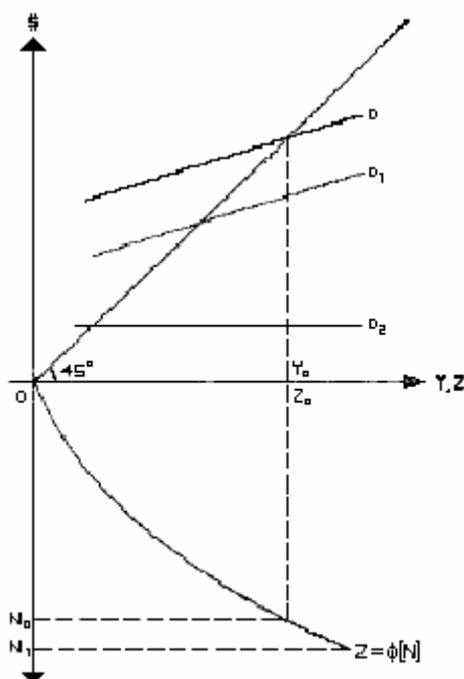
1. $I = \bar{I}$ representa a demanda por bens de investimento D_2 , cujos determinantes não estão especificados no “resumo” de Keynes - razão pela qual Wells a descreve como sendo “dada” e a desenha como uma linha horizontal no quadrante superior da Figura 8 (isto é, embora já não seja vista explicitamente como residual, sua interpretação é compatível com aquela concepção);
2. $C = C(Z)$ representa a demanda por bens de consumo D_1 , como função crescente e linear de Z no quadrante superior da Figura 8.
3. $Z = Y$, a equação da reta de 45°, que recebe uma explicação curiosa: trata-se, segundo o autor, da “linha que expressa de um modo um tanto quanto sem sentido o comportamento produtivo dos empresários. Ela apenas afirma o simples fato de que os empresários ajustam sua produção às vendas” (Wells, 1962, p. 589). Observa-se também que na Figura 8 a ordenada só indica que os valores são medidos em unidades monetárias (\$), mas Wells não explicita quais variáveis são medidas – embora se possa deduzir pelas demais funções representadas neste quadrante que as variáveis em questão são o consumo D_1 , o investimento D_2 e a demanda agregada $D = D_1 + D_2$;
4. $Y \equiv C + I$, que é apenas uma outra forma de escrever $D = D_1 + D_2$, explicitando tratar-se de uma definição de demanda agregada (ou a identidade entre a demanda agregada e a soma de seus componentes);

Estas quatro equações determinam os valores de equilíbrio de C , de I , de Y e de Z . Para determinar o valor de equilíbrio do nível de emprego N , do produto físico O e do preço p , Wells oferece três equações adicionais – que não são acompanhadas de representações gráficas.

⁵⁴ Ver Keynes (1936, p. 29).

⁵⁵ Note-se que são sete equações para sete incógnitas.

Figura 8 - (Wells, 1962, p. 588)



$$5. \quad N = \frac{PMg_N}{W \times PMe_N} \times Z \quad (\text{ou } N = \frac{\psi(N)}{W \times \psi'(N)} \times Z) \quad \text{que segundo Wells é o inverso da}$$

função oferta agregada de Keynes e estabelece “qual é o montante de trabalho necessário para produzir um dado nível de renda ou, alternativamente, os diferentes montantes de emprego estabelecidos pela demanda agregada” (Wells, 1962, p. 590);⁵⁶

6. $O = \psi(N)$, que é a função de produção; e

$$7. \quad p = \frac{Y}{O} = \frac{W}{\psi'(N)}, \quad \text{que determina o nível de preços, seja pela definição de produto real}$$

e produto nominal ($pO = Y$), seja pela condição de equilíbrio em que o produto marginal deve ser igual ao salário real ($\psi'(N) = W/p$).

No contexto deste texto, o que é interessante na proposta de Wells é a caracterização das duas cruzes como complementares ou até mesmo como substitutas. O autor considera que sua segunda figura e suas sete equações demonstram que a teoria de Keynes não negligencia os aspectos relacionados à produção e à oferta – ao contrário do que defendem vários keynesianos.⁵⁷ No entanto, deve-se observar que Wells supõe válida a identidade entre Z e N , já que originalmente Keynes a descreve por $D_1 = \chi(N)$. Além disso, como a abscissa deste quadrante também marca os valores de Y , Wells supõe válida a identidade entre Y e Z (sua terceira equação) – o que faz com que o consumo possa ser lido como função de Z , ou - o que

⁵⁶ Fica evidente que Wells confunde a função oferta agregada $Z = \phi(N)$ com a função de produção $O = \psi(N)$ e a função emprego $N = F(D^{EF})$ ou $N = F(Z = D)$.

⁵⁷ Principalmente - segundo Wells - Patinkin (1949 e 1956), para quem a teoria de Keynes é essencialmente uma teoria da demanda e não trata da oferta agregada.

é mais intrigante - que D possa ser lida como função de Z . Em outras palavras: se D é função de Z , vale a lei de Say;

V.2 Ambrosi (1981)

Numa linha de raciocínio semelhante à de Wells, Ambrosi argumenta que a exposição do Princípio da Demanda Efetiva feita por Keynes no capítulo 3 da Teoria Geral, é de fato a base da cruz de 45°, mas que a curva de demanda que intercepta a reta de 45° também incorpora elementos da oferta agregada. Propõe-se a explicitar as considerações sobre a oferta agregada corrigindo o que considera ter sido um erro de Hansen e por isso sustenta que sua contribuição difere da de Hansen-Patinkin.⁵⁸

O ponto de partida de Ambrosi é a utilização explícita da unidade de medida W (unidade de salário) na função oferta agregada e a medida da participação do trabalho no produto.

Assim:

- o valor da oferta agregada medida em unidades de salários é $Z_w = \frac{pO}{W}$;
- a oferta agregada é função do nível de emprego $Z_w = \phi(N)$; e
- a participação do trabalho no valor do produto é dada por $a \equiv \frac{WN}{pO} = \frac{WN}{WZ_w} = \frac{N}{Z_w}$
(donde $N = aZ_w$)

Esta última relação mostra, segundo o autor, que no plano (Z_w, N) como o do quadrante à direita da Figura 9, a função $\phi(N)$ (que ele iguala a Z_w) não pode ser a reta de 45°, pois isto implicaria que a participação do trabalho no valor do produto equivale à unidade (ou 100%). Portanto, é preciso que ela tenha uma inclinação inferior a 45°. Por outro lado, a suposição de que a participação do trabalho no valor do produto é constante e positiva permite que a função seja descrita como uma reta que parte da origem. Assim, no quadrante direito da Figura 9 as equações $Z_w = \phi(N)$, $D_1 = \chi(N)$ e o nível de D_2 (que é dado) determinam o nível de emprego \bar{N} . Segundo o autor, trata-se de uma representação geométrica fiel da quinta proposição de Keynes.

Ambrosi argumenta que este quadrante pode ser transposto para um diagrama com a reta de 45° (o quadrante à esquerda da Figura 9). Para tanto, é preciso substituir N por Z_w na abscissa e estabelecer uma relação entre D_1 (na ordenada) e Z_w (na abscissa).

O primeiro passo desta transposição é a retomada da função consumo $D_1 = \chi(N)$, reformulada e transformada numa equação linear: Assim,

- $C_w = c_A + c_N N + c_P P_w$ - onde C_w é o consumo medido em unidades de salários, c_A é o consumo autônomo, c_N é a propensão marginal a consumir dos assalariados e c_P é a propensão marginal a consumir dos não assalariados (cuja renda, medida em unidades de salários, é o lucro P_w). A utilização da unidade de salário como medida é possível em decorrência do pressuposto (de Keynes) de que o salário nominal é constante.⁵⁹

Em seguida, considerando que $0 < c_N < 1$ e $c_P = 0$, tem-se

- $C_w = c_A + c_N N$

Considerando que $C_w = D_1$ e $N/a = Z_w$ tem-se a desejada relação entre D_1 e Z_w .

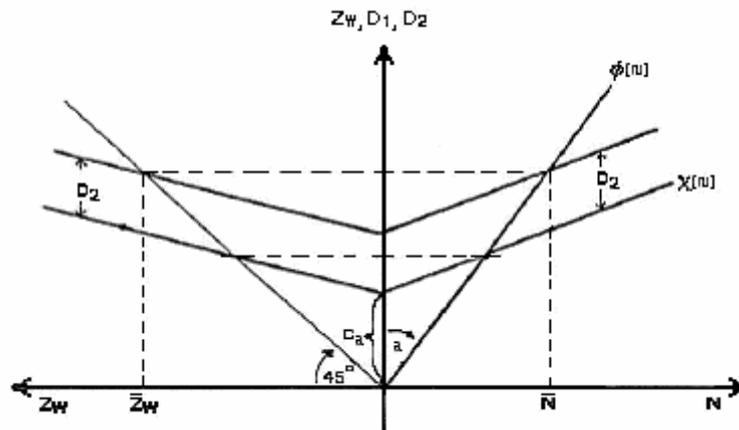
⁵⁸ A referência a Patinkin baseia-se na defesa que Patinkin (1976, capítulo 9) faz de Hansen, replicada por Roberts (1978) e treplicada por Patinkin (1978). Este debate, tal como outros, não pode ser aqui analisado.

⁵⁹ Vale observar que nesta equação N tanto pode ser o número de trabalhadores quanto a folha salarial NW deflacionada por W , ou seja NW/W .

- $D_1 = c_A + c_N a Z_W$

Esta relação está descrita no quadrante esquerdo da Figura 9 pela reta que tem um intercepto de tamanho c_A com a ordenada e cuja intersecção com a reta de 45° (depois de se adicionar D_2) determina \bar{Z}_W .

Figura 9 - (Ambrosi, 1981, p. 505)



Mas Ambrosi reconhece que não há qualquer evidência textual, na *Teoria Geral*, de que a equação $C_W = D_1 = c_A + c_N a Z_W$ possa representar a função $\chi(N)$ e propõe eliminar o parâmetro “a” considerando que as propensões marginais a consumir sejam iguais, de modo que $c = c_N = c_P$. Neste caso,

- $D_1 = c_A + c Z_W$

Por outro lado, Ambrosi também reconhece que Keynes postulou que as funções $\chi(N)$ e $\phi(N)$ são independentes entre si e que de acordo com Keynes, a função consumo deve levar em conta que $0 < c_N < 1$ e que $c_P = 0$, e conseqüentemente $C_W = D_1 = c_A + c_N N$ (e não $D_1 = c_A + c Z_W$).

Vale ressaltar que embora mencione o problema da interdependência entre $\chi(N)$ e $\phi(N)$, Ambrosi não parece se dar conta de que sua $D_1 = c_A + c Z_W$ faz a demanda D_1 depender da oferta Z_W – isto é, que pode ser identificada como uma representação da lei de Say.

O autor afirma que sua formulação $D_1 = c_A + c_N a Z_W$ (que tampouco escapa à lei Say) tem a vantagem de lembrar que “um dado aumento da demanda efetiva, correspondente a ΔZ_W , pode provocar diferentes impactos sobre o emprego, dependendo de ‘a’”. (Ambrosi, 1981, p. 507) e conclui que “se interpretada corretamente, a cruz de 45° pode de fato ser utilizada para descrever a teoria da demanda efetiva de Keynes”. (Ambrosi, 1981, p. 509).⁶⁰

O argumento de Ambrosi, ao procurar “traduzir” o modelo da reta de 45° no modelo $Z-D$, é semelhante ao de Wells.⁶¹ E tal como Wells, ressuscita a lei de Say na reta de 45°.

⁶⁰ A conclusão vai além: “...é preciso insistir que a curva de ‘demanda’ relevante que intercepta a reta de 45° não exhibe apenas aspectos relacionados com a demanda. Ela também inclui, implicitamente, condições subjacentes de oferta.” (Ambrosi, 1981, p. 509). O autor no entanto não explica o que seriam estas “condições subjacentes de oferta”.

⁶¹ Que no entanto não consta da sua bibliografia.

V.3 - Brady

Brady parece ter razão ao apontar que quase todos os intérpretes de Keynes se restringem à formalização inicial apresentada no capítulo 3 da *Teoria Geral* – com algumas incursões ao capítulo 10, sem reconhecer que a *Teoria Geral* se desenvolve por meio de um modelo que tem uma representação algébrica - fornecida por Keynes - passível de representação gráfica. A tese de Brady vai além: para ele, Keynes apresenta dois modelos - ou melhor, duas variações de um mesmo modelo. O primeiro é o “modelo Z-D”, introduzido de forma resumida no terceiro capítulo da *Teoria Geral* e desenvolvido nos capítulos 19, 20 e 21. O segundo é o “modelo Y” dos capítulos 6 e 10.

Brady também acusa estes autores de, por não darem a devida importância aos capítulos 19, 20 e 21 da *Teoria Geral*, não serem capazes de distinguir a função oferta agregada (a função Z) da curva de oferta agregada (o “locus” de intersecções entre D e Z). A seu ver, isto explica o surgimento e a permanência da “indústria do ‘o que é que Keynes quis realmente dizer’” [*the “what did Keynes really mean” industry*].

Brady reconhece no entanto que a formulação algébrica fornecida por Keynes está dispersa pelo livro, não está organizada nem está acompanhada de suas respectivas deduções. Estas deduções são justamente os temas dos vários artigos e ensaios que escreveu sobre o assunto. Três deles são particularmente importantes. O primeiro é o artigo intitulado “The mathematical development of Keynes's aggregate supply function in the General Theory” (Brady 1990), que nos serviu de base para entender e sistematizar as várias formalizações algébricas dos autores tratados neste texto. O segundo é o artigo “A comparison-contrast of J. M. Keynes' mathematical modeling approach in the General Theory with some of his General Theory interpreters, especially J. E. Meade” (Brady 1996), pois além de apresentar suas críticas a vários intérpretes, é onde Brady apresenta uma descrição gráfica da *Teoria Geral*, reproduzida na Figura 10. O terceiro intitula-se “A mathematical proof of Keynes' general case” (Brady 2002). Nele Brady incorpora o caso em que o mercado de trabalho sofre restrições de demanda que ocorrem no mercado de bens e serviços.⁶²

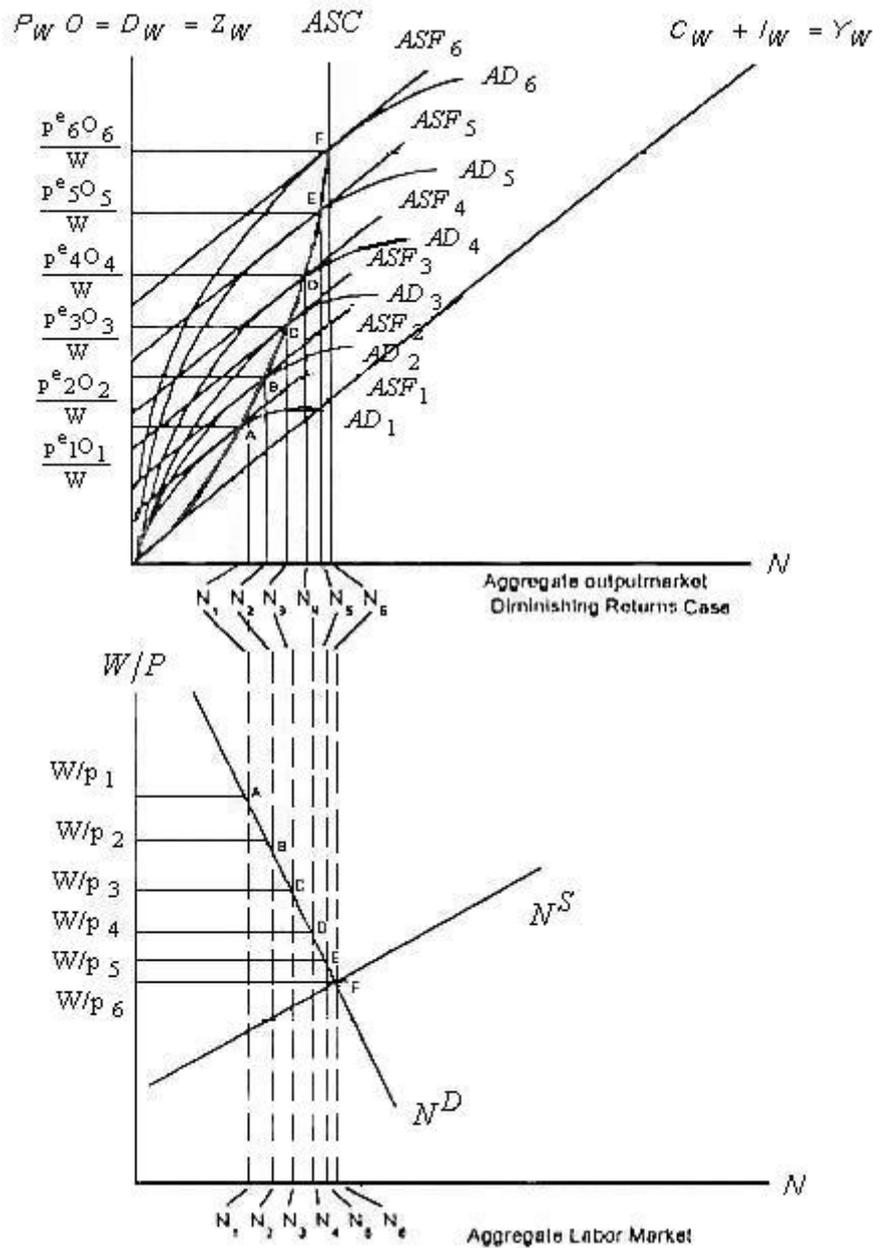
A derivação algébrica de Brady segue, em suas linhas essenciais, as que já apresentamos ao longo do texto e nos Anexos e não é necessário repeti-las. Um resumo é suficiente, inclusive para interpretar sua proposta de “cruz” keynesiana, descrita no quadrante superior da Figura 10.

Dado que tanto a função demanda agregada quanto a função oferta agregada são descritas em termos de preços esperados, Brady propõe que a cada nível de preços p corresponde uma **função demanda agregada** (AD – *aggregate demand* na Figura 10) e uma **função oferta agregada** (ASF – *aggregate supply function* na Figura 10) diferentes, assim como um nível diferente de lucro P e portanto de emprego N .⁶³

A função demanda é côncava em relação à abscissa (que mede o nível de emprego) e a função oferta agregada é linear, com um ângulo de 45°, representando o pressuposto de concorrência perfeita e rendimentos constantes de escala. A reta que passa pela origem representa a identidade $Y_w = C_w + I_w$. Os valores na ordenada são todos “deflacionados” pela unidade salarial.

⁶² Por razões de espaço não podemos desenvolver o argumento. Sucintamente, trata-se de considerar o mercado de bens separadamente, distinguindo bens de consumo dos bens de investimento de modo a generalizar o modelo agregado para o caso de um modelo bi-setorial.

⁶³ Vale notar que esta descrição é bastante semelhante à de Chick, que considera uma família de funções Z_i onde cada “i” representa um dado nível de salário.

Figura 10 - Brady (1996, p. 135)⁶⁴

Supondo seis níveis diferentes de preços esperados, a Figura 10 descreve seis pares de funções de demanda agregada e de oferta agregada, cada par correspondendo a um destes níveis de preços esperados. Os pontos A, B, C, D, E e F representam as intersecções entre a demanda agregada e a oferta agregada de cada par – isto é, representam diferentes níveis de demanda efetiva, cada um correspondente a um nível de preços. A curva traçada de forma a unir os pontos A, B, C, D, E e F é a **curva de oferta agregada** – *ASC* (*aggregate supply*

⁶⁴ A Figura foi ligeiramente editada, retirando-se as informações que dizem respeito ao modelo bi-setorial mencionado anteriormente.

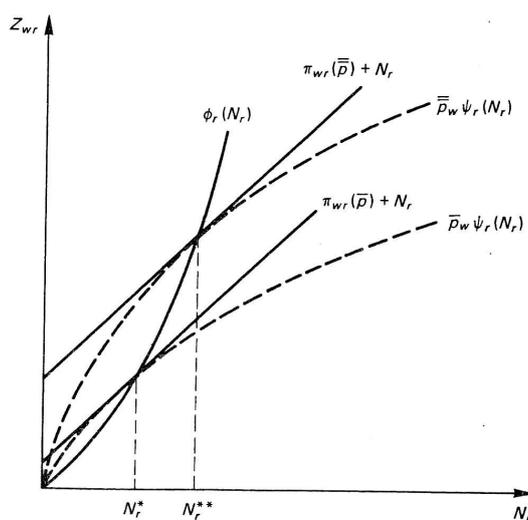
curve) – ou o lócus das igualdades $D = Z$.⁶⁵

O quadrante inferior da Figura 10 representa o mercado de trabalho – e equivale ao quadrante superior da Figura 6, embora haja diferenças evidentes, entre as quais se destaca o fato de que para Chick o “limite” é dado pelas diferentes funções de oferta de trabalho (a cada nível de salário) enquanto para Brady o “limite” é dado pelas diferentes quantidades de trabalho demandadas em uma única função demanda por trabalho. Por razões óbvias, não é possível desenvolver esta análise aqui.

A representação gráfica de Brady mostra que a reta de 45° não é necessariamente uma representação da teoria neoclássica e sim uma função oferta agregada para um dado nível de preço esperado. A função que passa pela origem na Figura 10 corresponde a $\frac{p^e_0 O_0}{w}$. Na verdade, tomando emprestadas as palavras de Ferreira & Michel (1988, p. 259), ela é “perfeitamente adequada para o ataque à lei de Say”.⁶⁶

⁶⁵ Uma figura praticamente idêntica é apresentada por Ferreira & Michel (1988, p. 259), que supõem dois níveis de preços esperados (\bar{p} e $\bar{\bar{p}}$). A cada nível de preços corresponde um par de funções: uma função $p \cdot \psi(N)$ que é côncava, e uma função $\pi(p) + N$ que é linear - onde $\pi(p)$ representa o lucro esperado como função do nível esperado de preços. Estas duas funções são “deflacionadas” por W e a função que une os pontos de interseção de cada par é $\phi(N)$ e é convexa, como a curva de oferta agregada de Brady. Embora haja uma pequena diferença conceitual pois os autores não distinguem a função oferta agregada da curva de oferta agregada (para eles, $p \cdot \psi(N)$ é a função demanda agregada, mas $\pi(p) + N$ é a função “rendimento necessário” enquanto $\phi(N)$ é a função oferta agregada), ela não compromete a convergência entre suas conclusões e as de Brady. A título de ilustração reproduzimos o diagrama dos autores na Figura 11:

Figura 11 - Ferreira & Michel (1988, p. 259)



⁶⁶ Brady (em email enviado às autoras em 27 de setembro de 2007) confirma concordar com a conclusão de Ferreira & Michel – mas ressalta que ao contrário deles (e outros), não se considera um “intérprete” de Keynes. Seu argumento é que não há o que ser interpretado pois todas as equações necessárias para a descrição gráfica que apresenta foram fornecidas por Keynes, e estão na *Teoria Geral*.

VI - Conclusão

As “cruzes keynesianas” originaram-se de diversas interpretações da *Teoria Geral do Emprego, dos Juros e da Moeda*, publicada em 1936. A literatura costuma afirmar que existem duas concepções de “cruz keynesiana”: uma de caráter neoclássico (como a de Hansen) e outra de caráter pós-keynesiano (como a de Chick). Ambas procuram descrever os determinantes do nível de emprego ou, mais precisamente, o princípio da demanda efetiva, e ambas se consideram legítimas intérpretes da *Teoria Geral*.

A literatura também costuma considerar que a cruz da abordagem neoclássica entende que o nível de emprego é determinado pelo ponto onde a demanda agregada intercepta a reta de 45° - isto é, no ponto em que a demanda agregada (consumo somado ao investimento) é igual à renda (ou produto), conceitos presentes na análise do multiplicador. A produção agregada é em geral medida na abscissa e o gasto agregado na ordenada.

A cruz da abordagem pós-keynesiana, por sua vez, ressalta os conceitos de preço de demanda e de preço de oferta que estão presentes na formulação do princípio da demanda efetiva. O primeiro é uma espécie de preço máximo que os empresários estão dispostos a pagar para adquirir bens de investimento (e depende das receitas esperadas da venda do que será produzido com estes bens) e o segundo é uma espécie de preço mínimo que os ofertantes de bens de investimento exigem para oferta-los (e depende dos custos de produção). A intersecção das curvas que representam estes dois preços e o nível de emprego a eles associados determina o nível de emprego de equilíbrio, que não é necessariamente o nível de pleno emprego.

Estes conceitos são tirados dos primeiros capítulos da *Teoria Geral*, e são evidentemente insuficientes. Assim, é impossível discordar da crítica de Brady no que se refere à pouca importância dada pelos diversos intérpretes do livro de Keynes aos capítulos finais, particularmente os capítulos 20 e 21. Deriva daí, a nosso ver, a principal razão da existência de interpretações gráficas de aparências tão distintas como são a cruz *Z-D* e a cruz da reta de 45°.

Isso não significa que as “armadilhas semânticas” – ressaltadas por Chick e mencionadas por Wells - presentes nas proposições que Keynes apresenta no capítulo 3, mas não apenas nele - não tenham tido um papel importante nestes resultados. A mudança de notação para a função de produção entre o capítulo 3 e o capítulo 20 da *Teoria Geral* (ver nota de rodapé do Anexo II) não chega a ser uma “armadilha semântica” mas tampouco facilita o trabalho dos intérpretes de Keynes, especialmente os pioneiros.

A primeira “armadilha” refere-se ao significado do conceito de demanda. Como vimos, a “demanda agregada” relaciona os gastos em investimento e em consumo (que variam com a variação da renda) aos níveis de emprego (associados aos diferentes níveis desta renda). Nesta concepção, os gastos podem ser interpretados como planejados pelos consumidores e investidores ou como estimativas calculadas pelos empresários quando decidem produzir e contratar mão de obra. No primeiro caso a demanda agregada é a demanda realizada, no segundo é a demanda esperada. Na notação de Brady, a demanda realizada é $Y = C + I$ e a demanda esperada é $D^E = p^E O$.

A “demanda efetiva”, por sua vez, não é uma relação e sim um ponto sobre a curva de demanda agregada, que identifica a igualdade entre o preço de demanda e o preço de oferta – ambos expectationais. Na notação inspirada por Brady, D^{EF} resulta da igualdade $D^E = Z$ (ou sendo mais rigorosos que Brady: $D^E = Z^E$)

Fica evidente a “armadilha semântica de Keynes” ao escrever $D = D_1 + D_2 (= Y$ para Brady) = $D^E = Z = D^{EF}$.

Além disso, como o “ponto de demanda efetiva” se refere ao produto que será ofertado em

função da demanda esperada, mas sem garantias de que será realmente demandado, seria possível (ou mesmo conveniente) que o termo “demanda efetiva” pudesse ser trocado por “ponto de oferta efetiva”. Essa sugestão surgiu no seminário do Grupo de Pesquisa em História do Pensamento Econômico que discutiu uma versão preliminar deste texto. Outra sugestão foi “ponto de demanda efetiva por mão de obra” para representar a concepção de que se o ponto corresponde à decisão de produzir, também corresponde à decisão de contratar mão de obra para esta produção. Também argumentou-se que se as expectativas de venda (que geram a decisão de produzir e contratar mão de obra) corresponderem às vendas realizadas, é possível manter a nomenclatura sugerida por Keynes, pois neste caso as vendas realizadas correspondem “efetivamente” à demanda. Essa última interpretação corresponde à de Chick, que adota explicitamente o pressuposto de que as estimativas feitas pelas firmas se mostram corretas (argumentando que Keynes teria mantido este pressuposto em toda primeira parte da *Teoria Geral*, exceto no capítulo 5).

A segunda “armadilha” é na verdade uma decorrência da primeira. Trata-se da interpretação da quarta proposição apresentada por Keynes no capítulo 3, que leva à concepção do investimento D_2 como resíduo. Naquela proposição Keynes reuniu várias idéias numa só expressão, nem todas explícitas: uma definição $D_1 + D_2 = D$, uma condição de equilíbrio $D = Z = D^{EF}$ e duas definições adicionais $D_1 = \chi(N)$ e $Z = \phi(N)$. Como Keynes argumenta que se $D > Z$, então $D_1 + D_2 > Z$, parece concluir que $D_2 = Z - D_1$ ou $D_2 > Z - \chi(N)$ ou ainda $D_2 = \phi(N) - \chi(N)$. Esta última expressão apenas descreve o volume que o investimento deve ter para que o nível de emprego seja mantido – dado o montante de consumo. Como vimos, sua representação por meio da reta de 45° expressa a interpretação do investimento como um “resíduo”.

Além destas “armadilhas”, deve-se ressaltar a pouca atenção dada às formulações algébricas do capítulo 6 e do capítulo 20 – exceto Brady e Ferreira & Michel. Do capítulo 6, a passagem importante mas pouco considerada é a segunda nota de rodapé da página 55, onde Keynes estabeleceu as condições para que a função oferta agregada seja linear, com uma inclinação que é a recíproca do salário nominal (se a função for Z) ou igual à unidade (no caso de Z_W) – isto é, $\psi'(N) = dZ/dN = W$ (cf. o item V.3 do Anexo V) ou $\psi'(N) = dZ_W/dN = 1$ (cf. o item VI.3 do anexo VI). Do capítulo 20, quase nada sobre a função emprego foi aproveitado pelos intérpretes – Brady e Ferreira & Michel excetuados, novamente.

Tudo isso parece explicar a permanente coexistência nem sempre pacífica entre as duas representações gráficas, que tende a classificar a reta de 45° como pertencente à teoria neoclássica sob o argumento de que ela representa a lei de Say. No entanto, mostramos ao longo do texto e com a ajuda dos Anexos que é possível pensar numa reta de 45° partindo da origem como uma função de produção particular – que não tem qualquer relação com a teoria neoclássica, exceto pelo fato de aceitar a condição de que a curva de demanda por trabalho resulta da concepção de que o salário real deve ser igual ao produto marginal do trabalho, o que pode ser escrito como $W/p = Pmg_N = dO/dN = \psi'(N)$. Mas se este é o critério de “neoclássico”, Keynes também é, pois este é o “postulado clássico” que Keynes aceita.

Em resumo: as duas formalizações encontram argumentos na *Teoria Geral*, mas nenhuma delas é completa. Elas diferem entre si por enfatizarem partes diferentes da *Teoria Geral* e por explicitarem (ou não) hipóteses mais ou menos restritivas. Uma boa síntese destas contribuições seria a que toma como base a interpretação de Chick (que é mais abrangente) e a de Brady (que é formalmente mais precisa). Isto, no entanto, é tema para outro artigo.

VII –Bibliografia

- AMBROSI, G. M. (1981) Keynes and the 45-degree cross. *Journal of Post Keynesian Economics*, v. 3, n. 4, pp. 503-509.
- BRADY, M. E. (1990) The mathematical development of Keynes's aggregate supply function in the *General Theory*. *History of Political Economy*, v. 22, pp. 167-172.
- BRADY, M. E. (1996) A comparison-contrast of J. M. Keynes' mathematical modeling approach in the *General Theory* with some of his *General Theory* interpreters, especially J. E. Meade. *History of Economics Review* v. 25, pp. 129-159
- BRADY, M. E. (1999a) A note on Don Patinkin's misspecification of Keynes's consumption function and misinterpretation of Keynes' elasticity analysis in chapter 10 of the *General Theory*. *Indian Journal of Applied Economics*, v. 8, n.1, pp. 147-152.
- BRADY, M. E. (1999b) Patinkin, the *General Theory*, and Keynes's aggregate supply function: a study of the reasons underlying Patinkin's misinterpretation of the GT. *Indian Journal of Applied Economics*. v. 8, n. 1, pp. 175-190.
- BRADY, M. E. (1999c) A study of the 1954-1956 *Economic Journal* aggregate supply function debate and the post-keynesian theoretical wrong turn. *Indian Journal of Applied Economics*, v. 8, pp. 57-74.
- BRADY, M. E. (2002) A mathematical proof of Keynes' general case. *International Journal of Applied Economics and Econometrics*, v. 10, n. 3, pp. 422-430.
- BRADY, M. E. (2004) *Essays on J.M. Keynes and....* Xlibris Corp.
- BRADY, M. E. (2006) *The applied mathematics of J .M. Keynes' theory of effective demand in the General Theory: correcting the mathematical errors of the economics profession*. Xlibris Corporation
- CHICK, V. (1983) *Macroeconomics after Keynes: a reconsideration of the General Theory*, Oxford: Philip Alan.
- CHICK, V. (1992): A comment on John Nevile's notes on aggregate supply. *Journal of Post Keynesian Economics*, v. 15, n. 2, pp. 261-262
- De JONG, F. J (1954) Supply functions in Keynesian economics. *Economic Journal*, v. 64, n. 253, pp. 3-24.
- DESSOTTI, M. V. (2006). *A cruz keynesiana: abordagens neoclássicas e pós-keynesianas*. Monografia de conclusão de curso de graduação em economia. Araraquara: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Mimeo, 28 p.
- DILLARD, D. (1948) *The Economics of John Maynard Keynes – The Theory of a Monetary Economy*. New York: Prentice-Hall
- ECONOMIC JOURNAL, The (1983) *The Economic Journal - Cumulative Index of Articles and Book Reviews - volumes 41-90 (1931-1980)*. Cambridge: Cambridge University Press / Royal Economic Society.
- FERREIRA, R. S & MICHEL, P. (1988) Reflections on the microeconomic foundations of the Keynesian aggregate supply function. In: BARRERE, A. (ed)(1988): *The Foundation of Keynesian Analysis*. London: Macmillan, pp. 251-262.
- HANSEN, Alvin Harvey (1953): *A Guide to Keynes*. Mc-Graw-Hill, New York
- KAHN, R. F. (1931): The Relation of Home Investment to Unemployment. *Economic Journal*, v. 41, n. 162, pp. 173-198.
- KEYNES, J. M. (1936): *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London, Macmillan Press Ltd.
- KING, J. E. (1994) Aggregate supply and demand analysis since Keynes: A partial history.

- Journal of Post Keynesian Economics*, v. 17, n. 1, pp. 3-32
- KLEIN, L. R. (1949) The Economics of John Maynard Keynes by Dudley Dillard. *American Economic Review*, v. 39, n. 6, pp. 1291-1293
- NEVILE, John (1992): Notes on Keynes's aggregate supply curve. *Journal of Post Keynesian Economics*, v. 15, n. 2, pp. 255-260.
- PATINKIN, D. (1949) Involuntary unemployment and the Keynesian supply function. *Economic Journal*, v. 59, pp. 360-383.
- PATINKIN, D. (1956): *Money, Interest and Prices*, 2nd. ed., New York, Harper & Row.
- PATINKIN, D. (1976): *Keynes' Monetary Thought: a study of its development*. Duke University Press, Durnham, N.C.
- PATINKIN, D. (1978): Keynes's aggregate supply function: a plea for common sense. *History of Political Economy*, v. 10., n. 4, pp. 577-596.
- PATINKIN, D. (1979): A study of Keynes' theory of effective demand. *Economic Enquiry*, v. 17, pp. 155-176
- ROBERTS, D. L (1978) Patinkin, Keynes, and aggregate supply and demand analysis. *History of Political Economy*, v. 10, pp. 549-576.
- ROBERTSON, D. H. & JOHNSON, H. G. (1955) Keynes and supply functions. *Economic Journal*, v. 65, pp. 474-478.
- ROBINSON, J. V. (1937) *Introduction to the Theory of Employment*. London: Macmillan
- SAMUELSON, P. A. (1948) *Economics: An introductory analysis*. McGraw-Hill.
- SAMUELSON, P. A. (1976): Alvin Hansen as a creative economic theorist. *Quarterly Journal of Economics*, v. 90, pp. 24-31
- WELLS, Paul (1962): Aggregate supply and demand: an explanation of chapter III of the 'General Theory'. *Canadian Journal of Economics and Political Sciences*, v. 28, n. 4, pp. 585-590.

$$\text{ANEXO I: dedução de } \Delta D^{EF}_{w_r} = \frac{1}{1 - e_{O_r}} \Delta P_{w_r}$$

$$\text{supondo equilíbrio entre demanda e oferta: } D_{w_r} = p_{w_r} \times O_r \quad [\text{Ia}]$$

$$\text{por definição de "demanda efetiva" } p_{w_r} = \frac{D^{EF}_{w_r}}{O_r} \quad [\text{Ib}]$$

$$\text{se a demanda efetiva varia: } \Delta D^{EF}_{w_r} = \Delta(p_{w_r} \times O_r) = p_{w_r} \times \Delta O_r + \Delta p_{w_r} \times O_r \quad [\text{Ic}]$$

$$\text{substituindo [1b] em [1c] temos } \Delta D^{EF}_{w_r} = \frac{D^{EF}_{w_r}}{O_r} \times \Delta O_r + \Delta p_{w_r} \times O_r \quad [\text{Id}]$$

isolando o último termo do lado direito de [1d] temos

$$\Delta p_{w_r} \times O_r = \Delta D^{EF}_{w_r} - \frac{D^{EF}_{w_r}}{O_r} \times \Delta O_r \quad [\text{Ie}]$$

$$\text{sabemos que } e_{O_r} = \frac{dO_r}{dD^{EF}_{w_r}} \times \frac{D^{EF}_{w_r}}{O_r} \quad [\text{If}]$$

$$\text{podemos escrever } dO_r \times \frac{D^{EF}_{w_r}}{O_r} = e_{O_r} \times dD^{EF}_{w_r} \quad [\text{Ig}]$$

supondo que não há diferença entre variações discretas e variações contínuas:

$$\Delta D^{EF}_{w_r} \text{ equivale a } dD^{EF}_{w_r} \text{ e } \Delta O_r \text{ equivale a } dO_r,$$

$$\text{podemos substituir [Ig] em [Ie] obtendo } \Delta p_{w_r} \times O_r = \Delta D^{EF}_{w_r} - e_{O_r} \times dD^{EF}_{w_r} \quad [\text{Ih}]$$

ou

$$\Delta p_{w_r} \times O_r = \Delta D^{EF}_{w_r} - e_{O_r} \times \Delta D^{EF}_{w_r} \quad [\text{Ij}]$$

$$\text{colocando } \Delta D^{EF}_{w_r} \text{ em evidência: } \Delta p_{w_r} \times O_r = \Delta D^{EF}_{w_r} (1 - e_{O_r}) \quad [\text{Ik}]$$

$$\text{isolando } \Delta D^{EF}_{w_r} \text{ temos: } \Delta D^{EF}_{w_r} = \frac{\Delta p_{w_r} \times O_r}{(1 - e_{O_r})} \quad [\text{Il}]$$

$$\text{substituindo [Ic] em [II]: } \Delta p_{w_r} \times O_r = \Delta D^{EF}_{w_r} - p_{w_r} \times \Delta O_r \quad [\text{Im}]$$

é importante observar que p_{w_r} é o preço esperado de uma unidade de produto medido em unidades de salário, que por construção é também o custo primário marginal; portanto $p_{w_r} \Delta O_r$ (o último termo do lado direito) é o custo marginal.

por sua vez, $\Delta D^{EF}_{w_r}$ (o primeiro termo do lado direito) é a variação da demanda efetiva.

conseqüentemente, a diferença entre o primeiro termo e o último termo representa a variação do lucro esperado P ; se P é lucro esperado e ΔP é variação do lucro esperado, [Im] pode ser escrita na forma $\Delta p_{w_r} \times O_r = \Delta P_r$. [In]

$$\text{substituindo [In] em [II] em obtemos } \Delta D^{EF}_{w_r} = \frac{1}{1 - e_{O_r}} \Delta P_{w_r} \quad [\text{Io}]$$

$$\text{explicitando valores esperados com o sobrescrito "E": } \Delta D^{EF}_{w_r} = \frac{1}{1 - e_{O_r}} \Delta P^E_{w_r} \quad [\text{Ip}]$$

$$\text{ANEXO II: dedução de } \frac{1-e_o}{e_e} = -\frac{N\psi''(N)}{[\psi'(N)]^2 p_w^E}$$

Considerando que a demanda agregada se iguala à oferta agregada (ponto de demanda efetiva), Keynes supõe que o produto setorial é função do nível de emprego - ou seja, faz uso da função de produção. No entanto, usa uma notação diferente da que usou no capítulo 4 (que é a notação que usaremos, mas sem o subscrito “r” apenas para não sobrecarregar as equações).⁶⁷ Assim,

supondo igualdade entre demanda e oferta agregadas, $D_w = p_w^E \times O$ descreve o ponto de demanda efetiva D_w^{EF} .

$$\text{portanto } D_w - p_w^E \times O = 0 \quad \text{[IIa]}$$

derivando em relação a D_w , temos

$$1 - \left[p_w^E \frac{dO}{dD_w} + O \frac{dp_w^E}{dD_w} \right] = 1 - p_w^E \frac{dO}{dD_w} - O \frac{dp_w^E}{dD_w} = 0 \quad \text{[IIb]}$$

$$\text{de [IIa] temos } p_w^E = \frac{D_w}{O} \quad \text{[IIc]}$$

ou

$$O = \frac{D_w}{p_w^E} \quad \text{[IId]}$$

substituindo [IIc] no segundo termo de [IIb] e [IId] no terceiro de [IIb]:

$$1 - \frac{D_w}{O} \frac{dO}{dD_w} - \frac{D_w}{p_w^E} \frac{dp_w^E}{dD_w} = 0 \quad \text{[IIe]}$$

$$\text{o segundo termo de [IIe] é } \frac{D_w}{O} \frac{dO}{dD_w} = e_o \quad \text{[IIf]}$$

$$\text{substituindo [IIf] em [IIe] } 1 - e_o - \frac{D_w}{p_w^E} \frac{dp_w^E}{dD_w} = 0 \quad \text{[IIg]}$$

multiplicando e dividindo o segundo termo de [IIg] por $\frac{dN}{N}$ temos

$$1 - e_o - \left[\frac{D_w}{p_w^E} \frac{dp_w^E}{dD_w} \right] \left[\frac{dN}{N} \frac{N}{dN} \right] = 0 \quad \text{[IIh]}$$

$$\text{rearranjando [IIh]: } 1 - e_o = \left[\frac{D_w}{N} \frac{dN}{dD_w} \right] \left[\frac{dp_w^E}{p_w^E} \frac{N}{dN} \right] \quad \text{[IIi]}$$

$$\text{o primeiro termo do lado direito de [IIi] é } \left[\frac{D_w}{N} \frac{dN}{dD_w} \right] = e_e \quad \text{[IIj]}$$

substituindo [IIj] em [IIi]:

$$1 - e_o = e_e \left[\frac{dp_w^E}{p_w^E} \frac{N}{dN} \right] \text{ ou } \frac{1 - e_o}{e_e} = \left[\frac{dp_w^E}{p_w^E} \frac{N}{dN} \right] \text{ ou } \frac{1 - e_o}{e_e} = \left[\frac{N}{p_w^E} \frac{dp_w^E}{dN} \right] \quad \text{[IIk]}$$

⁶⁷ No capítulo 4 Keynes usa $O = \psi(N)$ e no capítulo 20 usa $O = \phi(N)$.

por definição $p^E_w = \frac{p^E}{W}$ [III]

por definição: o salário real (esperado) é $\frac{W}{p^E}$ [IIIm]

por definição: a função de produção é $O = \psi(N)$ [IIIn]

por definição o produto marginal do trabalho é $\frac{dO}{dN} = \frac{\psi(N)}{d(N)} = \psi'(N)$ [IIo]

considerando a condição de equilíbrio de que o produto marginal do trabalho $\psi'(N)$ é igual ao salário real temos $\frac{W}{p^E} = \psi'(N)$ ou $\frac{p^E}{W} = p^E_w = \frac{1}{\psi'(N)}$ [IIp]

Assim, considerando apenas $\frac{dp^E_w}{dN}$ em [IIk] temos

$$\frac{dp^E_w}{dN} = \frac{d\left(\frac{1}{\psi'(N)}\right)}{dN} = \left(\frac{d}{dN}\right)\left(\frac{1}{\psi'(N)}\right) = \frac{0 \cdot \psi'(N) - 1 \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2}$$
 [IIq]

substituindo [IIq] em [IIk]:

$$\frac{1 - e_o}{e_e} = \left[\frac{N}{p^E_w} \frac{dp^E_w}{dN} \right] = \left[\frac{N}{p^E_w} \right] \left[\frac{0 \cdot \psi'(N) - 1 \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \right] = - \frac{N \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2 p^E_w}$$
 [IIr]

$$\text{ANEXO III: dedução de } Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{PMg_N} \cdot PMe_N \cdot N$$

de acordo com Chick (1983, nota 5, p. 97), da curva de demanda negativamente inclinada (concorrência não perfeita) temos

$$RMg = \frac{d(p \times O)}{dO} = p \times \frac{dO}{dO} + O \times \frac{dp}{dO} = p + O \times \frac{dp}{dO} = p \left(1 + \frac{O}{p} \times \frac{dp}{dO} \right) \quad [\text{IIIa}]$$

como a elasticidade-preço da demanda tem sinal negativo e é dada por $\eta = -\frac{\frac{dO}{O}}{\frac{dp}{p}} = -\frac{dO}{dp} \times \frac{p}{O}$,

$$\text{temos } RMg = p \left(1 - \frac{1}{\eta} \right) \quad [\text{IIIb}]$$

$$\text{consequentemente } p = RMg \frac{1}{1 - \frac{1}{\eta}} = RMg \frac{1}{\frac{\eta-1}{\eta}} = \frac{\eta}{\eta-1} RMg \quad [\text{IIIc}]$$

$$\text{considerando } Z = pO \text{ temos } Z = \frac{\eta}{\eta-1} RMg \times O. \quad [\text{III d}]$$

$$\text{considerando } CMg_N = \frac{NdW}{dN} = \frac{Nd}{dN} \times W = \frac{1}{PMg_N} \times W = \frac{W}{\psi'(N)} \quad [\text{IIIe}]$$

$$\text{em equilíbrio } RMg = CMg \Rightarrow RMg = CMg = \frac{1}{PMg_N} \times W \quad [\text{III f}]$$

$$\text{por definição } PMe_N = O/N \Rightarrow O = PMe_N \times N \quad [\text{III g}]$$

$$\text{substituindo [IIIc], [III f] e [III g] em [III d] temos } Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{PMg_N} \cdot PMe_N \cdot N \quad [\text{III h}]$$

ANEXO IV- dedução de $\frac{dZ}{dN}$ e de $\frac{d^2Z}{dN^2}$ para o caso geral

Considere $Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{PMg_N} \cdot PMe_N \cdot N$ [IIIh]

e as seguintes definições:

$$\begin{cases} O = \psi(N) \\ \eta = -\frac{dO}{dp} \times \frac{p}{O} \\ PMg_N = dO / dN = \psi'(N) \\ PMe_N = O / N = \psi(N) / N \end{cases}$$

substituindo as definições em [IIIh] vemos que $Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{PMg_N} \cdot PMe_N \cdot N$

equivale a $Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{\frac{dO}{dN}} \cdot \frac{O}{N} \cdot N$ [IVa]

ou

$$Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{\psi'(N)} \cdot \psi(N)$$
 [IVb]

considerando a “redação” [IVb] temos como caso geral:

$$\begin{cases} Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{\psi'(N)} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ}{dN} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot W \left[1 - \frac{\psi(N) \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \right] \\ \frac{d^2Z}{dN^2} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot W \left[\frac{2\psi(N)\psi''(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi'(N)\psi'(N)} - \left(\frac{\psi'(N)\psi''(N) + \psi(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi'(N)} \right) \right] \end{cases}$$

ANEXO V- dedução de $\frac{dZ}{dN}$ e de $\frac{d^2Z}{dN^2}$ para casos particulares

$$\text{De [IV.b]: } \begin{cases} Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{\psi'(N)} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ}{dN} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot W \left[1 - \frac{\psi(N) \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \right] \\ \frac{d^2Z}{dN^2} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot W \left[\frac{2\psi(N)\psi''(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi''(N)\psi'(N)} - \left(\frac{\psi'(N)\psi''(N) + \psi(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi''(N)} \right) \right] \end{cases}$$

V.1 - rendimentos crescentes a taxas constantes: $\psi'''(N) = 0$

$$\begin{cases} Z = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{W}{\psi'(N)} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ}{dN} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot W \left[1 - \frac{\psi(N) \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \right] \\ \frac{d^2Z}{dN^2} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot W \left[\frac{2\psi(N)\psi''(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi''(N)\psi'(N)} \right] \end{cases}$$

V.2 - concorrência perfeita: $p = RMg = \frac{\eta}{\eta-1} = 1$

$$\begin{cases} Z = \frac{W}{\psi'(N)} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ}{dN} = W \left[1 - \frac{\psi(N) \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \right] \\ \frac{d^2Z}{dN^2} = W \left[\frac{2\psi(N)\psi''(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi''(N)\psi'(N)} - \left(\frac{\psi'(N)\psi''(N) + \psi(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi''(N)} \right) \right] \end{cases}$$

V.3 - concorrência perfeita e rendimentos constantes: $\begin{cases} p = RMg \Rightarrow \frac{\eta}{\eta-1} = 1 \\ \psi'(N) = 1 \\ \psi''(N) = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} Z = W \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ}{dN} = W \\ \frac{d^2Z}{dN^2} = 0 \end{cases}$$

V.4 - concorrência não perfeita e rendimentos constantes: $\begin{cases} \psi'(N) = 1 \\ \psi''(N) = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} Z = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot W \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ}{dN} = \frac{\eta}{\eta - 1} \cdot W \\ \frac{d^2Z}{dN^2} = 0 \end{cases}$$

ANEXO VI - dedução de $\frac{dZ_W}{dN}$ e de $\frac{d^2Z_W}{dN^2}$ (onde $Z_W = \frac{Z}{W}$)

Caso geral: (com base em [IV.b])

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_W = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{1}{\psi'(N)} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ_W}{dN} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \left[1 - \frac{\psi(N) \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \right] \\ \frac{d^2Z_W}{dN^2} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \left[\frac{2\psi(N)\psi''(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi'(N)\psi'(N)} - \left(\frac{\psi'(N)\psi''(N) + \psi(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi'(N)} \right) \right] \end{array} \right.$$

VI.1 - rendimentos crescentes a taxas constantes: $\psi'''(N) = 0$.

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_W = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \frac{1}{\psi'(N)} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ_W}{dN} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \left[1 - \frac{\psi(N) \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \right] \\ \frac{d^2Z_W}{dN^2} = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \left[\frac{2\psi(N)\psi''(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi'(N)\psi'(N)} \right] \end{array} \right.$$

VI.2 - concorrência perfeita: $p = RMg = \frac{\eta}{\eta-1} = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_W = \frac{1}{\psi'(N)} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ_W}{dN} = 1 - \frac{\psi(N) \cdot \psi''(N)}{[\psi'(N)]^2} \\ \frac{d^2Z_W}{dN^2} = \frac{2\psi(N)\psi''(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi'(N)\psi'(N)} - \left(\frac{\psi'(N)\psi''(N) + \psi(N)\psi'''(N)}{\psi'(N)\psi'(N)} \right) \end{array} \right.$$

$$\text{VI.3 - concorrência perfeita e rendimentos constantes: } \begin{cases} p = RMg \Rightarrow \frac{\eta}{\eta-1} = 1 \\ \psi'(N) = 1 \\ \psi''(N) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_w = \psi(N) \\ \frac{dZ_w}{dN} = 1 \\ \frac{d^2 Z_w}{dN^2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{VI.4 - concorrência não perfeita e rendimentos constantes: } \begin{cases} \psi'(N) = 1 \\ \psi''(N) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_w = \frac{\eta}{\eta-1} \cdot \psi(N) \\ \frac{dZ_w}{dN} = \frac{\eta}{\eta-1} \\ \frac{d^2 Z_w}{dN^2} = 0 \end{cases}$$