Value at Risk yang memperhatikan sifat statistika distribusi return

Situngkir, Hokky
Bandung Fe Institute

27 April 2006

Value at Risk yang memperhatikan sifat statistika distribusi *return*

Yohanes Surya[1]
(yohaness@centrin.net.id)
Senior Fellow
Surya Research International

Hokky Situngkir[2]
(hs@compsoc.bandungfe.net)
Dept. Computational Sociology
Bandung Fe Institute

[1] Peneliti ekonofisika dan *Board of Advisory* Bandung Fe Institute, http://www.yohanes-surya.com
[2] *Board of Science* Bandung Fe Institute, http://www.bandungfe.net/hs

February 27, 2006

Abstrak

Basel II Accord secara implisit menuntut penggunaan berbagai perangkat statistika yang paling mutakhir dalam analisis risiko dalam analisis keuangan. Salah satu aspek yang sering menjadi perhatian adalah analisis risiko pada sistem keuangan, dalam hal ini perhitungan *Value at Risk*. Pendekatan VaR yang konvensional cenderung lebih terkait dengan asumsi distribusi normal sementara penemuan empiris kontemporer menunjukkan adanya pola ketaknormalan dalam sifat statistika data-data keuangan. Dalam makalah ini, penulis menunjukkan perbandingan dua metodologi perhitungan VaR: yang menggunakan standar normalitas dan yang memperhitungkan dua momen statistika lain dari data keuangan, yaitu *skewness* dan kelebihan kurtosis. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metodologi terakhir menunjukkan akurasi perhitungan yang lebih baik daripada pendekatan tradisional.

1. Latar Belakang

Pengukuran risiko merupakan hal yang sangat penting dalam analisis keuangan mengingat hal ini berkenaan dengan investasi dana yang cukup besar yang seringkali pula berkenaan dengan dana publik. Salah satu aspek yang penting dalam analisis risiko keuangan adalah perhitungan *Value at Risk*, yang merupakan pengukuran kemungkinan kerugian terburuk dalam kondisi pasar yang normal pada kurun waktu *T* dengan tingkat kepercayaan tertentu α. Dalam hal ini, nilai tingkat kepercayaan harus dapat merefleksikan probabilitas baku dari horizon waktu investasi (misalnya, bank privat, dsb.). Kurun waktu perhitungan risiko pun mesti memperhatikan periode likuidisasi dari aset ber-risiko dan waktu *recovery* dari proses-proses berisiko yang terhitung gagal (Kühn & Neu, 2003).

Semenjak publikasi J.P. Morgan Riskmetrics (1999), perhitungan risiko mulai terasa pentingnya dalam analisis keuangan dan kalkulasi VaR merupakan salah satu bentuk pengukuran risiko yang cukup populer. Hal ini mengingat ikhwal kesederhanaan dari konsep VaR sendiri namun juga memiliki kemampuan implementasi berbagai metodologi statistika yang beragam dan mutakhir. Beberapa pendekatan yang dilakukan dalam analisis VaR dan penajamannya dengan visi serupa yang ingin mengakomodasi momen-momen statistika yang lebih tinggi dari data-data keuangan antara lain seperti yang dilakukan Li (1999) dan Bali & Gokcan (2003).

Dalam makalah ini, kita akan mencoba mengkontraskan pendekatan VaR dengan pendekatan tradisional yang menggunakan asumsi kenormalan data dan perhitungan yang memperhatikan sifat statistika dari data keuangan yang dijadikan acuan dalam perhitungan risiko. Pada bagian awal akan diterangkan sedikit ikhwal konsep dasar dari VaR pada analisis risiko keuangan dan beberapa pengembangan yang dapat dilakukan berdasarkan temuan empirik data-data keuangan yang ada. Di sini diperkenalkan penggunaan momen ketiga dan keempat untuk mengatasi kesulitan dalam analisis risiko yang bersandar pada normalitas distribusi data. Terakhir, analisis komparatif dilakukan dengan simulasi perhitungan VaR terhadap data historis beberapa data keuangan yakni data indeks komposit Bursa Efek Jakarta dan data historis beberapa saham yang populer di Indonesia.

2. Konsep dasar *Value at Risk* pada analisis keuangan

VaR merupakan sebuah konsep yang digunakan dalam pengukuran risiko dalam *risk management*. Secara sederhana VaR ingin menjawab pertanyaan "seberapa besar (dalam persen atau sejumlah uang tertentu) investor dapat merugi selama waktu investasi *T* dengan tingkat kepercayaan sebesar α". Dari pertanyaan tersebut, secara sederhana kita melihat adanya 3 variabel yang penting: besar kerugian, selang waktu, dan besar tingkat kepercayaan (Harper, 2004). Secara spesifik kita akan melihat pergerakan harga-harga saham melalui perspektif VaR ini.

Secara teknis, VaR dengan tingkat kepercayaan α, $\Psi(\alpha)$, dinyatakan sebagai bentuk kuantil-$(1-\alpha)$ dari distribusi keuntungan dan kerugian *r(t)* untuk *t=1,2,3,…,T* di mana *T* adalah periode investasinya. Jika kita menuliskan $f(r(t))$ sebagai fungsi kepadatan peluang dari *r(t)* dan $F(r(t))$ sebagai fungsi distribusi kumulatifnya, maka secara sederhana kita dapat menyatakan VaR dari *r(t)* tersebut pada tingkat kepercayaan α sebagai

$$\Psi(\alpha, r(t)) = \inf\left\{ r(t) \mid F(r(t)) \geq (1-\alpha) \right\} \quad (1)$$

atau

$$F(\Psi) = 1-\alpha \quad (2)$$

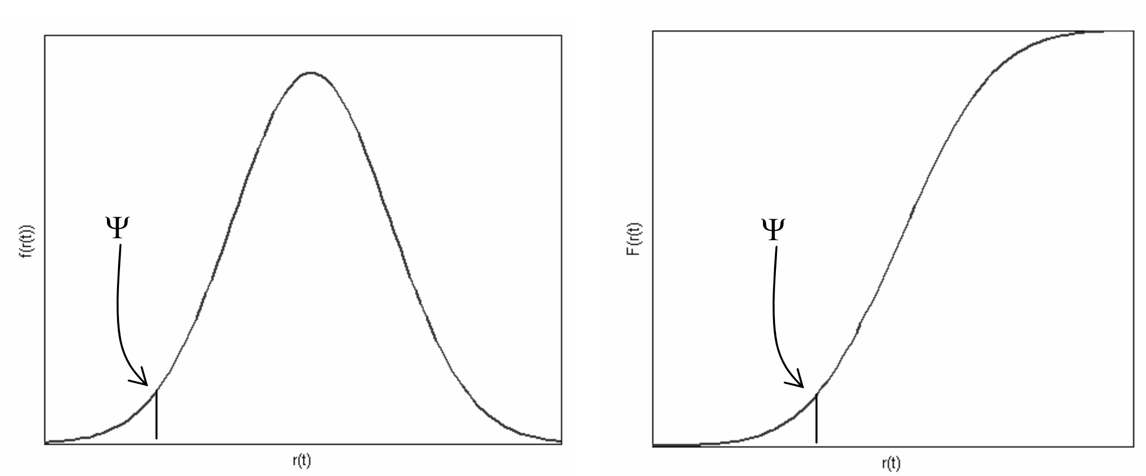
dan bentuk invers dari fungsi tersebut untuk menghitung nilai VaR,

$$\Psi = F^{-1}(1-\alpha) \quad (3)$$

Dalam hal ini, VaR merupakan bentuk invers dari fungsi kepadatan kumulatif (CDF). Mengingat komposisi portofolio dalam sistem perbankan senantiasa tidak tetap melainkan sering terjadi perubahan, maka VaR dapat kita tulis sebagai,

$$\Psi = F^{-1}(1-\alpha \mid \Theta(t)) \quad (4)$$

di mana $\Theta(t)$ merupakan besaran yang menunjukkan komposisi portofolio pada waktu *t*.



Gambar 1
VaR sebagai bentuk invers dari fungsi disitribusi kumulatif (CDF)
yang menunjukkan kuantil-α dari distribusi

Dengan memandang pergerakan harga indeks/saham, *p(t)*, sebagai proses stokastik dengan model difusi kontinu (*lih:* Bali, 2003 dan Baxter & Rennie, 1996), kita dapat menyatakan *return* harga sebagai gerak Brown pada waktu diskrit sebagai,

$$r(t) = \ln\left(\frac{p(t+\Delta t)}{p(t)}\right) = \mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad (5)$$

di mana μ dan σ masing-masing sebagai konstanta *drift* dan volatilitas, dengan $\varepsilon = \left(\frac{r(t) - \mu}{\sigma} \right)$ saat $\Delta t = 1$, $\varepsilon \sim iid$ *N(0,1)*. Maka dalam hal ini, dengan memandang VaR sebagai ukuran estimasi ketika *r(t)* menunjukkan variasi ekstrimnya, sebagai

$$\Pr(r(t) \leq \Psi) = \Pr\left(\varepsilon \leq \frac{\Psi - \mu}{\sigma} \right) \qquad (6)$$

maka dengan tingkat kepercayaan α, *r(t)* akan senantiasa lebih kecil atau sama dengan VaR (Ψ),

$$\Pr(r(t) \leq \Psi) = 1 - \alpha \qquad (7)$$

Dari sini, lebih teknis daripada definisi (1), dengan menyatakan $a = \left(\frac{\Psi - \mu}{\sigma} \right)$, maka nilai VaR dapat dikalkulasi sebagai

$$\Psi_{normal} = \mu - a\sigma \qquad (8)$$

di mana nilai *a* merupakan kuantil-α dari distribusi normal, $a(\alpha) = Q^{-1}(1 - \alpha)$. Untuk nilai tingkat kepercayaan, α, yang berbeda-beda dapat dilihat nilai *a* yang sesuai, pada apendiks 1.

Dari sini kita dapat memahami bahwa jika misalnya investasi saat ini bernilai Rp. 100 miliar, maka terdapat peluang (terburuk) sebesar 5% di mana pada selang waktu Δt minggu, investasi kita menjadi bernilai Rp 90 miliar – atau dengan kalimat lain, pada selang waktu Δt tersebut, dengan tingkat kepercayaan sebesar 95%, dana investasi dapat berkurang menjadi bernilai Rp 90 miliar.

Yang menjadi pertanyaan tentunya adalah bagaimana jika ternyata *return* data keuangan yang kita analisis ternyata tidak membentuk distribusi normal. Sebagaimana ditunjukkan pada Situngkir & Surya (2004b), data-data keuangan di Indonesia menunjukkan sifat *skewness* dan kurtosis berlebih (leptokurtis) yang menunjukkan penyimpangan dari normalitas.

Memperhatikan persamaan (8), kita secara sepintas melihat bahwa VaR dihitung berdasarkan semata-mata dua momen distribusi saja, sementara banyak data keuangan memiliki informasi yang penting juga pada momen ketiga, yaitu *skewness*, dan momen keempatnya, yakni kurtosis – dalam hal ini kurtosis berlebih.

Nilai *skewness* dari distribusi yang benar-benar simetris (misalnya distribusi normal) adalah nol. *Skewness* dalam makalah ini didefinisikan sebagai:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \qquad (9)$$

dengan $\mu_3 = \langle X - \sigma \rangle^3$ yang merupakan momen ketiga dan σ sebagai standar deviasi[1]. Di sisi lain kurtosis merupakan ukuran kecenderungan data berada di luar distribusi. Kurtosis dari distribusi normal adalah 3, artinya jika kurtosis lebih besar dari 3 maka sampel data cenderung untuk di luar distribusi normal sedangkan jika kurtosis lebih kecil dari 3, sampel data cenderung berada di dalam lingkupan distribusi normal. Kurtosis dalam makalah ini didefinisikan sebagai

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \tag{10}$$

dengan $\mu_4 = \langle X - \sigma \rangle^4$ merupakan momen tengah keempat. Distribusi yang leptokurtis ditandai dengan nilai maksimum yang sempit namun sangat besar nilainya, dan ekor distribusi yang lebih gemuk daripada ekor distribusi Gaussian. Di sini, kelebihan kurtosis kita nyatakan sebagai,

$$\gamma_2' = \gamma_2 - 3$$

mengingat kurtosis dari distribusi normal adalah 3.

Zangari (1996), menunjukkan bagaimana menyesuaikan kuantil tertentu dengan menggunakan *skewness* dan kelebihan kurtosis dengan menggunakan ekspansi Cornish-Fisher sebagai,

$$a'(\alpha) = a(\alpha) + \frac{\gamma_1}{6}\left(a^2(\alpha) - 1\right) + \frac{\gamma_2'}{24}\left(a^3(\alpha) - 3a(\alpha)\right) - \frac{\gamma_1^2}{36}\left(2a^3(\alpha) - 5a(\alpha)\right) \tag{11}$$

Dengan penyesuaian ini, kita dapat mengkalkulasi VaR sebagai,

$$\Psi_{SK} = \mu - a'\sigma \tag{12}$$

Dari sini kita mendapati bahwa kita akan menghitung nilai dari VaR dengan memperhatikan tidak hanya momen pertama dan kedua, tetapi juga *skewness* dan kelebihan kurtosis dari distribusi data *return*.

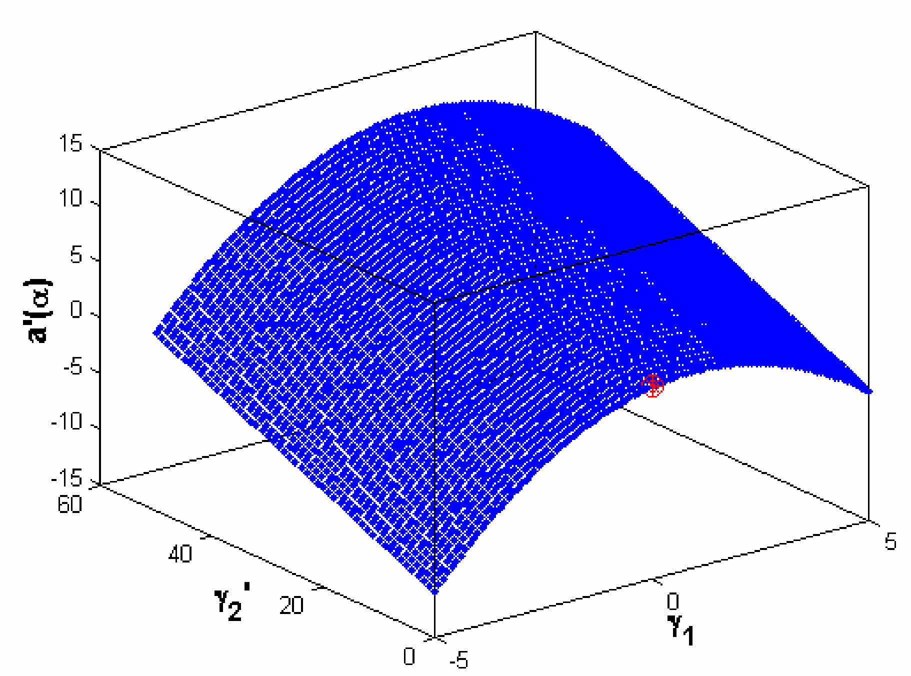
3. *Value at Risk* pada distribusi data keuangan

Sebagaimana telah ditunjukkan pada Situngkir & Surya (2004), data-data keuangan di Indonesia juga menunjukkan pola *skewness* dan leptokurtis sehingga ada keinginan untuk memperhatikan fakta empiris ini dalam perhitungan *Value at Risk* dalam berinvestasi di pasar modal nasional.

Parameter *skewness* menunjukkan derajat ketaksimetrian dari distribusi di antara nilai rata-ratanya. Nilai negatif dari *skewness* menunjukkan asimetri yang condong ke kiri sementara sebaliknya condong ke kanan. Nilai *skewness* ini memberikan gambaran

[1] Simbol $\langle \; \rangle$ merepresentasikan nilai rata-rata.

intuitif pada kita ke arah mana kira-kira bentuk asimetri dari ekor gemuk distribusinya. Di sisi lain, kurtosis menunjukkan tinggi rendahnya sebuah distribusi data relatif terhadap distribusi normal. Data-data keuangan yang acap kali menunjukkan pola leptokurtis atau ekor gemuk, dengan tingginya kejadian pada bagian ekor, menunjukkan bahwa terdapat banyak kejadian yang ternyata berada jauh dari nilai rata-rata, kontras dengan apa yang ditunjukkan dengan distribusi normal.



Gambar 2

Nilai kuantil-α berdasarkan ekspansi Cornish-Fisher terhadap nilai *skewness* dan kelebihan kurtosis yang berbeda-beda untuk $\alpha = 95\%$. Tanda '*' menunjukkan kondisi data berdistribusi normal

Pada persamaan (11), kita melihat bahwa nilai *skewness* dan kurtosis ternyata memberikan dampak yang besar bagi perhitungan kuantil-α yang konsekuensinya adalah perhitungan nilai *Value at Risk*. Hal ini divisualisasikan pada gambar 2. Terlihat dengan jelas adanya hubungan yang linier/proporsional antara bertambahnya nilai kurtosis dengan nilai VaR yang dikalkulasi, namun menunjukkan hubungan yang tak linier (parabolik) dengan nilai *skewness*-nya. Dengan memperhatikan skala yang ditunjukkan pada gambar 2, dapat kita lihat bahwa terdapat perbedaan yang pada praktiknya cukup besar antara kalkulasi VaR dengan menggunakan standar normalitas distribusi dengan yang memperhitungkan sifat distribusi data melalui *skewness* dan kelebihan kurtosis.

Untuk melihat hal ini dengan lebih jelas, kita akan mengkalkulasi parameter-parameter statistika yang diperoleh melalui data beberapa saham yang diperdagangkan di Bursa Efek Jakarta dan Indeks Harga Saham Gabungan. Hal ini ditunjukkan pada tabel 1. Di sini ditunjukkan empat momen dari empat data deret waktu yang kita jadikan contoh dalam penelitian ini. Terlihat dengan jelas bahwa dengan memperhatikan momen ketiga dan momen keempat, distribusi *return* data-data tersebut tidaklah gaussian[2]. Hal inilah yang akan kita simulasikan pada bagian berikutnya dengan memperbandingkan pendekatan tradisional dalam perhitungan VaR dan pendekatan yang memperhatikan *skewness* dan kelebihan kurtosis.

Tabel 1

Momen statistika beberapa data keuangan di Indonesia

data[*)]	μ	σ	γ_1	γ'_2
IHSG	0.00041	0.0136	-0.6823	4.5072
TLKM	0.00076	0.0265	-0.0465	4.7990
ASII	0.00071	0.0318	-0.1181	4.9150
UNVR	0.00086	0.0191	0.4914	11.2963

[*)] sejak Januari 4, 2000 hingga Maret 26, 2006

4. Simulasi & Diskusi

Kita melakukan simulasi analisis VaR dengan pendekatan tradisional yang bertumpu pada sifat kenormalan distribusi *return* sebagaimana ditunjukkan pada persamaan (8) dan VaR yang menggunakan persamaan (11) dan (12). Perhitungan VaR dilakukan pada jendela waktu 250 hari (setahun hari kerja bank) dengan menggunakan tingkat kepercayaan 99.5%, 99%, dan 95%. Pemilihan waktu ini tentunya dengan memperhatikan arahan dari *Basel II Accord* yang mensyaratkan penggunaan waktu historis minimum setahun hari kerja bank. Dalam simulasi kita, dengan meng-*update* nilai VaR berdasarkan *time window*-nya dan mencatat terjadinya kesalahan (*violations*) selama 1250 hari perdagangan (5 tahun bank). Dari sini kita mengukur akurasi VaR secara historis sebagaimana dirangkum dalam tabel 2.

Terlihat dengan jelas bahwa asumsi normalitas dalam kalkulasi VaR sangat rentan kesalahan relatif terhadap komputasi dengan menggunakan ekspansi Cornish-Fisher tersebut. Akurasi yang kita dapatkan rata-rata mencapai sepuluh kali lipat dengan memperhitungkan *skewness* dan kelebihan kurtosis dalam kalkulasi kita. Hal ini menunjukkan kurang tepatnya penggunaan asumsi dasar normalitas data-data keuangan tersebut.

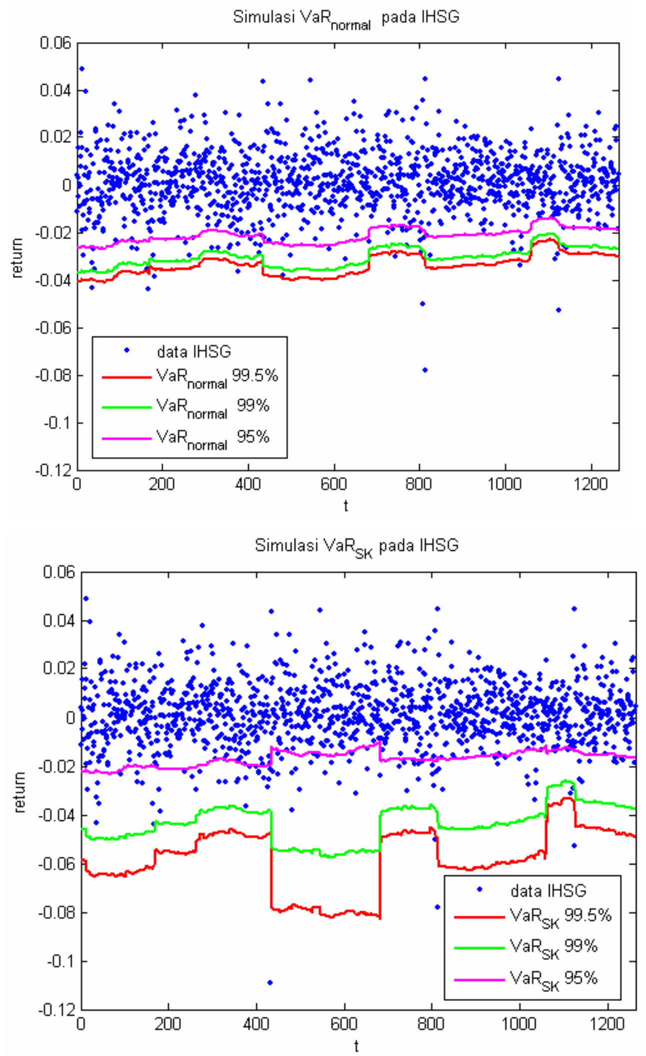
Tabel 2

Hasil simulasi perbandingan Ψ_{normal} dan Ψ_{SK}

data	**kesalahan dengan** Ψ_{normal}			**kesalahan dengan** Ψ_{SK}		
	99.5%	***99%***	***95%***	***99.5%***	***99%***	***95%***
IHSG	0.0483	0.0135	0.0095	0.0752	0.0048	0.0032
TLKM	0.0071	0.0103	0.0427	0.000791	0.0016	0.0554
ASII	0.0087	0.0158	0.0459	0.0040	0.0063	0.0562
UNVR	0.0087	0.0111	0.0324	0	0.0016	0.0427

[2] Tentu saja kenormalan juga dapat dilihat dengan menggunakan beberapa uji kenormalan seperti misalnya uji Jarque-Berra, namun hal ini tidak dilakukan mengingat fokus penelitian ini.

Observasi lebih jauh dapat kita lihat pada gambar 3 yang membandingkan simulasi VaR dengan menggunakan pendekatan klasik asumsi normalitas (gambar atas) dan pendekatan dengan ekspansi Cornish-Fisher yang memperhitungkan juga momen ketiga dan keempat (gambar bawah).



Gambar 3
Simulasi VaR pada IHSG dengan asumsi normalitas (atas) dan yang memperhitungkan *skewness* dan kelebihan kurtosis (bawah).

Pada gambar terlihat bahwa perhitungan *skewness* dan kurtosis pada VaR menghasilkan VaR yang seringkali lebih besar daripada perhitungan VaR yang mengasumsikan kenormalan. Hal ini dapat dipahami dengan menyadari bahwa kondisi leptokurtis dari data-data keuangan menunjukkan bahwa kejadian-kejadian yang menghasilkan perubahan harga yang besar pada dasarnya lebih sering terjadi dibandingkan distribusi kejadian yang gaussian. Untuk ini, memang VaR yang kita gunakan dalam pengukuran risiko investasi harus pula lebih besar untuk mengantisipasi hal tersebut.

5. Catatan Penutup & Pekerjaan Lebih Jauh

Kita memahami bahwa pengukuran yang akurat dengan VaR memegang peranan yang sangat penting dalam analisis dan manajemen risiko keuangan. Salah satu aspek keuangan yang paling berkenaan dengan risiko adalah pasar modal dan bursa efek. Pendekatan konvensional dari VaR dalam pasar modal saat ini seringkali dikaitkan dengan asumsi normalitas dari distribusi kerugian dan keuntungan (P&L=*profit and loss*) sementara dalam data-data keuangan distribusi data lebih cenderung membentuk pola tak-normal alias condong ke kiri atau ke kanan (*skewed*) dan bahkan leptokurtis, yakni kejadian dengan fluktuasi besar relatif lebih sering terjadi.

Dalam makalah ini, kita membandingkan perhitungan *Value at Risk* dengan menggunakan asumsi tradisional normalitas ini dengan kalkulasi VaR yang turut memperhitungkan sifat distribusi yang menarik tersebut. Hal ini dilakukan dengan menggunakan estimasi kuantil-α yang menggunakan ekspansi Cornish-Fisher. Hasil simulasi dan eksperimen kita terhadap data historis menunjukkan bahwa perhitungan VaR menjadi lebih baik terhadap data-data keuangan yang ada di Indonesia.

Pekerjaan lebih jauh yang bisa dilakukan sebagai kelanjutan dari penelitian ini adalah aplikasi perhitungan VaR ini pada portofolio saham ataupun portofolio dari bank-bank privat. Hal ini cukup penting mengingat VaR bersifat tidak sub-aditif. Artinya, risiko dua hal tidak selalu lebih kecil daripada penjumlahan dari dua risiko investasi. Hal ini dapat dilakukan dengan metodologi ultrametrisitas (Situngkir & Surya, 2005) ataupun pendekatan dengan memperhatikan sifat keacakan data saham dengan teori matriks acak (Hariadi & Surya, 2004). Aplikasi-aplikasi lain juga dapat dilakukan dengan bentuk-bentuk perhitungan VaR melalui berbagai perangkat prediksi yang populer pada penelitian ekonofisika seperti pendekatan model jaring saraf (Situngkir & Surya, 2004a) dan GARCH (Hariadi & Surya, 2003).

Pengakuan

Kedua penulis berterima kasih kepada Roy Sembel atas diskusi dan motivasi berbagai penelitian yang berkenaan dengan manajemen risiko keuangan. Penulis juga berterimakasih pada rekan-rekan di Bandung Fe Institute dan Surya Research International atas diskusi selama penulisan makalah ini.

Pustaka

Bali, T.G. & Gokcan, S. (2003). “Alternative Approaches to Estimating VaR for Hedge Fund Indices”. *Intelligent Hedge Fund Investing* April 2004 eds. Barry Schachter. pp 253-77.

Baxter, M & Rennie, A. (1996). *Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing*. Cambridge UP.

Basel Committee on Banking Supervision (2001). *The New Basel Accord*. Consultive Document, Basel, January 2001, URL: http://www.bis.org.

Cornish, E. A. & Fisher, R.A. (1937). “Moments and Cumulants in the Specification of Distributions”. *Review of the International Statistical Institute*. pp 307-20.

Hariadi, Y. & Surya, Y. (2003). *Kulminasi Prediksi Data Deret Waktu Keuangan: Volatilitas dalam GARCH(1,1)*. Working Paper WPF2003. Bandung Fe Institute

Hariadi, Y. & Surya, Y. (2004). *LQ45* Dalam Teori Matriks Acak*. Working Paper WPI2004. Bandung Fe Institute. http://www.bandungfe.net/wp2004/2004i.pdf

Harper, D. (2004). "Introduction to Value at Risk (VaR)". *Investopedia*. URL:

J.P. Morgan Global Research (1996). *RiskMetrics™ Technical Document*, 4th Edition, URL: http://www.riskmetrics.com.

Kühn, R. & Neu, P. (2003). "Functional Correlation Approach to Operational Risk in Banking Organization". *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications* 322:650-66.

Li, D. X. (1999). *Value at Risk Based on the Volatility, Skewness and Kurtosis*. Working Paper RiskMetrics April 1999. URL: http://www.riskmetrics.com/kurtovv.pdf

Situngkir, H. & Surya, Y. (2004a). "Neural network revisited: perception on modified Poincare map of financial time-series data". *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications* 344 (1-2):100-3.

Situngkir, H. & Surya, Y. (2004b). "Stylized Statistical Facts of Indonesian Financial Data: Empirical Study of Several Stock Indexes in Indonesia". *Proceeding Simposium Fisika Nasional XX 2004:* 173-8.

Situngkir, H. & Surya, Y. (2005). *On Stock Market Dynamics through Ultrametricity of Minimum Spanning Tree*. Working Paper WPH2005. Bandung Fe Institute. http://www.bandungfe.net/wp2005/2005h.pdf

Zangari, P. (1996), "An Improved Methodology for Measuring VaR". *RiskMetrics Monitor* January 1996: 7-25.