



Munich Personal RePEc Archive

# **A review of the conventional methods of growth accounting: The tyranny of identity**

Villar Otálora, Juan Camilo

16 March 2021

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/106683/>  
MPRA Paper No. 106683, posted 18 Mar 2021 11:00 UTC

# UNA REVISIÓN SOBRE LOS MÉTODOS CONVENCIONALES DE LA CONTABILIDAD DEL CRECIMIENTO: LA TIRANÍA DE LA IDENTIDAD\*

Juan Camilo Villar Otálora<sup>♣</sup>

## Resumen

Mediante la revisión de los aportes realizados a la teoría del crecimiento por los autores neoclásicos y por los autores de la corriente heterodoxa, el trabajo examina la validez empírica de estos modelos en los cuales la función de producción agregada se constituye como punto de partida y su principal herramienta de análisis. Para esto, se presentan dos trabajos que miden la contabilidad del crecimiento bajo el esquema neoclásico y posteriormente se procede a contrastar estos trabajos con la crítica conocida bajo el nombre de la *“tiranía de la identidad”*. A través del uso de la metodología de Mínimos Cuadrados Ordinarios, se concluye que los resultados obtenidos por los trabajos en cuestión son producto de estimaciones mal especificadas de la identidad contable del ingreso nacional.

**Palabras clave:** Contabilidad del Crecimiento – Función de Producción Agregada – Identidad Contable

**JEL:** B5 – C80 – E12 – E13 – O47

## A REVIEW OF THE CONVENTIONAL METHODS OF GROWTH ACCOUNTING: THE TYRANNY OF IDENTITY

### Abstract

By reviewing the contributions made to the theory of growth by neoclassical authors and authors of the heterodox current, the paper examines the empirical validity of these models in which the aggregate production function is constituted as a starting point and its main analytical tool. For this, two papers that measure the accounting of growth under the neoclassical scheme are presented and later these works are contrasted with the criticism known under the name of the *“tyranny of the identity”*. Using the methodology of Ordinary Least Squares, it is concluded that the results obtained by the works in question are the product of poorly specified estimates of the countable identity of the national income.

**Key words:** Growth Accounting – Aggregate Production Function – Accounting Identity

**JEL:** B5 – C80 – E12 – E13 – O47

---

\* El autor agradece los valiosos comentarios, sugerencias y aportes realizados por Jacobo Campo Robledo y Álvaro Moreno Rivas. Los hallazgos, recomendaciones, interpretaciones y conclusiones de este documento son responsabilidad única de su autor y no reflejan la opinión de ninguna de las instituciones donde se desempeña.

<sup>♣</sup> Magíster en Economía. Universidad Externado de Colombia. Economista. Universidad Militar Nueva Granada. Profesor de Economía de la Universidad Central. Economista del Grupo de Estudios Económicos de la Superintendencia de Industria y Comercio. Correo electrónico personal: [camilovillar.o@gmail.com](mailto:camilovillar.o@gmail.com)

## 1. INTRODUCCIÓN

Sin duda alguna el núcleo de la teoría neoclásica del crecimiento<sup>1</sup> radica en la función de producción agregada, pues desde la publicación de los trabajos seminales de Solow (1956, 1957) hasta los desarrollos más recientes de modelos de crecimiento endógeno, dependen de la validez tanto funcional como empírica de este concepto, el cual y a pesar de las diversas críticas realizadas se sigue utilizando como un instrumento académico y empírico. Lo anterior, en gran parte se justifica por el reconocimiento otorgado a Solow en 1987, por la Real Academia de las Ciencias de Suecia por sus contribuciones a la teoría del crecimiento económico.

En el campo heterodoxo, las críticas a la función de producción agregada han sido realizadas desde tres enfoques diferentes: El primero de ellos, desde los llamados “*debates de Cambridge*” en donde se discutió la problemática que presentaba la medición del factor capital, la determinación de la tasa de beneficio y el problema de la distribución; además de los problemas de recambio y reversión de técnicas. El segundo enfoque de la crítica fue tratado desde el punto de vista de la agregación, donde se cuestionó sobre la forma adecuada de medir cantidades heterogéneas tanto del factor capital como trabajo, por medio de un solo número. Por último, el tercer enfoque está basado en la llamada “*tiranía de la identidad*”, donde partiendo de la identidad del ingreso nacional y suponiendo dos hechos estilizados del crecimiento, se puede obtener una expresión formal que es idéntica a una función de producción agregada, con la diferencia de que dicha relación fue obtenida sin ningún recurso de la teoría neoclásica de la producción y distribución. En otras palabras, la identidad contable del ingreso nacional se puede escribir de la misma forma simbólica como se expresan las funciones de producción, siempre y cuando, todas las variables se expresen en valores monetarios o deflactados por índices adecuados.

Además de las críticas nombradas con anterioridad, vale la pena destacar que desde el campo ortodoxo, también se han realizado fuertes cuestionamientos a la función de producción agregada; estos cuestionamientos argumentan que el buen ajuste de los factores en el producto total están dados por la similitud entre los agentes participantes en el proceso productivo, por ende, los resultados obtenidos, por buenos que sean, utilizando datos de corte transversal y datos con series de tiempo, no pueden tomarse como evidencia a favor de la teoría neoclásica del crecimiento.

En años más recientes el debate sobre la agregación de las funciones de producción ha suscitado nuevamente, y aunque se ha demostrado que las pruebas empíricas que validan la teoría neoclásica del crecimiento se reducen a una simple estimación mal especificada de la identidad contable; la solución no radica en implementar técnicas econométricas más eficientes debido a que, en algunos casos, los pobres resultados no se deben a deficiencias econométricas comunes sino más bien, son producto de la presencia de un componente cíclico el cual ocasiona múltiples

---

<sup>1</sup> La teoría neoclásica del crecimiento hace referencia a la teoría de carácter exógeno y endógeno, pues en ambos tipos la función de producción agregada es su punto de partida.

variaciones y por ende un ajuste estadístico deficiente, de tal manera que la teoría neoclásica del crecimiento no es falsable empíricamente.

A pesar de las críticas realizadas tanto a la forma teórica y funcional de la función de producción agregada y a la evidencia empírica que así lo sustenta, con la publicación de los trabajos seminales de Solow (1956, 1957) se intensificó el uso de dicho concepto. En gran parte, estos trabajos han sido el punto de partida bien sea para modificar la metodología utilizada o para perfeccionarla, como es el caso de los trabajos de Mankiw, Romer y Weil (MRW, 1992).

El primer objetivo de este trabajo es aportar evidencia que sustente que los resultados obtenidos por la teoría neoclásica del crecimiento carecen de valor empírico, debido a que estos, por buenos o malos que sean, son simples estimaciones de la identidad contable del ingreso nacional, de tal manera que los mismos no pueden ser interpretados como evidencia a favor de la mencionada teoría. Así las cosas, el aporte central de este ejercicio es presentar por primera vez en la literatura para Colombia y América Latina el examen de la tiranía de la identidad contable, donde, es pertinente aclarar que la crítica realizada no se refiere a que los modelos empíricos incurrir en problemas conceptuales, o de identificación, o de estimación econométrica. No. La falla reside en el fundamento mismo, la función de producción agregada.

En línea con lo anterior, la evidencia empírica que evalúa el objetivo de este trabajo se realizó bajo la metodología de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), y con base en dos documentos académicos: El primero de ellos, realizado por Grupo de Estudios del Crecimiento Económico del Banco de la República (GRECO, 2002) en el cual, se utiliza la metodología propuesta por Solow (1956) con el objetivo de calcular la Productividad Total de Factores (PTF) en Colombia durante el periodo 1925-1995. El segundo, el trabajo realizado por Helliwell y Chung (1992), quienes partiendo de la especificación realizada por MRW (1992), y añadiendo el tipo de cambio y el ingreso real como variables a la función de producción, calcularon las fuentes de crecimiento económico en 98 países para el periodo 1960-1985.<sup>2</sup>

El segundo objetivo del trabajo es realizar un aporte a una discusión, la cual pone en tela de juicio los fundamentos de la teoría económica convencional. En este sentido, el ejercicio empírico realizado invita al lector a cuestionar la metodología utilizada y los resultados obtenidos por la formulación neoclásica; esto con el fin de incentivar al debate y a la crítica argumentativa de un tema, del que poco o nada se habla debido a su poco conocimiento y/o a la falta de evidencia empírica que lo sustente. De tal manera que, es necesario dejar de lado la función de producción agregada para realizar ejercicios empíricos y buscar alternativas conceptuales y empíricas que permitan examinar rigurosamente las hipótesis neoclásicas del crecimiento económico exógeno y endógeno.

---

<sup>2</sup> Para efectos de este trabajo, la estimación de la identidad y la función de producción agregada se realizó únicamente para los países de América Latina. Esto con el fin de dar simplicidad al análisis y no caer en ser redundantes o repetitivos respecto a otros análisis neoclásicos realizados para una muestra significativa de países.

El presente documento se divide en cinco secciones, siendo esta introducción la primera de ellas. A través de una breve revisión de literatura, en la segunda sección se muestra el ejercicio econométrico realizado por GRECO (2002) y por Helliwell y Chung (1992), los cuales tienen como punto de partida la metodología propuesta por Solow (1956) y MRW (1992). La tercera sección expone, en detalle, las críticas realizadas a la función de producción agregada junto con alguna reflexiones sobre la contabilidad del crecimiento. En la cuarta sección se presenta la evidencia empírica en favor de la identidad contable de los dos ejercicios anteriores; dicha evidencia confirma que los ejercicios empíricos realizados con una función de producción agregada como punto de partida son simples artefactos estadísticos. Por último, en la quinta sección se concluye.

## **2. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN AGREGADA Y EL TRABAJO EMPÍRICO EN LA TEORÍA NEOCLÁSICA DEL CRECIMIENTO**

Uno de los desafíos más importantes para la teoría económica convencional es explicar la causa de la *“riqueza de las naciones”* y proveer evidencia empírica para mostrar la validez del modelo neoclásico nuclear de crecimiento. Como es sabido, el punto de partida de la contabilidad del crecimiento son los trabajos seminales de Solow (1956, 1957), en los cuales se propuso, por primera vez, una metodología para validar empíricamente las hipótesis del modelo neoclásico nuclear de crecimiento.

Curiosamente, para la misma fecha Phelps (1957) publicaba un artículo en el cual cuestionaba el ajuste de los datos producto del uso de la función de producción agregada de tipo Cobb-Douglas. En dicho artículo se criticó el uso de esta función tanto con datos de corte transversal y series de tiempo, argumentándose que el buen ajuste de los factores de producción al producto total estaba dado a partir de la similitud existente entre las múltiples firmas que participan en el proceso de producción, de tal manera que las diferencias en el producto de las firmas están estrechamente correlacionadas con las diferencias en la remuneración total de los factores y de los beneficios. Por ende, concluye Phelps (1957), en la medida en que esta correlación se mantenga, la aparente productividad diferencial de los factores es solo la proyección de sus precios y no puede medirse separadamente para ver el ajuste de los mismos.

Sin embargo, con la publicación del trabajo realizado por Solow (1956) las críticas realizadas a la función de producción agregada pasaron a un segundo plano, pues dicho trabajo se convirtió en la principal herramienta de análisis académico y empírico en cuanto a temas de crecimiento económico se refiere. El modelo propuesto es sencillo, y parte de una función de producción agregada de la forma:

$$Q = F(K, L; t) \tag{1}$$

En la cual  $Q$  representa el total de la producción,  $K$  y  $L$  representan los insumos de capital y trabajo en unidades físicas, y  $t$  representa el tiempo. Suponiendo que el cambio tecnológico es neutral y que la función de producción agregada cumple con los supuestos convencionales de la teoría neoclásica,<sup>3</sup> entonces la ecuación (1) puede escribirse como:

$$Q = A_t f(K, L) \quad (1a)$$

Donde  $A_t$  mide el efecto acumulado del cambio tecnológico en el tiempo. Al derivar la ecuación (1a) con respecto al tiempo y dividir por  $Q$  se tiene que:

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{A}}{A} + A \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\dot{K}}{K} + A \frac{\partial f}{\partial L} \frac{\dot{L}}{L} \quad (1b)$$

Suponiendo que  $\alpha$  y  $\beta$  son las participaciones relativas del capital y el trabajo, al reemplazarlas en la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{\dot{Q}}{Q} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + \beta \frac{\dot{L}}{L} \quad (1c)$$

Al linealizar, la ecuación (1c) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\varphi q = \varphi a + \alpha \varphi k + \beta \varphi l \quad (1d)$$

Donde  $\varphi q$  es la tasa de crecimiento del producto,  $\varphi a$  la tasa de crecimiento del cambio tecnológico,  $\varphi k$  la tasa de crecimiento del stock de capital y  $\varphi l$  la tasa de crecimiento del stock de trabajo. Suponiendo que la ecuación (1d) es homogénea de grado uno, al ser expresada en términos de producto por trabajador se tiene que:

$$\varphi q_i = \varphi a + \alpha \varphi k_i \quad (1e)$$

Al despejar  $\varphi a$  de la ecuación (1e) se obtiene que el crecimiento del cambio tecnológico es igual a la tasa de crecimiento del producto menos la tasa de crecimiento del capital, la cual viene determinada por la participación de la remuneración de dicho factor en el producto. Conforme

---

<sup>3</sup> Suponiendo que los factores de producción cumplen con las propiedades de rendimientos constantes, rendimientos marginales decrecientes y las condiciones de Inada.

a lo anterior, para Solow (1956) el cambio tecnológico viene dado por  $A_t = [1 + \varphi a]^t$ , lo que en una aproximación más discreta puede escribirse como  $A_t = e^{\varphi a t}$ .

El valor obtenido es conocido como la PTF, el cual recoge todos los elementos que, más allá de la cantidad de trabajo y capital, son responsables del crecimiento económico. Solow (1956) encontró que la función de producción agregada de la forma Cobb-Douglas y la función semilogarítmica tienen un ajuste perfecto, por ende, cumplen con los supuestos convencionales de la teoría neoclásica. De esta manera, afirma que es válido concluir que dichas funciones se ajustan eficientemente a los datos.

Pese a ser el punto de partida de la teoría neoclásica del crecimiento, el trabajo realizado por Solow (1956) no estuvo exento a la crítica, entre estas vale la pena destacar la realizada por Simon (1978), quien cuestionó la forma funcional de la función de producción agregada de la forma Cobb-Douglas argumentando que los buenos resultados producto del uso de este tipo de función, no pueden tomarse como evidencia a favor de la teoría neoclásica del crecimiento puesto que los mismos se obtienen fácilmente ajustando equivocadamente una función de producción Cobb-Douglas a los datos que fueron generados por una identidad contable.

Por otra parte, se tiene la crítica realizada por los teóricos del crecimiento endógeno,<sup>4</sup> para quienes la exogeneidad del cambio tecnológico y de los shocks que afectan los factores de producción no pueden ser considerados como una fuente explicativa del crecimiento económico. Dado lo anterior, MRW (1992) publican un análisis con evidencia empírica que sustenta la validez del modelo de Solow (1956), su extensión con capital humano y la hipótesis de convergencia condicional.

El modelo desarrollado por MRW (1992) parte de una función de producción agregada de la forma Cobb-Douglas, donde  $H$  representa el stock de capital humano:

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta}; \alpha + \beta < 1 \quad (2)$$

Suponiendo que  $s_k$  es la fracción de ingreso invertida en el desarrollo de capital físico y  $s_h$  la fracción invertida en el desarrollo de capital humano, entonces la evolución de la economía está determinada por:

$$\dot{k}_t = s_k y_t - (n + g + \delta)k_t \quad (2a)$$

---

<sup>4</sup> Se refiere a las críticas realizadas por Romer (1987), Barro (1987), Rebelo (1989), Lucas (1990), Barro (1988) y Barro y Sala-i-Martin (1990).

$$\dot{h}_t = s_h y_t - (n + g + \delta) h_t \quad (2b)$$

Resolviendo para el equilibrio de estado estable, donde  $\dot{k} = 0$  y  $\dot{h} = 0$ , se obtiene:

$$k^* = \left( \frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \quad (2c)$$

$$h^* = \left( \frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{(1-\alpha-\beta)}} \quad (2d)$$

Al sustituir las ecuaciones de estado estable (2c) y (2d) en la ecuación (2) y tomando logaritmos a ambos lados de la misma se obtiene la ecuación (2e), la cual muestra como el ingreso per cápita está en función del crecimiento poblacional y la acumulación de capital físico y humano.

$$\ln \left[ \frac{Y_t}{L_t} \right] = \ln A_0 + gt - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln s_k + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln s_h \quad (2e)$$

La evidencia empírica presentada por MRW (1992)<sup>5</sup> se caracteriza por un análisis de corte transversal realizado entre 1960-1985 para tres grupos de países: Petroleros; No Petroleros; OCDE. Los resultados confirman que la inclusión del capital humano en el modelo original de Solow (1956) es significativa para los tres grupos de países evaluados, puesto que explica alrededor del 80% de la variación del ingreso per cápita entre los mismos, por otro lado, se destaca que para la muestra de países intermedios y no petroleros el capital humano explica el 60% y 70% del crecimiento del producto respectivamente.

#### a. El ejercicio empírico del GRECO

Aunque varios autores han estudiado y utilizado diferentes técnicas para estudiar el patrón de crecimiento económico para Colombia, para efectos de este trabajo se presentará la metodología empleada y los resultados obtenidos por el GRECO (2002).

---

<sup>5</sup> Para MRW (1992) el capital humano está representado por la variable “SCHOOL”, la cual es el porcentaje promedio de la población en edad de trabajar en la escuela secundaria para el mismo periodo de tiempo. Para contrastar la hipótesis de convergencia, la tasa de cambio tecnológico es denotada por  $A_0$  en todo momento del tiempo, lo cual indica que parte del término de error se correlaciona positivamente con el ingreso inicial.



El trabajo realizado parte de la formulación realizada por Solow (1956) y utiliza la metodología de series de tiempo para calcular la PTF y verificar la existencia de una relación de equilibrio en el largo plazo entre el capital per cápita y el producto per cápita en Colombia para el período de 1927-1995.

Partiendo de la siguiente función de producción agregada de tipo Cobb-Douglas:

$$Y_{t+1} = K_{t+1}^\alpha A_t (1 - g)^{1-\alpha} L_{t+1}^{1-\alpha} \quad (3)$$

Donde  $Y$  es el PIB real,  $K$  es el capital real,  $\alpha$  la elasticidad del producto al capital,  $L$  la población laboral,  $A$  un parámetro de eficiencia de la población laboral mayor que uno. Estableciendo la relación entre el producto por trabajador y el capital por trabajador:

$$\frac{Y_{t+1}}{L_{t+1}} \equiv y_{t+1} = A_t (1 - g)^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} \right)^\alpha ; k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} \quad (3a)$$

Expresando la ecuación (3a) en términos per cápita por trabajador, el cual es una función de tipo Cobb-Douglas la cual incluye un parámetro tecnológico  $A$  que crece a una tasa constante por periodo  $g$ :

$$y_{t+1} = A_t (1 - g)^{1-\alpha} + k_{t+1}^\alpha = A_{t+1} k_{t+1}^\alpha \quad (3b)$$

La especificación econométrica que realiza el GRECO para calcular el PIB potencial mediante un modelo VEC es:

$$\Delta y_t = \varphi_{11} \Delta y_{t-1} + \varphi_{12} \Delta k_{t-1} + \lambda_1 [y_{t-1} - \alpha k_{t-1} - \mu - \beta t] + \varepsilon_{1t} \quad (3c)$$

$$\Delta k_t = \varphi_{21} \Delta y_{t-1} + \varphi_{22} \Delta k_{t-1} + \lambda_2 [y_{t-1} - \alpha k_{t-1} - \mu - \beta t] + \varepsilon_{2t} \quad (3d)$$

El *Cuadro I*, presenta los resultados obtenidos.

**Cuadro I**  
Cálculo de la PTF para Colombia  
Regresión por Mínimos Cuadrados Restringidos

Parámetro	Coefficiente	Error estándar	Estadístico t	Probabilidad
$\alpha$	0,420	-	-	-
$\beta$	0,015	-	-	-
$\mu$	4,764	-	-	-
$\lambda$	-0,519	-	-	-
$\varphi_1$	0,015	0,002	5,583	0,000
$\varphi_2$	-0,068	0,011	-6,104	0,000
$\varphi_3$	-0,005	0,001	-5,217	0,000
	<b>R<sup>2</sup>: 0,301</b>	<b>R<sup>2</sup> adj: 0,27</b>	<b>DW: 2,126</b>	<b>F: 0,000</b>

Errores estándar en paréntesis

Fuente: GRECO (2002)

Los resultados obtenidos por el GRECO (2002) infieren que la relación de cointegración se ajusta a la formulación del modelo de Solow (1956), en la cual el producto por trabajador depende del capital por trabajador, cumpliendo las propiedades de rendimientos marginales decrecientes y rendimientos a escala constantes. Para el periodo de 1925 – 1981 las variables anteriormente mencionadas sostuvieron una relación de equilibrio en el largo plazo, encontrando que la elasticidad del producto al capital es de 0,42 y la tasa de crecimiento de la eficiencia laboral es de 2,8% anual.

Aunque después de 1981 dicha relación de equilibrio en el largo plazo desaparece, debido a que en la década del setenta se presentó una desaceleración del crecimiento del producto por trabajador ocasionado por una caída en la tasa de crecimiento de la eficiencia laboral, y en la década del noventa se aceleró el crecimiento del capital por trabajador, los valores de la elasticidad del producto al capital y de la tasa de crecimiento de la eficiencia laboral son similares a los valores encontrados bajo la existencia de dicha relación.

### **b. El ejercicio empírico de Helliwell y Chung**

El trabajo realizado por Helliwell y Chung (1992) utiliza la metodología de corte transversal para calcular las fuentes de crecimiento económico en 98 países, 18 de ellos de América Latina, para el periodo comprendido entre 1960 y 1985. Los autores encuentran que, en términos generales, el crecimiento en los países de América Latina es menor comparativamente al registrado en países de África, Asia y la OCDE.

El análisis parte del modelo de MRW (1992) en el cual el producto de las economías está determinado por una función de producción agregada de la forma Cobb-Douglas, la cual incluye la acumulación de capital humano, capital físico, las unidades de trabajo, medidas en términos de eficiencia por trabajador, el tipo de cambio y el ingreso real:

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta (A_t L_t)(S_t C_t)^{1-\alpha-\beta} \quad (4)$$

Los autores suponen que los coeficientes implican rendimientos constantes en todos los factores tomados en conjunto, por ende, rendimientos decrecientes en cualquier combinación de capital físico  $s_k$  y humano  $s_h$ , de tal manera que el estado estacionario de las economías viene dado por:

$$\ln \left[ \frac{Y_t}{L_t} \right] = \ln A_0 + gt - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln s_k + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln s_h \quad (4a)$$

Para el caso, Helliwell y Chung (1992) suponen que inicialmente los índices de eficiencia del capital físico  $s_k$ , humano  $s_h$  y del cambio tecnológico crecen a tasas diferentes en cada país de tal manera que los resultados obtenidos por los autores rechazan el supuesto de que el cambio tecnológico es neutral e inalterable. El *Cuadro II*, da cuenta de los resultados obtenidos para la modelación realizada.

### Cuadro II

Cálculo de las fuentes de crecimiento económico para 98 países

Regresión a través de Cortes Transversales

Región	África	Asia	América Latina	OCDE	98 países
Constante	2,826	2,665	5,050	1,864	3,454
<b>S</b>	0,076 (0,06)	-0,108 (0,11)	0,089 (0,05)	0,061 (0,02)	0,044 (0,25)
<b>C</b>	-0,402 (0,15)	0,095 (0,43)	-0,645 (0,15)	-0,437 (0,61)	-0,328 (0,63)
<b>K</b>	0,492 (0,13)	1,091 (0,37)	0,269 (0,21)	0,402 (0,14)	0,539 (0,83)
<b>H</b>	0,129 (0,96)	-0,401 (0,33)	0,236 (0,24)	0,222 (0,12)	0,117 (0,63)
<b>n + g + δ</b>	-0,223 (0,84)	-0,083 (2,35)	-0,048 (0,53)	-0,935 (0,28)	-0,106 (0,30)
<b>R<sup>2</sup></b>	0,315	0,505	0,620	0,751	0,529

Errores estándar en paréntesis

Fuente: Helliwell y Chung (1992)

Los resultados obtenidos por Helliwell y Chung (1992) muestran diferencias significativas en las fuentes de crecimiento para los distintos grupos de países, donde se destaca que existe un vínculo significativo entre el tipo cambio y el ingreso real para los países de la OCDE y Asia, y no así para los de América latina y África. Los autores explican que esto último se debe a que las tasas de crecimiento de estos dos grupos de países han sido inferiores al resto, aún después de permitir diferentes tasas de inversión en capital físico y humano, dadas las condiciones macroeconómicas de cada uno de los países participantes; para el caso de América Latina resaltan que las bajas tasas de crecimiento están asociadas con tasas de inflación más altas o variables.

### 3. UNA CRÍTICA AL USO DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN AGREGADA EN MODELOS EMPÍRICOS DE CRECIMIENTO

A lo largo del tiempo, el concepto de función de producción agregada ha estado sujeto a múltiples críticas en torno a sus fundamentos teóricos y funcionales; tales críticas vienen desde la década de 1950 con los llamados “*debates de Cambridge*” en donde se cuestionó la forma en que se medía el capital. Posteriormente, en la década de 1970 la crítica a dicho concepto vino desde la literatura de la agregación, desde donde se polemizó acerca de las condiciones bajo las cuales las funciones de producción microeconómicas pueden agregarse. Y, por último, se encuentran las rigurosas demostraciones realizadas por Shaikh (1974) y Felipe y McCombie (2005), quienes algebraicamente mostraron cómo partiendo de la identidad contable que representa el ingreso nacional, se puede obtener una ecuación similar a una función de producción agregada. De manera paralela, se presentan algunas reflexiones de la literatura internacional y nacional sobre el debate de la agregación, las funciones de producción y la contabilidad del crecimiento.

#### a. Los debates de Cambridge

Los debates de Cambridge se centraron en cuestionar la forma en la que los economistas neoclásicos realizaban las mediciones del capital, pues, al ser la función de producción una relación técnica entre las cantidades físicas del producto y los factores de producción, a nivel agregado el capital presenta un problema, pues está constituido por una serie de bienes que son heterogéneos y no pueden expresarse en términos de una sola unidad física homogénea, tal y como lo expuso Robinson (1953).

A lo anterior, la solución neoclásica se basó en realizar la medición a nivel agregado en términos monetarios argumentando que, en periodos de tiempo muy extensos, los cambios en el stock de los bienes de inversión eran producto de los cambios en el valor del capital, de tal manera que cada factor de producción recibe el equivalente al valor de lo que produce.

Acto seguido, Robinson (1954) argumentó que dicha solución era incorrecta debido a que el valor monetario no tenía nada que ver con la noción de factor de producción, pues la composición del stock de capital está en función de una tasa de beneficios y su valor depende de la distribución del ingreso entre los factores de producción; de tal manera que, el valor del mismo estará sujeto a variaciones en los salarios y en los beneficios, y no a las productividades marginales de los factores, tal y como argumentaban los economistas neoclásicos.

Por otra parte, también se abordaron dos temas de gran importancia en el campo económico, como lo son los problemas de recambio y de reversión del capital. Respecto al primer tema, se demostró como la relación única entre la intensidad del capital y de la tasa de beneficio propuesta por la teoría neoclásica es inverosímil, y en lo que al segundo tema se refiere, se evidenció como

el valor del capital cambia hacia la misma dirección en que lo hace la tasa de beneficios de la economía.

No fue sino hasta mediados de la década de 1960 que los economistas neoclásicos aceptaron las críticas resultantes de los debates de Cambridge, en palabras del propio Samuelson (1966) “... *si todo esto causa dolores de cabeza a quienes suspiran por las viejas parábolas de la teoría neoclásica, deberemos recordarles que los académicos no han nacido para llevar una existencia fácil. Debemos respetar y evaluar los hechos de la vida*”.

### **b. La literatura de la agregación**

De forma paralela a los “*debates de Cambridge*”, otra crítica a los fundamentos teóricos y funcionales de la función de producción agregada fue desarrollada por Fisher (1993). Esta crítica, a diferencia de los mencionados debates, evaluó las condiciones bajo las cuales las funciones de producción de tipo microeconómico pueden agregarse para dar origen a una función de producción agregada con propiedades neoclásicas. El centro de la crítica, tal y como lo describen Felipe y Fisher (2003), fue intentar responder a la pregunta sobre cómo medir cantidades que representan una serie de productos heterogéneos por medio de un solo número.

Como respuesta a esta inquietud, en los trabajos de Fisher (1993) y Felipe y Fisher (2003) se demostró que las condiciones matemáticas para agregar funciones de producción microeconómicas son inverosímiles debido a que las economías reales no las pueden satisfacer, de tal manera que las funciones de producción agregadas no pueden ser consideradas como un instrumento adecuado para describir la realidad.

Ante esto, Fisher (1993) demostró que la única forma de poder generar un capital agregado es cuando todas las funciones de producción microeconómicas difieren únicamente en el coeficiente de la eficiencia del capital, mientras esto no suceda, entonces posiblemente las funciones de producción no existan, pues aún bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala, las condiciones de agregación son extremadamente difíciles de cumplir en economías reales de tal manera que las funciones de producción agregadas no se pueden derivar ni siquiera como una aproximación.

Al igual que en los “*debates de Cambridge*”, los economistas neoclásicos una vez más aceptaron las críticas realizadas por la literatura de la agregación a la forma teórica y funcional de la función de producción agregada, en palabras de Solow (1966): “*Nunca he considerado la función de producción macroeconómica como un concepto rigurosamente justificable. En mi opinión, se trata de una parábola iluminadora, o bien de un mero dispositivo para el manejo de los datos, que se utilizará siempre que dé buenos resultados empíricos y que se abandone tan pronto como deje de producir buenos resultados, o cuando la profesión encuentre otro aparato más adecuado*”.

### c. La tiranía de la identidad contable

Una de las primeras demostraciones rigurosas sobre la falacia empírica de la función de producción agregada fue el trabajo realizado por Shaikh (1974) donde se mostró que la metodología neoclásica solo replica una identidad contable, es decir, se sustituyen las leyes de la producción por simples leyes algebraicas.

De tal manera que, sea la ecuación (5) una ecuación que representa, para cualquier periodo de tiempo, datos agregados tales como:  $Q$  (el valor del PIB),  $W$  y  $\pi$  (la distribución de los salarios y los beneficios),  $K$  y  $L$  (números índices de factores como el capital y el trabajo), entonces:

$$Q_t \equiv W_t + \pi_t \quad (5)$$

Suponiendo cualquier número índice para  $K_t$  y  $L_t$ , la ecuación (5) se puede escribir como:

$$q_t \equiv w_t + r_t k_t \quad (5a)$$

La ecuación (5a) representa la identidad fundamental que relaciona los datos del producto, distribución y factores donde  $q_t$  y  $k_t$  son las relaciones del producto respecto al trabajo y del capital respecto al trabajo, y  $w_t$  y  $r_t$  son las tasas de salarios y beneficios. Definiendo la participación de los beneficios en el producto como  $s$ , y la de los salarios como  $1 - s$ , al derivar la ecuación (5a) con respecto al tiempo se obtiene que:

$$\frac{\dot{q}}{q} \equiv \frac{w}{q} \left( \frac{\dot{w}}{w} \right) + \frac{rk}{q} \left( \frac{\dot{r}}{r} \right) + \frac{rk}{q} \left( \frac{\dot{k}}{k} \right) \quad (5b)$$

Donde  $s \equiv \frac{rk}{q}$ ;  $(1 - s) \equiv \frac{w}{q}$ , entonces la ecuación (5b) se puede escribir como:

$$\frac{\dot{q}}{q} \equiv \frac{\dot{B}}{B} + s \frac{\dot{k}}{k} \quad (5c)$$

Donde:

$$\frac{\dot{B}}{B} = \left[ (1 - s) \frac{\dot{w}}{w} + s \frac{\dot{r}}{r} \right] \quad (5d)$$

De tal manera que la ecuación (5d) puede ser reescrita como:

$$q = B(ck^\beta) \quad (5e)$$

Donde  $B \equiv e^{\int \left(\frac{\dot{B}}{B}\right) dt}$ ;  $c \equiv$  constante de integración. La ecuación (5e) es simplemente una relación algebraica que se mantiene siempre con cualquier conjunto de datos de insumo/producto para  $Q$ - $K$ - $L$  con la única condición de que tales datos de distribución presenten una relación constante. Por otra parte, el término  $\dot{B}/B$  es una media ponderada de las tasas de cambio de  $w$  y  $r$ , por ende, es razonable que empíricamente las mediciones de  $K$ - $L$  den una relación débilmente correlacionada con  $\dot{B}/B$ , de tal manera que  $B$  sería también una función del tiempo, de esta manera:

$$q = B(t)[ck^\beta] \quad (5f)$$

$$Q = B(t)[cK^\beta L^{1-\beta}] \quad (5g)$$

En realidad la ecuación (5f) es idéntica a una función de producción Cobb-Douglas, con rendimientos constantes a escala, cambio tecnológico neutral y que satisface las reglas de la productividad marginal, dicha ecuación puede representar cualquier tipo de datos tal cual como si fuesen generados por este tipo de funciones, esto debido a que la ecuación (5g) es una relación matemática que se cumple para muchas clases de datos, por ende no puede interpretarse como una función de producción agregada, ni mucho menos como ningún tipo de relación de producción.

Otra rigurosa demostración sobre la falacia empírica de la función de producción agregada es el trabajo realizado por Felipe y McCombie (2005). Partiendo de que la ecuación (6) representa, en el tiempo, el ingreso nacional denotado por  $Y_t$ , el total de la masa salarial denotada por  $W_t$  y el total de los beneficios denotados por  $\Pi_t$ :

$$Y_t \equiv W_t + \Pi_t \equiv w_t L_t + r_t K_t \quad (6)$$

En la ecuación (6) el símbolo  $\equiv$  denota que la expresión es una identidad y no un modelo de comportamiento, por otra parte  $w_t$  es la tasa promedio del salario y  $r_t$  la tasa promedio de los beneficios, ambos en términos reales, entonces la ecuación (6) puede reescribirse como:

$$Y_t = w_t L_t + r_t K_t \quad (6a)$$

Al derivar la ecuación (6a) con respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \left(\frac{\dot{w}}{w}\right) \frac{wL}{Y} + \frac{\dot{L}}{L} \left(\frac{wL}{Y}\right) + \frac{\dot{r}}{r} \left(\frac{rK}{Y}\right) + \frac{\dot{K}}{K} \left(\frac{rK}{Y}\right) \quad (6b)$$

Integrando la ecuación (6b):

$$\int \frac{\dot{Y}}{Y} = \int \left(\frac{\dot{w}}{w}\right) \alpha + \int \frac{\dot{L}}{L} \alpha + \int \frac{\dot{r}}{r} (1 - \alpha) + \int \frac{\dot{K}}{K} (1 - \alpha) + c \quad (6c)$$

Tomando logaritmo natural a ambos lados de la ecuación (6c) se tiene que:

$$\ln Y = \alpha \ln w + \alpha \ln L + (1 - \alpha) \ln r + (1 - \alpha) \ln K + c \quad (6d)$$

Aplicando función exponencial a la ecuación (6d):

$$e^{\ln Y} = e^{\alpha \ln w} + e^{\alpha \ln L} + e^{(1-\alpha) \ln r} + e^{(1-\alpha) \ln K} + e^c \quad (6e)$$

La ecuación (6f) es simplemente la identidad del ingreso, en otras palabras, es la misma ecuación (6) reescrita bajo el supuesto de que tanto el capital como el trabajo no necesitan de las condiciones de la productividad marginal, por el contrario, son constantes en el tiempo:

$$Y_t \equiv B_0 w_t^\alpha r_t^{1-\alpha} L_t^\alpha K_t^{1-\alpha} \equiv B_t L_t^\alpha K_t^{1-\alpha} \quad (6f)$$

Donde:

$$B_t = B_0 w_t^\alpha r_t^{1-\alpha} \quad (6g)$$

La ecuación (6g) bajo el escenario de la teoría neoclásica del crecimiento es la medida dual de la productividad, pero el procedimiento desarrollado para llegar a esta es muy diferente de la



derivación típica realizada por la teoría neoclásica, que, aunque es correcta es una derivación tautológica.

#### **d. Algunas reflexiones de la literatura internacional sobre el debate de la agregación y las funciones de producción**

En un artículo publicado por Temple (2006), en el cual se discute la agregación en la teoría neoclásica del crecimiento y el uso de las convencionales parábolas, el autor justifica el uso de la econometría del crecimiento argumentando que sus resultados pueden ser interpretados sin problema alguno debido a que la misma no tiene referencia directa con la función de producción agregada, bajo el enfoque de modelos multisectoriales y/o regresiones de forma reducida. Además, concluye que la contabilidad del crecimiento puede llevarse a cabo simplemente utilizando datos monetarios agregados.

Por otra parte, si bien Temple (2006) reconoce las conclusiones de los “*debates de Cambridge*” y los problemas de agregación de los factores, considera que es más importante dar solución a la dificultad que presenta el “*subastador walrasiano*” en el modelo de equilibrio general, argumentando que académicamente y a largo plazo, esta cuestión es mucho más importante e interesante de tratar que las antiguas disputas sobre las estrictas condiciones para llevar a cabo la agregación de las funciones de producción.

Posteriormente, Felipe y McCombie (2010) publican un artículo en el cual presentan evidencia empírica que contradice los resultados obtenidos bajo el enfoque neoclásico de la contabilidad del crecimiento. En este artículo, los autores muestran como el uso de datos monetarios arrojan estimaciones erróneas sobre las verdaderas fuentes del crecimiento económico, y de una u otra manera, refutan a Temple (2006), afirmando que el ajuste perfecto de los datos, producto del uso de la econometría del crecimiento, es posible de obtener debido a que el punto de partida es una función de producción agregada, la cual como ya se ha mencionado con anterioridad es una identidad contable mal especificada del ingreso nacional. Finalmente, Felipe y McCombie (2010) recalcan que los problemas de agregación, resaltados por Fisher (1993), reciben poca atención, o en algunos casos nula, por parte de los economistas neoclásicos, quienes subestiman la importancia del papel que tiene la identidad contable del ingreso nacional en las estimaciones convencionales de las relaciones de producción y de las fuentes del crecimiento económico.

Acto seguido a la crítica expuesta por Felipe y McCombie (2010), en una pequeña carta elaborada por Temple (2010) se exponen los puntos a favor y en contra de la crítica realizada por estos últimos a su artículo. En dicha carta, Temple (2010) concuerda con que los problemas planteados por la agregación reciben una atención insuficiente en la literatura y, especialmente, en la literatura que utiliza datos de varios países. Además, también lo hace en el sentido de la importancia que merece la identidad contable como instrumento verdadero para estimar las

relaciones de producción, pues dicha identidad sugiere que las estimaciones pueden estar más estrechamente relacionadas con las proporciones de los factores.

Pero, para Temple (2010), era claro que para que el argumento expuesto por Felipe y McCombie (2010) funcione, las rentas deben ser excluidas de la identidad contable del ingreso nacional. Por otra parte, para que la identidad contable se mantenga en el tiempo, la participación de los factores en el producto debe ser constante. Y, por último, sostiene que, con suficiente desagregación, la función de producción agregada puede existir, por ende, el resto es un problema estadístico el cual conlleva a que los errores de estimación econométrica, puedan ser solucionados mediante la aplicación de técnicas más eficientes en la materia.

A pesar de la respuesta de Temple (2010), Felipe y McCombie (2012) publicaron una réplica a la contestación de este último. En dicha réplica los autores refutan la posición de Temple (2010) argumentando que ignora, en gran medida, los principales argumentos que subyacen a la crítica de la identidad contable de la estimación de funciones de producción agregadas utilizando datos en valores monetarios. Felipe y McCombie (2012) demuestran que la identidad contable simplemente muestra cómo se mide el valor agregado, de tal manera que la participación de los factores en el producto puede variar con el tiempo.

Del mismo modo, los autores argumentan que desagregar la relación entre el producto, el capital y el trabajo no resuelve el problema, pues la función de producción solo puede estimarse expresando los factores de producción en unidades físicas debido a que de esta forma es posible determinar, de manera correcta, las fuentes de crecimiento económico. Contradiendo a Temple (2010), para Felipe y McCombie (2012), la solución no radica en implementar técnicas econométricas más eficientes pues los pobres resultados no se deben a problemas econométricos estándar sino a la presencia de un componente cíclico pronunciado que genera múltiples variaciones y por ende un ajuste estadístico deficiente.

#### **e. Algunas reflexiones de la literatura nacional sobre la contabilidad del crecimiento económico**

Una de las primeras reflexiones sobre la contabilidad del crecimiento económico desde una perspectiva estrictamente teórica, fue realizada por Lorente (2004), quien argumenta que los modelos estándar propuestos por la teoría neoclásica del crecimiento pueden ser reinterpretados como componentes de un modelo keynesiano donde el crecimiento está determinado por la demanda efectiva. En la misma dirección, Lorente (2020), justifica que el problema fundamental del modelo neoclásico de crecimiento tiene su origen en el uso de variables y funciones que no tienen, ni admiten, referente real alguno. En síntesis, para Lorente (2004, 2020) no es admisible el supuesto de fundamento microeconómico del modelo de Solow (1956) porque no es posible construir una función de producción agregada; en su lugar, sólo existe un fundamento macroeconómico, el cual depende de que la participación de los factores en el producto

permanezca aproximadamente constante, es decir, de un fenómeno de distribución del ingreso, el cual da como resultado que aparezca una función Cobb-Douglas que relaciona producto, capital y trabajo.

Otra de las contribuciones teóricas fue la realizada por Moreno (2005), quien, mediante la presentación de una serie de principios metodológicos que definen y demarcan el análisis estático y dinámico, y la derivación de los teoremas fundamentales de existencia e inestabilidad del crecimiento garantizado, muestra que la teoría dinámica del crecimiento económico de Harrod se constituye como un modelo de crecimiento cíclico no lineal, que explica de forma adecuada las dinámicas del ciclo económico. Por otra lado, Zuleta (2009), partiendo de que la participación de los factores no es constante, y que, por ende, los ejercicios de contabilidad del crecimiento se basan en una suposición falsa que conlleva a la existencia de un problema serio de medición, propone una metodología para resolver el problema en mención y estimar el crecimiento de la PTF, teniendo en cuenta que los cambios en la participación de los factores sobre la producción dependen de la abundancia o escasez relativa de factores.

Desde la óptica empírica son varios los aportes realizados sobre la forma en la que se mide de la contabilidad del crecimiento. Una de las primeras aproximaciones aplicadas para Colombia fue realizada por Moreno (2002), quien, mostró y evaluó la hipótesis del modelo de crecimiento cíclico de Goodwin para el periodo comprendido entre 1951 y 1995. Los hallazgos dieron cuenta de que, a nivel cualitativo, la dinámica de las variables de estado en el espacio de fases muestra cierta correspondencia con las predicciones teóricas para los periodos 1957-1966 y 1968-1974. Por el contrario, los resultados cuantitativos rechazan los supuestos del modelo, por lo que el autor concluye que los modelos empíricos no describen el verdadero proceso generador de los datos. Asimismo, Moreno (2008) expone los fundamentos conceptuales y teóricos de las leyes de Kaldor para la economía colombiana durante el periodo 1975 y 2004. Los resultados de los ejercicios empíricos mostraron que, primero, al parecer existe una relación positiva entre el crecimiento del PIB y la tasa de variación de la producción industrial, y, segundo, en la industria nacional no hay rendimientos crecientes a escala cuando se utiliza información departamental de corte transversal, al menos para el periodo 1981-2004.

Por otra parte, Zuleta, García y Young (2009) utilizando datos para cuantificar la participación del capital de 48 sectores en el producto durante el período entre 1990 y 2005, muestran que el supuesto de la participación de los factores en el producto no es constante dado que la participación del capital no es constante, sino que, por el contrario, tiene una tendencia creciente dada la existencia de una correlación positiva con el crecimiento agregado del sector. En la misma dirección, Zuleta, Parada, García y Campo (2010), calculan la PTF de diferentes factores en Colombia durante el período 1984 a 2005 encontrando que, la participación de los factores en el producto es cambiante en el tiempo por lo cual, resulta necesario re-hacer los ejercicios de contabilidad del crecimiento en Colombia. Finalmente, Zuleta y Sturgill (2015), presentan un ejercicio de contabilidad del crecimiento que incorpora la variación observada en la participación

de los factores y resuelve el problema de unidades de medida hallando que, los cambios en la participación factorial tienen un efecto importante sobre el crecimiento económico.

#### 4. LA EVIDENCIA EMPÍRICA

Todos los ejercicios empíricos realizados con una función de producción agregada como punto de partida son simples artefactos estadísticos, es decir, no pueden interpretarse como evidencia empírica a favor del modelo neoclásico de crecimiento, esto debido a que como se demostró con anterioridad, las estrategias seguidas por los teóricos neoclásicos, solo conducen a un callejón sin salida: la estimación mal especificada de la identidad contable del ingreso nacional. Si la función de producción se estima con información medida en valores monetarios, las diferentes estimaciones econométricas realizadas, independientemente del método utilizado, solo reflejan una identidad contable mal especificada. De esta manera el modelo neoclásico no se puede falsar empíricamente.

A continuación, se presentarán los resultados de las estimaciones que validan la existencia de la identidad contable para los trabajos realizados por el GRECO (2002) y Helliwell y Chung (1992). Para ambos casos, las estimaciones se realizaron mediante MCO siguiendo las siguientes ecuaciones:

$$\ln Q = C + T + \ln L + \ln K \quad (7)$$

$$\ln Q = C + \ln w + \ln r + \ln L + \ln K \quad (8)$$

$$\ln A = C + T \quad (9)$$

$$\ln P = C + T + \ln(K/L) \quad (10)$$

$$\ln P = C + \ln w + \ln r + \ln(K/L) \quad (11)$$

Donde las ecuaciones (7) y (10) son la representación de la función de producción agregada de la forma Cobb-Douglas, donde  $\ln Q$  es el logaritmo del producto total de la economía,  $\ln P$  el logaritmo del producto total por trabajador,  $\ln L$  el logaritmo del trabajo,  $\ln K$  el logaritmo del capital y  $\ln(K/L)$  el logaritmo de la relación capital y trabajo,  $C$  una constante y  $T$  una tendencia temporal. Por otra parte, la ecuación (9) es la representación del cambio tecnológico, donde  $\ln A$  es el logaritmo de dicha variable. Por último, las ecuaciones (8) y (11), representan la identidad contable, donde  $\ln w$  y  $\ln r$  representan el logaritmo de los salarios y los beneficios respectivamente.

### a. La identidad contable para el ejercicio del GRECO

Los datos empleados para la realización de las estimaciones tienen dos fuentes: la primera es el trabajo realizado por el GRECO (2002), de donde se tomó la serie del PIB, el capital y la población económicamente activa (PEA). La segunda es el DANE, de donde se tomó la serie de empleo efectivo (EE), la remuneración a los asalariados y el excedente bruto de explotación. En cuanto a las series de cambio tecnológico, relación capital – trabajo y PIB – trabajo, estas fueron modificadas dado que se asumen dos variables diferentes para representar el factor trabajo.

Cabe destacar que esta diferencia en el factor trabajo se debe a que los cálculos realizados por el GRECO (2002) están hechos con base en la variable PEA, la cual incorpora a todos los individuos que participan en el mercado laboral, ya sea que estén empleados o no. Es en este punto donde se realiza la distinción, puesto que el GRECO (2002) asume que aquellos individuos que no están empleados realizan aportes al PIB; por ende, para evitar errores en la estimación se decidió entonces incluir la variable empleo efectivo como reemplazo de la PEA, pues dicha variable mide realmente el nivel de ocupación en la economía. Dado lo anterior se procedió a realizar dos tipos de estimaciones: una con base en la variable PEA y otra con base en la variable EE. Los *Cuadros III y IV* muestran los resultados de las regresiones realizadas a través de MCO para el periodo comprendido entre 1970 y 1995.

**Cuadro III**  
Regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios  
Variable utilizada: PEA

Variable	<i>ln Q (7)</i>	<i>ln Q (8)</i>	<i>ln A (9)</i>	<i>ln P (10)</i>	<i>ln P (11)</i>
<b>Constante</b>	-0,952 (2,08)	-1,284 (2,08)	2,174 (0,006)	8,16 (2,67)	-0,973 (0,62)
<b>T</b>	-0,137 (0,02)	-	-0,021 (0,003)	0,004 (0,002)	-
<b><i>ln w</i></b>	-	0,420 (0,04)	-	-	0,420 (0,04)
<b><i>ln r</i></b>	-	0,585 (0,08)	-	-	0,577 (0,06)
<b><i>ln L</i></b>	4,842 (0,62)	0,235 (0,24)	-	-	-
<b><i>ln K</i></b>	0,341 (0,13)	0,755 (0,19)	-	-	-
<b><i>ln K/L</i></b>	-	-	-	0,225 (0,22)	0,726 (0,05)
<b><i>R</i><sup>2</sup></b>	0,997	0,998	0,993	0,79	0,964
<b>DW</b>	0,702	-	0,425	0,535	-
<b>Akaike</b>	-5,246	-	-5,730	-5,897	-
<b>Schwarz</b>	-5,053	-	-5,634	-5,703	-
<b>Hannan</b>	-5,191	-	-5,702	-5,841	-

Errores estándar en paréntesis

Fuente: Cálculos realizados por el autor

A raíz de los resultados expresados en el *Cuadro III*, se puede concluir que, para el caso, los resultados que arrojan las estimaciones de la función de producción agregada son contradictorios, pues como se observa en la ecuación (7) la participación del factor trabajo no

guarda relación alguna con la teoría, por otra parte, la estimación de la tendencia temporal en la ecuación (7) y (9) es negativa lo cual contradice la teoría de Solow (1956), la cual establece que el cambio tecnológico debe ser neutral. Para argumentar, aún más, la hipótesis de que los resultados de la estimación de la función de producción no guardan relación con la teoría, la ecuación (10) evidencia que el capital por trabajador tuvo una contribución mínima al crecimiento. Por otro lado, los resultados de las ecuaciones (8) y (11) muestran la participación total en la identidad contable donde se refleja que los coeficientes estimados son determinísticos y estables en el tiempo.

Por otra parte, los resultados obtenidos en el *Cuadro IV*, muestran un ajuste casi perfecto de los datos tanto para la identidad contable como para la función de producción Cobb-Douglas. La ecuación (7) es el ejemplo ideal para ilustrar cómo los coeficientes estimados aproximan de una buena manera las proporciones de los factores en el producto, este ajuste casi perfecto se debe al uso de una tendencia temporal que ajusta los valores del factor capital y trabajo en el tiempo. Se evidencia que la estimación de la tendencia temporal es negativa para la ecuación (9) y (10) lo que confirma que el crecimiento del cambio tecnológico tiene una tendencia negativa en el tiempo, por ende, nuevamente se pone en entredicho el supuesto del cambio tecnológico neutral. A su vez, las ecuaciones que representan la identidad evidencian que la participación de la remuneración a los asalariados y del excedente bruto de explotación, es mayor y estadísticamente significativa. Cabe resaltar que, aunque el uso de la variable EE genera una mejora sustancial en los resultados de las estimaciones, persiste la fuerza de la identidad contable, por ende, es válido afirmar que los resultados obtenidos mediante la estimación de las funciones de producción agregadas, cuestionan de manera directa la teoría neoclásica de la distribución y el crecimiento económico.

**Cuadro IV**  
Regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios  
Variable utilizada: EE

Variable	<i>ln Q (7)</i>	<i>ln Q (8)</i>	<i>ln A (9)</i>	<i>ln P (10)</i>	<i>ln P (11)</i>
<b>Constante</b>	7,094 (2,95)	0,566 (0,54)	2,253 (0,01)	3,42 (1,17)	0,008 (0,49)
<b>T</b>	0,013 (0,01)	-	-0,018 (0,001)	6,77E-0,5 (0,001)	-
<b>ln w</b>	-	0,384 (0,75)	-	-	0,415 (0,07)
<b>ln r</b>	-	0,519 (0,05)	-	-	0,493 (0,05)
<b>ln L</b>	0,320 (0,10)	0,425 (0,05)	-	-	-
<b>ln K</b>	0,367 (0,21)	0,612 (0,04)	-	-	-
<b>ln K/L</b>	-	-	-	0,629 (0,09)	0,636 (0,04)
<b>R<sup>2</sup></b>	0,993	0,998	0,914	0,903	0,978
<b>DW</b>	0,507	-	0,506	0,484	-
<b>Akaike</b>	-4,286	-	-3,289	-4,284	-
<b>Schwarz</b>	-4,093	-	-3,192	-4,139	-
<b>Hannan</b>	-4,231	-	-3-261	-4,242	-

Errores estándar en paréntesis

Fuente: Cálculos realizados por el autor

Aunque el resultado del estadístico de DW y los criterios de información parecen validar los modelos, los resultados obtenidos y representados en los *Cuadros III y IV*, muestran que las estimaciones realizadas con una tendencia temporal, arrojan coeficientes los cuales no tienen un sentido económico lógico. El resto de estimaciones de la función de producción agregada Cobb-Douglas, exceptuando la ecuación (7) del *Cuadro IV*, evidencian que los resultados de las participaciones de los factores en unos casos son erróneos y en otros muy bajos, debido a que como lo expresan Felipe y McCombie (2006) las proporciones de los factores no son constantes o por que la constante del modelo no es exacta; esta última razón, a raíz de los resultados obtenidos, es la que impulsa a que estos sean erróneos o muy bajos.

### b. La identidad contable para el ejercicio de Helliwell y Chung

Al igual que en el apartado anterior, los datos empleados para la realización de las estimaciones tienen dos fuentes: la primera es el trabajo realizado por Helliwell y Chung (1992), de donde se tomaron las series del PIB, el capital y el trabajo para 18 países de América Latina<sup>6</sup>. La segunda es la base de datos CEPALSTAT, de donde se tomaron las series de remuneración a los asalariados y el excedente bruto de explotación para cada uno de estos países. Las series del cambio tecnológico, la relación capital – trabajo y PIB – trabajo fueron estimadas con base en las anteriores. El *Cuadro V* muestra los resultados obtenidos del ejercicio empírico.

**Cuadro V**  
Regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios

Variable	<i>ln Q (7)</i>	<i>ln Q (8)</i>	<i>ln A (9)</i>	<i>ln P (10)</i>	<i>ln P (11)</i>
<b>Constante</b>	2,431 (0,10)	2,529 (0,12)	1,893 (0,07)	2,493 (0,10)	2,446 (0,12)
<b>T</b>	-0,004 (0,001)	-	-0,021 (0,005)	-0,005 (0,001)	-
<b><i>ln w</i></b>	-	0,002 (0,01)	-	-	0,020 (0,01)
<b><i>ln r</i></b>	-	0,004 (0,01)	-	-	0,016 (0,01)
<b><i>ln L</i></b>	0,253 (0,01)	0,251 (0,01)	-	-	-
<b><i>ln K</i></b>	0,719 (0,01)	0,698 (0,01)	-	-	-
<b><i>ln K/L</i></b>	-	-	-	0,711 (0,01)	0,712 (0,01)
<b>R<sup>2</sup></b>	0,977	0,977	0,036	0,899	0,899
<b>DW</b>	0,060	-	0,001	0,050	-
<b>Akaike</b>	-0,219	-	2,480	-0,205	-
<b>Schwarz</b>	-0,183	-	2,498	-0,179	-
<b>Hannan</b>	-0,205	-	2,487	-0,195	-

Errores estándar en paréntesis

Fuente: Cálculos realizados por el autor

<sup>6</sup> Los 18 países que componen la muestra estadística son: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana, Uruguay y Venezuela.

En términos generales, los resultados obtenidos en el *Cuadro V* evidencian un buen ajuste, tanto para las estimaciones de la identidad contable representadas por las ecuaciones (8) y (11) como para la función de producción agregada Cobb-Douglas, ecuaciones (7) y (10). Para esta última, llama la atención que la estimación de la tendencia temporal es negativa en todos los casos, lo que pone en entredicho, una vez más, el supuesto del cambio tecnológico neutral, especialmente en la ecuación (9) donde, además, el ajuste del modelo es pésimo. Respecto a la validación de los coeficientes que acompañan a las variables de la función de producción agregada, se evidencia que la participación de los factores en el producto es significativa, lo cual es respaldado por el estadístico DW y los distintos criterios de información, aunque cabe resaltar que esto se debe a que en realidad esta forma funcional es una identidad contable, por lo que en realidad lo que se está estimando es una identidad que representa el ingreso nacional.

En síntesis, los resultados presentados en este capítulo evidencian que al comparar el producto de las estimaciones de la función de producción agregada con los de la identidad contable, nuevamente dan para discutir sobre el uso de la función y de los resultados empíricos que se obtienen a través de su utilización, esto conlleva a que se cuestione acerca de si teóricamente la función de producción agregada debe ser aceptada como un instrumento apropiado que representa el comportamiento de la economía, o si simplemente debe ser considerada como una forma algebraica alterna a la identidad, de la cual no se puede deducir ninguna participación de los factores en el producto total, ni mucho menos derivar conclusiones del proceso de convergencia entre los países. Por ende, es válido concluir que el avance intelectual se registra en el mejoramiento de los métodos econométricos, no solo radica en la evolución de las técnicas de estimación, sino también, en la inclusión de variables explicativas en la función de producción agregada con el fin de cuantificar de manera más óptima la contribución de los factores al producto y, por supuesto, de verificar si dichas extensiones de la función influyen en el proceso de convergencia económica; de tal manera que es válido afirmar que la evidencia empírica neoclásica es un simple artefacto estadístico, el cual es producto del avance en los métodos de estimación y de la extensión de la función de producción, pues en realidad sus resultados están condicionados a la presencia de la identidad contable.

## 5. CONCLUSIONES

Este trabajo evaluó la validez de la llamada "*tiranía de la identidad*" que cuestiona la validez empírica de los resultados obtenidos mediante la formulación y metodología de dos modelos nucleares de la teoría neoclásica del crecimiento, y sus extensiones, aplicados en Colombia y América Latina. Se contrastaron los resultados obtenidos por el GRECO (2002), quien aplica la metodología de contabilidad del crecimiento propuesta por Solow (1957), y Helliwell y Chung (1992), quienes adoptan la metodología propuesta por MRW (1992).

Partiendo de que la identidad que representa el ingreso nacional es simplemente la suma de los salarios de los trabajadores y los beneficios de las firmas de la economía, para los casos del



GRECO (2002) y Helliwell y Chung (1992), se pudo mostrar que la mejor hipótesis que explica el ajuste econométrico es la llamada *“tiranía de la identidad”*. Por tanto, los documentos de trabajo realizados por los autores anteriores, solamente están estimando una identidad contable mal especificada. De esta manera, dichos resultados no pueden interpretarse como una prueba a favor de la teoría neoclásica de la producción y el crecimiento económico.

Econométricamente utilizando MCO, para el caso del GRECO (2002) se realizaron dos tipos de estimaciones diferenciando el factor trabajo, en una estimación se utilizó la variable PEA y en otra la variable EE. En síntesis, los resultados obtenidos para ambas estimaciones muestran tanto para la identidad contable, como para la función de producción agregada, un buen ajuste estadístico, el cual para esta última forma funcional está respaldado por el estadístico DW y los criterios de información utilizados en la modelación. Respecto a los resultados de los coeficientes de las variables, se evidencia que las estimaciones de la función de producción agregada realizadas con una tendencia temporal, arrojan coeficientes los cuales no tienen un sentido económico lógico. Respecto al caso de Helliwell y Chung (1992), la estimación bajo MCO para 18 países de América Latina arroja un buen ajuste estadístico, tanto para la identidad contable como para la función de producción agregada; y al igual que en el caso anterior, dichas estimaciones se ven respaldadas por los valores del estadístico DW y los criterios de información. Aunque vale la pena destacar la ecuación que mide el cambio tecnológico, la cual presenta un ajuste pésimo. Además, vale la pena destacar que la estimación de la tendencia temporal en la función de producción agregada, es negativa en todos los casos, lo que pone en entredicho, una vez más, el supuesto del cambio tecnológico neutral.

Más allá de estos resultados, vale la pena una vez más cuestionarse acerca de la validez de los modelos de crecimiento neoclásicos. Los resultados aquí obtenidos sugieren que las predicciones hechas por estos modelos no pueden considerarse relevantes pues sencillamente, se derivan de la identidad contable. El problema discutido es mucho más importante que la necesidad de una extensión en la función de producción agregada, o del uso de técnicas econométricas más sofisticadas. El verdadero problema conlleva a que, y conforme a la pregunta hecha con antelación, el modelo de crecimiento neoclásico no se puede falsar con datos reales en valores. Siguiendo a Felipe y McCombie (2005), lo anterior exige una seria reconsideración del modelo de crecimiento neoclásico y su poder explicativo de *“por qué las tasas de crecimiento difieren”*. Si se continúa utilizando este marco para pensar en cuestiones de crecimiento, se necesita de un procedimiento y una metodología diferente para poner a prueba sus predicciones. Dado que todo el marco depende de la existencia de la función de producción agregada, la cual se ha demostrado que es una simple aproximación de la identidad contable del ingreso nacional, la factibilidad de esta opción parece problemática.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aghion, P., & Howitt, P. (1998). "Endogenous Growth Theory". Cambridge: MIT Press.
- Aghion, P., & Howitt, P. (2005). "Appropriate Growth Policy: A Unifying Framework. Manuscript". 2005 Joseph Schumpeter Lecture, delivered to the 20th Annual Congress of the European Economic Association, Amsterdam, August 25, 2005.
- Arellano, M. (2003). "Modelling Optimal Instrumental Variables for Dynamic Panel Data Models". Centro de Estudios Monetarios y Financieros [CEMFI].
- Barro, R. & Sala-I-Martin, X. (1990). "Economic Growth and Convergence across the United States". *NBER*, Working Paper 3419.
- Douglas, P.H. (1976). "The Cobb-Douglas Production Function Once Again: Its History, Its Testing, and Some New Empirical Values". *Journal of Political Economy*, vol. 84(5), pp. 903–15.
- Felipe, J., & Fisher, F. (2003). "Aggregation in Production Function: What Applied Economists Should Know", *Metroeconomica*. Vol. 54, num. 2-3.
- Felipe, J., & McCombie, J.S.L. (2005). "Why are Some Countries Richer than Others? A Skeptical View of Mankiw-Romer-Weil's Test of the Neoclassical Growth Model", Forthcoming in *Metroeconomica*.
- Felipe, J., & McCombie, J.S.L. (2006). "The Tyranny of the Accounting Identity: Growth Accounting Revisited". *International Review of Applied Economics*, vol. 20(3), pp. 283–99.
- Felipe, J., & McCombie, J.S.L. (2012). "Aggregate Production Functions and the Accounting Identity Critique: Further Reflections on Temple's Criticisms and Misunderstandings". Working paper No. 718. Levy Economics Institute of Bard College.
- Fisher, F. (1993). "Aggregation. Aggregate Production Functions and Related Topics". Cambridge, MA. The MIT Press, 1993.
- GRECO (2002). "El crecimiento económico colombiano en el siglo XX: Aspectos globales". Borradores de Economía. Banco de la República.
- Harcourt, G.C. (1972). "Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital". Cambridge: Cambridge University Press.
- Harcourt, G.C. (1976). "The Cambridge Controversies: Old Ways and New Horizons-Or Dead End?". *Oxford Economic Papers*, New Series, 28(1), 25-65.

- Helliwell, J., & Chung, A. (1992). "Convergence and Growth Linkages Between North and South". National Bureau of Economic Research. Cambridge, MA.
- Islam, N. (1995). "Growth Empirics: A Panel Data Approach". *The Quarterly Journal of Economics*, 1127-1170.
- Kaldor, N. (1957). "A Model of Economic Growth". *Economic Journal*, Vol. 67 (268), pp. 591–624.
- Kaldor, N. (1961). "Capital Accumulation and Economic Growth". F.A. Lutz and D.C. Hague (eds), *The Theory of Capital*, London: Macmillan, pp. 177–222.
- Kaldor, N. (1970). "Some fallacies in the interpretation of Kaldor". *The Review of Economic Studies*, 37(1), 1-7.
- Lorente, L. (2004). "Modelos de crecimiento. Una interpretación keynesiana". *Cuadernos de Economía*, V.XXIII, N°40, Bogotá, 2004, pp 29-53.
- Lorente, L. (2020). "Crítica del modelo de Solow". En Lorente, L. *Dinámica del crecimiento económico* (pp. 61-79). Bogotá: Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional.
- Mankiw, N. G., Romer, D., & Weil, D. (1992). "A Contribution to the Empirics of Economic Growth". *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, No. 2. pp. 407-437.
- McCombie, J.S.L. (2000). "The Solow Residual, Technical Change and Aggregate Production Functions". *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 23, pp. 267–97. (Errata, vol. 23(3), p. 544).
- McCombie, J.S.L., and Dixon, R. (1991). "Estimating Technical Change in Aggregate Production Functions: A Critique". *International Review of Applied Economics*, vol. 5(1), pp. 24-46.
- Moreno, A. (2002). "El modelo de ciclo y crecimiento de Richard Goodwin: una evaluación empírica para Colombia". *Cuadernos de Economía*. ISSN: 0121-4772. Ed: Instituto de Estudios Políticos y Relaciones Internacionales, Universidad Nacional de Colombia.
- Moreno, A. (2005). "Del filo de la navaja a la cáscara de nuez: un nuevo examen de la dinámica de Harrod". *Revista de Economía Institucional*, ISSN: 0124-5996, Universidad Externado de Colombia, Vol 7, pp. 101 – 132.
- Moreno, A. (2008). "Las leyes del desarrollo económico endógeno de Kaldor: el caso colombiano". *Revista de Economía Institucional*, ISSN: 0124-5996 Universidad Externado de Colombia, Vol 10, pp. 128 – 148.
- Pasinetti, L. (1959). "On Concepts and Measures of Changes in Productivity". *The Review of Economics and Statistics*, 41, 270-86.

- Pasinetti, L. (1966). "Changes in the Rate of Profit and Switches of Techniques". *Quarterly Journal of Economics*, 80, 503-517.
- Pasinetti, L. (1970). "Again on Capital Theory and Solow's rate of return". *The Economic Journal*, 80(318), 428-431.
- Phelps, H. (1957). "The Meaning of the Fitted Cobb-Douglas Function". *Quarterly Journal of Economics*, vol. 71(4), pp. 546-60.
- Robinson, J. (1953-54). "The Production Function and the Theory of Capital". *Review of Economic Studies*. Vol, 23. 1955-56.
- Samuelson, P. (1962). "Parable and realism in capital theory: The surrogate production function". *Review of Economic Studies*, 39, 193-206.
- Samuelson, P. (1966). "A summing Up". *Quarterly Journal of Economics*. Vol. 80.
- Shaikh, A. (1974). "Laws of Production and Laws of Algebra: The Humbug Production Function", *Review of Economics and Statistics*.
- Shaikh, A. (2005). "Nonlinear Dynamics and Pseudo-Production Functions". *Metroeconomica*, vol. 31(3), pp. 447-66.
- Shaikh, A. (1987). "Humbug Production Function". J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman (eds), *The New Palgrave: A Dictionary of Economic Theory and Doctrine*, vol. 2, London: Macmillan, pp. 690-91.
- Simon, H. (1979). "Rational Decision-Making in Business Organizations". *American Economic Review*, vol. 69(4), pp.493-513. (Nobel Memorial Lecture, 8 December, 1978).
- Solow, R. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth". *The Quarterly Journal of Economics*, Vol 70, No. 1. pp. 65-94.
- Solow, R. (1957). "Technical Change and the Aggregate Production Function". *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 39, No. 3 (Aug. 1957), pp. 312-320 Published by: The MIT Press.
- Solow, R. (1966). "Review of Capital and Growth". *American Economic Review*. Vol. 56.
- Solow, R. (1988). "Growth Theory and After". *The American Economic Review*, 78, 3, 307-17.
- Solow, R. (2000). "Growth Theory. Landmark papers in economic growth". Northampton: Edward Elgar Publishing.
- Temple, J. (1999). "The New Growth Evidence". *Journal of Economic Literature*, 37, 112-56.

- Temple, J. (2003). "The Long-Run Implications of Growth Theories". *Journal of Economic Surveys*, 17(3), 497-510.
- Temple, J. (2006). "Aggregate Production Functions and Growth Economics, *International Review of Applied Economics*, 20:3, 301-317.
- Temple, J. (2010). "Aggregate production functions, growth economics, and the part-time tyranny of the identity: a reply to Felipe and McCombie". *International Review of Applied Economics*, 24:6, 685-692.
- Young, A. (1992). "A Tale of Two Cities: Factor Accumulation and Technical Change in Hong Kong Singapore". *National Bureau of Economic Research Macroeconomics Annual 1992*, 13-63.
- Young, A. (1995). "The Tyranny of the Numbers: Confronting the Statistical Realities of the East Asian Growth Experience". *Quarterly Journal of Economics*, 110, 641-80.
- Zuleta, H. (2009). "If factor shares are not constant then we have a measurement problem. Can we solve it?". *Documentos de Trabajo N°67*, Universidad del Rosario.
- Zuleta, H., García, A., Young, A. (2009). "Factor Shares At The Sector Level, Colombia 1990-2005". *Documentos de Trabajo N°76*, Universidad del Rosario.
- Zuleta, H., Parada, J., García, A., & Campo, J. (2010). "Participación factorial y contabilidad del crecimiento económico en Colombia (1984 – 2005). Una propuesta de modificación del metodo de contabilidad del crecimiento". *Revista Desarrollo y Sociedad*, Vol. 65, pp 71-121.
- Zuleta, H., & Sturgill, B. (2015). "Getting Growth Accounting Right". *Documentos CEDE 013814*, Universidad de los Andes - CEDE.