Munich Personal RePEc Archive

On the theoretical basis for MMT (Modern Monetary Theory) -Toward a mathematical model of MMT-

Tanaka, Yasuhito

18 April 2021

Online at https://mpra.ub.uni-muenchen.de/107479/
MPRA Paper No. 107479, posted 04 May 2021 13:52 UTC

経済成長下の財政赤字について
−MMT（現代貨幣理論）の数理モデルを目指して−[1]

田中靖人
同志社大学経済学部

<要旨>

最近 MMT（Modern Monetary Theory，現代貨幣理論）と呼ばれる学派の主張が注目を集めているが，これまであまり理論的，あるいは数学的な分析がなされることはなかった。本稿では人口の増加による経済成長を含む世代重複モデルを用いて MMT の主張が理論的に成り立つのかどうかを検討し，それに概ね肯定的な評価を与える。基本となるのは経済が成長している場合に完全雇用を維持して行くためには継続的な財政赤字が必要であるということと，不況から回復させるためにはそれを超える財政赤字が求められ，その赤字は将来の財政黒字によって埋め合わされる必要はないということである。付録 B，C 以外の本稿のモデルは田中(2021)の 3 世代モデルを単純化したものであるが，経済成長を取り上げたり，規模に関する収穫逓増・逓減を仮定したり，インフレーションの分析をしたりなど，分析については拡張している。

<キーワード>

世代重複モデル，独占的競争，完全雇用，財政赤字，経済成長，人口増加，MMT

Searching for the theoretical basis of MMT (Modern Monetary Theory)
−Toward a mathematical model of MMT −

Yasuhito TANAKA
Faculty of Economics, Doshisha University

<Abstract>

Although the claims of the school of thought known as Modern Monetary Theory (MMT) have recently received much attention, they have not been subjected to much theoretical or mathematical analysis. This paper examines the theoretical validity of the MMT argument using an overlapping generations model that includes economic growth due to population growth, and gives a generally positive evaluation of MMT claims. The basic idea is that sustaining full employment in a growing economy requires sustained budget deficits, while recovering from a recession requires budget deficits in excess of that. These budget deficits need not be offset by future budget surpluses. The model in this paper other than that in Appendix B is a simplified version of the three-generations model of Tanaka (2021), but it has been extended to include economic growth, the assumption of decreasing or increasing returns to scale, and an analysis of inflation.

<Keywords>

Overlapping generations model, Monopolistic competition, Full-employment, Budget deficit, Economic growth, population growth, MMT

---

1 本研究は科学研究費補助金（18K01594，代表：田中靖人）の助成を受けたものである。

1. はじめに

この論文では財が独占的競争産業において労働のみによって生産されている単純な世代重複モデルを用いて人口増加によって経済が成長して行く状況において一定の価格のもとで完全雇用を維持して行くには継続的に財政赤字を発生させる必要があることを明らかにする。財政赤字は継続させなければならないので，制度的に可能ならば債務ではなく通貨発行益 (seigniorage) によって賄われるべきである。成長する経済において財政赤字が必要になるのは老年世代の方が若年世代より所得が低く消費に当てられる貯蓄が不足することによると考えられる。この財政赤字は債務ではないので返済されたり償還されたりしてはならない。

もしも財政赤字が過剰になればインフレーションが引き起こされる。継続的な財政赤字によって完全雇用は維持されるので，この過剰な財政赤字については，過剰な部分だけを減らせばよく，後に財政を黒字にしたり赤字を削減したりして埋め合わせる必要はない。さらに，財政支出が不充分であれば非自発的失業が発生し，それを解消して完全雇用に戻すためには通常よりも大きな財政赤字を必要とするが，それを後で埋め合わせする必要もない。

本稿は Lerner(1943, 1944)による，いわゆる機能的財政論(functional finance theory)に理論的な基礎を与える試みであるとともに，最近話題の MMT（現代貨幣理論，Mitchell, Wray and Watts(2019)）の議論に理論的な根拠を与えるものでもある。特に本稿は以下の主張に論拠（Kelton(2020)）を提供する。ここでは Hogan による Kelton の書籍のまとめ（Hogan (2021)）を参照した。実は，Hogan は「Kelton は間違っている」と批判しているのだが，議論の要点が要領よくまとめられている。

1. 財務省が新たな貨幣を創造する (The US Treasury creates new money)。

消費者は貨幣によって貯蓄するので貨幣供給は貯蓄に等しいから，貨幣供給の増加は貯蓄の増加に等しい。第 5.2 節の(5)式が表すようにその貯蓄の増加は財政赤字に等しい。貯蓄の増加率は貨幣の増加率に等しいがそれは経済成長率，すなわち財の生産の増加率に等しいので，その貨幣供給の増加がインフレーションを起こすことはない。

2. インフレーションは中央銀行の政策ではなく財政赤字によって起こされる (Inflation is caused by federal government deficit spending, not by Fed policy).

第 5.3 節で明らかにするように，実際の財政赤字が経済成長のもとで完全雇用を維持するために充分な財政赤字より大きくなれば，財の価格は上昇する。

3. 財政支出は税や借り入れとは関係がない (Federal government spending is not related to taxes or borrowing).

上で述べたように経済成長のもとで完全雇用を実現するためには継続的な財政赤字が必要であり，その財政赤字によって完全雇用が可能となる。成長する経済においては均衡財政によって完全雇用を維持することはできない。したがって，完全雇用を維持するための財政赤字が政府債務によって賄われたとしても，それを返済，償還する必要はなく，将来の財政黒字によって埋め合わせる必要もない。また，埋め合わせてはならない。財政支出が不充分であることによって発生する非自発的失業を解消して完全雇用に戻すために要する追加的な財政赤字についても同様である。

付録 B では賦課方式の年金および幼年世代の消費が存在する場合を簡単に検討する。そのとき経済成長のもとで完全雇用を維持するためには年金を除いた貯蓄と幼年時代の消費による債務の差が正ならば財政赤字が必要であり，過剰な財政赤字がインフレーションをもたらすことが示されるが，債務と年金が大きければ逆の結果になる可能性があるかもしれない。また，付録 C において年金と幼年世代の消費が存在するモデルについて貨幣の流れを概観する。

なお，人口増加による経済成長ではなく技術進歩による経済成長の場合も同様の結論が得られる。モデルも分析もほぼ同じで解釈の違いだけになるが最後の節で簡単に触れる。

本文では収穫逓増・逓減の場合に生産性が雇用量には影響されても人口増加そのものには影響されないと仮定しているが，収穫逓増・逓減によって人口増加率以上あるいはそれ以下で生産量が変化する場合についても最後の節で簡単に取り上げる。

2. モデル

本稿では大瀧 (2007, 2009, 2015)を参考にして，産業構造が独占的競争であるような 2 期間（世代）の世代重複モデルを用いる。2 期間は若年期あるいは労働期である第 1 期と，老年期あるいは退職期である第 2 期からなる。本稿のモデルは前稿（田中(2021)）の 3 世代モデルを単純化したものであるが，一方経済成長を取り上げたり，規模に関する収穫逓増・逓減を仮定したり，インフレーションの分析をしたりなど，分析については拡張している。モデルの構造は以下の通りである。

1. 生産要素は労働のみであり，生産される財は[0,1]の連続体をなし，各財は指標$z \in [0,1]$で表される。財 z は規模に関して収穫逓増または逓減的な技術のもと企業 z によって独占的に生産される。収穫逓増または逓減的な生産関数においては雇用量や生産量が生産性に影響するが，人口増加そのものは生産性に影響しないものと仮定し，完全雇用の場合には単純に人口増加と同じ割合で生産量が増えるものとする。

2. 第 1 期において各消費者は労働を供給し，財を消費するとともに第 2 期における消費に備えて貯蓄をする。また，各消費者は雇用されるか，あるいは失業する。

3. 第 2 期において各消費者は第 1 期から持ち越した貯蓄をもとに財を消費する。

4. 各消費者は，自らが雇用されているか，失業しているかという状況に応じて第 1 期，第 2 期における消費と労働供給を第 1 期の初めに決める。

次のような記号を用いる。

C_i^e: 第 i期における雇用されている消費者による消費バスケット，$i = 1,2$。

C_i^u: 第 i期における雇用されていない（失業している）消費者による消費バスケット，$i = 1,2$。

$c_i^e(z)$: 第 i期における雇用されている消費者による財 z の消費量，$i = 1,2$。

$c_i^u(z)$: 第 i期における雇用されていない（失業している）消費者による，$i = 1,2$。

P_i: 第 i期における消費バスケットの価格，$i = 1,2$。

$p_i(z)$: 第 i期における財 z の価格 $i = 1,2$。

$\rho = P_2/P_1$：（期待）物価上昇率（+1）。

W: 名目賃金率。

Π: 企業利潤。若年期の消費者に均等に配分される。

l: 消費者個人による労働供給。

$\Gamma(l)$: 労働の不効用。l に関して増加的かつ厳密に凹 (strictly concave)である。

L: 総雇用量。

L_f: 労働人口，あるいは完全雇用における雇用量。$\gamma - 1 > 0$の率で増加するものとする。第t期における人口がL_fならば，第$t+1$期における人口はγL_fである。

y: 労働生産性。総雇用量 Ll について増加的（規模に関して収穫逓増）または減少的（規模に関して収穫逓減）であるが，人口増加の影響は受けないものする（最後の節で人口増加によって生産性が変化する場合を簡単に扱う）。

3. 消費者の効用最大化

雇用されている消費者の効用関数は

$$u(C_1^e, C_2^e) - \Gamma(l)$$

と表される。$u(\cdot,\cdot)$ はホモセティックな関数である。一方，失業している消費者の効用関数は

$$u(C_1^u, C_2^u)$$

である。第i期における雇用されている消費者と失業している消費者の消費バスケットは次のように表される。

$$C_i^e = \left(\int_0^1 c_i^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, i = 1,2,$$

$$C_i^u = \left(\int_0^1 c_i^u(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, i = 1,2.$$

σ は財に関する代替の弾力性を表し。$\sigma > 1$を満たす。

第i 期における消費バスケットの価格は

$$P_i = \left(\int_0^1 p_i(z)^{1-\sigma} dz\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}, i = 1,2,$$

雇用された消費者の予算制約は

$$\int_0^1 p_1(z)c_1^e(z)dz + \int_0^1 p_2(z)c_2^e(z)dz = Wl + \Pi$$

であり，失業している消費者の予算制約は

$$\int_0^1 p_1(z)c_1^u(z)dz + \int_0^1 p_2(z)c_2^u(z)dz = \Pi$$

である。 付録 A に収めた計算によって

$$\alpha = \frac{P_1C_1^e}{P_1C_1^e+P_2C_2^e} = \frac{P_1C_1^u}{P_1C_1^u+P_2C_2^u},$$

$$1-\alpha = \frac{P_2C_2^e}{P_1C_1^e+P_2C_2^e} = \frac{P_2C_2^u}{P_1C_1^u+P_2C_2^u}$$

として，雇用されている消費者および失業している消費者の消費バスケットに関する需要関数が次のように求められる。

$$C_1^e = \alpha\frac{Wl+\Pi}{P_1},\ C_2^e = (1-\alpha)\frac{Wl+\Pi}{P_2},$$

$$C_1^u = \alpha\frac{\Pi}{P_1},\ C_2^u = (1-\alpha)\frac{\Pi}{P_2}.$$

また，それぞれによる各財の需要関数が以下のように得られる。

$$c_1^e(z) = \left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P_1},\ c_2^e(z) = \left(\frac{p_2(z)}{P_2}\right)^{-\sigma}\frac{(1-\alpha)(Wl+\Pi)}{P_2},$$

$$c_1^u(z) = \left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha\Pi}{P_1},\ c_2^u(z) = \left(\frac{p_2(z)}{P_2}\right)^{-\sigma}\frac{(1-\alpha)\Pi}{P_2}.$$

以上の分析によって雇用されている消費者，失業している消費者の間接効用関数は次のようになる。

$$V^e = u\left(\alpha\frac{Wl+\Pi}{P_1}, (1-\alpha)\frac{Wl+\Pi}{P_2}\right) - \Gamma(l),$$

$$V^u = u\left(\alpha\frac{\Pi}{P_1}, (1-\alpha)\frac{\Pi}{P_2}\right).$$

実質賃金率を

$$\omega = \frac{W}{P_1}$$

とおくと，間接効用関数は

$$V^e = \varphi\left(\omega l + \frac{\Pi}{P_1}, \rho\right) - \Gamma(l),$$

$$V^u = \varphi\left(\frac{\Pi}{P_1}, \rho\right)$$

と表される。

$$I = \omega l + \frac{\Pi}{P_1}$$

とすると，ρを与えられたものとして l についてのV^e の最大化条件は

$$\frac{\partial \varphi}{\partial I}\omega - \Gamma'(l) = 0 \tag{1}$$

となる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial I} = \alpha\frac{\partial u}{\partial C_1^e} + (1-\alpha)\frac{\partial u}{\partial C_2^e}$$

である。P_1 とρ を与えられたものとして，労働供給は ωの関数である。(1) より

$$\frac{dl}{d\omega} = \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial I} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial I^2}\omega l}{\Gamma''(l) - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial I^2}\omega^2}.$$

が得られる。$\frac{dl}{d\omega} > (<) 0$ならば労働供給は実質賃金率 ω について増加（減少）関数であるが，実質賃金率は個人の労働供給に大きな影響を与えないものと想定する。また，労働生産性l は雇用量 L に何らかの形で依存する可能性があるが，その場合でもLl は L の増加関数であると仮定する。

4. 企業の利潤最大化

第 1 期における若年世代の消費者による 財z の需要を$d_1(z)$ とすると，

$$d_1(z) = \left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha(WLl + L_f\Pi)}{P_1} = \left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha(WLl + L_f\Pi)}{P_1}$$

と表される。これは雇用されている消費者による需要と失業している消費者の需要の合計である。同様に，彼らの第 2 期における財z の需要は

$$d_2(z) = \left(\frac{p_2(z)}{P_2}\right)^{-\sigma}\frac{(1-\alpha)(WLl + L_f\Pi)}{P_2}$$

と書ける。さらに，老年世代による財 z の需要を $\overline{d_2(z)}$ とすると，

$$\overline{d_2(z)} = \left(\frac{p_2(z)}{P_2}\right)^{-\sigma}\frac{(1-\alpha)(\overline{W}\ \overline{Ll} + L_f\overline{\Pi})}{P_2}$$

となる。ここで，$\overline{W}, \overline{\Pi}, \overline{L}$ および $\overline{l}$ は前の期における名目賃金率，企業利潤，雇用量，個人の労働供給を表す。

$$M = (1-\alpha)(\overline{W}\ \overline{Ll} + L_f\overline{\Pi}).$$

とおくと，これは老年世代の消費者による総貯蓄あるいは総需要であり，彼らの第 1 期において決定される。老年世代の財 z に対する需要は $\left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{M}{P_1}$ と表される。

若年世代および老年世代の消費とともに財政支出も国民所得を構成するから，財z の総需要は

$$d(z)=\left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{Y}{P_1} \tag{2}$$

と表される。Y は次の式で表現される有効需要を表す。

$$Y=\alpha(WLl+L_f\Pi)+G+M$$

G は財政支出である。政府は

$$\int_0^1 p_1(z)g(z)dz=G$$

という制約のもとで，次の指標を最大にするように財 z の需要 $g(z)$ を決める。

$$\tilde{G}=\left(\int_0^1 g(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

L およびLl によって，財zに関する雇用量と"雇用量 × 労働供給" を表すことにすると，それぞれ次の式が成り立つ。

$$\int_0^1 Ldz=L,\ \int_0^1 Lldz=Ll.$$

企業 z の産出量は Llyに等しい。規模に関する収穫逓増または逓減によって y は Llの関数である。均衡においては$Lly=d(z)$が成り立つから，

$$\frac{\partial d(z)}{\partial Ll}=y+Lly'(Ll)$$

が得られる。規模に関して収穫一定であれば，

$$\frac{\partial d(z)}{\partial Ll}=y$$

となる。(2) より

$$\frac{\partial p_1(z)}{\partial d(z)}=-\frac{p_1(z)}{\sigma d(z)}.$$

したがって

$$\frac{\partial p_1(z)}{\partial Ll}=-\frac{p_1(z)[y+Lly'(Ll)]}{\sigma d(z)}=-\frac{p_1(z)}{\sigma Ll}\left[1+\frac{Lly'(Ll)}{y}\right].$$

労働生産性の弾力性を以下のように定義する。

$$\zeta=\frac{Lly'(Ll)}{y}.$$

すると

$$\frac{\partial p_1(z)}{\partial Ll} = -\frac{p_1(z)(1+\zeta)}{\sigma Ll}$$

が得られる。ζ は一定で，$1+\zeta>0$を満たす。規模に関して収穫逓増（収穫逓減）の生産技術の場合には$\zeta>0$ (($\zeta<0$))である。

企業の利潤は

$$\pi(z) = p_1(z)Lly - LlW$$

と表される。したがって利潤最大化条件は

$$\frac{\partial \pi(z)}{\partial Ll} = \left[p_1(z)y - Lly\frac{p_1(z)}{\sigma Ll}\right](1+\zeta) - W = \left[p_1(z)y - \frac{p_1(z)y}{\sigma}\right](1+\zeta) - W = 0$$

であるから

$$p_1(z) = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)(1+\zeta)y}W$$

を得る。$\mu = 1/\sigma$ とすると，

$$p_1(z) = \frac{1}{(1-\mu)(1+\zeta)y}W$$

となるが，これによって実質賃金率が

$$\omega = (1-\mu)(1+\zeta)y$$

と表される。企業はすべて対称的であるから

$$P_1 = p_1(z) = \frac{1}{(1-\mu)(1+\zeta)y}W$$

が成り立つ。

5 経済成長のもとで完全雇用を維持するための財政赤字と過剰な財政赤字によるインフレーション

5.1 市場均衡

財の名目総供給は

$$WL + L_f\Pi = P_1Lly$$

に等しい。一方，名目総需要は

$$\alpha(WL + L_f\Pi) + G + M = \alpha P_1Lly + G + M$$

と表される。これらは等しいから，

$$P_1Lly = \alpha P_1Lly + G + M. \tag{3}$$

が成り立つ。実質値で書くと，

$$Lly = \frac{G+M}{(1-\alpha)P_1}$$

となる。Ll の均衡値は$L_f l(L_f)$より大きくはない（ $l(L_f)$ は完全雇用が実現されているときの労働供給を表す）。しかし，$L_f l(L_f)$ よりも厳密に小さくなる可能性はある。そのとき $L < L_f$ となり，非自発的失業が発生する。政府が若年世代から T の税を徴収する場合は，(3) は以下のようになる。

$$P_1 Lly = \alpha(P_1 Lly - T) + G + M.$$

5. 2 完全雇用を維持するための財政赤字

第 t 期に至るまで一定の価格のもとで完全雇用が維持されていると仮定する。そのとき次の式が成り立つ。

$$P_1^t L_f l(L_f) y = \alpha(P_1^t L_f l(L_f) y - T^t) + G^t + M^t. \tag{4}$$

上添字 t は各変数の t 期の値を表す。若年世代の貯蓄は

$$(1-\alpha)(P_1^t L_f l(L_f) y - T^t) = G^t - T^t + M^t$$

に等しい。人口増加による経済成長のもとで完全雇用を維持して行くためにはこの値が γM^tに等しくなければならない。したがって

$$G^t - T^t = (\gamma - 1)M^t \tag{5}$$

が得られる。M^t は第 t 期における老年世代の貯蓄であり，消費でもある。これは正の値をとるから， $\gamma > 1$ ならば $G^t > T^t$ が得られる。

第$t+1$ 期においては$M^{t+1} = \gamma M^t$が成り立ち，また$G^{t+1} = \gamma G^t$ かつ$T^{t+1} = \gamma T^t$であると考えることができる。したがって $P_1^{t+1} = P_1^t$ のもとで

$$P_1^t L_f \gamma l(L_f \gamma) y = \alpha(P_1^t L_f \gamma l(L_f \gamma) y - \gamma T^t) + \gamma G^t + \gamma M^t \tag{6}$$

を得る。$l(L_f \gamma)$は人口が増えた後の完全雇用における労働供給を表す。この式は (4) と同値であり，$G^{t+1} = \gamma G^t$ ，$T^{t+1} = \gamma T^t$によって完全雇用が維持されることを意味する。完全雇用を維持するための財政赤字は継続的なものでなければいけないので，制度的に可能ならば政府債務ではなく通貨発行益 (seigniorage)によって調達されることが望ましい。経済が成長しているときには老年世代の生涯所得が若年世代より少なく，彼らの貯蓄とそれによる消費が不足することが財政赤字が必要となる理由であると考えられる。この財政赤字は債務ではないので返済・償還してはならない。

消費者は貨幣によって貯蓄するので貨幣供給量は貯蓄に等しいから，貨幣供給量の増加は貯蓄の増加に等しい。(5)によって貯蓄の増加は財政赤字に等しいことがわかる。貯蓄の増加率は経済成長率に等しいので，このケースの財政赤字がインフレーションを引き起こすことはない。

議論をまとめると，

命題 1 一定の価格のもとで人口増加よって経済が成長するときに完全雇用を維持するためには継続的な財政赤字が必要である。

5.3 過剰な財政赤字とインフレーション

まず，第 $t-1$ 期に至るまで一定の価格のもとで完全雇用が実現していたと仮定する。しかし，第 t 期における財政支出または税が定常状態の値とは異なっているものとしよう。ここで定常状態とは，一定の価格のもとで完全雇用が持続的に維持されている状態を指す。実際の財政支出と税を$\hat{G}^t$ と$\hat{T}^t$で表し，実際の価格を$\hat{P}_1^t$とすると，次の式が成り立つ。

$$\hat{P}_1^t L_f l(L_f) y = \alpha(\hat{P}_1^t L_f l(L_f) y - \hat{T}^t) + \hat{G}^t + M^t. \tag{7}$$

若年世代の貯蓄は

$$M^{t+1} = (1-\alpha)(\hat{P}_1^t L_f l(L_f) y - \hat{T}^t) = \hat{G}^t - \hat{T}^t + M^t$$

に等しい。

$$\eta = \frac{\hat{P}_1^t}{P_1^t} > 1$$

とする。第$t+1$期において$P_1^{t+1} = \hat{P}_1^t > P_1^t$ のもとで完全雇用を維持するためには

$$\hat{G}^t - \hat{T}^t + M^t = \gamma\eta M^t$$

が必要である。(5) より

$$\hat{G}^t - \hat{T}^t = (\gamma\eta - 1)M^t > (\gamma - 1)M^t = G^t - T^t \tag{8}$$

が得られる。(8)は

$$(\eta - 1)\gamma M^t = (\hat{G}^t - \hat{T}^t) - (G^t - T^t),$$

あるいは

$$\eta - 1 = \frac{(\hat{G}^t - \hat{T}^t) - (G^t - T^t)}{\gamma M^t} > 0$$

を意味する。したがって過剰な財政赤字 $(\hat{G}^t - \hat{T}^t) - (G^t - T^t)$ は $\eta = \frac{\hat{P}_1^t}{P_1^t}$ の率でのインフレーションを引き起こす。

第 $t+1$ 期においては$M^{t+1} = \gamma\eta M^t$が成り立ち，また$G^{t+1} = \gamma\eta G^t$，$T^{t+1} = \gamma\eta T^t$と仮定することができるから， $P_1^{t+1} = \hat{P}_1^t$ のもとで

$$\hat{P}_1^t L_f l(L_f) \gamma y = \alpha(\hat{P}_1^t L_f l(L_f) \gamma y - \gamma\eta T^t) + \gamma\eta G^t + \gamma\eta M^t$$

が得られる。$\hat{P}_1^t = \eta P_1^t$ であるから，これは (4) と同値であり，$G^{t+1} = \gamma\eta G^t$ および $T^{t+1} = \gamma\eta T^t$によって完全雇用が維持されることがわかる。1 期間のインフレーションの後，一定の価格のもとで完全雇用が継続的な財政赤字によって維持されるから，インフレーションを引き起こした過剰な財政赤字については過剰な部分だけを減らせばよく，後に黒字を作ってあるいは定常状態における値よりも財政赤字を小さくして埋め合わせる必要はない。

以上をまとめると，

命題 2 1. 完全雇用を維持するのに充分な水準より財政赤字が大きくなるとインフレーションが引き起こされる。

2. インフレーションを引き起こした過剰な財政赤字については，過剰な部分だけを減らせばよく，後に黒字を作ってあるいは定常状態における値よりも財政赤字を小さくして埋め合わせる必要はない。

第 $t+1$ 期において $P_1^{t+1}=\eta\hat{P}_1^t$，すなわちインフレーションが続くものとすると，次の式が成り立つ。

$$\hat{P}_1^t L_f l(L_f)\gamma\lambda y=\alpha(\hat{P}_1^t L_f l(L_f)\gamma\lambda y-\gamma\eta\hat{T}^t)+\gamma\eta\hat{G}^t+\gamma\eta M^t.$$

これは (7) と同値である。

5.4 不充分な財政支出と非自発的失業の発生

(4)において Ll が$L_f l(L_f)$ と異なり，財政支出 が G^tと異なる可能性があるとする。財の価格は一定であるとする。実際の財政支出の大きさを $\hat{G}^t$，税をT^tとすると，

$$P_1^t Ll(L)y=\alpha(P_1^t Ll(L)y-T^t)+\hat{G}^t+M^t \tag{9}$$

となる。 (9) と (4)を比較して，

$$Ll(L)-L_f l(L_f)=\frac{\hat{G}^t-G^t}{(1-\alpha)P_1^t y} \tag{10}$$

を得る。 $\hat{G}^t<G^t$であれば， $L<L_f$となる。したがって，不充分な財政支出は非自発的失業が発生する原因となる。

命題 1 において明らかにしたように，経済が成長しているときに完全雇用を維持するためには財政赤字が必要であるから，均衡財政のもとにおいては非自発的失業が生じる。

第t期における若年世代の貯蓄は

$$\widehat{M}^{t+1}=(1-\alpha)(P_1^t Ll(L)y-T^t)=\hat{G}^t-T^t+M^t$$

に等しい。これは第$t+1$期における老年世代の消費者による消費である。第$t+1$ 期に$P_1^{t+1}=P_1^t$，$T^{t+1}=\gamma T^t$のもとで完全雇用が達成されたと仮定しよう。そのとき次の式が成り立つ。

$$P_1^t L_f\gamma l(L_f\gamma)y=\alpha(P_1^t L_f\gamma l(L_f\gamma)y-\gamma T^t)+\hat{\hat{G}}^{t+1}+\widehat{M}^{t+1}. \tag{11}$$

$\hat{\hat{G}}^{t+1}$ は第$t+1$期における財政支出の実際の値である。第$t+1$ 期における若年世代の貯蓄は

$$M^{t+2}=(1-\alpha)(P_1^t L_f\gamma l(L_f\gamma)y-\gamma T^t)=\hat{\hat{G}}^{t+1}-\gamma T^t+\widehat{M}^{t+1} \tag{12}$$

$$=\hat{\hat{G}}^{t+1}-\gamma T^t+\hat{G}^t-T^t+M^t$$

と表される。完全雇用を維持するためにはこれが$\gamma^2 M^t$に等しくなることが求められる。なお，M^t は第t期における若年世代の貯蓄の定常状態における値である。したがって，

$$\hat{\hat{G}}^{t+1}-\gamma T^t+\hat{G}^t-T^t=(\gamma^2-1)M^t=\gamma(\gamma-1)M^t+(\gamma-1)M^t.$$

定常状態においては

$$\hat{\hat{G}}^{t+1}=\gamma G^t,\ \hat{G}^t=G^t,$$

$$\hat{G}^t-T^t=(\gamma-1)M^t,$$

かつ

$$\hat{\hat{G}}^{t+1}-\gamma T^t=\gamma(\gamma-1)M^t$$

が成り立つ。もし $\hat{G}^t<G^t$ならば，

$$\hat{G}^t-T^t<(\gamma-1)M^t$$

となるから

$$\hat{\hat{G}}^{t+1}-\gamma T^t>\gamma(\gamma-1)M^t$$

でなければならない。よって，第 $t+1$ 期に完全雇用を回復させるためには定常状態の値を上回る追加的な財政赤字が必要である。

議論をまとめると，

命題 3 第 t 期における不充分な財政支出は非自発的失業を発生させ，第 $t+1$に完全雇用を回復させるためには定常状態での値を上回る追加的な財政赤字が必要となる。

完全雇用を回復させた後は命題 1 で示したように継続的な財政赤字が必要であるから，不況克服のために生じた追加的な財政赤字も後の黒字によって埋め合わす必要はない。

この節では価格は一定であると仮定していた。もし，非自発的失業が名目賃金率の低下を招き，それによって価格が下落するならば，実質残高効果が働いて消費を増やす可能性がある。しかし，財政政策を用いた方がすみやかに完全雇用を回復させられるであろう。

7. おわりに：技術進歩による経済成長および人口増加が生産性に影響する場合について

人口の増加ではなく技術進歩による経済成長の場合は，L_f が一定になる一方で，yが$\gamma-1$の率で上昇する。γがL_fに掛かるのではなくyに掛かると解釈することによって基本的にすべての数式がそのまま成り立つが，(6)，(11)，(12)および以下の付録 B の(B.4)，(B.5)の中にある$l(L_f\gamma)$（完全雇用における労働供給）は$l(L_f)$と書かれるべきである。

また，本稿では収穫逓増，逓減について各期における生産性が雇用量に依存するけれども人口増加そのものは生産性に影響しないと仮定した。以下では人口増加が生産性に影響する場合につ

いて簡潔に説明する。$l(L_f)$と$l(L_f\gamma)$が等しいものと仮定してlで表すと，完全雇用における第$t+1$期の労働生産性$y(L_f\gamma l)$と第t期の労働生産性$y(L_f l)$について

$$y(L_f\gamma l) = y(L_f l) + y'(L_f l)L_f l(\gamma-1) = y(L_f l)[1+\zeta(\gamma-1)]$$

という関係が成り立つ。そのとき(5)式はγを

$$\gamma' = \gamma[1+\zeta(\gamma-1)]$$

に置き換えることによって

$$G^t - T^t = (\gamma'-1)M^t$$

となり，(6)式も同様に$G^{t+1} = \gamma' G^t$，$T^{t+1} = \gamma' T^t$として

$$P_1^t L_f \gamma' = \alpha(P_1^t L_f \gamma' l y - \gamma' T^t) + \gamma' G^t + \gamma' M^t$$

となって(4)と同値になる。(8)においても$\gamma\eta$を$\gamma[1+\zeta(\gamma-1)]\eta = \gamma'\eta$に置き換えることによって$\eta$の率でのインフレーションという同じ結果を得る。$\eta - 1$は

$$\frac{(\hat{G}^t - \hat{T}^t) - (G^t - T^t)}{\gamma' M^t}$$

に等しい。

(11)，(12)から命題 3 までの議論のすべてもγを$\gamma' = \gamma[1+\zeta(\gamma-1)]$に置き換えることによって成り立ち，以下の付録 B にある(B.4)，(B.5)以降の議論についても同様である。

したがって，収穫逓増・逓減で，人口増加が労働生産性に影響を及ぼす場合は労働生産性の弾力性をζとして経済成長率が

$$\gamma' - 1 = \gamma[1+\zeta(\gamma-1)] - 1$$

となる。収穫逓増なら人口増加率以上の率で，逓減なら人口増加率以下の率で成長する。

付録 A　消費者の効用最大化

消費バスケットおよび消費バスケットの価格は

$$C_1^e = \left(\int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},\ C_2^e = \left(\int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$C_1^u = \left(\int_0^1 c_1^u(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},\ C_2^u = \left(\int_0^1 c_2^u(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} dz\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

$$P_1 = \left(\int_0^1 p_1(z)^{1-\sigma} dz\right)^{\frac{1}{1-\sigma}},\ P_2 = \left(\int_0^1 p_2(z)^{1-\sigma} dz\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

であった。 雇用されている消費者の予算制約は

$$\int_0^1 p_1(z)c_1^e(z)dz + \int_0^1 p_2(z)c_2^e(z)dz = Wl + \Pi$$

失業している消費者の予算制約は

$$\int_0^1 p_1(z)c_1^u(z)dz + \int_0^1 p_2(z)c_2^u(z)dz = \Pi$$

である。それぞれの Lagrange 関数は

$$\mathcal{L}^e = u(C_1^e, C_2^e) - \lambda\left(\int_0^q p_1(z)c_1^e(z)dz + \int_0^q p_2(z)c_2^e(z)dz - Wl - \Pi\right)$$

$$\mathcal{L}^u = u(C_1^u, C_2^u) - \lambda\left(\int_0^q p_1(z)c_1^u(z)dz + \int_0^q p_2(z)c_2^u(z)dz - \Pi\right)$$

と表される。どちらも同様なので雇用されている消費者の効用最大化を考える。1 階条件は

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_1^e}\left(\int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} c_1^e(z)^{-\frac{1}{\sigma}} - \lambda p_1(z) = 0 \tag{A.1}$$

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_2^e}\left(\int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} c_2^e(z)^{-\frac{1}{\sigma}} - \lambda p_2(z) = 0 \tag{A.2}$$

である。 これらの式から

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_1^e}\left(\int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz - \lambda\int_0^1 p_1(z)c_1^e(z)dz = 0$$

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_2^e}\left(\int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz - \lambda\int_0^1 p_2(z)c_2^e(z)dz = 0$$

が得られ,

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_1^e}C_1^e - \lambda\int_0^1 p_1(z)c_1^e(z)dz = 0 \tag{A.3}$$

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_2^e}C_2^e - \lambda\int_0^1 p_2(z)c_2^e(z)dz = 0 \tag{A.4}$$

となる。 一方，(A.1)，(A.2)より

$$\left(\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_1^e}\right)^{1-\sigma}\left(\int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{-1}\int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz - \lambda^{1-\sigma}\int_0^1 p_1(z)^{1-\sigma}dz = 0$$

$$\left(\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_2^e}\right)^{1-\sigma}\left(\int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{-1}\int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz - \lambda^{1-\sigma}\int_0^1 p_2(z)^{1-\sigma}dz = 0$$

が得られ

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_1^e}-\lambda\left(\int_0^1 p_1(z)^{1-\sigma}dz\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}=0,\ \ \frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_2^e}-\lambda\left(\int_0^1 p_2(z)^{1-\sigma}dz\right)^{\frac{1}{1-\sigma}}=0$$

となるが，これらは

$$\frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_1^e}=\lambda P_1,\ \ \frac{\partial u(C_1^e,C_2^e)}{\partial C_2^e}=\lambda P_2 \tag{A.5}$$

と書ける。さらに(A.3)，(A.4)から

$$P_1C_1^e=\int_0^1 p_1(z)c_1^e(z)dz,\ \ P_2C_2^e=\int_0^1 p_2(z)c_2^e(z)dz$$

が得られる。予算制約によって

$$P_1C_1^e+P_2C_2^e=Wl+\Pi \tag{A.6}$$

が成り立つ。(A.5)は(A.6)を予算制約として$u(C_1^e,C_2^e)$を最大化するときの条件になっている。失業している消費者についても同様の関係が成り立つ。$u(C_1^e,C_2^e)$，$u(C_1^u,C_2^u)$がホモセティックであることにより

$$\alpha=\frac{P_1C_1^e}{P_1C_1^e+P_2C_2^e},\ \ 1-\alpha=\frac{P_1C_1^e}{P_1C_1^e+P_2C_2^e}$$

は価格によって決まり所得には依存しないから

$$\alpha=\frac{P_1C_1^e}{P_1C_1^e+P_2C_2^e}=\frac{P_1C_1^u}{P_1C_1^u+P_2C_2^u},\ \ 1-\alpha=\frac{P_1C_1^e}{P_1C_1^e+P_2C_2^e}=\frac{P_1C_1^u}{P_1C_1^u+P_2C_2^u}$$

が成り立つ。以上によって消費バスケットに関する需要関数

$$C_1^e=\frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P_1},\ \ C_2^e=\frac{(1-\alpha)(Wl+\Pi)}{P_2} \tag{A.7}$$

$$C_1^u=\frac{\alpha\Pi}{P_1},\ \ C_2^u=\frac{(1-\alpha)\Pi}{P_2} \tag{A.8}$$

が求まる。(A.1)，(A.2)，(A.5)より

$$P_1\left(\int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}c_1^e(z)^{-\frac{1}{\sigma}}-p_1(z)=0,\ \ P_2\left(\int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{\frac{1}{\sigma-1}}c_2^e(z)^{-\frac{1}{\sigma}}-p_2(z)=0$$

を得る。それぞれ $-\sigma$乗して，

$$P_1^{-\sigma}\left(\int_0^1 c_1^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{-\frac{\sigma}{\sigma-1}}c_1^e(z)-p_1(z)^{-\sigma}=0,\ \ P_2^{-\sigma}\left(\int_0^1 c_2^e(z)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dz\right)^{-\frac{\sigma}{\sigma-1}}c_2^e(z)-p_2(z)^{-\sigma}=0$$

から

$$P_1^{-\sigma}\frac{1}{C_1^e}c_1^e(z)-p_1(z)^{-\sigma}=0,\ \ P_2^{-\sigma}\frac{1}{C_2^e}c_2^e(z)-p_2(z)^{-\sigma}=0$$

となり，これらの式と(A.7)より財zの需要関数

$$c_1^e(z)=\left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha(Wl+\Pi)}{P_1},\ c_2^e(z)=\left(\frac{p_2(z)}{P_2}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha(Wi+\Pi)}{P_1}$$

が得られる。失業している消費者についても同様の式と(A.8)から

$$c_1^u(z)=\left(\frac{p_1(z)}{P_1}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha\Pi}{P_1},\ c_2^u(z)=\left(\frac{p_2(z)}{P_2}\right)^{-\sigma}\frac{\alpha\Pi}{P_1}$$

を得る。

付録 B　幼年期の消費と賦課方式の年金を含むモデルについて

前稿（田中(2021)）で扱った幼年期と賦課方式の年金を含む 3 世代モデルについて簡潔に触れておく。第 1 期の前に第 0 期をおき幼年期とする。この幼年期には労働はせず消費するだけである。その消費は教育だと考えてもよい。そのための資金は若年世代からの借り入れか政府からの奨学金によって賄われる。幼年期には意思決定を行わず消費は全員共通の定数である。それをDとする。消費のための資金は債務となり，若年期に返済しなければならない。しかし失業すると返済できないので，そのときには政府が債務の相当する金額の失業保険を支給する。その財源は働いている若年世代が負担する。利子率は特に意味はないし大きさを決めるメカニズムもないのでゼロであるとする。第 1 期，2 期の消費に関する意思決定は，これまで通り雇用されているか失業しているかという状況に応じて第 1 期の初めに行われる。

老年世代一人当たりの年金額をQで，それに対する雇用されている若年世代の税負担をΨとすると

$$L_fQ=L\Psi$$

が成り立つ。これは

$$\Psi=\frac{L_f}{L}Q \tag{B.1}$$

を意味する。一方失業保険に関する若年世代の負担をΘとすると

$$(L_f-L)D=L\Theta$$

が成り立つ。これは

$$\Theta+D=\frac{L_f}{L}D \tag{B.2}$$

意味する。若年世代が老年期に受け取れる年金を$\tilde{Q}$とすると雇用されている消費者の予算制約は

$$\int_0^1 p_1(z)c_1^e(z)dz+\int_0^1 p_2(z)c_2^e(z)dz=Wl+\Pi+\tilde{Q}-\Psi-\Theta-D=Wl+\Pi+\tilde{Q}-\frac{L_f}{L}Q-\frac{L_f}{L}D$$

あるいは

$$P_1C_1^e+P_2C_2^e=Wl+\Pi+\tilde{Q}-\Psi-\frac{L_f}{L}Q-\frac{L_f}{L}D$$

失業している消費者の予算制約は 債務が失業保険によって相殺されるので，

$$\int_0^1 p_1(z)c_1^u(z)dz+\int_0^1 p_2(z)c_2^u(z)dz=\Pi+\tilde{Q}$$

あるいは

$$P_1C_1^u+P_2C_2^u=\Pi+\tilde{Q}$$

となる。これらに応じて消費バスケットの需要関数や各財の需要が求められる。

このケースでは(4)は，(B.1)，(B.2)を考慮して

$$P_1^tL_fl(L_f)y=\alpha(P_1^tL_fl(L_f)y+L_f\tilde{Q}-L_fQ-L_fD-T^t)+L_f\widetilde{D}+G^t+M^t \qquad \text{(B.3)}$$

と表される。$\widetilde{D}$ は次の世代の幼年期における消費であり，政府支出とともに有効需要を構成する。経済成長している場合は$\tilde{Q}=\gamma Q$，$\widetilde{D}=\gamma D$となると考えられるから若年世代の貯蓄（正確には将来の年金を含めた貯蓄で老年期の消費である）は

$$M^{t+1}=(1-\alpha)(P_1^tL_fl(L_f)y+L_f\gamma Q-L_fQ-L_fD-T^t)=G^t-T^t+L_f\gamma Q-L_fQ+L_f\gamma D-L_fD+M^t$$

に等しい。経済成長のもとではこれがγM^tと一致しなければならないので

$$G^t-T^t=(\gamma-1)(M^t-L_fQ-L_fD)$$

が満たされる必要がある。したがって年金を除いた貯蓄と債務の差が正であれば財政赤字が必要であるが，債務と年金が大きければ逆になる可能性もある。

一方(7)は

$$\hat{P}_1{}^tL_fl(L_f)y=\alpha(P_1^tL_fl(L_f)y+L_f\tilde{Q}-L_fQ-L_fD-\hat{T}^t)+L_f\widetilde{D}+\hat{G}^t+M^t$$

となる。$\eta=\frac{\hat{P}_1^t}{P_1^t}>1$，$\tilde{Q}=\gamma\eta Q$，$\widetilde{D}=\gamma\eta D$として，若年世代の貯蓄は

$$\widehat{M}^{t+1}=(1-\alpha)(\hat{P}_1^tL_fl(L_f)y+L_f\gamma\eta Q-L_fQ-L_fD-\hat{T}^t)=\hat{G}^t-\hat{T}^t+L_f\gamma\eta Q-L_fQ+L_f\gamma\eta D+M^t$$

に等しい。経済成長のもとではこれが$\gamma\eta M^t$と一致しなければならないので

$$\hat{G}^t-\hat{T}^t=(\gamma\eta-1)(M^t-L_fQ-L_fD)>G^t-T^t=(\gamma-1)(M^t-L_fQ-L_fD)$$

より，

$$\eta-1=\frac{(\hat{G}^t-\hat{T}^t)-(G^t-T^t)}{\gamma(M^t-L_fQ-L_fD)}>0$$

を得る。したがって$M^t-L_fQ-L_fD$>0 であれば過剰な財政赤字はインフレーションを招くが，これも債務と年金が大きければ逆になる可能性もある。

また，(9)は次のようになる。

$$P_1^tLl(L)y=\alpha(P_1^tLly+L_f\gamma Q-L_fQ-L_fD-T^t)+\hat{G}^t+L_f\gamma D+M^t$$

(B.3)と比較して

$$Ll(L) - L_f l(L_f) = \frac{\hat{G}^t - G^t}{P_1^t y}$$

となり(10)と同じ結果が得られる。若年世代の貯蓄は

$$\widehat{M}^{t+1} = (1-\alpha)(P_1^t Lly + L_f\gamma Q - L_f Q - L_f D - T^t) = \hat{G}^t + L_f\gamma Q - L_f Q - T^t + L_f\gamma D - L_f D + M^t$$

に等しい。さらに(11)は次のようになる。

$$P_1^t L_f\gamma l(L_f\gamma)y = \alpha(P_1^t L_f\gamma l(L_f\gamma)y + L_f\gamma^2 Q - L_f\gamma Q - L_f\gamma D - \gamma T^t) + \hat{\hat{G}}^{t+1} + L_f\gamma^2 D + \widehat{M}^{t+1}. \qquad \text{(B.4)}$$

したがって第$t+1$期の若年世代による貯蓄は

$$M^{t+2} = (1-\alpha)\left(P_1^t L_f\gamma l(L_f\gamma)y + \gamma^2 L_f Q - \gamma L_f Q - L_f\gamma D - \gamma T^t\right) \qquad \text{(B.5)}$$

$$= \hat{\hat{G}}^{t+1} + \gamma^2 L_f Q - \gamma L_f Q - \gamma T^t + L_f\gamma^2 D - L_f\gamma D + \widehat{M}^{t+1}$$

に等しい。第$t+1$期に完全雇用を実現するにはこれが$\gamma^2 M^t$と一致しなければならないので

$$\hat{\hat{G}}^{t+1} + L_f\gamma^2 Q - \gamma L_f Q - \gamma T^t + L_f\gamma^2 D - L_f\gamma D + \hat{G}^t + L_f\gamma Q - L_f Q - T^t + L_f\gamma D - L_f D + M^t = \gamma^2 M^t$$

より

$$\begin{aligned}\hat{\hat{G}}^{t+1} - \gamma T^t + \hat{G}^t - T^t &= (\gamma^2 - 1)(M^t - L_f Q - L_f D)\\ &= \gamma(\gamma-1)(M^t - L_f Q - L_f D) + (\gamma-1)(M^t - L_f Q - L_f D)\end{aligned}$$

となるから，$M^t - L_f Q - L_f D > 0$で$\hat{G}^t - T^t < (\gamma-1)(M^t - L_f Q - L_f D)$ならば

$$\hat{\hat{G}}^{t+1} - \gamma T^t > \gamma(\gamma-1)(M^t - L_f Q - L_f D)$$

でなければならず，$M^t - L_f Q - L_f D > 0$であれば不充分な財政赤字によって生じた非自発的失業を解消し完全雇用を回復させるには追加的な財政赤字が必要である。これも債務と年金が大きければ逆になる可能性もある。

付録 C　貨幣の流れ

年金と幼年世代の消費を含む一般的なモデルについて貨幣の流れを整理してみよう。 政府による奨学金はないものとする。

貨幣の支払い

P1: 若年世代消費者および老年世代消費者による消費支出

P2: 企業による若年世代消費者に対する賃金と利潤の支払い

P3: 若年世代の消費者による（年金以外のための）納税

P4: （年金以外のための）財政支出

P5: 幼年世代の消費者による消費支出

P6: 幼年世代の消費者に対する若年世代の消費者からの貸付

P7: 若年世代の消費者による老年世代の消費者に対する債務返済

P8: 政府による年金の支払い

P9: 若年世代の消費者による年金のための税の支払い

貨幣の受け取り

R1: 企業による財の販売代金の受け取り

R2: 若年世代の消費者による賃金と利潤の受け取り

R3: 政府による（年金以外のための）税の受け取り

R4: 幼年世代の消費者による若年世代の消費者からの借り入れ

R5: 老年世代の消費者に対する若年世代の消費者からの債務返済

R6: 老年世代の消費者による年金の受け取り

R7: 政府による年金のための税の受け取り

とすると，これらには

$$\mathrm{P1}+\mathrm{P4}+\mathrm{P5}=\mathrm{R1},\ \mathrm{P2}=\mathrm{R2},\ \mathrm{P3}=\mathrm{R3},\ \mathrm{P6}=\mathrm{R4},\ \mathrm{P7}=\mathrm{R5},\ \mathrm{P8}=\mathrm{R6},\ \mathrm{P9}=\mathrm{R7}$$

という関係が成り立つので支払いと受け取りは一致する。すなわち

$$\mathrm{P1}+\mathrm{P2}+\mathrm{P3}+\mathrm{P4}+\mathrm{P5}+\mathrm{P6}+\mathrm{P7}+\mathrm{P8}+\mathrm{P9}=\mathrm{R1}+\mathrm{R2}+\mathrm{R3}+\mathrm{R4}+\mathrm{R5}+\mathrm{R6}+\mathrm{R7}.$$

また

$$\mathrm{P2}=\mathrm{R1},\ \mathrm{P5}=\mathrm{P6}=\mathrm{R4},\ \mathrm{P8}=\mathrm{P9}=\mathrm{R6}=\mathrm{R7}$$

も成り立つから

$$\mathrm{P1}+\mathrm{P3}+\mathrm{P4}+\mathrm{P6}=\mathrm{R2}+\mathrm{R3} \tag{C.1}$$

となる。一方

M1: 老年世代の消費者が持ち越した貯蓄 （若年世代からの債務返済は除く）

M2: 若年世代の消費者による貯蓄 （幼年世代への貸付は除く）

とすると

$$\text{老年世代の消費者による消費支出}=\mathrm{M1}+\mathrm{R5}+\mathrm{R6} \tag{C.2}$$

$$\mathrm{R2}=\text{若年世代の消費者による消費支出}+\mathrm{P3}+\mathrm{P6}+\mathrm{P7}+\mathrm{P9}+\mathrm{M2}$$

という関係が成り立つが，これらの式と$P9 = R6$，$P7 = R5$から

$$R2 = P1 + P3 + P6 + P7 + P9 + M2 - M1 - R5 - R6 = P1 + P3 + P6 + M2 - M1$$

が得られ，(C.1)と合わせると

$$P4 - R3 = M2 - M1$$

となる。したがって貯蓄の増加が財政赤字に等しい。

参考文献

T. Hogan. Review of Stephanie Kelton's the Deficit Myth. AIER Sound Money Project Working Paper No. 2021–5, 2021.

S. Kelton. *The Deficit Myth: Modern Monetary Theory and the Birth of the People's Economy*. Public Affairs, 2020.

A. P. Lerner. Functional finance and the federal debt. *Social Research*, 10:38–51, 1943.

A. P. Lerner. *The Economics of Control: Principles of Welfare Economics*. Macmillan, 1944.

W. Mitchell, L. R. Wray, and M. Watts. *Macroeconomics*. Red Gbole Press, 2019.

M. Otaki. The dynamically extended Keynesian cross and the welfare-improving fiscal policy. *Economics Letters*, 96,23–29, 2007.

M. Otaki. A welfare economics foundation for the full-employment policy. *Economics Letters*, 102, 1–3, 2009.

M. Otaki. *Keynesian Economics and Price Theory: Re-orientation of a Theory of Monetary Economy*. Springer, 2015a.

M. Otaki. Public debt as a burden on the future generation: A Keynesian approach. *Theoretical Economics Letters,* 5, 651-658, 2015b.

田中靖人．完全雇用実現のための財政政策について：世代重複モデルによる理論的分析．*MACRO REVIEW*, Vol.33, No.1, 52-70, 2021.