Munich Personal RePEc Archive

On the relationship of micro-and macro-descriptions of production and technical systems

, and ,

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine

17 November 2009

Online at https://mpra.ub.uni-muenchen.de/107485/
MPRA Paper No. 107485, posted 01 May 2021 07:45 UTC

О ВЗАИМОСВЯЗИ МИКРО- И МАКРООПИСАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Пигнастый О.М., Заруба В.Я.
(*НТУ "ХПИ", Харьков*)
pom7@bk.ru, ekmm@kpi.kharkov.ru

Представлены основные элементы статистической теории производственно-технических систем.

Ключевые слова: производственно-техническая система

Моделирование производственно-технических систем (ПТС) является эффективным методом их исследования [2,3]. Распространенный класс образуют ПТС, где детерминированный характер технологических процессов сочетается с их стохастической природой. Закономерности функционирования ПТС во многом подобны тем, которые имеются в термодинамических системах. Они столь глубоки и полезны, что провозглашены в качестве общих принципов: Ле Шателье-Самуэльсона, Карно-Хикса и др. [2]. На основании этих принципов технологический процесс ПТС с серийным или массовым выпуском продукции может быть представлен в виде стохастического процесса [1,3].

1. Описание ПТС на микроуровне

Состояние ПТС определим как состояние числа N базовых продуктов. Под базовым продуктом (БП) или предметом труда понимается элемент ПТС, на который при выполнении технологической операции переходит стоимость труда, материалов и орудий труда в ходе воздействия оборудования. Поведение БП определяется закономерностями технологического процесса. Состояние БП будем описывать наблюдаемыми на микроуровне микропараметрами: суммой затрат S_j (грн) и затрат в единицу времени μ_j (грн/час), перенесенными оборудованием на j-й БП.

Состояние ПТС определено, если известны $\mathrm{S}_\mathrm{j}, \mu_j$, а в любой другой момент времени может быть найдено из уравнений состояния БП:

(1) $$dS_j / dt = \mu_j, \quad d\mu_j / dt = f_j(t, S), \quad 0<j<N,$$

где $f_j(t, S)$ - производственная функция ПТС [2]. Если количество БП много больше единицы, то решить систему из 2*N*-уравнений практически невозможно, что требует перехода от микро-описания ПТС к макро-описанию с элементами вероятностной природы. Вместо рассмотрения состояния ПТС с микропараметрами S_j и μ_j, введем функцию распределения БП $\chi(t, S, \mu)$ в фазовом технологическом пространстве (ФТП)

(2) $$\int_0^\infty d\mathrm{S} \cdot \int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t, S, \mu) = N .$$

Условие нормировки (2) представляет закон сохранения числа БП в производственном процессе.

2. Кинетическое уравнение ПТС

Разобьем ФТП (S, μ) на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta\mathrm{S} \cdot \Delta\mu$ были достаточно малы и содержали внутри себя большое число БП. Состояние БП задается точкой в ФТП. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения микропараметров БП, будем приближенно характеризовать состояние ПТС числом БП в каждой ячейке $\Delta\mathrm{S} \cdot \Delta\mu$. Так как, величина $\chi \cdot d\mathrm{S} \cdot d\mu$ представляет число БП в бесконечно малой ячейке $\Delta\mathrm{S} \cdot \Delta\mu$, мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ со временем судить об изменении самой функции χ [4]:

(3) $$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f = J(t, S, \mu), \quad \frac{dS}{dt} = \mu, \quad \frac{d\mu}{dt} = f(t, S) .$$

Генераторная функция $J(t, S, \mu)$ определяется характеристиками технологического процесса [4], стремится при $t \to \infty$ свести распределение БП в ФТП к равновесному. Производственная функция $f(t,S)$ есть аналог силы, перемещающий БП по технологической цепочки. При таком перемещении оборудование воздействует на БП, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить о вероятности того, что после воздействия со стороны оборудования БП будет находиться в том или ином состоянии. Процесс воздействия оборудования на БП обозначим $\psi(\mu)$, где μ - скорость изменения затрат, которую принимает БП после воздействия. Функция $\psi(\mu)$ определяется паспортными данными оборудования. Свойства $\psi(\mu)$ могут быть получены из общих соображений, представляя вероятность перехода в любое состояние равную единице:

$$(4) \qquad \int_0^{\infty} \psi(\mu) \cdot d\mu = 1 .$$

Число БП, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования, есть произведение потока $\chi(t,S,\mu) \cdot \mu$ на вероятность для БП испытать воздействие в элементе $d\mathrm{S} \cdot d\mu$. Вероятность испытания воздействия пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda(S)$ вдоль технологической цепочки. Число БП, испытавших в единицу времени воздействие со стороны оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu}; \tilde{\mu} + d\tilde{\mu})$ есть $\psi(\tilde{\mu}) \cdot \lambda(S) \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu) \cdot d\tilde{\mu} \cdot d\mathrm{S} \cdot d\mu$. В элемент $d\mathrm{S} \cdot d\mu$ поступают БП с $d\mathrm{S} \cdot d\tilde{\mu}$ путем обратного перехода: $\psi(\mu) \cdot \lambda(S) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} \cdot d\mathrm{S} \cdot d\mu$, а общее число БП в элементе $d\mathrm{S} \cdot d\mu$ изменяется в единицу времени на величину $d\mathrm{S} \cdot d\mu \cdot J$:

$$(5) \quad J = \lambda(S) \cdot \int_0^{\infty} \{\psi(\mu) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) - \psi(\tilde{\mu}) \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu)\} d\tilde{\mu} .$$

В большинстве практических случаях функция $\psi(\mu)$ не зависит от состояния БП до испытания воздействия со стороны технологического оборудования, откуда с учетом свойства (4):

$$(6) \qquad \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f = \lambda(S) \cdot \{\psi(\mu) \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi\} .$$

3. Описание ПТС на макроуровне

Нулевой $[\chi]_0$ и первый $[\chi]_1$ моменты функции распределения имеют производственную интерпретацию: заделы БП и их темп движения вдоль технологической цепочки. Умножив уравнение (6) на μ^k, $k = 0,1,2....$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим незамкнутые уравнения балансов ПТС [2]:

(7) $$\frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f \cdot [\chi]_{k-1} + \int_0^\infty d\mu \cdot \mu^k \cdot J\,, \quad \int_0^\infty \mu^k \cdot \chi \; d\mu = [\chi]_k \,.$$

Возможность получить замкнутую систему уравнений основана на свойствах функции $\psi(\mu)$ и наличии малого параметра $Kv << 1$ [1,2], характеризующих ПТС. В нулевом приближении по параметру $Kv << 1$ из уравнения балансов (7) может быть получена замкнутая много-моментная система уравнений ПТС

(8) $$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0; \; \frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f \cdot [\chi]_{k-1}\,, \; k = 1,2..$$

Уравнения балансов ПТС (8) в одномоментном описании представляют собой уравнения системной динамики [3].

Литература

1. ПИГНАСТЫЙ О.М. *Статистическая теория производственных систем*. Х.: ХНУ, 2007г. – 388 с.
2. РУШИЦКИЙ Я.Я., МИЛОВАНОВ Т. С. *Модифікована модель Філіпса-Лоренца для єкономічної системи.* / Доповіді НАНУ. 1997. №12, С.36-40
3. ФОРРЕСТЕР Д. *Основы кибернетики предприятия.* М.: Прогресс, 1961. – 341 с.
4. ПИГНАСТЫЙ О. М., ХОДУСОВ В.Д. К вопросу использования статистической теории для расчета производственного цикла. /Вісник Харківського національного університету. - Харків: ХНУ. -2009. - №868, вип.3/43/ Сер. ”Фізична”. с.112-118.