



Munich Personal RePEc Archive

**Analysis of small and medium business:  
The constructing production functions  
with estimating effective funds**

Gorbunov, Vladimir and Lvov, Alexander

Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, Russia, AirBridgeCargo  
Airlines, LLC

September 2021

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/109157/>  
MPRA Paper No. 109157, posted 03 Dec 2022 18:38 UTC

# АНАЛИЗ МАЛОГО И СРЕДНЕГО ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА: ПОСТРОЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ С ОЦЕНКОЙ ЭФФЕКТИВНЫХ ФОНДОВ

В.К. Горбунов<sup>а</sup>, А.Г. Львов<sup>б</sup>

<sup>а)</sup> Ульяновский государственный университет, Ульяновск; *vkgorbinov@mail.ru*;

<sup>б)</sup> ООО АК «ЭйрБриджКарго», Москва, *aglvov@mail.ru*

**Аннотация:** Независимое самоорганизующееся малое и среднее предпринимательство (МСП) обычно считается важнейшим сектором современной рыночной экономики, формирующимся в соответствии с конъюнктурой рынка и стимулирующим экономику. Но в последние годы стали появляться работы с критикой отношения к этому сектору и, особенно, к его части – малому предпринимательству (МП) как к "локомотиву" рыночных экономик. Аргументация различных точек зрения часто основана на малообоснованных суждениях и межстрановых сравнениях, несмотря на существенные различия в определении сектора МСП и его частей – МП и среднего предпринимательства (СП) в разных странах. Для сравнительного анализа эффективности промышленных сегментов секторов МП, СП и крупных предприятий (КП) мы предлагаем использовать метод построения "капитальной" производственной функции экономической системы с одновременной оценкой эффективных фондов (используемая часть балансовых фондов) по данным о производственных инвестициях, численностях работников и совокупном выпуске системы. Метод был предложен в нашей работе 2012 г. в данном журнале, и здесь он модифицируется и применяется для статистических данных промышленных сегментов секторов МП, СП и КП экономики России.

**Ключевые слова:** малое предпринимательство, среднее предпринимательство, промышленный сегмент, инвестиции, эффективные фонды, производственные функции, оценивание параметров

**Классификация JEL:** L16, L26, M38, E22, D 24, C13

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Российское правительство, следующее основным принципам экономического либерализма, считает независимое самоорганизующееся малое и среднее предпринимательство (МСП) важнейшим сектором современной рыночной экономики, формирующимся в соответствии с конъюнктурой рынка и стимулирующим экономику к прогрессу. Эти положения определяют утверждённую в 2016 году «Стратегию развития малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации на период до 2030 года»<sup>1</sup>, направленную на ускоренное развитие этого сектора экономики при активной финансовой и законодательной государственной поддержке. Соответственно, большинство российских авторов, обсуждающих проблему МСП, считают этот сектор 'локомотивом' рыночных экономик и высказываются за усиление его государственной поддержки и доведения доли МСП в ВВП России, составляющей в последние годы около 20%, до 60-80%, что характерно для ряда более развитых экономик (Виленский, 2004; Бирюков, 2004; Захарова, Лабудин, 2017; Земцов, 2020). Но в последние годы стали появляться работы с критикой такой позиции (Чигрин, 2018; Лиференко, 2019). Аргументация критиков основана, в частности, на том, что производительность труда в секторе МСП, как правило, меньше, чем на крупных предприятиях. Однако аргументы "за" и "против" названных и других известных нам авторов имеют вербальный характер, основаны на простом анализе статистической информации и не учитывают существенные различия в определении этих секторов в разных странах<sup>2</sup>.

Цель статьи – повышение уровня дискуссии о роли МСП и политике его поддержки на основе математического моделирования проблемы оценки эффективности данного сектора экономики России и вычисления для национальной экономики и её секторов показателей фондовооруженности, фондоотдачи, производительности труда, факторных эластичностей и показателей замещения труда капиталом. Такую возможность представляет метод производственных функций (ПФ) как инструмент эффективного анализа мезо и макроэкономического уровней. Для поставленной цели достаточно построить функции, представляющие зависимости стоимостей выпусков экономики страны и составляющих МСП – малого и среднего предпринимательств – от уровней использования производственных фондов (производственного капитала) и труда. Но для предприятий сектора МСП нет строгого определения и учёта производственных фондов.

Основными показателями отчётности предприятий МСП являются оборот, производственные инвестиции и количество работников. Первый показатель (выпуск) в предприятиях торговли и посреднических услуг содержит спекулятивную часть, не соответствующую неоклассическим представлениям о рациональном производстве, и это при

---

<sup>1</sup> <http://government.ru/docs/23354/>

<sup>2</sup> В России малые предприятия ограничены численностью 100 человек и средние определяются численностью от 101 до 250 человек. В США сектор средних предприятий не выделяется предельные размеры фирм сектора SB варьируются по отраслям от 15 до 2500 работников (Dilger, 2019, p. 12). Другие данные по характеристикам МП см. (Захарова, Лабудин, 2017, с. 65-66; Егорова, Ахметшин, 2019, с. 10).

конструировании ПФ, согласно нашему опыту, часто выражается в виде незначимости фактора 'капитал'. Росстат публикует общий показатель балансовых фондов всей экономики, включая МСП, но наши оценки фондов региональных секторов МП, обеспечивающих большую часть выпуска МСП, полученные методом обратного счёта (Горбунов, Львов, 2018, с. 510), не соответствуют данным об инвестициях. Торгово-сервисный перекоп российского сектора МП считается следствием неэффективности государственной политики поддержки малого предпринимательства (Егорова, Ахметшин, 2019, с. 12). Возможно, осознание этого перекопа стало причиной отражения Росстатом с 2011 года деятельности МСП по выпуску товаров и услуг собственного производства.

'Капитальные' ПФ можно строить по статистике показателей 'выпуск', 'инвестиции' и 'труд' методом построения ПФ с одновременной оценкой стоимости эффективных фондов (ЭФ), предложенным в (Горбунов, Львов, 2012) в качестве альтернативы построению менее содержательных 'инвестиционных' ПФ. Понятие ЭФ как "*часть балансовых фондов, реально участвующая в выпуске продукции*", введено в (Воскобойников, 2004, с. 6), и в нашей статье (2012) оно формализовано через уравнение освоения производственных инвестиций с учётом лага освоения и амортизации фондов, определяющее количественный показатель ЭФ. Данный метод развит в (Горбунов, Крылов, 2015; Горбунов, Львов, 2018), как метод "реконструкции ЭФ-ПФ".

Для достижения цели статьи метод ЭФ-ПФ развивается ниже с учётом специфики сектора МСП и его статистического представления. Основное внимание мы уделяем *промышленному сегменту* МСП, включая в него предприятия по основным видам материального производства (обрабатывающие производства, сельское хозяйство и др.), и эффекту масштаба предприятий сегментов. Для анализа этого эффекта отдельно рассматриваются промышленные сегменты малых и средних промышленных предприятий, обозначаемые далее, соответственно, МПП и СПП, и вводится сегмент крупных промышленных предприятий (КПП) с аналогичным статистическим представлением. Основными оценочными характеристиками являются факторные производительности и эластичности стоимостей товаров, работ и услуг, произведенных и выполненных предприятиями соответствующих секторов.

Второй раздел статьи представляет краткий обзор работ по проблеме оценки сектора МСП. В третьем изложен вариант метода ЭФ-ПФ, учитывающий особенности сегментов МПП и СПП, а также индексный вариант ЭФ-ПФ, эффективный для преодоления сложностей нелинейной оптимизации. В четвёртом разделе представлены результаты анализа сегментов МПП, СПП и КПП. Пятый раздел – заключение.

## 2. КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

### 2.1. Основные аргументы "за" и "против"

Убедительный аргумент позитивной роли МСП в либеральной рыночной системе выражен в докладе Исследовательской службы Конгресса США (Dilger, 2019, p.1), где сектор Small Business представляется как "*средство сдерживания формирования монополии и олигархии во*

*всех отраслях и провалов рынка, вызванных устранением или снижением конкуренции на рынке."* К этому добавим опыт модернизации СССР, начиная с конца 1920-х и до середины 1950-х годов, когда в рамках централизованной плановой системы успешно функционировал негосударственный сектор МСП, состоящий из производственных кооперативов и артелей (кроме колхозов), личных хозяйств колхозников, негосударственной торговли и услуг, включая конструкторские и научные, для государственных учреждений. Этот сектор обеспечивал значительную часть продукции и услуг для населения, компенсируя недостатки государственной системы, а также для госпредприятий в оперативной разработке возникающих проблем, в том числе в период войны (Пасс, Рыжий, 2012; Пасс, 2019). В обоих случаях позитивная роль сектора МСП – это компенсация недостатков сложной экономической системы крупных фирм или предприятий. В современной России со слабым сектором обрабатывающей промышленности, сырьевой ориентацией и низким уровнем промышленных инвестиций со стороны основных собственников и государства вторым аргументом за ускоренное развитие сектора МСП является создание рабочих мест в режиме самоорганизации населения.

Аргументы "за" обоснованы практикой, как и противоположный аргумент Адама Смита о преимуществах крупных производств и специализации. Аргумент Смита также подтверждается практикой. В цитированной работе А.Д. Чигрина (2018) отмечается, что в статистических данных разных стран о доле МСП в ВВП и занятости *"правилом остается заметное (5—37%) превышение занятости над долей в ВВП"* (с. 115-116). Из этого следует, что важнейшая социально-экономическая характеристика – производительность труда в секторе МСП существенно ниже, чем в секторе крупных предприятий (фирм). Особенно невыгодно в списке данных о МСП в странах ЕС, США, Китая и России из (Захарова, Лабудин, 2017, с. 67) выглядит Россия. Наш сектор МСП в период 2010-2015 (до основных санкций) имел доли в общей занятости и в структуре ВВП, соответственно, 35-37% и 23-25%, из чего следует, что производительность труда в МСП составляла примерно 65% от общей производительности по экономике. Чигрин справедливо отмечает, что стимулирование менее производительного сектора МСП ухудшает условия развития крупных высокотехнологичных предприятий. Ю.В. Лиференко (2019) приводит аргументы против лидирующей роли сектора МСП в реально развитых экономиках и обосновывает (с. 606) актуальность для современной России принципа Смита-Рикардо большей эффективности крупного производства, предопределяющего второстепенную роль сектора МСП и его подавление монополиями.

Многие авторы, в том числе сторонники его ускоренного развития и поддержки, отмечают существенные, относительно развитых стран, дефекты российского сектора МСП, в частности, плохую наблюдаемость. Виленский (2004, с. 247) отмечает, что *"достоверность статистики ограничивается устойчивым сокрытием или занижением руководством малых предприятий данных по налогооблагаемым характеристикам, в первую очередь по прибыли"*, и что *"более или менее достоверно известно лишь о деятельности ... малых предприятий – юридически лиц"*.

## 2.2. Работы по моделированию. Метод непрерывной инвентаризации

Из известных нам работ по моделированию МСП отметим (Егорова, Ахметшин, 2019; Егорова, 2020) и диссертацию (Сюань, 2007). Первые две посвящены применению имитационного моделирования к анализу устойчивости и совершенствованию работы малых предприятий и не моделируют сектор МП. В диссертации Ян Сюань исследуется ‘малый промышленный бизнес’ России и Китая как в целом, так и на микроуровне. Для секторов МПП России и Китая построены линейные ПФ, представляющие зависимости стоимости годового выпуска продукции от различных факторов. Для Китая факторами являются: стоимость имущества фирм, числа занятых и собранные налоги. Для России – инвестиции и числа занятых. Отметим вывод Сюань об особой роли государственной поддержки для сегмента МПП в силу его меньшей рентабельности относительно торговли и услуг для населения (с. 9).

Метод ЭФ-ПФ, развиваемый в данной статье, предложен в (Горбунов, Львов, 2012) для построения капитальных производственных функций по данным об инвестициях, и в (Горбунов, Львов, 2018) он применён для оценки производственных фондов регионального малого предпринимательства и построения соответствующих производственных функций. Этот метод можно рассматривать как синтез метода ПФ<sup>3</sup> и ‘метода непрерывной инвентаризации’ (perpetual inventory method, PIM), предложенного Р. Голдсмитом в 1951 г. и реализованного для исчисления национального богатства США с 1896 по 1948 г. (Goldsmith: 1951, 1955)<sup>4</sup>. Формально PIM соответствует простейшей дискретизации уравнения базовой модели экономической динамики (Romer, 1996, p. 11). PIM-уравнение для конечного промежутка с заданием начального значения показателя ЭФ использовано в методе ЭФ-ПФ. Подобные подходы для различных проблем использовались в ряде зарубежных работ. В одном номере “Economic Inquiry” опубликованы статьи (Nadiri, Prucha, 1996; Doms, 1996), посвящённые синтезу методов ПФ и PIM. В первой синтетический метод предложен для модели производства с физическими и научно-исследовательскими фондами, формируемыми соответствующими PIM-уравнениями, с заданными функциями спроса на труд и издержек. В статье М. Doms этот метод использован для исследования переменной амортизации по панельным данным однотипных предприятий, их балансовой стоимости и показателей выбытия. При этом задаётся параметрическая структура амортизации фондов в зависимости от их возраста. В (Rettab et al., 2010) демонстрируется опыт оценки параметров нестационарной функции Кобба-Дугласа, коэффициента амортизации и начального капитала при заданных показателях приращения капитала для десяти отраслей экономики Дубая.

### 3. МЕТОД РЕКОНСТРУКЦИИ ЭФ-ПФ ДЛЯ МСП

Центральным элементом математической модели реконструкции ЭФ-ПФ является

---

<sup>3</sup> Современные проблемы метода ПФ обсуждается в (Горбунов, 2014; Горбунов, Львов, 2018).

<sup>4</sup> Работы Голдсмита были известны советскому экономисту А.Л. Вайнштейну, применившему PIM в исследовании накопления “народного богатства” предреволюционной России (Вайнштейн, 1960).

производственная функция, отражающая предполагаемую рациональность использования производственных факторов. Соответственно, показатель ЭФ должен использоваться в качестве фактора ‘капитал’. Этот показатель непосредственно не отражается существующей статистикой производства, но он оценивается методом ЭФ-ПФ, и эта оценка может приниматься в качестве косвенной оценки производственных фондов сегментов МПП и СПП по отчётной информации о производственных инвестициях (Горбунов, Львов, 2018). Аналогичный анализ сегмента КПП позволяет полнее определить влияние масштаба предприятий на их эффективность и формировать политику относительно МСП более обоснованно.

Ограничимся двухфакторными ПФ, представляющими зависимость выпуска  $Y$  от уровней использования производственного капитала  $K$ , и труда  $L$ :

$$Y = F(K, L; w). \quad (1)$$

Здесь  $w = (w_1, \dots, w_p)$  – вектор параметров, выбираемый из допустимого множества  $W \subseteq R^p$ . При каждом допустимом векторе параметров  $w$  функция  $F(\cdot, \cdot; w)$  монотонно возрастающая и квазивогнутая в пространстве факторов  $\{K \geq 0, L \geq 0\}$ . Дополнительное требование дифференцируемости (1) позволяет вычислять предельные характеристики производства, в частности, используемые далее в примере факторные эластичности

$$\varepsilon_K = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} \cdot \frac{Y}{K}, \quad \varepsilon_L = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \cdot \frac{Y}{L},$$

и предельную норму замещения (ПНЗ) труда капиталом

$$S_{LK}(K, L) = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \cdot \frac{\partial F(K, L)}{\partial K}.$$

### 3.1. Основная схема

Метод ЭФ-ПФ использует статистику анализируемого сегмента – совокупные выпуски  $Y_t$ , производственные инвестиции  $I_t$  и численности работников  $L_t$ :

$$\{Y_t, I_t, L_t : t = \overline{0, T}\}. \quad (2)$$

Для построения функций (1) по данным (2) используется уравнение дискретной динамики эффективных фондов  $\{K_1, \dots, K_T\}$ , отражающее процесс освоения инвестиций (для МСП лаг освоения можно не учитывать) и амортизации фондов с нормой  $m$  (PIM-уравнение):

$$K_t = (1 - m)K_{t-1} + I_t, \quad t = \overline{1, T}. \quad (3)$$

Для определения величин  $K_t$  требуется задать начальное значение  $K_0$  и норму амортизации  $m$ .

В алгоритмическом отношении ЭФ-ПФ является методом решения системы уравнений

$$Y_t = F(K_t, L_t; w), \quad t = \overline{0, T}, \quad (4)$$

относительно параметров  $w$  функции (1) с условиями (3), определяющими  $K_t$ .

Система (3), (4), как правило, несовместна, и для её приближённого решения применяется метод наименьших квадратов (МНК). При этом рекуррентная форма уравнений (3) подсказывает полезность сохранения этой системы для сокращения размерности задачи минимизации МНК-функционала, который можно ввести только для системы (4) и учитывать уравнения (3) как условия минимизации. Ввиду плохой обусловленности задачи МНК с полным набором неизвестных  $m$ ,  $K_0$ ,  $w$  при небольшом объёме статистических данных (2) показатель  $m$  подбирается, в качестве искомым параметров остаётся вектор  $z = (w_1, \dots, w_p, K_0)$ , и наилучшая оценка  $\hat{z}$  – определяется из условия минимизации квадратичной невязки уравнения (4)

$$\varphi(z) = \sum_{t=0}^T [Y_t - F(K_t, L_t; w)]^2 \quad (5)$$

при условиях (3) и

$$w \in W, \quad K_0 > 0. \quad (6)$$

### 3.2. Регуляризация

Метод НК идентификации математических моделей по статистическим данным обычно рассматривается в рамках статистической теории, предполагающей случайный характер ошибок данных. При этом ошибки предполагаются нормально распределёнными, взаимно независимыми и обладающими ещё рядом практически невыполнимых свойств (Горбунов, Львов, 2012, с. 97-98). Но обоснованная информация о вероятностных характеристиках погрешностей данных (2) обычно отсутствует, и задачу минимизации МНК-функционала (5) при условиях (3) и (6) следует рассматривать как некорректно поставленную (Тихонов, Арсенин, 1986). Её решение может быть неединственным и неустойчивым относительно малых вариаций исходных данных и вычислительных погрешностей. Такие задачи могут быть решены удовлетворительно методами регуляризации некорректных задач (Ibid.).

Регуляризация некорректных задач основана на дополнительной информации об искомом решении. Такую информацию в случае моделирования экономики даёт экономическая теория и экспертные процедуры оценивания содержательных параметров математических моделей. В нашем случае центральным объектом является возрастающая квазивогнутая ПФ (1), и её значения  $F(K_t, L_t; w)$ , вычисленные по формируемым значениям капитала (3) и статистическим значениям затрат труда  $L_t$ , должны аппроксимировать статистические значения выпусков  $Y_t$ . Такая задача в математическом смысле относится к изогометрической аппроксимации функции, и это существенно облегчает её регуляризацию.

Задача минимизации функционала (5) при условиях (3) и (6) плохо обусловлена относительно начального значения капитала  $K_0$  даже при использовании простейшего класса ПФ

Кобба-Дугласа. Для российской и региональных экономик параметр  $K_0$  допускает некоторую экспертную оценку, которая позволяет стабилизировать задачу относительно его значений. В случае малого предпринимательства таких оценок нет, и в (Горбунов, Львов, 2018) предложено вводить экспертную оценку темпа изменения фондовооружённости труда  $c : K_{t+1}/L_{t+1} = c(K_t/L_t)$ . При этом  $K_T/L_T = c^T(K_0/L_0)$ . Экспертное значение является субъективной оценкой соответствующей величины, и это равенство следует заменить штрафом за его невыполнение:

$$\Omega(K_0; c) = \left[ \frac{K_T}{L_T} - c^T \frac{K_0}{L_0} \right]^2. \quad (7)$$

Минимизация штрафа (7) является второй по значению целью задачи ЭФ-ПФ после минимизации функционала (5), и в соответствии с основным методом решения двухкритериальных задач с нежёстким предпочтением целей задача сводится к минимизации тихоновской свёртки критериев (5) и (7)

$$\Phi_\tau(z; c) = \varphi(z) + \tau\Omega(K_0; c), \quad \tau > 0, \quad (8)$$

при условиях (3) и (6). Выбор параметра  $\tau$  является частью вычислительной процедуры.

### 3.3. Индексная форма

Числовые значения основных переменных ( $Y, K, L, I$ ) модели (3)-(4) обычно имеют различные порядки. При этом функционал (8) имеет "овражную" структуру поверхностей уровня, что усложняет процесс минимизации. В (Горбунов, 2014) для преодоления проблемы овражности функционала МНК в задаче построения ПФ по статистической информации о выпуске и используемых факторах ( $Y, K, L$ ) предложен переход к индексным переменным относительно их начальных значений ( $Y_0, K_0, L_0$ ). В (Горбунов, Крылов, 2015; Горбунов, Львов, 2018) этот приём использован для задач метода ЭФ-ПФ. При этом переход выполняется к индексным переменным

$$\nu = \frac{Y}{Y_0}, \quad \kappa = \frac{K}{K_0}, \quad \lambda = \frac{L}{L_0}, \quad l_t = \frac{I_t}{K_0}. \quad (9)$$

Функция (1) в переменных (9) принимает индексную форму<sup>5</sup>

$$\nu = F(\kappa, \lambda; w'), \quad w' \in W', \quad (10)$$

уравнение (3) –

<sup>5</sup> Индексная форма ПФ может оказаться единственной, если исходная информация известна только, или частично, в индексных показателях, как это было в пионерской работе Ч. Кобба и П. Дугласа (Cobb, Douglas, 1928). Собранный Дугласом статистика обрабатывающей промышленности США на периоде 1899-1922 гг. представляла капитал  $K_t$ , численности работников  $L_t$  и индексы  $\nu_t$  количеств продукции  $Y_t$  относительно начального уровня  $Y_0$ . Построенная Коббом индексная ПФ в наших обозначениях имеет вид  $\nu = 1.01\kappa^{1/4}\lambda^{3/4}$ .

$$\kappa_t = (1-m)\kappa_{t-1} + \iota_t, \quad t = \overline{1, T}. \quad (11)$$

Список оцениваемых параметров индексной задачи обозначим  $\zeta = (w'_1, \dots, w'_p, K_0)$ , функционал (5) принимает вид

$$\psi(\zeta) = \sum_t [\nu_t - F(\kappa_t, \lambda_t; w')]^2,$$

штрафной функционал (7) –

$$\omega(\zeta, c) = [\kappa_T - c^T \lambda_T]^2,$$

и минимизируемый функционал (8) –

$$\Psi_{\tau c}(\zeta) = \psi(\zeta) + \tau\omega(\zeta, c). \quad (12)$$

Задача минимизации функционала (8) при условиях (3) и (6) сведена к минимизации (12) при условиях (11) и

$$w' \in W', \quad K_0 > 0. \quad (13)$$

Связь параметров  $w'$  индексной функции (10) с параметрами  $w$  абсолютной функции (1) устанавливается структурным анализом тождества, получаемого подстановкой (9) в определение индексной ПФ (10):

$$F(K, L; w) = Y_0 F\left(\frac{K}{K_0}, \frac{L}{L_0}; w'\right), \quad \forall (K > 0, L > 0). \quad (14)$$

Покажем связь параметров  $w'$  и  $w$  для двух классов ПФ, используемых в следующем разделе. Первый класс – функции Кобба-Дугласа (КД)

$$Y = AK^\alpha L^\beta, \quad A > 0, \quad 0 < (\alpha, \beta) < 1. \quad (15)$$

Здесь индексная форма

$$\nu = a\kappa^{\alpha'} \lambda^{\beta'}, \quad a > 0, \quad 0 < (\alpha', \beta') < 1, \quad (16)$$

и списки параметров этих функций –  $w = (A, \alpha, \beta)$  и  $w' = (a, \alpha', \beta')$ .

Из тождества (14) для функции (15) и равенства (16) следует тождество

$$AK^\alpha L^\beta = Y_0 a \frac{K^{\alpha'} L^{\beta'}}{K_0^{\alpha'} L_0^{\beta'}}, \quad \forall (K > 0, L > 0),$$

откуда получаем равенства:

$$\alpha = \alpha', \quad \beta = \beta', \quad A = \frac{Y_0 a}{K_0^\alpha L_0^\beta}. \quad (17)$$

Второй класс – постоянной эластичности замещения (ПЭЗ)

$$Y = A(vK^{-\rho} + (1-v)L^{-\rho})^{-\mu/\rho}, \quad (A, \mu) > 0, \quad 0 < v < 1, \quad -1 \leq \rho \neq 0. \quad (18)$$

Индексная форма этой функции

$$v = a(v' \kappa^{-\rho'} + (1-v') \lambda^{-\rho'})^{-\mu'/\rho'}. \quad (19)$$

Повторяя анализ тождества (14) с формулами (18) и (19), получим равенства:

$$\rho = \rho', \quad \mu = \mu', \quad A = \frac{Y_0 a}{(v' K_0^\rho + (1-v') L_0^\rho)^{\mu/\rho}}, \quad v = \frac{v' K_0^\rho}{v' K_0^\rho + (1-v') L_0^\rho}. \quad (20)$$

Обе функции – КД (15) и ПЭЗ (18) являются положительно однородными со степенями  $\mu = \alpha + \beta$  для КД и  $\mu$  для ПЭЗ. Известно, что при  $\rho \rightarrow 0$  функция ПЭЗ имеет пределом функцию КД с параметрами  $A, \alpha = \mu v, \beta = \mu(1-v)$ . Эти соотношения используются в двухэтапном методе решения задачи ЭФ-ПФ. На первом используется более простая функция КД, и оценки её параметров определяют начальные приближения параметров функции ПЭЗ. Известно, что эластичность замещения труда капиталом<sup>6</sup> функции КД равна 1 и функции ПЭЗ  $\sigma = \frac{1}{1+\rho}$ .

#### 4. АНАЛИЗ СЕГМЕНТОВ МПП, СПП И ВВП ЭКОНОМИКИ РОССИИ

Изложенный вариант метода ЭФ-ПФ применён для анализа на периоде 2011-2018 гг. промышленных сегментов МПП<sup>7</sup>, СПП и КПП, объединение которых является промышленным сегментом экономики, обозначаемым ВВП. Выделенные сегменты охватывают следующие виды деятельности материального производства: *сельское, лесное хозяйство, охота, рыболовство и рыбоводство; добыча полезных ископаемых; обрабатывающие производства; строительство*. Выпусками считаются стоимости товаров, работ и услуг произведенных и выполненных предприятиями соответствующих сегментов. Для приведения стоимостных значений выпусков к базисным ценам используются индексы потребительских цен (ИПЦ) и для производственных инвестиций – индексы цен на продукцию инвестиционного назначения (ИЦПИ). Исходные данные для расчётов взяты из документов Росстата. Они приведены в таблице 1, где введены обозначения:  $Y_t^s$  – отгружено товаров собственного производства, выполнено работ и услуг собственными силами в действующих ценах, млрд. руб.;  $I_t^s$  – инвестиции в основной капитал, млрд. руб.;  $L_t$  – средняя численность работников, тыс. чел. Последняя строка таблицы 1 представляет отношения конечных и исходных показателей выпусков, инвестиций и занятости в сегментах МПП, СПП и ВВП. Во всех сегментах численность работников снизилась, особенно сильно в СПП – на 28%.

В таблице 2 стоимостные показатели приведены к ценам 2011 года, и вместо промышленного сегмента всей экономики ВВП представлен дополнительный сегмент КПП, показатели которого получены вычитанием из столбцов ВВП первой таблицы соответствующих

<sup>6</sup> Определяется как эластичность зависимости фондовооружённости  $K/L$  от ПНЗ  $S_{LK}$ .

<sup>7</sup> Сектор малого предпринимательства, представляемый статистикой, состоит из предприятий, образующих юридические лица, и не включает крестьянские хозяйства и индивидуальных предпринимателей.

столбцов блоков МПП и СПП и дефлированием результатов выпуска и инвестиций. В сопоставимых ценах при существенном росте выпусков в сегментах МПП (57%) и КПП (29%), меньший сегмент СПП сократил выпуск на 3%.

**Таблица 1.** Исходные данные в текущих ценах

Год	ИПЦ	ИЦПИ	МПП			СПП			ВВП		
			$Y_t^s$	$I_t^s$	$L_t$	$Y_t^s$	$I_t^s$	$L_t$	$Y_t^s$	$I_t^s$	$L_t$
2011	1.084	1.092	4121.3	246.7	3858.0	1623.6	152.1	1280.8	39072.0	3745.1	23522.0
2012	1.051	1.070	4772.5	303.7	3877.6	1592.8	141.0	1280.8	42935.4	4384.3	23501.0
2013	1.068	1.058	5086.5	331.3	3839.4	1663.0	180.3	1039.1	45531.8	4918.4	23355.0
2014	1.078	1.048	5296.0	381.3	3796.9	1834.8	150.7	993.0	49508.3	5219.3	22986.0
2015	1.155	1.105	6419.1	405.7	3556.0	1887.9	297.0	1236.3	58155.0	5472.9	23341.0
2016	1.071	1.066	7542.1	439.3	3544.9	2638.4	188.7	1041.2	59032.8	5880.9	23100.0
2017	1.037	1.036	9642.9	485.9	3680.4	2414.2	171.2	953.1	65310.5	6536.6	22694.0
2018	1.029	1.040	10297.5	525.5	3661.8	2511.1	180.3	921.7	76528.5	7197.7	22537.0
2018/2011			2.50	2.13	0.95	1.55	1.19	0.72	1.96	1.92	0.96

Источники: <https://fedstat.ru/indicator/31074> (ИПЦ); <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13239>, <https://rosstat.gov.ru/price>, <https://www.fedstat.ru/indicator/57795> (ИЦПИ); <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13223>, <https://rosstat.gov.ru/folder/14036> (Малое и среднее предпринимательство в России).

**Таблица 2.** Статистика анализируемых сегментов в ценах 2011 г.

Год	МПП		СПП		КПП			
	$Y_t$	$I_t$	$Y_t$	$I_t$	$Y_t$	$I_t$	$L_t$	
2011	4121.3	246.7	1623.6	152.1	33 327.2	3 346.3	18 383.2	
2012	4542.2	283.8	1516.0	131.8	34 805.4	3 681.9	18 342.6	
2013	4534.5	292.7	1482.5	159.3	34 573.7	3 892.7	18 476.6	
2014	4378.9	321.4	1517.1	127.0	35 038.7	3 950.9	18 196.1	
2015	4594.0	309.5	1351.1	226.6	35 675.2	3 638.6	18 548.7	
2016	5042.3	314.3	1763.9	135.0	32 660.0	3 758.8	18 513.9	
2017	6217.9	335.6	1556.7	118.2	34 338.8	4 061.0	18 060.5	
2018	6454.7	348.9	1574.0	119.7	39 941.5	4 310.3	17 953.5	
2018/2011		1.57	1.41	0.97	0.79	1.20	1.29	0.98

Задача реконструкции ЭФ-ПФ решалась для объектов МПП, СПП и КПП в индексном варианте минимизации функционала (12) при условиях (11) и (13) в системе "Математика". Небольшая длина ряда данных диктует ограничение количества параметров, оцениваемых в задаче. С учётом этого и ввиду отсутствия информации относительно нормы амортизации в данных сегментах, было выбрано общее значение  $m=0.05$ , соответствующее данному показателю,

часто используемому в научной литературе. Кроме того, использовались простейшие ПФ – Кобба-Дугласа (15) и ПЭЗ (18), причём в частных вариантах постоянной отдачи от масштаба, что соответствует их линейной однородности ( $\beta = 1 - \alpha, \mu = 1$ ). После решения индексных задач оценивания параметров  $\zeta = (a, \alpha, K_0)$  для функции КД и  $\zeta = (a, \nu', \rho, K_0)$  для ПЭЗ по формулам (17) и (20) вычислялись параметры исходных (абсолютных) функций (15) и (18).

Параметр регуляризации  $\tau$  и темп изменения фондовооружённости труда  $c$  подбирались при решении нескольких задач минимизации из условия наименьшего значения условного минимума (12). При этом был выбран общий параметр  $\tau=1$ , и  $c$  выбран: 1.1 для сегмента МПП, 1.15 для СПП и 1.1 для КПП. При использовании функции ПЭЗ выявилась высокая чувствительность значения минимума (12) относительно параметра  $\rho$ . Для того, чтобы результаты применения этой функции не сильно отличались от результатов применения функции КД, для каждого сегмента выбрано фиксированное значение, дающее лучшее значение минимума (12). Таким значением для всех сегментов оказалось  $\rho = -0.1$ . При этом эластичность замещения труда капиталом  $\sigma \approx 1.11$ .

Результаты оценок остальных параметров модели ЭФ-ПФ с функциями КД и ПЭЗ приведены в таблице 3. Первые пять строк представляют результаты решения индексной формы задачи – минимизации критерия (12) при условиях (11) и (13). Третья строка представляет оценки параметров  $\alpha$  и  $\nu'$  для индексных функций (25) – КД и ПЭЗ соответственно. Шестая и седьмая строки представляют параметры абсолютных ПФ (15) и (18), вычисленные по формулам (17) (при  $\beta = 1 - \alpha$ ) и (20) (при  $\mu = 1, \rho = -0.1$ ), и последняя строка представляет невязку (5) уравнений (4) в абсолютных показателях.

**Таблица 3.** Результаты оценок параметров модели ЭФ-ПФ

Параметры и критерии	МПП		СПП		КПП	
	КД	ПЭЗ	КД	ПЭЗ	КД	ПЭЗ
$K_0^e$	1590.6	1589.5	750.1	749.8	18923.6	18922.9
$a$	0.947	0.948	0.902	0.904	0.994	0.994
$\alpha   \nu'$	0.742	0.733	0.403	0.392	0.164	0.161
$\psi(\zeta)$	0.0684	0.0679	0.0665	0.0659	0.0280	0.0279
$\omega(\zeta, c)$	3E-06	1E-06	1E-04	1E-04	8E-07	7E-07
$A$	1.952	1.955	1.420	1.418	1.794	1.794
$\nu$	–	0.7503	–	0.4044	–	0.1602
$\varphi(z)$	$1.1 \times 10^6$	$1.1 \times 10^6$	$1.75 \times 10^5$	$1.74 \times 10^5$	$3.1 \times 10^7$	$3.0 \times 10^7$

По оценке начальной стоимости ЭФ  $K_0^e$ , параметров абсолютной функции ПЭЗ ( $A, \nu$ ) и параметров  $\rho = -0.1$  и  $m=0.05$  построены значения ЭФ и соответствующих расчётных выпусков

$(K_t^e, \hat{Y}_t)$ . Они представлены в таблице 4 вместе с показателями фондовооружённости труда, производительности труда и фондоотдачи. Фондовооружённость труда существенно растёт при переходе от сегмента МПП к СПП и затем к КПП, что вполне естественно. Также естественно, что при этом с размером предприятий растёт производительность труда, но падает фондоотдача. Это падение соответствует тому, что на малых предприятиях используются дешёвые производственные фонды и большую роль, чем на средних предприятиях, тем более, на крупных, играет ручной труд. Но показатель фондоотдачи является отношением стоимости выпуска продукции, сделанной в МПП при высоких затратах труда и низком уровне использования фондов, к небольшой стоимости фондов. Соответственно, более низкие показатели фондовооружённости труда обеспечивают более высокую фондоотдачу.

**Таблица 4.** Выпуски, эффективные фонды, фондовооружённость труда, производительность труда и фондоотдача. ПФ ПЭЗ

Год	МПП					СПП				
	$\hat{Y}$	$K^e$	$K^e / L$	$\hat{Y} / L$	$\hat{Y} / K^e$	$\hat{Y}$	$K^e$	$K^e / L$	$\hat{Y} / L$	$\hat{Y} / K^e$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2011	3907.4	1589.5	0.41	1.01	2.46	1467.6	749.8	0.59	1.15	1.96
2012	4210.8	1756.7	0.45	1.09	2.40	1552.1	864.4	0.67	1.21	1.80
2013	4540.0	1952.7	0.51	1.18	2.32	1422.9	953.0	0.92	1.37	1.49
2014	4856.5	2147.8	0.57	1.28	2.26	1448.4	1064.6	1.07	1.46	1.36
2015	5123.0	2361.8	0.66	1.44	2.17	1695.7	1138.4	0.92	1.37	1.49
2016	5424.1	2553.2	0.72	1.53	2.12	1620.1	1308.1	1.26	1.56	1.24
2017	5771.7	2739.8	0.74	1.57	2.11	1571.2	1377.7	1.45	1.65	1.14
2018	6072.9	2938.4	0.80	1.66	2.07	1563.2	1427.0	1.55	1.70	1.10

Окончание таблицы 4.

Год	КПП				
	$\hat{Y}$	$K^e$	$K^e / L$	$\hat{Y} / L$	$\hat{Y} / K^e$
1	12	13	14	15	16
2011	33136.8	18922.9	1.03	1.80	1.75
2012	33719.3	21323.0	1.16	1.84	1.58
2013	34571.3	23938.8	1.30	1.87	1.44
2014	34737.0	26634.5	1.46	1.91	1.30
2015	35851.2	29253.7	1.58	1.93	1.23
2016	36226.5	31429.6	1.70	1.96	1.15
2017	35890.6	33616.9	1.86	1.99	1.07
2018	36129.9	35997.1	2.01	2.01	1.00

Пятая таблица представляет факторные эластичности  $\varepsilon_K$ ,  $\varepsilon_L$  и предельную норму замещения  $S_{LK}$ , вычисленные по функции ПЭЗ для начального и конечного периодов анализа.

Представленные значения показывают, что эластичность выпуска относительно ЭФ  $\varepsilon_K$  с ростом размеров предприятий снижается, эластичность выпусков относительно затрат труда  $\varepsilon_L$ , наоборот, растёт, и ПНЗ труда капиталом также резко возрастает. Также видно, что за рассмотренный период факторные эластичности в каждом сегменте меняются ненамного ( $\varepsilon_K$  растёт в пределах до 7% и  $\varepsilon_L$  убывает в пределах до 4%), но ПНЗ  $S_{LK}$  растёт существенно, особенно в сегменте СПП (на 240%).

**Таблица 5.** Предельные характеристики производства.  
ПФ ПЭЗ

Характеристики	МПП		СПП		КПП	
	2011	2018	2011	2018	2011	2018
$\varepsilon_K$	0.73	0.75	0.39	0.41	0.16	0.17
$\varepsilon_L$	0.27	0.25	0.61	0.59	0.84	0.83
$S_{LK}$	0.15	0.27	0.91	2.18	5.38	9.80

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы представили вариант метода ЭФ-ПФ для количественного анализа эффективности промышленных сегментов МПП, СПП и КПП. Такой метод необходим для повышения научного уровня дискуссии о роли сектора МСП в экономике России и степени его государственной поддержки, адекватной целям социально-экономической политики, соответствующей статусу социального государства. Вопрос о необходимости поддержки сектора МСП в условиях либеральной экономической политики российского правительства не вызывает обоснованных возражений. К приведенным в разделе 2 статьи аргументам в пользу сектора МСП можно добавить, что низкая фондовооруженность сегментов МПП и СПП относительно сегмента КПП, оцененная нашими расчётами количественно (табл. 4), позволяет малым предприятиям занимать такие локальные ниши рынка, которые оказываются недоступными или невыгодными для крупных предприятий. Проблемы анализа и регулирования экономики очень сложны и должны основываться на количественном анализе, позволяющем объективно определять меру поддержки менее эффективных предприятий с учётом сокращения возможностей развития крупных современных производств.

Приведенные в статье расчёты не должны восприниматься как надёжное отражение реальности. Набор исходных данных достаточно беден, и качество статистики относительно сектора МСП недостаточно высокое. Но это проблема российской статистики и условий её формирования.

## Благодарность

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, проект № 19-010-00972.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Бирюков А.** (2004). Развитие малого и среднего бизнеса – локомотив экономики (опыт Тайваня) // *Вопросы экономики*. № 9. С. 123–129. [**Biryukov A.** (2004). Development of small and medium business — the locomotive of the economy (the case of Taiwan). *Voprosy Ekonomiki*, 9, 123–129. (in Russian).]
- Вайнштейн А.Л.** (1960). Народное богатство и народнохозяйственное накопление предреволюционной России. Статистическое исследование. М.: Госстатиздат ЦСУ СССР. [**Vainshtein A.L.** (1960). *People's wealth and national economic accumulation in pre-revolutionary Russia*. Moscow: Gosstatizdat (in Russian).]
- Виленский А. В.** (2004). Особенности российского малого предпринимательства // *Экономический журнал ВШЭ*. Т. 8. № 2. С. 246-256. [**Vilenskij A.V.** (2004). Features of Russian small business. *HSE Economic Journal*, 8, 1, 246–256 (in Russian).]
- Воскобойников И.Б.** (2004). О корректировке динамики основных фондов в российской экономике // *Экономический журнал ВШЭ*. Т. 33. № 1. С. 3-20. [**Voskoboynikov I.B.** (2004). About correction of the production funds' dynamics in the Russian economy. *HSE Economic Journal*, 33, 1, 37-42 (in Russian).]
- Горбунов В.К.** (2014). О размерностной проблеме в экономике: производственная функция как псевдо-чёрный ящик // *Журнал экономической теории*. № 1. С. 199-212. [**Gorbunov V.K.** To the dimensional problem in economics: production function as a “pseudo-black box.” *Zurnal Ekonomicheskoy Teorii*, 1, 199-212 (in Russian).]
- Горбунов В.К., Крылов В.П.** (2015). Оценка эффективности основного капитала предприятий методом производственных функций<sup>8</sup> // *Экономика региона*. Т. 11. № 3. С. 334-347. [**Gorbunov V.K., Krylov V.P.** (2015). Region effective production assets and their assessment by the production function method. *Economy of Region*, 3, 334–347 (in Russian).]
- Горбунов В. К., Львов А. Г.** (2012). Построение производственных функций по данным об инвестициях // *Экономика и математические методы*. № 2. С. 95-107. [**Gorbunov V.K., Lvov A.G.** (2012). The construction of production functions using investment data. *Economika i Matematicheskie Metody*, 48, 1, 95–107 (in Russian).]
- Горбунов В. К., Львов А. Г.** (2018). Эффективные производственные фонды и производственные функции малого предпринимательства регионов // *Экономика региона*. Т. 14. № 2. С. 502-515. [**Gorbunov V.K., Lvov A.G.** (2018). Effective production funds and production functions of regional small business. *Economy of Region*, 14, 1, 502–515 (in Russian).]
- Егорова Н.Е.** (2020). Модели и методы анализа устойчивого развития малых предприятий // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 3. С. 79–90. [**Egorova N.E.** (2020). Models and methods for analysis of small enterprises' sustainable development. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 3, 79–90 (in Russian).]
- Егорова Н.Е., Ахметшин А.Ф.** (2019). Имитационные модели устойчивого развития малых предприятий. М.: ЦЭМИ РАН. [**Egorova N.E., Akhmetshin A.F.** (2019). *Simulation models of*

---

<sup>8</sup> Авторское название статьи “Эффективные фонды региона и их оценка методом производственных функций” изменено редактором журнала.

*sustainable development of small enterprises*. Moscow: CEMI RAS (in Russian).]

- Захарова Н. В., Лабудин А. В.** (2017). Малое и среднее предпринимательство в европейских странах: основные тенденции развития // *Управленческое консультирование*. № 12. С. 64-77. [Zakharova N.V., Labudin A.V. (2017). Small & Medium Entrepreneurship in European Countries: Main Tendencies of the Development. *Administrative Consulting*, 12, 64-77. (In Russ.)]
- Земцов С.П.** (2020). Институты, предпринимательство и региональное развитие в России // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 2 (46). С. 168–180. [Zemtsov S.P. (2020). Institutions, entrepreneurship, and regional development in Russia. *Zhurnal Novoy Ekonomicheskoy Assotsiatsii*, 2, 46, 168–180 (in Russian).]
- Лиференко Ю.В.** (2019). Миф о малом бизнесе // *Региональная экономика: теория и практика*. Т. 17. № 4 (463). С. 605–614. [Liferenko Yu.V. (2019). The myth of small business. *Regional Economics: Theory and Practice*, 17, 3, 605–614.]
- Пасс А.А.** (2019). Организационная структура кооперативного "бизнеса" в СССР (1950-е гг.) // *Вестник Томского государственного университета*. № 438. С. 151–162. [Pass A.A. (2019). The organization structure of cooperative "business" in the USSR. *Tomsk State University Journal*, 438, 151–162 (in Russian).]
- Пасс А.А., Рыжий П.А.** (2012). Огосударствление промышленной кооперации в СССР во второй половине 1950-х гг.: Причины и последствия // *Социум и власть*. № 5 (37). С. 114–122. [Pass A.A., Rizhiy P.A. (2012). Nationalization of industrial co-operation in the USSR in the second half of the 1950s: causes and consequences. *Socium and power*, 5, 37, 114–122 (in Russian).]
- Сюань Ян.** (2007). Факторы и стратегии развития малого промышленного бизнеса (на примере России и Китая): Автореф. дисс. ... канд. экон. наук. 08.00.05. М.: ЦЭМИ РАН. [Quan Yang (2007). *Factors and strategies for small industrial business development (on the example of Russia and China): candidate of economic Sciences, specialization 08.00.05*. Moscow: CEMI Russian Academy of Sciences (in Russian).]
- Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** (1986). Методы решения некорректных задач: 3-е изд. М.: Наука. 288 с. [Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. (1977). *Solution of Ill-Posed Problems*. NY: Wiley, 259 (in Russian).]
- Чигрин А.Д.** (2018). Малый бизнес и конкурентоспособность России – нетрадиционная трактовка // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 3 (40). С. 110–126. [Chigrin A.D. (2018). Small business and the competitiveness of Russia: an unconventional view. *Zhurnal Novoy Ekonomicheskoy Assotsiatsii*, 3, 40, 110–126 (in Russian).]
- Cobb Ch.W., Douglas P. H.** (1928). A theory of production. *The American Economic Review*, 18, 1, 139–165.
- Dilger R.J.** (2019). *Small Business Size Standards: A Historical Analysis of Contemporary Issues*. Congressional Research Service. R40860.
- Doms M.** (1996). Estimating capital efficiency schedules within production functions. *Economic Inquiry*, 34, 78–92.
- Goldsmith R. W.** (1951). A perpetual inventory method of national wealth. *Studies in Income and Wealth*, 14, 5-73. In "Conference on Research in Income and Wealth". NY: NBER.

- Goldsmith R. W.** (1955). The National Balance Sheet of the United States of America 1900-1949. *Income and Wealth*, IV, 322-386. In "International Association for Research in Income and Wealth." London: Bowes and Bowes.
- Nadiri M., Prucha I.** (1996). Estimation of the depreciation rate of physical and R and D capital in the U.S. total manufacturing sector. *Economic Inquiry*, 34, 43-56.
- Rettab B., Kwaak, T., Azzam A.** (2010). An optimization procedure for estimating the stock of capital: application to ten production sectors of Dubai, *Regional and Sectorial Economic Studies*, 10, 1, 107-114.
- Romer D.** (1996). *Advanced macroeconomics*. NY: McGraw-Hill.

**ANALYSIS OF SMALL AND MEDIUM BUSINESS: THE  
CONSTRUCTING PRODUCTION FUNCTIONS WITH ESTIMATING  
EFFECTIVE FUNDS**

V.K. Gorbunov, A.G. Lvov

**Abstract.** Independent self-organizing small and medium entrepreneurship usually is considered as the most important sector of the modern economy, evolving in accordance with market conditions and stimulating economy to progress. But in recent years, works have appeared that criticize the attitude to this sector of the economy as the "locomotive" of the market economy. Arguments for different points of view are often based on verbal judgment and comparisons between countries, despite significant differences in the definition of small (SB) and medium (MB) businesses across countries. In this paper, for a comparative analysis of industrial segments of the sectors of SB, MB, and large enterprises (LE), we suggest the method for assessing the "effective funds" (EF) of production systems and constructing their production functions (PF), proposed in our paper of 2012 in this journal. EF are understood as a part of the balance funds actually participating in the output. This indicator is not directly measurable, but it can be estimated based on data of production investment, the number of employees and the total output of enterprises of the studied system when constructing a "capital" PF. This method can be considered as a synthesis of the methods of PF and "the perpetual inventory method". The method is demonstrated on statistical data for the industrial segments of the SB, MB and LE sectors of the Russian economy reflected by the statistics.

**Keywords:** small business, medium enterprises, industrial segment, investments, efficient funds, perpetual inventory method, production functions, parameter estimation

**JEL Classification:** L16, L26, M38, E22, D 24, C13