



Munich Personal RePEc Archive

## **Professional Forecasters' Expectations? Peru, 2009-2017**

Barrera, Carlos

Banco Central de Reserva del Peru

29 August 2022

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/114420/>  
MPRA Paper No. 114420, posted 03 Sep 2022 11:29 UTC

# LES PRÉVISIONS DES PRÉVISIONNISTES PROFESSIONNELS ? PEROU, 2009-2017

Carlos R. Barrera Chaupis

*Sub-Gerencia de Investigación Económica, BCRP*

29 août 2022

## Résumé

Ce papier a comme objective d'étudier l'ajustement des prévisions des prévisionnistes professionnels. Il départ du modèle de Jain(2012, 2018) et corrige une petite erreur dans la dérivation des conditions de premier ordre pour résoudre sa séquence des problèmes d'optimisation. L'amélioration permet d'étendre le modèle avec un ensemble des prévisions annoncées initiaux (*a priori*) et un taux d'actualisation. L'horizon maximal des prévisions est aussi augmenté de  $H = 4$  trimestres à  $H = 12$  bimestres (autrement, à un nombre entier arbitraire). Les paramètres du modèle étendu sont estimés avec les données bimestrales des prévisions d'inflation annoncées par les prévisionnistes professionnels et collectées par *Consensus Economics, Inc.* pour l'économie péruvienne (2009-2017). Comme résultat principal, il y a relativement peu de prévisionnistes professionnels pour lesquels l'objectif de précision est pertinent pour leurs prévisions annoncées. En conséquence, le modèle étendu peut être utilisé pour discriminer la conduite qui devrait caractériser un prévisionniste professionnel.

**Keywords** : Méthodes Économétriques & Statistiques, Inflation & prix

**JEL classification** : E31, E37

# I Introduction

“L’erreur ne devient pas vérité parce qu’elle se propage et se multiplie ; la vérité ne devient pas erreur parce que nul ne la voit. La vérité se lève, malgré le manque de soutien public.”

— Mahatma Gandhi

La potentiellement significative influence des ‘prévisionnistes professionnels’ sur les anticipations des entreprises, les anticipations des familles, etc. (chaînes des anticipations) peut être utile pour les Banques Centrales. Par exemple, ça améliorerait la performance de leur maniement des anticipations privées, leurs indications ou orientations prospectives (*forward guidance*), ou leur utilisation du canal d’anticipations en général. Néanmoins, que savons-nous de la formation des anticipations (prévisions) d’un ‘prévisionniste professionnel’ ? Depuis l’étude de Mankiw, Reis & Wolfers (2003), on a su que les ‘prévisionnistes professionnels’ ne prévoient pas comme prévisionnistes : leurs prévisions présentent des biais de genre systématique et de grande taille. Les *faits stylisés* pour l’économie péruvienne peuvent valider ce résultat. Les erreurs des prévisions moyennes de *Consensus Economics, Inc.* pour l’inflation ( $\pi$ ) des fins de chaque année de la période 2009-2017 (9 événements fixes) sont illustrées en Figure 1 : toutes les années montrent des grands biais systématiques.

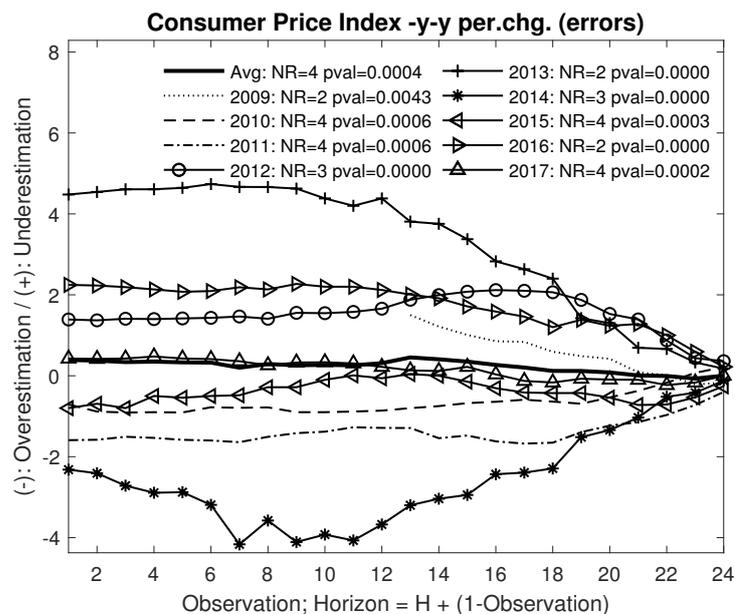


FIGURE 1 – Données de Consensus pour la  $\pi$  peruvienne

Pour chaque événement fixe (année) dans l’échantillon, la séquence de vingt-quatre prévisions mensuelles moyennes a un *caractère aléatoire minime* : l’hypothèse nulle  $H_0$  du test statistique *runs* est toujours rejetée. Ça veut dire que les erreurs de prévision sont systématiques et persistantes, que le prévisionniste moyen ne fait pas d’ajustements efficaces devant le nouvelle information qui arrive chaque mois, et que les erreurs carrées moyennes sont grandes, i.e., les précisions sont petites (étant donné que les biais sont grands).

Dans chaque séquence des erreurs moyennes de prévision (i.e., erreurs faites par le ‘prévisionniste professionnel’ moyen), les biais sont persistants pendant les premiers douze mois et le signe de ces biais dépende du événement fixe particulier (de l’année en question). Ça veut dire **qu’il n’y a pas d’efficacité ou de rationalité** dans l’usage de

la nouvelle information selon les critères traditionnels pour l'évaluation des prévisions! C'est pire encore. Un grand biais (une précision prédictive minuscule) aura la tendance de **minimiser** la 'valeur d'information' du signal à l'intérieur d'une prévision.<sup>1</sup>

Néanmoins, les caractéristiques des prévisions annoncées moyennes proviennent des prévisions annoncées individuelles. Autrement dit, la question de savoir si ces prévisions pouvaient être utiles pour le 'prévisionniste professionnel' individuel a une prévalence plus importante que la question de savoir si celles-ci pouvaient être utiles pour autres agents (entreprises ou consommateurs). Une explication pour cette performance moyenne des prévisions assez pauvre a beaucoup à faire avec le fait que chaque prévisionniste n'est pas intéressé à rapporter sa vraie prévision rationnelle en raison de la prédominance de l'incitation de réputation sur l'objectif de précision prédictive (Bennett, Geoum & Laster, 1999; Batchelor, 2007). C'est la raison pourquoi on observe un *ajustement paresseux* ou une persistance dans les *prévisions annoncées* (Jain, 2018). (III) Cette étude suit donc celle de Jain(2018) avec l'objectif de déterminer les 'prévisionnistes professionnels' qui génèrent des prévisions en mettant en évidence tant bien que mal l'objectif de précision prédictive (la caractéristique principal du prévisionniste professionnel type).

En conséquence, cette étude adapte (I) le modèle de formation d'anticipations de Jain(2012, 2018), lequel avait été appliqué aux quatre prévisions trimestriels générées pour chaque événement fixe par les 29 'prévisionnistes professionnels' dans le *U.S. Survey of Professional Forecasters*. Le modèle adapté maintient (II) les deux motifs du modèle originel pour lesquels les 'prévisionnistes professionnels' génèrent des prévisions et participent aux enquêtes comme le *U.S. Survey of Professional Forecasters* ou comme celles du *Consensus Economics, Inc.* :

- (1) La possibilité d'ajustement des prévisions annoncées successives, pour exploiter le plus large ensemble d'information disponible qui apparaît chaque mois et d'augmenter ainsi leur précision prédictive (à mesure que la date préfixée pour la réalisation du événement fixe se rapproche).
  - (2) Le lissage de la séquence des prévisions annoncées (en partant d'une prévision annoncée initiale, définie *a priori*).
- (IV) Le modèle adapté est appliqué donc aux vingt-quatre prévisions mensuelles d'événement fixe générées par une sélection de 'prévisionnistes professionnels' qui participent aux enquêtes du *Consensus Economics, Inc.* pour l'économie Peruvienne. La sélection est dû au fait qu'une enquête qui demande vingt-quatre prévisions par événement fixe à chaque 'prévisionniste professionnel' (au lieu de quatre prévisions par événement fixe) aura besoin d'accepter la prolifération des valeurs manquantes.

## II Littérature

Une proportion considérable de la littérature précédent a conservé l'hypothèse de la *vérité prédictive*. Dans cette hypothèse, les 'prévisionnistes professionnels' révèlent leurs vrais prévisions d'une variable  $y$  quelconque, i.e., la **prévision annoncée** par l'*initié*  $j$  dans la période  $t - h$  pour l'événement fixe  $t$ ,  $A_{j,t-h}y(t)$ , (en bref, sa prévision annoncée à l'horizon  $h$ ) est égal à sa vraie anticipation ou vraie prévision,  $E_{j,t-h}y(t)$ , pour tout horizon  $h \leq H$  ( $H$  c'est l'horizon maximal de prévision).

---

1. Il y a une branche de la littérature associée où ces biais sont 'expliqués' par le postulat de l'existence d'une fonction de perte asymétrique. Cette fonction comprend les considérables frais que le 'prévisionniste' doit payer quand sa prévision annoncée finit sous-estimant ou surestimant la valeur réalisée du événement fixe (e.g., la taux d'inflation à la fin de l'année 2020). Néanmoins, si pour ce prévisionniste il est préférable de générer prévisions biaisées (pour toute circonstance), il existera toujours une limite à la taille du biais au-delà de laquelle ladite entité ne remplira pas les conditions de la même définition de *prévisionniste*.

Une branche récente de la littérature pertinente a proposé les modèles avec ‘frictions relatifs à l’acquisition d’information’ (e.g., Coibion & Gorodnichenko, 2015), où la *vérité prédictive* se maintient, i.e., la prévision annoncée,  $A_{j,t-h}y(t)$ , est identique à l’anticipation,  $E_{j,t-h}y(t)$ . En distinguant  $A_{j,t-h}y(t)$  et  $E_{j,t-h}y(t)$ , Jain (2012,2018) élargit la gamme de motifs qui pourrait expliquer la conduite des ‘prévisionnistes professionnels’ selon les données dans les enquêtes d’anticipations comme celles fabriquées mensuellement par *Consensus Economics, Inc.*

Selon sa notation, la prévision annoncée par le ‘prévisionniste professionnel’  $j$  dans la période  $t + 1 - h$  de la variable  $x$  pour l’événement fixe  $t + 1$  (en bref, sa prévision annoncée à l’horizon  $h$ ) est  $A_{j,t+1-h}x(t + 1) \equiv x_{j,t+1-h}^a(t + 1)$  et sa vraie prévision est  $E_{j,t+1-h}x(t + 1) \equiv E_{j,t+1-h}x(t + 1)$ . Jain (2012,2018) considère deux motivations pour lesquelles les ‘prévisionnistes professionnels’ génèrent des prévisions et participent aux enquêtes comme celles du *Consensus Economics, Inc.* Ces motivations sont présentes dans les deux composants de leur *fonction de perte* (coût réel) et déterminent leur prévision annoncée dans la période  $t + 1 - h$  pour l’événement fixe  $t + 1$  associé à la variable  $x$  (autrement dit, leur prévision annoncée à l’horizon  $h$ ) :

- (1)  $E_{j,t+1-h}\{(x(t + 1) - x_{j,t+1-h}^a(t + 1))^2\}$ , pour tout horizon  $h \in \{1, 2, \dots, H\}$ , c’est le terme de l’erreur quadratique qui ajuste la prévision annoncée à l’horizon  $h$  pour qu’elle utilise le plus large ensemble d’information disponible chaque mois et ainsi augmente sa précision prédictive à mesure que la date préfixée pour la réalisation du événement fixe se rapproche (autrement dit, à mesure que l’horizon  $h$  diminue).
- (2)  $E_{j,t+1-h}\{\sum_{i=0}^{h-1} \delta^i (x_{j,t+1-h+i}^a(t + 1) - x_{j,t-h+i}^a(t + 1))^2\}$ , pour tout horizon  $h \in \{1, 2, \dots, H\}$ , c’est le terme de lissage de la prévision annoncée à l’horizon  $h$ . Le coefficient  $\delta$  est le facteur d’actualisation.<sup>2</sup>

C’est ainsi que Jain (2012,2018) a proposé que l’*initié*  $j$  résolve la suivante séquence de problèmes de minimisation de l’erreur quadratique avec ‘le lissage de la séquence des prévisions’ : en se déplaçant du futur au présent et en partant de l’horizon  $h = 1$  par rapport à la période de la réalisation d’un événement fixe,

$$\begin{aligned} \text{Min}_{x_{j,t}^a(t+1)} E_{j,t} \left\{ (x(t + 1) - x_{j,t}^a(t + 1))^2 \right. \\ \left. + \lambda_j [(x_{j,t}^a(t + 1) - x_{j,t-1}^a(t + 1))^2] \right\} \quad (1) \end{aligned}$$

dont la condition de premier ordre (C.P.O.) est

$$x_{j,t}^a(t + 1) = \omega_{j,1} E_{j,t} x(t + 1) + (1 - \omega_{j,1}) x_{j,t-1}^a(t + 1) \quad \omega_{j,1} \equiv 1/(1 + \lambda_j) \quad (2)$$

et le coefficient  $\lambda_j$  détermine l’importance relative du terme de lissage par rapport à le terme de précision.  $\lambda_j$  est une mesure du degré de la lenteur (*sluggishness*) d’ajustement des prévisions annoncées.

---

2. Bientôt on verra que la séquence des prévisions annoncées part d’une prévision annoncée qui est définie *a priori* dans la période initiale (une période avant celle de l’horizon maximal  $H$ ) et que Jain(2012,2018) considère de manière tangentielle.

Puis en continuant avec l'horizon  $h = 2$ ,

$$\begin{aligned} \text{Min}_{x_{j,t-1}^a(t+1)} E_{j,t-1} & \left\{ (x(t+1) - x_{j,t-1}^a(t+1))^2 \right. \\ & \left. + \lambda_j \left[ (x_{j,t-1}^a(t+1) - x_{j,t-2}^a(t+1))^2 + \delta (x_{j,t}^a(t+1) - x_{j,t-1}^a(t+1))^2 \right] \right\} \\ \text{s.à : } E_{j,t-1} x(t+1) & = \frac{1}{\omega_{j,1}} E_{j,t-1} x_{j,t}^a(t+1) - \frac{1 - \omega_{j,1}}{\omega_{j,1}} x_{j,t-1}^a(t+1) \quad (3) \end{aligned}$$

dont la C.P.O. est

$$\begin{aligned} x_{j,t-1}^a(t+1) & = \omega_{j,2} E_{j,t-1} x(t+1) + (1 - \omega_{j,2}) x_{j,t-2}^a(t+1) \\ \omega_{j,2} & \equiv \frac{1 + \delta \lambda_j \eta_{j,2}}{1 + \lambda_j + \delta \lambda_j \eta_{j,2}}, \quad \eta_{j,2} \equiv \omega_{j,1}^2 \quad (4) \end{aligned}$$

où le coefficient  $\delta$  est le facteur d'actualisation du terme de lissage.

Il est opportun de faire quelques remarques :

1. Pour tout horizon  $h$ , la somme du facteur de pondération à la vraie anticipation,  $\omega_{j,h}$ , et du facteur de pondération à la prévision annoncée de la période précédente,  $(1 - \omega_{j,h})$ , c'est l'unité.
2. La solution du modèle est obtenue à partir de l'horizon  $h = 1$ , en trouvant la C.P.O. et en continuant avec l'horizon  $h = 2$  vers le passé. Tout problème pour l'horizon  $h = h' \neq 1$  sera restreint par les C.P.O.'s obtenues dans les *problèmes précédents* (i.e., les problèmes associés aux horizons  $h \in \{h' - 1 > 0, h' - 2 > 0, \dots, 1\}$ ), mais ces C.P.O.'s doivent être exprimées de sorte que la vraie anticipation correspondante soit la seule variable ramenée à gauche du signe égal (et pouvoir utiliser la loi des anticipations itérées).
3. Le facteur d'actualisation  $\delta$  génère facteurs de pondération décroissants aux composants du terme de lissage qui apparaissent à mesure que l'horizon  $h$  augmente (i.e., que la distance par rapport au événement fixe  $x(t+1)$  augmente) : lisser la prévision annoncée à l'horizon  $h$ ,  $x_{j,t+1-h+i}^a(t+1)$ ,  $i = 0$ , par rapport à la prévision annoncée à l'horizon précédent  $h - 1$ ,  $x_{j,t-h+i}^a(t+1)$ ,  $i = 0$ , c'est plus important que le faire aux horizons effectivement inférieurs ( $i > 0$ ).
4. Toutes les estimations de  $\lambda_j$  effectuées par Jain(2012,2018) à partir des prévisions trimestriels des 29 'prévisionnistes professionnels' sont conditionnées par la valeur fixe de  $\delta = 0.95$ . Cette stratégie est en ligne avec la littérature macroéconomique récente sur les modèles d'équilibre général dynamique stochastique (DSGE, de l'anglais) depuis Christiano, Eichenbaum & Evans (2005), mais Smets & Wouters (2003) réalisent l'estimation de  $\delta$  en restreignant sa plage de variation à l'intervalle  $(0, 1)$ .
5. Jain(2012,2018) considère un horizon maximal  $H = 4$  dû à la restriction imposée par ses données des prévisions trimestriels de l'enquête du *Survey of Professional Forecasters*.

Jain(2018) a convenablement marqué que les C.P.O.'s aux horizons  $h > 2$  impliquent que une prévision annoncée  $h$  périodes à venir quelconque est une moyenne pondérée de deux valeurs, la vraie anticipation et la prévision annoncée  $h + 1$  périodes à venir (celle de la période précédente), et que la somme des facteurs de pondération c'est l'unité (pgs. 7-8),

$$\begin{aligned} x_{j,t-(h-1)}^a(t+1) & = \omega_{j,h} E_{j,t-(h-1)} x(t+1) + (1 - \omega_{j,h}) x_{j,t-h}^a(t+1) \\ & \quad h \in \{1, 2, \dots, H\} \quad (5) \end{aligned}$$

Néanmoins, il existe une petite erreur dans l'étape de dérivation du  $\omega_{j,h}$ . Jain(2018) utilise un argument inductif relativement court ( $H = 4$ ) pour trouver

$$\begin{aligned}\omega_{j,h} &\equiv (1 + \delta\lambda_j\eta_{j,h})/(1 + \lambda + \delta\lambda_j\eta_{j,h}) \\ &\quad \text{où } \eta_{j,h} = \omega_{j,h}^2 + \delta(1 - \omega_{j,h})^2\eta_{j,h-1} \\ &\quad \text{en partant de } \eta_{j,1} \equiv 0 \quad (6)\end{aligned}$$

Par exemple, pour l'horizon  $h = 3$ ,

$$\begin{aligned}\text{Min}_{x_{j,t-2}^a(t+1)} E_{j,t-2} &\left\{ (x(t+1) - x_{j,t-2}^a(t+1))^2 \right. \\ &+ \lambda_j \left[ (x_{j,t-2}^a(t+1) - x_{j,t-3}^a(t+1))^2 + \delta(x_{j,t-1}^a(t+1) - x_{j,t-2}^a(t+1))^2 \right. \\ &\quad \left. \left. + \delta^2(x_{j,t}^a(t+1) - x_{j,t-1}^a(t+1))^2 \right] \right\} \\ \text{s.à : } E_{j,t-2}x(t+1) &= \frac{1}{\omega_{j,1}}E_{j,t-2}x_{j,t}^a(t+1) - \frac{1 - \omega_{j,1}}{\omega_{j,1}}x_{j,t-1}^a(t+1) \\ \text{s.à : } E_{j,t-2}x(t+1) &= \frac{1}{\omega_{j,2}}E_{j,t-2}x_{j,t-1}^a(t+1) - \frac{1 - \omega_{j,2}}{\omega_{j,2}}x_{j,t-2}^a(t+1) \quad (7)\end{aligned}$$

dont la C.P.O. est

$$\begin{aligned}x_{j,t-2}^a(t+1) &= \omega_{j,3}E_{j,t-2}x(t+1) + (1 - \omega_{j,3})x_{j,t-3}^a(t+1) \\ \omega_{j,3} &\equiv \frac{1 + \delta\lambda_j\omega_{j,2}^2(1 + \delta)}{1 + \lambda_j + \delta\lambda_j\omega_{j,2}^2(1 + \delta)} \quad (8)\end{aligned}$$

Même si le facteur de pondération  $\omega_{j,3}$  peut être exprimé comme dans la première ligne de l'équation (6) [juste après l'équation (6) dans Jain(2018)],

$$\omega_{j,3} \equiv \frac{1 + \delta\lambda_j\bar{\eta}_{j,3}}{1 + \lambda_j + \delta\lambda_j\bar{\eta}_{j,3}}, \quad \bar{\eta}_{j,3} \equiv \omega_{j,2}^2(1 + \delta) \quad (9)$$

ce n'est pas possible d'obtenir ce  $\bar{\eta}_{j,3}$  à travers la seconde ligne de l'équation (6) [après l'équation (6) dans Jain(2018)]. Plutôt il peut être obtenu

$$\begin{aligned}\eta_{j,3} &\equiv \omega_{j,2}^2 + \delta(1 - \omega_{j,2})^2\eta_{j,2} \\ &\quad \text{c'est à dire } \eta_{j,3} \equiv (1 + \delta\eta_{j,2})\omega_{j,2}^2 - 2\delta\eta_{j,2}\omega_{j,2} + \delta\eta_{j,2} \quad (10)\end{aligned}$$

Ça démontre que  $\bar{\eta}_{j,3} \neq \eta_{j,3}$  dans le cas de  $h = 3$ , où la première expression est plus simple que la deuxième expression. On verra bientôt que  $\bar{\eta}_{j,h} \neq \eta_{j,h}$  dans les cas de  $h > 3$ , où la première expression sera plus complexe que la deuxième expression.

### III Modèle proposé

En considérant les caractéristiques des données à utiliser, le papier offre ici une dérivation complète des C.P.O.'s pour résoudre la séquence des problèmes d'optimisation de Jain(2012,2018). Étant donné que les prévisions mensuelles de *Consensus Economics, Inc.* ont un horizon maximal de  $H = 24$  mois, la dérivation du étalon derrière les facteurs de pondération  $\omega_{j,h}$  est effectuée sur la base d'un argument inductif suffisamment long.

Cette dérivation sera utilisée pour estimer les paramètres  $\{\lambda_j, \delta\}$ , qui sont présents dans les formules derrière les coefficients  $\omega_{j,h}$ , i.e., dans toute la séquence des C.P.O.'s. L'interprétation du coefficient  $\lambda_j$  c'est la même que dans (2018) : c'est une mesure du

degré de la lenteur (*sluggishness*) dans l'ajustement des prévisions annoncées. Concernant le coefficient  $\delta$ , il faut noter que, contrairement à ce que fait Jain(2012,2018), ce papier estime le taux d'actualisation  $r_d$  de laquelle  $\delta$  est fonction.

Un paramètre tangentiellement considéré par Jain (2012,2018) et qui n'est pas estimé non plus c'est la prévision initiale,  $x_{j,t-H}^a(t+1)$  au début de chaque séquence de  $H = 24$  mois (en fait, il y en a un pour chaque événement fixe  $(t+1)$  disponible dans l'échantillon). Cette prévision initiale est un déterminant clé du **biais** que chaque 'prévisionniste professionnel' maintient pendant plusieurs mois consécutifs, au début de chaque séquence disponible.

La persistance du biais (avec une régularité qui peut durer jusqu'au horizon  $h = 12$ ) peut être expliquée par l'utilisation des ensembles d'information qu'un *prévisionniste professionnel* n'utiliserait jamais. De toute façon, la littérature n'a pas fait attention (i) ni à l'importance potentielle de ce prévision initiale de chaque séquence du événement fixe  $(t+1)$ ; (ii) ni au nombre de mois pendant lesquels dite prévision initiale est maintenue sans grands ajustements. La littérature a besoin de combler cette surprenante lacune.

En conséquence, après corriger le modèle de Jain (2018) et l'adapter aux données disponibles, l'objectif est d'estimer la persistance et la prévision initiale  $x_{j,t-24}^a(t+1)$  pour expliquer le comportement de toutes les séquences dans l'échantillon pour chaque 'prévisionniste professionnel' individuel.

Pour le bien d'un argument inductif correct, il faut continuer avec la dérivation de la C.P.O. de l'horizon  $h = 4$ .

$$\begin{aligned}
& \min_{x_{j,t-3}^a(t+1)} E_{j,t-3} \left\{ (x(t+1) - x_{j,t-3}^a(t+1))^2 \right. \\
& \quad + \lambda_j \left[ (x_{j,t-3}^a(t+1) - x_{j,t-4}^a(t+1))^2 + \delta (x_{j,t-2}^a(t+1) - x_{j,t-3}^a(t+1))^2 \right. \\
& \quad \left. \left. + \delta^2 (x_{j,t-1}^a(t+1) - x_{j,t-2}^a(t+1))^2 + \delta^3 (x_{j,t}^a(t+1) - x_{j,t-1}^a(t+1))^2 \right] \right\} \\
& \quad \text{s.à : } E_{j,t-3} x(t+1) = \frac{1}{\omega_{j,1}} E_{j,t-3} x_{j,t}^a(t+1) - \frac{1 - \omega_{j,1}}{\omega_{j,1}} x_{j,t-1}^a(t+1) \\
& \quad \text{s.à : } E_{j,t-3} x(t+1) = \frac{1}{\omega_{j,2}} E_{j,t-3} x_{j,t-1}^a(t+1) - \frac{1 - \omega_{j,2}}{\omega_{j,2}} x_{j,t-2}^a(t+1) \\
& \quad \text{s.à : } E_{j,t-3} x(t+1) = \frac{1}{\omega_{j,3}} E_{j,t-3} x_{j,t-2}^a(t+1) - \frac{1 - \omega_{j,3}}{\omega_{j,3}} x_{j,t-3}^a(t+1) \quad (11)
\end{aligned}$$

Il est à noter que les coefficients de cette fonction à optimiser diffèrent de ceux de la Table 1 de Jain (2018) [pg. 8] par les deux derniers termes (ceux-ci ne sont pas restrictions inhérentes). La C.P.O. résultante est

$$\begin{aligned}
x_{j,t-3}^a(t+1) &= \omega_{j,4} E_{j,t-3} x(t+1) + (1 - \omega_{j,4}) x_{j,t-4}^a(t+1) \\
& \quad \text{où } \omega_{j,4} \equiv \frac{A_4 - \lambda}{A_4}, \text{ et sans faire plus de référence à } j, \\
A_4 & \equiv 1 + \lambda + \delta \lambda \omega_3^2 + \delta^2 \lambda \omega_2^2 - 2\delta^2 \lambda \omega_2^2 \omega_3 + \delta^2 \lambda \omega_2^2 \omega_3^2 + \delta^3 \lambda \omega_1^2 \\
& \quad - 2\delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_3 + \delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_3^2 - 2\delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_2 + 4\delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_2 \omega_3 \\
& \quad - 2\delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_2 \omega_3^2 + \delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_2^2 - 2\delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_2^2 \omega_3 + \delta^3 \lambda \omega_1^2 \omega_2^2 \omega_3^2 \quad (12)
\end{aligned}$$

Après factoriser et ordonner les termes dans  $A_4$ ,

$$\begin{aligned}
A_4 & \equiv 1 + \lambda + \delta \lambda \{ \delta^2 \omega_1^2 + \delta \omega_2^2 + \omega_3^2 - 2\delta^2 \omega_1^2 \omega_2 + \delta^2 \omega_1^2 \omega_2^2 \\
& \quad - 2\delta^2 \omega_1^2 \omega_3 + \delta^2 \omega_1^2 \omega_3^2 - 2\delta \omega_2^2 \omega_3 + \delta \omega_2^2 \omega_3^2 \\
& \quad + 4\delta^2 \omega_1^2 \omega_2 \omega_3 - 2\delta^2 \omega_1^2 \omega_2^2 \omega_3 - 2\delta^2 \omega_1^2 \omega_2 \omega_3^2 + \delta^2 \omega_1^2 \omega_2^2 \omega_3^2 \} \quad (13)
\end{aligned}$$

et le terme entre accolades correspond à  $\bar{\eta}_{j,4}$ . Désormais, il sera implicite que les termes

analogues sont notres  $\bar{\eta}_{j,h}$ .

La C.P.O. de l'horizon  $h = 5$  est

$$\begin{aligned}
x_{j,t-4}^a(t+1) &= \omega_{j,5} E_{j,t-4} x(t+1) + (1 - \omega_{j,5}) x_{j,t-5}^a(t+1) \\
&\text{où } \omega_{j,5} \equiv \frac{A_5 - \lambda}{A_5}, \text{ et sans faire plus de référence à } j, \\
A_5 &\equiv 1 + \lambda + \lambda\delta\omega_4^2 + \lambda\delta^2\omega_3^2 - 2\lambda\delta^2\omega_3^2\omega_4 + \lambda\delta^2\omega_3^2\omega_4^2 + \lambda\delta^3\omega_2^2 \\
&\quad - 2\lambda\delta^3\omega_2^2\omega_4 + \lambda\delta^3\omega_2^2\omega_4^2 - 2\lambda\delta^3\omega_2^2\omega_3 + 4\lambda\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4 \\
&\quad - 2\lambda\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4^2 + \lambda\delta^3\omega_2^2\omega_3^2 - 2\lambda\delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4 + \lambda\delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2 \\
&\quad + \lambda\delta^4\omega_1^2 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_4 + \lambda\delta^4\omega_1^2\omega_4^2 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_3 + 4\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4 \\
&\quad - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4^2 + \lambda\delta^4\omega_1^2\omega_3^2 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4 + \lambda\delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4^2 \\
&\quad - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2 + 4\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4^2 + 4\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3 \\
&\quad - 8\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4 + 4\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4^2 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2 \\
&\quad + 4\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4^2 + \lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4 \\
&\quad + \lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4^2 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3 + 4\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4^2 \\
&\quad + \lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 - 2\lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4 + \lambda\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2 \quad (14)
\end{aligned}$$

Après factoriser et ordonner les termes dans  $A_5$ ,

$$\begin{aligned}
A_5 &\equiv 1 + \lambda + \delta\lambda\{\delta^3\omega_1^2 + \delta^2\omega_2^2 + \delta\omega_3^2 + \omega_4^2 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2 + \delta^3\omega_1^2\omega_2^2 \\
&\quad - 2\delta^3\omega_1^2\omega_3 + \delta^3\omega_1^2\omega_3^2 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_4 + \delta^3\omega_1^2\omega_4^2 \\
&\quad - 2\delta^2\omega_2^2\omega_3 + \delta^2\omega_2^2\omega_3^2 - 2\delta^2\omega_2^2\omega_4 + \delta^2\omega_2^2\omega_4^2 - 2\delta\omega_3^2\omega_4 + \delta\omega_3^2\omega_4^2 \\
&\quad + 4\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_3 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_3 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_3^2 + \delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2 \\
&\quad + 4\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_4 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_4 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_4^2 + \delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_4^2 \\
&\quad + 4\delta^3\omega_1^2\omega_3\omega_4 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_3^2\omega_4 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_3\omega_4^2 + \delta^3\omega_1^2\omega_3^2\omega_4^2 \\
&\quad + 4\delta^2\omega_2^2\omega_3\omega_4 - 2\delta^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4 - 2\delta^2\omega_2^2\omega_3\omega_4^2 + \delta^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2 \\
&\quad - 8\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4 + 4\delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4 + 4\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4 + 4\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4^2 \\
&\quad - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4^2 - 2\delta^3\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4^2 + \delta^3\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2\} \quad (15)
\end{aligned}$$

La C.P.O. de l'horizon  $h = 6$  est

$$\begin{aligned}
x_{j,t-5}^a(t+1) &= \omega_{j,6} E_{j,t-5} x(t+1) + (1 - \omega_{j,6}) x_{j,t-6}^a(t+1) \\
&\text{où } \omega_{j,6} \equiv \frac{A_6 - \lambda}{A_6}, \text{ et sans faire plus de référence à } j, \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_6 \equiv & 1 + \lambda + \lambda\delta\{\delta^4\omega_1^2 + \delta^3\omega_2^2 + \delta^2\omega_3^2 + \delta\omega_4^2 + \omega_5^2 + (-2\delta^4\omega_1^2\omega_2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2) + (-2\delta^4\omega_1^2\omega_3 + \delta^4\omega_1^2\omega_3^2) \\
& + (-2\delta^4\omega_1^2\omega_4 + \delta^4\omega_1^2\omega_4^2) + (-2\delta^4\omega_1^2\omega_5 + \delta^4\omega_1^2\omega_5^2) + (-2\delta^3\omega_2^2\omega_3 + \delta^3\omega_2^2\omega_3^2) + (-2\delta^3\omega_2^2\omega_4 + \delta^3\omega_2^2\omega_4^2) \\
& + (-2\delta^3\omega_2^2\omega_5 + \delta^3\omega_2^2\omega_5^2) + (-2\delta^2\omega_3^2\omega_4 + \delta^2\omega_3^2\omega_4^2) + (-2\delta^2\omega_3^2\omega_5 + \delta^2\omega_3^2\omega_5^2) + (-2\delta\omega_4^2\omega_5 + \delta\omega_4^2\omega_5^2) \\
& + [4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2] + [4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4^2] \\
& + [4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_5^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_5^2] + [4\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4^2] \\
& + [4\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_5^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_5^2] + [4\delta^4\omega_1^2\omega_4\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_4^2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_4\omega_5^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_4^2\omega_5^2] \\
& + [4\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4^2 + \delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2] + [4\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_5 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_5 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_5^2 + \delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_5^2] \\
& + [4\delta^3\omega_2^2\omega_4\omega_5 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_4^2\omega_5 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_4\omega_5^2 + \delta^3\omega_2^2\omega_4^2\omega_5^2] + [4\delta^2\omega_3^2\omega_4\omega_5 - 2\delta^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5 - 2\delta^2\omega_3^2\omega_4\omega_5^2 + \delta^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5^2] \\
& - 8\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4^2 \\
& - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4^2 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2 \\
& - 8\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_5^2 \\
& - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_5^2 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_5^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_5^2 \\
& - 8\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4^2\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4\omega_5^2 \\
& - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4^2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4\omega_5^2 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_4^2\omega_5^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_4^2\omega_5^2 \\
& - 8\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4^2\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4\omega_5^2 \\
& - 2\delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4\omega_5^2 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_3\omega_4^2\omega_5^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5^2 \\
& - 8\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4\omega_5 + 4\delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4\omega_5 + 4\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4^2\omega_5 + 4\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4\omega_5^2 \\
& - 2\delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4\omega_5^2 - 2\delta^3\omega_2^2\omega_3\omega_4^2\omega_5^2 + \delta^3\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5^2 \\
& + 16\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4\omega_5 - 8\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4\omega_5 - 8\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4\omega_5 - 8\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4^2\omega_5 - 8\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4\omega_5^2 \\
& + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4^2\omega_5 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4\omega_5^2 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4\omega_5^2 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4^2\omega_5^2 + 4\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3\omega_4\omega_5^2 \\
& - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4\omega_5^2 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3\omega_4^2\omega_5^2 - 2\delta^4\omega_1^2\omega_2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5^2 + \delta^4\omega_1^2\omega_2^2\omega_3^2\omega_4^2\omega_5^2\}
\end{aligned} \tag{17}$$

Les équations antérieures obéissent les règles suivantes :

— Le dénominateur de  $\omega_h$  est une fonction  $A_h \equiv g(\omega_1, \dots, \omega_{h-1})$  qui peut être ramenée à la forme générale  $A_h \equiv 1 + \lambda + \delta\lambda\bar{A}_h$  tel que,  $\forall h \geq 4$ ,  $\bar{A}_h$  est une somme de :

- (i) une somme algébrique des produits doubles de puissances des facteurs de pondération *égaux* dans  $\{\omega_1, \dots, \omega_{h-1}\}$  (i.e., une somme de carrés de ces facteurs de pondération) ;
- (ii) une somme algébrique des produits doubles de puissances des facteurs de pondération *différents* dans  $\{\omega_1, \dots, \omega_{h-1}\}$  ;
- (iii) une somme algébrique des produits triples de puissances des facteurs de pondération *différents* dans  $\{\omega_1, \dots, \omega_{h-1}\}$  ;
- (iv) une somme algébrique des produits quadruples de puissances des facteurs de pondération *différents* dans  $\{\omega_1, \dots, \omega_{h-1}\}$ ,  $\forall h \geq 5$  ;
- (v) une somme algébrique des produits quintuples de puissances des facteurs de pondération *différents* dans  $\{\omega_1, \dots, \omega_{h-1}\}$ ,  $\forall h \geq 6$  ;
- (vi) ...

— La somme de carrés **(i)** dans  $\bar{A}_h$  est  $\sum_{i=1}^{h-1} \delta^{h-1-i} \omega_i^2$ . Dans ce cas-ci, c'est facile de déterminer le nombre de termes, le motif séquentiel des puissances des facteurs de pondération dans chaque terme et le motif séquentiel suivi par les coefficients des termes.

En ce qui concerne le nombre de termes dans chaque somme :

- Pour les sommes différentes de **(i)**, il faut trouver le nombre de *combinaisons* (produits) qui contiennent  $k$  éléments (facteurs de pondération) choisis parmi un ensemble univers de  $n$  éléments (facteurs de pondération), c'est  $n!/[k!(n-k)!]$  : le nombre de *groupes* qui contiennent termes avec la même combinaison des produits.
- Étant donné que la même combinaison des produits peut apparaître dans les termes qui diffèrent en raison du motif séquentiel de *puissances hiérarchisées* dans les facteurs de pondération, le nombre de termes dans chaque somme est égal au nombre de ces motifs séquentiels multiplié par le nombre de combinaisons.
- P.ex.,  $\bar{A}_4 \equiv g(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  a 6 produits doubles : il y a  $3!/[2!1!] = 3$  combinaisons et 2 motifs séquentiels de *puissances hiérarchisées* : chaque combinaison peut avoir un

- facteur de pondération *primaire* élevé au pouvoir 2 et un facteur de pondération *secondaire* élevé au pouvoir 1, **ou** un facteur de pondération *primaire* élevé au pouvoir 2 et un facteur de pondération *secondaire* élevé au pouvoir 2.
- $\bar{A}_5 \equiv g(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$  a 12 produits doubles : il y a  $4!/ [2!2!] = 6$  combinaisons (produits) de facteurs de pondération et 2 motifs séquentiels de *puissances hiérarchisées*.
  - $\bar{A}_5 \equiv g(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$  a 16 produits triples, parce qu'il y a  $4!/ [3!1!] = 4$  combinaisons (produits) de facteurs de pondération et le nombre de motifs séquentiels de *puissances hiérarchisées* est 4.
  - $\bar{A}_5 \equiv g(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$  a 8 produits quadruples, car il y a  $4!/ [4!0!] = 1$  combinaison (produit) de facteurs de pondération et le nombre de motifs séquentiels de *puissances hiérarchisées* est 8. La somme de termes qui contient une combinaison unique de facteurs de pondération est surnommée 'la dernière somme', et dans ce cas-ci, c'est un produit quadruple unique.
  - Il est à noter que la dernière somme dans  $\bar{A}_4$  préfigure la forme de l'avant-dernière somme dans  $\bar{A}_5$ , et la même situation se produit en comparant  $\bar{A}_5$  et  $\bar{A}_6$  (et ainsi de suite). Il faudra revenir sur ce point.
- D'un autre côté, en ce qui concerne le motif séquentiel de *puissances hiérarchisées* :
- À propos des produits doubles, triples, etc. de puissances des facteurs de pondération  $\{\omega_1, \dots, \omega_{h-1}\}$  dans les sommes (ii), (iii), ..., l'exposant des puissances ne peut être que 1 ou 2.
  - Le motif séquentiel de puissances obéit à une hiérarchie des premiers facteurs de pondération au-dessus des suivants facteurs de pondération, donc on dit que chaque type de produit de facteurs de pondération (doubles, triples, ...) a un motif séquentiel de *puissances hiérarchisées*.
  - Pour établir ce motif séquentiel, il faut ordonner les termes avec une même combinaison (produit) des facteurs de pondération selon :
    - (i) leur sous-indices, du plus petit au plus grand sous-indice, et
    - (ii) les sommes de leurs exposants, depuis ceux avec la plus basse somme jusqu'à ceux avec la plus grosse somme.
  - Dans les équations ci-dessus cette convention a été adoptée d'abord pour grouper les termes (produits) selon l'ordre des combinaisons de facteurs de pondération spécifiques qui sont y contenus, et ensuite pour les ordonner selon la hiérarchie de puissances de chaque terme dans chaque groupe.
  - Cette convention facilite la découverte des motifs séquentiels nécessaires pour répliquer toute autre  $\bar{A}_h$  et, par conséquent, toute autre  $\omega_h$  et toute autre C.P.O.,  $h > 6$ .
  - Pour prendre un premier exemple, considérons celui des produits doubles pour la même paire de facteurs de pondération : il n'y a que deux motifs séquentiels de *puissances hiérarchisées*, le premier facteur de pondération élevé au pouvoir 2 avec le deuxième facteur de pondération élevé au pouvoir 1 et les deux facteurs de pondération élevés au pouvoir 2.
  - Un deuxième exemple est celui des produits triples de facteurs de pondération : il n'y a que quatre motifs séquentiels de *puissances hiérarchisées*, le premier facteur de pondération élevé au pouvoir 2 avec le deuxième facteur et le troisième facteur de pondération élevés au pouvoir 1, le premier et le deuxième facteur de pondération élevés au pouvoir 2 avec le troisième facteur élevé au pouvoir 1, le premier et le troisième facteur de pondération élevés au pouvoir 2 avec le deuxième élevé au pouvoir 1 (une petite variation en ce qui concerne le cas précédent), et finalement, les trois facteurs de pondération élevés au pouvoir 2.
- Enfin, en considérant le motif séquentiel de coefficients des termes dans chaque somme :

- Considérez  $\bar{A}_4 \equiv g(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ , la somme (i) a puissances en  $\delta$  qui partent d'un maximum et décroissent, avec des coefficients unitaires (positifs), à mesure que le sous-indice du facteur de pondération augmente. De manière analogue, la somme (ii) a puissances en  $\delta$  (avec coefficients non unitaires) qui partent du même maximum et décroissent à mesure que le sous-indice du facteur de pondération primaire (avec exposant 2) pour chaque pair des combinaisons (produits doubles) augmente. En outre, les coefficients non unitaires sont  $\{-2, 1\}$ . 'La dernière somme' contient une seule combinaison et 4 différents motifs séquentiels de puissances, avec puissances en  $\delta$  qui à nouveau partent du même maximum et décroissent, et avec les coefficients non unitaires  $\{4, -2, -2, 1\}$ .
- Considérez  $\bar{A}_5 \equiv g(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ , toutes les sommes sont similaires à des sommes dans  $\bar{A}_4$ , mais il y a encore une autre somme. Néanmoins, chaque somme contient puissances en  $\delta$  qui partent d'un maximum à son tour supérieur d'un degré à la puissance maximale de  $\delta$  à l'intérieur du  $\bar{A}_4$ .
- 'La dernière somme' dans  $\bar{A}_5$  contient une seule combinaison et 8 différents motifs séquentiels de puissances, avec puissances en  $\delta$  qui partent du même maximum et décroissent, et avec les coefficients non unitaires  $\{-8, 4, 4, 4, -2, -2, -2, 1\}$ . Dans cette somme on peut remarquer que si le nombre des exposants égaux à 2 dans un produit est impair, le signe du coefficient non unitaire est négatif (d'une autre manière, il est positif).
- 'La dernière somme' dans  $\bar{A}_6 \equiv g(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5)$  contient une seule combinaison et 16 différents motifs séquentiels de puissances, avec les coefficients non unitaires  $\{16, -8, -8, -8, -8, 4, 4, 4, 4, 4, 4, -2, -2, -2, -2, 1\}$  et puissances en  $\delta$  qui partent du même maximum et décroissent.

## IV Estimations

Après avoir encodé les équations issues des C.P.O.'s déjà décrites, on utilise les données des prévisions annoncées  $x_{j,t-k}^a(t+1)$  pour chaque 'prévisionniste professionnel' individuel  $j$ , qui sont collectées par *Consensus Economics, Inc.* pour l'économie péruvienne, ainsi que les prévisions les moins biaisées et les plus faciles à obtenir,  $E_{t-k}x(t+1)$ , pour tout prévisionniste professionnel individuel  $j$ .

Il est important de mentionner que, compte tenu de la longueur des équations derrière les coefficients  $\omega_{j,h}$  dans la séquence des C.P.O.'s pour les horizons  $H > h > 12$ , dans cette version du document la séquence des C.P.O.'s a été tronquée à l'horizon  $h = 12$ . Par conséquent, pour tenir compte de toutes les données déjà mentionnées, qui ont un horizon maximum  $H = 24$ , les données mensuelles ont été converties en données bimensuelles, pas de perte de généralité.

On a neuf séquences prévisionnelles pour les événements fixes (années) 2009-2017 dans l'échantillon, on a donc neuf paramètres pour les prévisions annoncées *a priori*. On doit ajouter les paramètres principaux  $\{\delta, r_d\}$  pour obtenir un total de onze paramètres, ceux qui sont estimés par la méthode des 'moindres carrés non linéaires' (NLLS) avec la contrainte d'optimisation  $r_d \geq 0$ . L'algorithme d'optimisation de Powell est utilisé pour minimiser la 'somme des carrés des erreurs' (SSR) sans qu'il soit nécessaire d'obtenir le gradient ou la hessienne de SSR.

La technique *bootstrap des résidus* avec 200 itérations (optimisations de Powell) est nécessaire lorsque l'objectif est d'obtenir la distribution empirique des dites estimations face aux problèmes suivants : (i) la difficulté à calculer les formules associées aux erreurs types des paramètres estimés avec de telles séquences de prévisions annoncées, et (ii) la possibilité que l'utilisation de telles formules asymptotiquement valides avec des échantillons relativement petits conduise à des biais indésirables.

Les données de prévision annoncées utilisées pour les estimations proviennent des 5 prévisionnistes professionnels individuels qui ont généré le plus grand nombre de prévisions disponibles sur l'inflation péruvienne dans l'échantillon : Apoyo Consultants (1), Scotiabank (2), IPE (3), IHS Global Insight (4) y EIU (5). Dans cette version, seuls les deux premiers prévisionnistes professionnels sont inclus en raison du temps de calcul requis pour chacun d'eux.

Il faut remarquer que les données des 'prévisions anticipées' sont des prévisions mensuelles relativement précises et efficaces car ils maintiennent un biais prédictif proche de zéro. Ces prévisions sont générées par une règle de prédiction couramment utilisée pour  $\pi$ . Cependant, ces prévisions ont été converties en données bimensuelles.

Les prévisions annoncées *a priori* sont empilées dans un vecteur  $x_0$  et estimées simultanément avec  $\{r_d, \lambda\}$ . Ayant neuf événements fixes, le vecteur de paramètres à estimer pour chaque prévisionniste professionnel individuel est  $\{r_d, \lambda, x_0(1), \dots, x_0(9)\}'$ . L'approximation *bootstrap* nous permet de calculer, pour chaque paramètre du modèle individuel, la moyenne *bootstrap*, les centiles 2.5% et 97.5% des distributions *bootstrap*, ainsi que les statistiques normalisées de biais et d'aplatissement de ces distributions.

TABLE 1 – Apoyo Consultants

Inflation											
	$r_d$	$\lambda$	$x_0(1)$	$x_0(2)$	$x_0(3)$	$x_0(4)$	$x_0(5)$	$x_0(6)$	$x_0(7)$	$x_0(8)$	$x_0(9)$
Estim.(1)	311.33	7999.74	2.45	2.49	3.10	2.86	2.80	2.55	2.65	2.92	2.78
Estim.(2)	1070.06	7660.93	2.34	2.46	3.18	2.84	2.77	2.54	2.58	2.90	2.74
pct2.5 (1)	0.00	24.52	1.40	2.26	2.77	2.61	2.44	2.34	2.15	2.56	2.47
pct97.5(1)	4275.23	21124.53	3.03	2.58	3.75	3.03	3.00	2.64	3.01	3.22	2.93
Biais (1)	1.72	0.26	-0.46	-1.31	0.76	-0.47	-0.69	-1.10	0.02	0.00	-1.48
Aplat. (1)	3.29	-1.18	-0.03	2.20	1.03	0.01	1.28	2.74	0.52	-0.28	4.14

Le premier élément du vecteur de paramètre est le taux d'intérêt d'actualisation,  $r_d$ , à partir duquel le facteur d'actualisation  $\delta \equiv (1 + r_d/100)^{-1}$  est obtenu.

Alors que le vecteur d'estimations (1) correspond à l'optimisation de la somme des carrés des erreurs, le vecteur d'estimations (2) correspond à la moyenne *bootstrap* de chaque paramètre.  $\lambda$  est significativement différent de zéro. Les facteurs d'actualisation associés aux deux  $r_d$ 's estimés sont égaux à 0.2431138016 en (1) contre 0.0854657026 en (2).

TABLE 2 – Scotiabank

Inflation											
	$r_d$	$\lambda$	$x_0(1)$	$x_0(2)$	$x_0(3)$	$x_0(4)$	$x_0(5)$	$x_0(6)$	$x_0(7)$	$x_0(8)$	$x_0(9)$
Estim.(1)	19668.05	2.97	4.45	3.14	5.34	3.24	1.33	3.15	2.39	2.63	2.11
Estim.(2)	19629.20	2.32	5.68	2.34	4.67	3.67	1.37	3.53	2.43	2.80	2.54
pct2.5 (1)	19666.12	2.06	1.46	2.96	4.61	2.23	0.51	2.30	1.97	1.93	1.03
pct97.5(1)	20198.40	6.17	5.45	4.95	7.34	3.54	1.94	3.16	2.73	2.91	2.32
Biais (1)	7.73	1.03	0.53	-0.02	-0.22	0.27	-0.21	-0.19	-0.03	-0.27	0.11
Aplat. (1)	64.00	1.35	-0.14	0.17	-0.20	-0.38	-0.21	-0.03	-0.12	-0.19	-0.53

Dans ce cas,  $r_d$  et  $\lambda$  sont significativement différents de zéro. Les facteurs d'actualisation associés aux deux  $r_d$ 's estimés sont égaux à 0.0051 avec une précision de 4 décimales, mais avec une plus grande précision ils sont nettement différents : 0.0050586679009816 en (1) contre 0.0050686292399084 en (2).

TABLE 3 – CESLA

Inflation											
	$r_d$	$\lambda$	$x0(1)$	$x0(2)$	$x0(3)$	$x0(4)$	$x0(5)$	$x0(6)$	$x0(7)$	$x0(8)$	$x0(9)$
Estim.(1)	1000130.0	3.20	1.99	1.98	2.17	1.98	1.99	1.99	2.01	1.99	1.99
Estim.(2)	969203.0	3.60	1.97	2.00	2.19	1.93	1.99	2.00	2.00	1.99	1.99
pct2.5 (1)	134.0	2.8	1.82	1.96	2.16	1.80	1.82	1.84	1.84	1.84	1.98
pct97.5(1)	1165495.0	5.0	2.17	2.15	2.35	1.99	2.00	2.01	2.02	2.00	2.00
Biais (1)	-4.29	0.51	0.03	2.02	2.60	-0.76	-4.27	-5.42	-5.64	-1.92	-0.38
Aplat. (1)	18.87	-0.22	0.22	4.16	5.04	-1.38	17.06	29.61	31.31	24.86	1.45

TABLE 4 – IPE

Inflation												
	$r_d$	$\lambda$	$x0(1)$	$x0(2)$	$x0(3)$	$x0(4)$	$x0(5)$	$x0(6)$	$x0(7)$	$x0(8)$	$x0(9)$	
Estim.(1)	11185684.0	14980463.4	2.25	2.40	2.75	2.70	2.54	2.59	2.56	2.81	2.47	
Estim.(2)	11695185.0	27571629.4	2.22	2.40	2.76	2.70	2.53	2.59	2.55	2.80	2.46	
pct2.5 (1)	3054826.0	117.6	1.59	2.19	2.47	2.59	2.47	2.39	2.51	2.68	2.30	
pct97.5(1)	20487605.0	50000000.0	2.79	2.62	3.06	2.81	2.59	2.79	2.60	2.93	2.59	
Biais (1)	6.82	-0.21	-0.11	0.01	0.08	0.09	0.46	0.25	0.07	-0.02	-0.39	
Aplat. (1)	80.67	-1.96	0.20	-0.10	-0.13	-0.18	0.34	0.22	0.20	-0.10	0.08	

## V Conclusions

On peut voir que les deux ‘prévisionnistes professionnels’ ont des taux d’actualisation élevés  $r_d$  (faibles facteurs d’actualisation  $\delta$ ). Cependant, alors qu’Apoyo Consultants valorise trop la douceur de ses prévisions ( $\lambda$  très élevé), Scotiabank la valorise beaucoup moins en termes de précision de ses prévisions.

Bien que d’autres estimations d’inflation individuelles puissent être ajoutées (dans la mesure où le temps de calcul le permet), on peut voir qu’il existe une hétérogénéité pour  $r_d$  (correspondant,  $\delta$ ) et  $\lambda$ . Déterminer quels ‘prévisionnistes professionnels’ valorisent la lissage de leurs prévisions de manière équilibrée par rapport à l’exactitude de leurs prévisions (comme c’est le cas de Scotiabank) peut favoriser la construction d’un modèle plus complexe qui intègre des effets de réseau dans la formation de ces prévisions annoncées (anticipations).

## Références

- Andrade, Philippe & Herve Le Bihan (2013) Inattentive Professional Forecasters, *Journal of Monetary Economics*, 60(8), 967-982.
- Batchelor, Roy (2007) Bias in Macroeconomic Forecasts, *International Journal of Forecasting*, 23(2), 189-203.
- Bennett, Paul; In Sun Geoum & David Laster (1999) Rational Bias in Macroeconomic Forecasts, *Quarterly Journal of Economics*, 114(1), 293-318.
- Cameron, Colin & Pravin Trivedi (2005) *Microeconometrics : Methods and Applications*, Cambridge University Press.
- Christiano, Lawrence; Martin Eichenbaum & Charlie Evans (2005) Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy, *Journal of Political Economy*, 113(1), 1-45.
- Coibion, Olivier & Yuriy Gorodnichenko (2015) Information Rigidity and the Expectations Formation Process : A Simple Framework and New Facts, *American Economic Review*, 105(8), 2644-2678.
- Ehrbeck, Tilman & Robert Waldman (1996) Why Are Professional Forecasters Biased? Agency versus Behavioral Explanations, *Quarterly Journal of Economics*, 111(1), 21-40 (febrero).
- Gramlich, Edward (1983) Models of inflation expectations formation : A comparison of household and economist forecasts, *Journal of Money, Credit and Banking*, 15(2), 155-173.
- Jain, Monica (2012) *Measuring Forecasters' Perceptions on Inflation Persistence*, PhD Thesis, Department of Economics, Queen's University, Kingston, Ontario, Canadá.
- Jain, Monica (2018) *Sluggish Forecasts*, Bank of Canada Staff Working Papers 2018-39 (Agosto).
- Mankiw, Gregory; Ricardo Reis & Justin Wolfers (2004) Disagreement about Inflation Expectations, *NBER Macroeconomics Annual 2003*, 18, 209-270.
- Mertens, Elmar & James Nason (2015) *Inflation and Professional Forecast Dynamics : An Evaluation of Stickiness, Persistence and Volatility*, BIS Working Papers No. 713, Bank for International Settlements.
- Nodhaus, William (1987) Forecasting Efficiency : Concepts and Applications, *Review of Economics and Statistics*, 69(4), 667-674.
- Smets, Frank & Raf Wouters (2003) An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area, *Journal of the European Economic Association*, 1(5), 1123-1175 (setiembre).