Bayesian estimation of a new Keynesian stochastic dynamic general equilibrium model with rules of fiscal and monetary policy for Mexico

Vergara-Pérez, Sami D. and Venegas-Martínez, Francisco

Instituto Politécnico Nacional, México, Instituto Politécnico Nacional, México

25 November 2022

Estimación bayesiana de un modelo dinámico estocástico nuevo keynesiano de equilibrio general con reglas de política fiscal y monetaria para México

(Bayesian Estimation of a New Keynesian Stochastic Dynamic General Equilibrium Model with Rules of Fiscal and Monetary Policy for Mexico)

Sami Deivis Vergara Pérez
Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional, México
samideivisvp@gmail.com

Francisco Venegas-Martínez
Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional, México
fvenegas1111@yahoo.com.mx

Abstract

Empirical evidence for Mexico suggests that markets are not always perfect and complete since there are nominal rigidities and the public sector does not always displace the private sector. For this reason, a Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) model is used with the following assumptions: 1) monopolistic competition in the goods and labor markets, 2) non-Ricardian consumers, 3) rigid prices and wages, and 5) the role of government in the economy is driven by fiscal and monetary policy rules. We develop a system of nonlinear equilibrium equations to obtain the steady state of the economy through a linear approximation to the long-term trend. From the reduced form solution of the linear structural model, the corresponding state space system is formulated to evaluate the likelihood function associated with the Kalman filter. Once the prior distribution of the structural parameters is provided, the posterior distribution is obtained from Bayes' theorem. In this way, the Random Walk Metropolis-Hastings (RWMH) algorithm is implemented to obtain simulated samples in Markov chains from the posterior distribution. A statistical inference is made about the structural parameters. With the above, the theoretical model shows the insufficiency of aggregate demand, involuntary unemployment and the rejection of full compliance with Ricardian equivalence. We find empirical evidence in favor of price stability, the displacement effect of private spending due to the public deficit, and the non-neutrality of fiscal and monetary policies. Finally, we find evidence on the unsustainability of public debt for the Mexican economy

JEL Classification: G50, C11, B22
Keywords: general equilibrium, Bayesian analysis, macroeconomic models, Mexican economy

Resumen

La evidencia empírica para México sugiere que los mercados no siempre son perfectos y completos ya que existen rigideces nominales y el sector público no siempre desplaza al sector privado. Por esta razón, se utiliza un modelo de Equilibrio General Estocástico Dinámico (EGED) con los siguientes supuestos: 1) competencia monopolística en los mercados de bienes y de trabajo, 2) consumidores no Ricardianos, 3) precios y salarios rígidos, y 5) el papel del gobierno en la economía está impulsada por las reglas de política fiscal y monetaria. Desarrollamos un sistema de ecuaciones de equilibrio no lineal para obtener el estado estacionario de la economía mediante una aproximación lineal a la tendencia de largo plazo. A partir de la solución en forma reducida del modelo estructural lineal, se formula el correspondiente sistema de espacio de estados para evaluar la función de verosimilitud asociada al filtro de Kalman. Una vez proporcionada la distribución previa de los parámetros estructurales, se obtiene la distribución posterior a partir del teorema de Bayes. De esta forma, se implementa el algoritmo Random Walk Metropolis-Hastings (RWMH) para obtener muestras simuladas en cadenas de Markov a partir de la distribución posterior. Se hace una inferencia estadística sobre los parámetros estructurales. Con lo anterior, el modelo teórico muestra la insuficiencia de la demanda agregada, el desempleo involuntario y el rechazo al pleno cumplimiento de la equivalencia Ricardiana. Encontramos evidencia empírica a favor de la estabilidad de precios, el efecto desplazamiento del gasto privado por el déficit público y la no neutralidad de las políticas fiscal y monetaria. Finalmente, encontramos evidencia sobre la insostenibilidad de la deuda pública para la economía mexicana

Clasificación JEL: G50, C11, B22
Palabras clave; equilibrium general, análisis bayesiano, modelos macroeconómicos, economía mexicana

Introducción

En economía, el bienestar y la eficiencia son algunos de los fines primordiales que los agentes económicos siempre buscan alcanzar; sin embargo, la capacidad de las decisiones que se toman para garantizar la satisfacción de un amplio número de sectores se ve afectada por los fenómenos económicos que se presentan y que nadie puede prevenir. Ante esto, y en general, las fuerzas del mercado no son suficientes para estabilizar fluctuaciones económicas no deseadas por sí solas, por lo que la intervención de las autoridades gubernamentales a través de reglas o instrumentos de política económica en la actividad económica real se vuelve necesaria para estabilizar los niveles agregados, generar crecimiento económico y, por lo tanto, mejorar el nivel de vida de la sociedad.

La teoría del ciclo económico ha sido uno de los principales desarrollos ideológicos de la macroeconomía tradicional y moderna en la que los modelos de equilibrio general han evolucionado, yendo desde modelos estáticos y deterministas hasta modelos dinámicos y estocásticos. El grado en el que los modelos macroeconómicos implementados ayudan a explicar de una forma más realista los fenómenos macroeconómicos que se presentan depende, en gran medida, de los supuestos fundamentales sobre los que se construyan. Si bien, las diferentes corrientes de pensamiento económico han surgido por la construcción y aceptación de sus supuestos, en la actualidad, las herramientas metodológicas de las que dispone la macroeconomía se fundamentan en combinar algunos de los supuestos más realistas de las teorías neoclásicas y neokeynesianas. Así pues, bajo este nuevo enfoque del consenso de la macroeconomía moderna, los modelos se construyen a base de microfundamentos teóricos y pueden ser utilizados en el análisis de la política económica de forma mucho más eficaz.

En esta investigación se responden cuestiones de interés, entre las cuales se encuentran aquellas que tienen que ver con los grados y tipos de imperfección en los mercados de bienes, trabajo y financieros en términos de la demanda agregada, el desempleo y el consumo, respectivamente, que resultan de considerar mercados imperfectos y rigideces nominales en los dos primeros mercados y mercados incompletos en el último. Específicamente, se comprueba si la demanda agregada es insuficiente a la oferta agregada cuando existen empresas en competencia monopolística que ajustan sus precios rígidamente en el mercado de bienes, si existe desempleo involuntario después de considerar sindicatos en competencia monopolística que ajustan sus salarios rígidamente en el mercado de trabajo, y si es el ingreso actual, en lugar del ingreso permanente, el que determina en mayor medida el consumo privado presente cuando cierta proporción de los consumidores no tienen acceso a los mercados financieros.

De igual forma, se indaga sobre el efecto de las decisiones de política fiscal y monetaria sobre la actividad económica real dados los grados y tipos de imperfecciones inherentes a los mercados de bienes, trabajo y financieros. En concreto, se aborda la interacción entre las políticas fiscal y monetaria con respecto al fortalecimiento del crecimiento económico, la estabilización del ciclo económico, el combate a la inflación, la sostenibilidad de la deuda pública y las finanzas públicas sanas (la consolidación fiscal, proveniente de estas dos últimas); se analiza el impacto que tiene la expansión del gasto público y el recorte de impuestos por la autoridad fiscal sobre la producción, el empleo, la tasa de interés, la inflación, los salarios y la deuda pública; se estudian las respuestas que experimentan el consumo y la inversión privados ante una política fiscal expansiva en términos de la magnitud y sentido del efecto de desplazamiento o *crowding out* que tiene el déficit público sobre el gasto privado; se investigan las consecuencias que resultan del ajuste la tasa de interés por la autoridad monetaria luego de que se presenta una política fiscal expansiva y, en este sentido, se examina cómo debe ser la interacción entre las políticas fiscal y monetaria para garantizar la estabilidad de precios y la consolidación fiscal.

En resumen, se busca verificar si la demanda agregada es insuficiente a la oferta agregada y, con ello, si la demanda agregada define la situación de la economía en el largo plazo; si no se cumple la relación marginal de sustitución y, por tanto, el desempleo es involuntario; si el pleno cumplimiento de la hipótesis del ingreso permanente significa el completo cumplimiento de la equivalencia ricardiana; si las políticas fiscal y monetaria son eficaces para mejorar el crecimiento económico y, por ende, no son neutrales a la economía real; si el efecto de desplazamiento del sector privado por parte del sector público prevalece y es significativo; y si se cumplen con los objetivos de estabilidad de precios y consolidación fiscal cuando las políticas fiscal y monetaria interactúan simultáneamente. Todo lo anterior, bajo un contexto económico donde predominan empresas y sindicatos en competencia monopolística, los precios y salarios se ajustan rígidamente, y los consumidores ricardianos no tienen acceso a la liquidez.

Es así que se implementa un modelo NKDSGE y, con ayuda de herramientas matemáticas, como el método de Uhlig (1995) y el teorema de Taylor, se aproxima linealmente el sistema de ecuaciones de equilibrio alrededor del estado estable o tendencia de largo plazo del dispositivo macroeconómico. Linealizado el modelo NKDSGE, se resuelve el sistema de ecuaciones estructurales o simultáneas en la clase de modelos dinámicos estocásticos no lineales de tiempo discreto, tomando como referencia el método de coeficientes indeterminados de Uhlig (1995). De esta manera, se utiliza la solución en forma reducida para construir la representación sistema espacio-estado del modelo a estimar, lo que hace posible aproximar numéricamente la función de verosimilitud asociada al modelo aplicando el algoritmo del filtro de Kalman. Posteriormente, se establece la función de distribución *a priori* de los parámetros estructurales y con base en la información proporcionada por los datos, se ejecuta el algoritmo RWMH, pues del teorema de Bayes se concluye que la función de distribución *a posteriori* es directamente proporcional al producto de las funciones de verosimilitud y de distribución *a priori*. Finalmente, se lleva a cabo la inferencia bayesiana al estimar los diferentes momentos estadísticos de interés de los parámetros estructurales a partir de las cadenas de Markov simuladas por el algoritmo RWMH.

Es así que se comprueban los siguientes resultados. Del modelo teórico se tiene que la demanda agregada es insuficiente, por lo que es el objetivo principal de la políticas monetaria y fiscal para incentivar la producción; se tiene una brecha entre el salario real y la tasa margina de sustitución consumo-trabajo que origina desempleo involuntario; la equivalencia ricardiana no se satisface plenamente porque la hipótesis del ingreso permanente solo se cumple parcialmente. Una vez estimado el modelo para el caso de México, se comprueba que hay un efecto de desplazamiento tanto de la inversión como del consumo agregado privados, que la política monetaria cumple con la estabilidad de precios pero la política fiscal no satisface la condición de sostenibilidad de la deuda pública, y que ambos tipos de política económica son no neutrales a la economía real. Finalmente, bajo una propuesta que combina ciertos ajustes en los parámetros de las reglas de política fiscal y monetaria con el resto de parámetros estimados, se constata que ambas reglas de política no son neutrales a la economía real puesto que son efectivas para estimular el crecimiento económico; que la expansión del gasto público y el recorte de impuestos impactan positivamente en el consumo agregado pero tienen un efecto *crowding out* en la inversión privada; y que bajo una política monetaria activa, la política fiscal debe ser configurada como pasiva a fin de garantizar la estabilidad de precios y la consolidación fiscal.

La forma de proceder es la siguiente. En el capítulo 1, se da una breve descripción de la historia del pensamiento económico, destacando primordialmente los antecedentes, supuestos y aportaciones más importantes de la escuela neoclásica o síntesis clásica-marginalista, como los que culminan en la neutralidad de la política económica; así como los característicos de la revolución keynesiana o macroeconomía keynesiana, como los que recaen en la no neutralidad de la política económica. En el capítulo 2, se construye el modelo NKDSGE, combinando rasgos propios tanto de la corriente RBC como del pensamiento nuevo keynesiano. En el capítulo 3, se da a conocer la metodología estadística para la estimación del modelo, resaltando principalmente los fundamentos de la inferencia bayesiana. Se dan también las conclusiones, tablas y gráficas en los apartados finales del documento.

Capítulo 1

Teoría macroeconómica

1.1. Escuela neoclásica

Primero que nada, se hace un breve recuento histórico de los principales exponentes de la escuela neoclásica así como también de sus aportaciones más importantes y trascendentes, con lo que los supuestos del modelo macroeconómico de la corriente de pensamiento quedarán mejor entendidos. Se procede retomando a Márquez Aldana y Silva Ruiz (2008) y Romero Sotelo (2000), de tal forma que, a modo de síntesis, se presentan los cimientos que conforman la base de la escuela neoclásica.

La Revolución Industrial llevó a Inglaterra a convertirse en líder mundial de la industria en el siglo XVIII. Ese fue el detonante del surgimiento de la *escuela clásica*, corriente de pensamiento económico que se sostuvo, específicamente, entre los años 1776 y 1870. Dentro de sus máximos exponentes se encuentran los siguientes. El escocés Adam Smith (1723-1790); autor de *Una investigación sobre la naturaleza y causas de la riqueza de las naciones* en 1776; utilizó el concepto de la "mano invisible" para promover el interés individual y el libre mercado, que culminan en el bienestar social; formuló una teoría del valor basada en el trabajo, su costo y su división; abordó la teoría de la distribución del ingreso con base en las clases sociales. El inglés Jeremy Bentham (1748-1832); autor de *Introducción a los principios de la moral y la legislación* en 1789; propuso el utilitarismo hedonista[1] desde un enfoque cuantitativo. El inglés Thomas Robert Malthus (1766-1834); autor de *Un ensayo sobre el principio de la población* en 1798; contrastó con la idea de que el crecimiento de la población impulsaba el crecimiento

[1] La mayor utilidad para el mayor número es la única norma moral.

económico; se ocupó de la teoría de la escasez desde el crecimiento de la población y de los alimentos. El francés Jean Baptiste Say (1767-1832); autor de *Tratado de economía poítica* en 1803; postuló la ley de Say o ley de los mercados, en la que se le atribuye que “la oferta crea su propia demanda”, “los productos se intercambian por otros productos” y el dinero es un mero intermediario en las transacciones. El inglés David Ricardo (1772-1823); autor de *Principios de economía política y tributación* en 1817; defensor del comercio internacional; desarrolló el principio de la ventaja comparativa. El escocés John Stuart Mill (1806-1873); autor de *Principios de economía política* en 1848; partidario del utilitarismo hedonista, pero desde una perspectiva cualitativa y subjetiva[2]; defensor de la libertad individual de responsabilidad social.

En cuanto a la *escuela neoclásica* se refiere, esta fue una corriente de pensamiento económico que tuvo lugar, concretamente, entre 1870 y 1930, cuya formación teórica se basaba principalmente en el análisis marginal[3] y el equilibrio general. Dentro de sus principales precursores se encuentran el francés Antoine Augustin Cournot (1801-1877), autor de *Investigaciones acerca de los principios matemáticos de la teoría de las riquezas* en 1838, quien estudió la competencia imperfecta, en particular el oligopolio; y el alemán Herman Heinrich Gossen (1810-1858), autor de *Desarrollo de las leyes del intercambio entre los hombres* en 1854, quien formuló la teoría de la utilidad marginal a partir de las leyes de utilidad marginal y equimarginalidad, con base en la ley de utilidad decreciente. Los fundadores de la escuela neoclásica son el francés Léon Walras (1834-1910), autor de *Elementos de economía política pura* en 1874, representante de la escuela de Lausana, quien fue fundador del modelo de equilibrio general[4], postuló la ley de Walras, y desarrolló la teoría de la utilidad marginal; el inglés William Stanley Jevons (1835-1882), autor de *Teoría de la economía política* en 1871, quien contribuyó a la teoría de la utilidad marginal, usó las matemáticas y la estadística para trascender la economía de la exposición teórica a las pruebas empíricas, sugirió una cadena de causación en la que el costo de producción determina el valor del trabajo, no estaba de acuerdo con el conflicto de clases sociales, y le dio importancia la política económica; el austriaco Carl Menger (1840-1921), autor de *Principios de economía* en 1871, fundador de la escuela austriaca, quien clasificó los bienes, explicó que el valor de los bienes depende de las necesidades de los individuos, definió el dinero como medio de cambio en las transacciones y cuantificador del valor; el inglés Alfred Marshall (1842-1924), autor de *Principios de economía* en 1890, máximo exponente de la escuela inglesa, quien introdujo el tiempo (el corto y largo plazos) a la economía, se concentró en el equilibrio parcial *ceteris paribus*, se le atribuye la “tijera marshalliana” para representar la oferta y la demanda, y abordó los con-

[2]Contrariamente a J. Bentham, quién abordó el utilitarismo desde una perspectiva cuantitativa.

[3]Proveniente del Cálculo.

[4]El modelo de equilibrio general se fundamentaba en el agente representativo, con preferencias determinadas, informados y racionales; en la competencia perfecta; y en la existencia de un subastador ficticio.

ceptos de elasticidad precio de la demanda, excedente del consumidor y del productor, efecto sustitución, efecto ingreso, cuasi-renta, economía interna y externa. En cuanto a la economía del bienestar destacan el irlandés Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926), autor de *Psíquica matemática: un ensayo sobre la aplicación de las matemáticas a las ciencias morales* en 1881, cuya a aportación principal fue la caja de Edgeworth; el italiano Vilfredo Pareto (1848-1923), autor de *Manual de economía política* en 1906, quien abarcó la eficiencia u optimalidad del mercado al incorporar el principio de Pareto a la teoría del equilibrio general; y el inglés Arthur Cecil Pigou (1877-1959), autor de *Economía del bienestar* en 1920, quién se centró en las externalidades y los impuestos pigouvianos para corregirlas.

La teoría neoclásica, pero más precisamente el término neoclasicismo, se sustenta y define con base en las características de uso más aceptado por parte de los historiadores del pensamiento, de acuerdo con Colander (2000):

1. Se centra en el estudio de la asignación de recursos en un momento determinado, con fundamento en la definición de economía del inglés Lionel Charles Robbins.
2. Acepta alguna variación del utilitarismo en la modelación de los agentes o de la economía, la cual se centra en la teoría de la demanda y la elección subjetiva[5].
3. Utiliza el análisis marginal como herramienta principal, especialmente extiende los *tradeoffs* de cálculo a la economía.
4. Asume racionalidad perfecta o casi perfecta: la racionalidad es consistente con la maximización restringida.
5. Acepta el individualismo metodológico: se parte de la racionalidad individual y el mercado la transforma en racionalidad social.
6. Es una teoría estructurada alrededor de un concepto de equilibrio, que bien puede ser general (walrasiano) o bien, parcial (marshalliano)[6]. En cualquier caso, lo importante es una concepción general de equilibrio único.

Esta mismas características son resaltadas por Lozano y Moreno (2018), quienes toman este marco de referencia para esclarecer la definición neoclásica tomando en cuenta la teoría económica, más no el campo de la política económica.

[5]Una variante además posible es la del utilitarismo hedonista propuesto por J. Bentham.

[6]Colander (2000) explica que Schumpeter ([1954] 2015) define la economía neoclásica centrándose únicamente en el equilibrio general, o walrasiano, más no en el equilibrio parcial, o marshalliano.

Aunado a lo anterior, se presenta también una lista de hipótesis y resultados específicos que complementan la concepción de la economía por la escuela neoclásica, retomando principalmente a Romero Sotelo (2000), Márquez Aldana y Silva Ruiz (2008), Argoti Chamorro (2013) y Cataño (2004).

1. Con respecto a la conducta de los agentes económicos:

   1.1. El agente representativo toma decisiones racionales: el consumidor y la empresa maximizan utilidad y beneficios, respectivamente, bajo restricciones asociadas a cada agente, tanto por el sistema económico como físico. En otras palabras, los modelos se fundamentan microeconómicamente.

   1.2. La información es perfecta. Por un lado, la información es completa, porque los individuos no son vulnerables a la ilusión monetaria, es decir, toman sus decisiones con base en las variables reales, más no en las nominales; y tienen previsión perfecta, es decir, predicen el futuro sin ningún margen de error, o, dese la perspectiva de las expectativas, se dice son estáticas. Por otro lado, la información es simétrica, ya que es suficiente e idéntica para todos los agentes[7]. Este supuesto implica ausencia de incertidumbre[8].

   1.3. Impera la teoría cuantitativa del dinero. La única finalidad del dinero es la de ser utilizado para facilitar las transacciones, como medio de pago o cambio y unidad de cuenta; su funcionalidad no es la de reserva de valor.

   1.4. El efecto riqueza se explica por el efecto Pigou: cambios en los precios afectan la demanda de saldo real; cambiando la riqueza; con ello el consumo; y, finalmente, la demanda agregada.

2. Con base en la estructura de los mercados:

   2.1. Los sistemas de precios y salarios son flexibles y endógenos, por lo que conforman el mecanismo de ajuste de la economía que asegura su tendencia rápida y automática hacia el equilibrio.

   2.2. Los mercados son de competencia perfecta: el equilibrio es un óptimo de Pareto, es decir, no es posible redistribuir los recursos de tal forma que al menos un individuo mejore y ninguno empeore.

   2.3. Se satisface la ley de Say o ley de los mercados: la producción genera una demanda agregada realmente gastada, suficiente para comprar toda la oferta; por lo tanto,

[7] La selección adversa y el riesgo moral no suceden.

[8] Ante la la existencia de mercados impredecibles, como los financieros, la incertidumbre puede ser reducida mediante la diversificación del riesgo, los mercados completos (de seguros), y el arbitraje. De esa manera, cualquier movimiento de precios quedaría justificado, desestimando la especulación.

nunca podría existir una sobreproducción generalizada. En este sentido, los productos se intercambian por otros productos, en última instancia, por lo que el dinero solo es un mero intermediario.

2.4. Es cierta la ley de Walras: los mercados se vacían completamente, es decir, la suma de la oferta agregada es igual a la suma de la demanda agregada en todos los mercados, teniendo en cuenta los precios y en un sistema económico estático.

2.5. La curva de demanda agregada deduce del equilibrio del mercado de dinero, y del efecto Pigou. La curva de oferta agregada se asume perfectamente inelástica (vertical), al nivel de la producción potencial.

2.6. La economía es cerrada, en ella no existe incertidumbre, tiende a un único equilibrio general y es estática en el largo plazo; es decir, se prescinde del comercio internacional, el modelo es determinista, los agentes se interrelacionan simultáneamente, y todas las decisiones se toman en el momento presente, respectivamente, en el largo plazo.

3. Considerando los supuestos metodológicos:

   3.1. Se acepta el individualismo, el instrumentalismo y el equilibrio metodológicos: la explicación socioeconómica debe buscarse al nivel del agente individual, los agentes se guían por la satisfacción de sus preferencias, y el equilibrio es el estado natural, o de largo plazo, de la economía, respectivamente.

   3.2. La metodología debe ser inductiva, es decir, el análisis debe hacerse de lo particular a lo general, o bien desde el enfoque de la microeconomía.

   3.3. El modelo económico debe plantearse a partir de un sistema de ecuaciones bien definido y determinado el cual se resuelva recursiva o secuencialmente por el lado de la oferta, derivando de aquí las condiciones de otras estructuras económicas (mercados).

4. En cuanto a los resultados del modelo:

   4.1. Se da la dicotomía clásica, una conclusión en la cual se verifica que no existe relación vinculante entre los mercados reales y nominal, es decir, las variables reales y nominales se determinan independientemente.

   4.2. El dinero es neutral; o bien, las variaciones en la cantidad de dinero de ninguna manera trascienden a variaciones en las variables reales de la economía.

   4.3. Las políticas fiscal y monetaria en ningún caso son relevantes ni un mecanismo estabilizador para la economía real; sino que, más bien, su aplicación resulta ineficaz. Por tanto, se está a favor del libre mercado, en lugar de la intervención del gobierno.

Con base en todas las suposiciones y resultados anteriores se resumen a continuación las relaciones que caracterizan el equilibrio neoclásico; como Vélez Echavarría (1985), Mendoza Bellido (2013) y Scarth (2014), se hace una presentación como en los libros de texto más conocidos y desde el enfoque IS-LM con mercado de trabajo de del inglés John Richard Hicks (1904-1989), el estadounidense Alvin Hansen (1887-1975) y el italoestadounidense Franco Modigliani (1918-2003). A saber:

1. La función de producción neoclásica: que satisface las condiciones de Inada, que presenta rendimientos constantes a escala, y de productividades marginales positivas y decrecientes.

2. La igualdad entre el salario real y el producto marginal del trabajo, o bien la demanda de trabajo.

3. La equivalencia entre la utilidad del salario real con la desutilidad del trabajo, es decir, la oferta de trabajo.

4. La función de consumo, que lo explica dependiente positivamente del ingreso disponible y negativamente de la tasa de interés.

5. La función de inversión, que la explica inversamente proporcional a la tasa de interés.

6. La definición de ahorro, que lo establece dependiente directamente del ingreso y la tasa de interés, en última instancia.

7. La igualdad entre inversión y ahorro, donde la producción se relaciona inversamente con la tasa de interés, en última instancia; o bien, el equilibrio del mercado de bienes.

8. La ecuación de Cambridge, en la que la demanda de dinero, creciente con el ingreso nominal, y la oferta de dinero, determinada por la autoridad monetaria de forma discrecional, se igualan; o bien, la condición de equilibrio del mercado de dinero.

En este conjunto de relaciones el gasto gubernamental, el impuesto sobre la renta, la oferta monetaria y el *stock* de capital se asumen como dados. Estas relaciones se muestran en el sistema de ecuaciones de la tabla 1.1, donde se integran también las principales condiciones neoclásicas.

Tabla 1.1: Modelo neoclásico

Ecuación	Descripción
$Y = F(K_0, N)$	Función de producción
$W/P = F_N(K_0, N)$	Demanda de trabajo
$-U_N(C,N)/U_C(C,N) = W/P$	Oferta de trabajo
$C = C((1-t_0)Y, r)$	Función de consumo
$I = I(r)$	Función de inversión
$S = Y - C - G_0$	Definición del ahorro
$I = S$	Equilibrio del mercado de bienes
$M_0/P = kY$	Equilibrio del mercado de dinero

Notas:

1. Principio: ley de Say.
2. Horizonte temporal: largo plazo.
3. Precios y salarios: flexibles.
4. Teoría monetaria: teoría cuantitativa del dinero (ecuación de Cambridge).
5. Tasa de interés: real.
6. Información perfecta: ausencia de ilusión monetaria y previsión perfecta.
7. Desempleo: voluntario.
8. Equilibrio: walrasiano.
9. Efecto riqueza: efecto Pigou.
10. Curvas de oferta y demanda agregadas: vertical y de pendiente negativa, por efecto Pigou; respectivamente.
11. Solución: recursividad por la oferta.
12. Metodología: microeconómica (inductiva).
13. Dicotomía clásica: sí.
14. Neutralidad del dinero: sí.
15. Políticas fiscal y monetaria: ineficaces.
16. Variables endógenas: Y, N, C, I, S, r (reales) y P, W (nominales).
17. Variables exógneas: K_0; G_0, t_0 (autoridad fiscal); y M_0 (autoridad monetaria).
18. Parámetros y restricciones: $0 < C_Y, t_0 < 1$; $Y, N, C, I, S, r, P, W, F_{K_0}, F_N, F_{K_0N}, U_C, C_Y, k > 0$; $F_{K_0K_0}, F_{NN}, U_{CC}, U_N, U_{NN}, C_r, I_r < 0$; y $F_{K_0N} = F_{NK_0}$;.

En la tabla 1.1 se proporciona un sistema de ocho ecuaciones y ocho incógnitas. Se encuentran ocho variables endógenas: la producción, Y, el empleo, N, el consumo, C, la inversión, I, el ahorro, S, los precios, P, el salario nominal, W, y la tasa de interés real, r; y cuatro variables exógenas: el *stock* de capital, K_0, la oferta monetaria, M_0, el gasto gubernamental, G_0, y el impuesto sobre la renta, t_0. El modelo neoclásico que se resume, como se mencionó, es interpretado desde la perspectiva del modelo IS-LM con mercado de trabajo. En este sentido, la curva de oferta agregada se determina por el equilibrio del mercado de trabajo, a través de la función de producción; mientras que la demanda agregada, por el equilibrio IS-LM, en el que la curva LM es completamente vertical, o bien por el equilibrio del mercado de dinero. Además, se observa que el modelo se resuelve recursivamente por el lado de la oferta, lo que es consistente con la ley de Say; de esta manera, es el mercado de trabajo el que establece las condiciones de los mercados de bienes y dinero.

A continuación se aborda la ley de Say, la teoría cuantitativa del dinero y los mercados de trabajo, bienes y capital, y se procede retomando a Kicillof (2010), pues da un perfecto tratamiento en cadena causal en lo que se refiere a la explicación del sistema económico clásico-marginalista, lo que aquí se nombra por teoría neoclásica.

1.1.1. Teoría cuantitativa del dinero y ley de Say

Para A. Marshall, el oro se acepta como dinero y, por ende, el dinero no es más que una mercancía cualquiera, la cual cuenta con un precio de mercado dado por la utilidad marginal. Él consideró que los precios, los salarios y las ganancias siempre se expresan en unidades monetarias, en tanto que el dinero carece de efectos reales, es decir, es "neutral". Dos supuestos son fundamentales en la teoría monetaria marshalliana: 1) los valores de las mercancías se miden en dinero cuyo valor, a su vez, es constante; y 2) si el valor de una mercancía se toma constante, los valores de todas las restantes también permanecen constantes. En otras palabras, al analizar el precio de un bien (en equilibrio parcial), el dinero representa todos los demás bienes cuyos precios también se asumen constantes. Así pues, el dinero es un bien más tal que su único propósito es el de fungir como unidad de medida del valor, mientras que su poder adquisitivo permanece constante.

No obstante, A. Marshall reconoció que además de que el dinero sirve como unidad de cuenta, hay una segunda función inherente a este: el servir como medio de cambio. Al descubrir que el oro podía ser remplazado por billetes inconvertibles entonces, decía, el valor del dinero pasaría a determinarse por la cantidad de billetes en circulación, un monto fijado exógenamente por la autoridad monetaria y el sistema bancario. Es así que A. Marshall adopta la teoría cuantitativa del dinero, según la cual variaciones de la cantidad de dinero repercuten exclusivamente en modificaciones directamente proporcionales de los precios, toda vez que la velocidad de circulación y el volumen de la producción se mantienen constantes.

En la teoría neoclásica no existe otro motivo para demandar dinero que no sea por intercambio de bienes. A este respecto, según la ley de los mercados[9] "los productos se intercambian por otros productos", es decir, el dinero es un mero intermediario en las transacciones. Entonces, la ley de Say y la neutralidad del dinero conforman las dos caras de una misma moneda. A. Marshall está de acuerdo con que la ley de Say es una ley general que gobierna el sistema económico: "la oferta crea su propia demanda". Solamente hay cabida para dos posibles discrepancias entre la oferta y demanda. La primera por errores de asignación de los

[9] Así también es conocida la ley de Say.

recursos y la segunda por falta de confianza. Así pues, nunca puede suceder que la demanda sea insuficiente a la oferta; más bien, la oferta siempre iguala la demanda y, asimismo, la demanda siempre se ajusta a la oferta; la economía funciona a la perfección, a lo que épocas de crisis se deben, generalmente, a los trabajadores organizados y a la intervención del gobierno.

Para reforzar la ley de Say, A. Marshall va más allá, describiendo cómo esta impera en todo el sistema económico, es decir, en los mercados de trabajo, bienes y capital. Efectivamente, si parte del ingreso que resulta de la producción, que a su vez viene del empleo, no se destina al gasto por consumo, no hay problema alguno, se destina al gasto por consumo futuro, es decir, pasa a constituir el gasto por inversión; en otras palabras, el ingreso que no se dedica al consumo, se ahorra, y el ahorro significa inversión. En resumen, por la ley de Say, la producción que no se consume, se invierte, de modo que los mecanismos mismos del mercado garantizan siempre una demanda para la oferta y viceversa.

1.1.2. Mercado de trabajo

Con base en la teoría neoclásica, el desempleo y la recesión son vistos como simples desequilibrios del sistema económico que bajo los mecanismos propios del mercado se corrigen automáticamente restableciendo el equilibrio de pleno empleo. En la teoría de A. Marshall, el desempleo se define como un exceso de oferta de trabajo en el mercado laboral. En el mercado laboral, la curva de oferta de trabajo representa la disposición a trabajar de los trabajadores siempre y cuando el salario real compense la desutilidad marginal del trabajo (el "primer postulado", como lo llama J. M. Keynes), mientras que la curva de demanda de trabajo refiere a la disposición a contratar de las empresas toda vez que el salario real sea igual a la productividad marginal del trabajo (el "segundo postulado"). Cuando todos los trabajadores que desean trabajar pueden hacerlo, es decir, cuando la oferta y la demanda de trabajo se igualan, el equilibrio del mercado laboral se dice es de pleno empleo. Así que el desempleo solamente existe cuando el salario real sobrepasa el salario real de equilibrio; es decir, es un estado de desequilibrio.

Si fuera que el salario real aumentara por encima del salario real de equilibrio, es decir, si el mercado de trabajo estuviera en desequilibrio y, por tanto, con desempleo, según la teoría marshalliana, el salario real descenderá naturalmente para restituir el equilibrio y, con ello, el pleno empleo. De manera que se deduce que el desempleo solamente puede persistir por fuerzas externas al sistema económico[10] que impiden que el salario real se ajuste libremente, o

[10]Tales como los monopolios, los sindicatos de trabajadores, las legislaciones laborales, la intervención del

bien que se torne "rígido". Más aun, no hay más culpables y responsables del desempleo y la recesión que los mismos trabajadores y el gobierno, pues con sindicatos y leyes se oponen a los recortes salariales impidiendo el ajuste del mercado hacia el pleno empleo. Es así que para los neoclásicos el desempleo es puramente "voluntario". En consecuencia, el pleno cumplimiento de la ley de Say en el mercado de trabajo requiere de la total flexibilidad del salario real.

1.1.3. Mercado de bienes

Otra posible causa de la desocupación es la resistencia de las empresas a contratar más trabajadores, pues si supieran que no se comprará la producción adicional asociada al nuevo empleo, se negarían a emplear más trabajadores. En este caso, la ley de Say interviene, ahora, en el mercado de bienes con la finalidad de resolver la situación temporal de desempleo. En efecto, en circunstancias de desempleo, un incremento de la producción desplaza hacia la derecha la curva de oferta agregada (en el corto plazo)[11], trayendo consigo y al mismo tiempo un aumento de la demanda agregada y un descenso de los precios. De esta manera, el pleno empleo del mercado de trabajo siempre puede reponerse debido a que el incremento de la producción siempre se acompaña de un aumento del consumo de igual proporción en el mercado de bienes; en otras palabras, "la oferta crea su propia demanda". Lo anterior requiere de la completa flexibilidad de los precios de cara con el pleno funcionamiento de la ley de Say.

Hasta este momento la cadena causal de la ley de Say en cuanto a los mercados de trabajo y bienes es como sigue: siempre que el empleo aumenta, por ende la producción también aumenta, pues el producto marginal del trabajo es positivo; en la medida que la producción crece, el ingreso asimismo crece, dado que la producción y el ingreso son indistintos; si mayor es el ingreso, entonces el consumo es mayor en la misma proporción, ya que el consumo es directamente proporcional al ingreso y todo lo que se vende se compra. Aquí, todo el ingreso se canaliza directa y totalmente a la demanda.

1.1.4. Mercado de capitales

Si por algún motivo, fuera que la demanda de bienes de consumo resultara insuficiente al incremento de la producción debido al incremento del empleo, es decir que el consumo creciera

gobierno.

[11] La teoría neoclásica sostiene que la ley de Say gobierna en el largo plazo, pero nada impide que funcione también en el corto plazo. De hecho, opera ante cualquier desperfecto en el corto plazo para restaurar el equilibrio de pleno empleo en el largo plazo (véase Kicillof, 2010).

menos que proporcionalmente que la producción, A. Marshall provee un mecanismo auxiliar de la ley de Say: el mercado de capital. Recuerde la definición de ahorro que dice que todo aquel ingreso que no se dedica al consumo se destina al ahorro; en tanto que en la teoría neoclásica, o bien el ingreso es absorbido completamente por el consumo, o bien se distribuye entre el consumo y el ahorro. En este sentido, si no se consume todo lo que se produce, en cambio se tiene un incremento del ahorro, por lo que la curva de oferta de capital, o bien de ahorro, se desplaza hacia la derecha; así que la tasa de interés desciende con el objetivo de hacer crecer la demanda de capital, es decir de inversión, y, por lo tanto, equilibrar nuevamente el mercado. Así pues, para la perfecta transmisión de la ley de Say en el mercado de capital es necesaria la plena flexibilidad de la tasa de interés.

Hasta este punto, el mecanismo de transmisión, o la cadena causal, que asegura el pleno cumplimiento de la ley de Say en el sistema económico, es decir en los mercados de trabajo, bienes y capital, es como se enuncia: aumentos del empleo conllevan aumentos de la producción; incrementos de la producción implican incrementos del ingreso; crecimientos del ingreso o bien elevan el consumo en la misma magnitud o bien se eleva el gasto en consumo e inversión en la misma magnitud. Por eso, nada de la producción quedará sin demandarse.

1.1.5. Políticas fiscal y monetaria

A continuación se analiza el efecto de las políticas fiscal y monetaria sobre las variables reales y, con ello, la eficacia de la intervención gubernamental en la economía. De hecho, como se verá, las políticas fiscal y monetaria resultan ineficaces a la economía real.

La política fiscal únicamente eleva la tasa de interés y la política monetaria solamente hace subir los precios. En este sentido, se comprueba la falta de conexión entre los mercados reales y el monetario, es decir, la dicotomía clásica. Este último resultado también se verifica por la ausencia de respuesta de las variables reales bajo cambios de la oferta monetaria, es decir, la neutralidad del dinero. Además, se observará que el efecto *crowding out* es completo. En definitiva, el libre mercado se impone a la intervención del gobierno para ajustar rápida y automáticamente la economía en la presencia de cualquier desperfecto, si lo hay, mediante la flexibilidad de los precios y salarios.

Al respecto, se procede como en Vélez Echavarría (1985). Se derivan explícita y formalmente los resultados por estática comparativa sobre las variables macroeconómicas más determinantes y relevantes que producen las variables de política. Se hará uso del modelo macroeconómico estándar y general que contempla los mercados de bienes, dinero y trabajo. En el modelo general, el consumo y la demanda de dinero dependerán, además, de la tasa de interés; y la oferta de trabajo, se escribirá en términos del salario nominal y los precios explícitamente.

1.1.5.1. Política fiscal

Se analiza matemáticamente el efecto total de la política fiscal sobre la economía. Para proceder así, a continuación se simplifica, a la vez que se generaliza, el modelo macroeconómico a partir del modelo IS-LM con mercado de trabajo de J. R. Hicks, A. Hansen y F. Modigliani. A saber:

$$Y = C((1-t_0)Y, i) + I(i) + G_0 \tag{1.1.1}$$
$$M_0 = L(PY, i) \tag{1.1.2}$$
$$Y = F(K_0, N) \tag{1.1.3}$$
$$W = PF_N(K_0, N) \tag{1.1.4}$$
$$W = \Phi(P, N) \tag{1.1.5}$$

donde por lo menos $0 < C_Y, t_0 < 1$; $Y, N, P, W, i, K_0, G_0, M_0, L_{PY}, F_N, \Phi_N > 0$; y $I_i, F_{NN} < 0$.[12] Aquí, L representa la demanda de dinero y Φ es una función en la oferta de trabajo.

Enseguida, del sistema 1.1.1-1.1.5 se diferencian parcialmente, aplicando la regla de la cadena, cada una de las ecuaciones con respecto al gasto gubernamental, G_0. De este modo, se obtiene

$$\alpha_K \frac{\partial Y}{\partial G_0} - (C_i + I_i)\frac{\partial i}{\partial G_0} = 1 \tag{1.1.6}$$
$$L_{PY}\left(P\frac{\partial Y}{\partial G_0} + Y\frac{\partial P}{\partial G_0}\right) + L_i\frac{\partial i}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.7}$$
$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} - F_N\frac{\partial N}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.8}$$
$$\frac{\partial W}{\partial G_0} - PF_{NN}\frac{\partial N}{\partial G_0} - F_N\frac{\partial P}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.9}$$
$$\frac{\partial W}{\partial G_0} - \Phi_P\frac{\partial P}{\partial G_0} - \Phi_N\frac{\partial N}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.10}$$

[12]Esto, porque los valores de L_i, Φ_P y C_i pueden cambiar, dependiendo de si el enfoque del modelo IS-LM con mercado de trabajo estándar es Keynesiano o neoclásico.

Inmediatamente, se escribe en forma matricial el sistema de ecuaciones 1.1.6-1.1.10, considerando las derivadas de las Y, N, P, W e i con respecto a G_0 como las incógnitas y el resto de factores en cada término como los parámetros:

$$\begin{bmatrix} \alpha_K & 0 & 0 & 0 & -C_i - I_i \\ L_{PY}P & 0 & L_{PY}Y & 0 & L_i \\ 1 & -F_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -PF_{NN} & -F_N & 1 & 0 \\ 0 & -\Phi_N & -\Phi_P & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial Y/\partial G_0 \\ \partial N/\partial G_0 \\ \partial P/\partial G_0 \\ \partial W/\partial G_0 \\ \partial i/\partial G_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.1.11}$$

La matriz de coeficientes es el jacobiano del sistema de ecuaciones. Como el determinante del jacobiano resulta ser no nulo si y solo si sus columnas son linealmente independientes, existe una única solución del sistema de ecuaciones 1.1.6-1.1.10.

De la ecuación matricial 1.1.11, se calcula el determinante del jacobiano y se lleva a cabo la regla de Cramer con el propósito de resolver para $\partial Y/\partial G_0$, $\partial N/\partial G_0$, $\partial P/\partial G_0$, $\partial W/\partial G_0$ y $\partial Y/\partial G_0$. De esta manera, se obtienen las expresiones generales que permiten mostrar el efecto total, si es que lo hay, de los cambios del gasto gubernamental sobre la producción, el empleo, los precios, el salario nominal y la tasa de interés. Así pues,

$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{F_N L_i(\Phi_P - F_N)}{\Omega} \tag{1.1.12}$$

$$\frac{\partial N}{\partial G_0} = \frac{L_i(\Phi_P - F_N)}{\Omega} \tag{1.1.13}$$

$$\frac{\partial P}{\partial G_0} = \frac{-L_i(\Phi_N - F_{NN}P)}{\Omega} \tag{1.1.14}$$

$$\frac{\partial W}{\partial G_0} = \frac{L_i(F_{NN}P\Phi_P - F_N\Phi_N)}{\Omega} \tag{1.1.15}$$

$$\frac{\partial i}{\partial G_0} = \frac{L_{PY}(\Phi_N - F_{NN}P)Y - F_N L_{PY}P(\Phi_P - F_N)}{\Omega} \tag{1.1.16}$$

donde Ω se define como el determinante del jacobiano; así que, $\Omega \equiv F_N L_i(\Phi_P - F_N)\alpha_K - (C_i + I_i)[L_{PY}Y(\Phi_N - F_{NN}P) - F_N L_{PY}P(\Phi_P - F_N)] > 0$, independientemente de los valores que tomen L_i, Φ_P y C_i ya sea en el enfoque neoclásico o en el keynesiano.

Puesto que la escuela neoclásica es partidaria de la teoría cuantitativa del dinero, la demanda de dinero es insensible a la tasa de interés, o sea $L_i = 0$. Además, los trabajadores no sufren de la ilusión monetaria, por lo que la oferta de trabajo depende, además del salario nominal, de los precios; es decir, del salario real; con lo que $\Phi_P \neq 0$. Más aun, en el equilibrio de pleno empleo, $\Phi = PF_N$, así que $\Phi_P = F_N$. También, como el consumo es inversamente proporcional a la tasa de interés, $C_i < 0$. En estas condiciones, $\Omega_{neo} \equiv -(C_i + I_i)[L_{PY}Y(\Phi_N -$

$F_{NN}P)] > 0$. A continuación se da una formalización de los efectos del gasto gubernamental en la economía:

$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.17}$$

$$\frac{\partial N}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.18}$$

$$\frac{\partial P}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.19}$$

$$\frac{\partial W}{\partial G_0} = 0 \tag{1.1.20}$$

$$\frac{\partial i}{\partial G_0} = \frac{L_{PY}(\Phi_N - F_{NN}P)Y}{\Omega_{neo}} > 0 \tag{1.1.21}$$

Se aprecia que el único efecto que tiene un incremento del gasto público sobre la economía es el de elevar la tasa de interés. Por lo tanto, la política fiscal es ineficaz para incentivar la producción y el empleo.

Bajo la condición 1.1.21, el gasto público expulsa el gasto privado a causa del efecto *crowding out*, pues incrementos del gasto gubernamental únicamente generan ascensos de la tasa de interés. En efecto,

$$\frac{\partial I}{\partial G_0} = I_i \frac{\partial i}{\partial G_0} = -\frac{I_i}{C_i + I_i} \Rightarrow -1 < \frac{\partial I}{\partial G_0} < 0 \tag{1.1.22}$$

dado que $I_i < 0$ y, como se acaba de ver, $\partial i/\partial G_0 > 0$. En vista de que el consumo es una función decreciente de la tasa de interés, el efecto desplazamiento de la inversión no es completo, pero la disminución del gasto en consumo privado que resulta del alza de la tasa de interés desplaza total y finalmente el gasto privado; lo que verifica que $\partial Y/\partial G_0 = 0$.

1.1.5.2. Política monetaria

Partiendo del sistema de ecuaciones 1.1.1-1.1.5, se diferencian parcialmente, con ayuda de la regla de la cadena, las funciones implícitas con respecto a la oferta monetaria, M_0. Esto resulta en lo siguiente:

$$\alpha_K \frac{\partial Y}{\partial M_0} - (C_i + I_i)\frac{\partial i}{\partial M_0} = 0 \tag{1.1.23}$$

$$L_{PY}\left(P\frac{\partial Y}{\partial M_0} + Y\frac{\partial P}{\partial M_0}\right) + L_i\frac{\partial i}{\partial M_0} = 1 \tag{1.1.24}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial M_0} - F_N \frac{\partial N}{\partial M_0} = 0 \tag{1.1.25}$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_0} - PF_{NN} \frac{\partial N}{\partial M_0} - F_N \frac{\partial P}{\partial M_0} = 0 \tag{1.1.26}$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_0} - \Phi_P \frac{\partial P}{\partial M_0} - \Phi_N \frac{\partial N}{\partial M_0} = 0 \tag{1.1.27}$$

Al asumir las derivadas como incógnitas y sus factores como coeficientes en 1.1.23-1.1.27, se tiene un sistema de ecuaciones linealmente independiente. Se procede a expresarlo en la ecuación matricial

$$\begin{bmatrix} \alpha_K & 0 & 0 & 0 & -C_i - I_i \\ L_{PY}P & 0 & L_{PY}Y & 0 & L_i \\ 1 & -F_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -PF_{NN} & -F_N & 1 & 0 \\ 0 & -\Phi_N & -\Phi_P & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial Y/\partial M_0 \\ \partial N/\partial M_0 \\ \partial P/\partial M_0 \\ \partial W/\partial M_0 \\ \partial i/\partial M_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.1.28}$$

Dado que el determinante del jacobiano es distinto de cero si y solo si sus columnas son linealmente independientes, el sistema 1.1.23-1.1.27 tiene solución única. Luego de utilizar la regla de Cramer, las soluciones generales para $\partial Y/\partial M_0$, $\partial N/\partial M_0$, $\partial P/\partial M_0$, $\partial W/\partial M_0$ y $\partial i/\partial M_0$ quedan como

$$\frac{\partial Y}{\partial M_0} = \frac{-F_N(-C_i - I_i)(\Phi_P - F_N)}{\Omega} \tag{1.1.29}$$

$$\frac{\partial N}{\partial M_0} = \frac{(-C_i - I_i)(F_N - \Phi_P)}{\Omega} \tag{1.1.30}$$

$$\frac{\partial P}{\partial M_0} = \frac{(-C_i - I_i)(\Phi_N - F_{NN}P)}{\Omega} \tag{1.1.31}$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_0} = \frac{(-C_i - I_i)(F_N\Phi_N - F_{NN}P\Phi_P)}{\Omega} \tag{1.1.32}$$

$$\frac{\partial i}{\partial M_0} = \frac{F_N(\Phi_P - F_N)\alpha_K}{\Omega} \tag{1.1.33}$$

donde recuerde que el determinante del jacobiano de 1.1.1-1.1.5 Ω es tal que $\Omega \equiv F_N L_i(\Phi_P - F_N)\alpha_K - (C_i + I_i)[L_{PY}Y(\Phi_N - F_{NN}P) - F_N L_{PY}P(\Phi_P - F_N)] > 0$, tanto para $L_i = 0$, $\Phi_P \neq 0$ y $C_i < 0$ como para $L_i < 0$, $\Phi_P = 0$ y $C_i = 0$.

En el marco de la teoría neoclásica, $L_i = 0$, pues en teoría cuantitativa del dinero la demanda de dinero es independiente a la tasa de interés. Al mismo tiempo, en el equilibrio de pleno empleo, $\Phi = PF_N$ implica que $\Phi_P = F_N$. Además, $C_i < 0$ ya que el consumo es decreciente con la tasa de interés. Y bajo estas condiciones, $\Omega_{neo} > 0$. Por lo tanto, la respuesta de la economía ante impulsos de la oferta monetaria, formalmente, es como se muestra:

$$\frac{\partial Y}{\partial M_0} = 0 \tag{1.1.34}$$

$$\frac{\partial N}{\partial M_0} = 0 \tag{1.1.35}$$

$$\frac{\partial P}{\partial M_0} = \frac{(-C_i - I_i)(\Phi_N - F_{NN}P)}{\Omega_{neo}} > 0 \tag{1.1.36}$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_0} = \frac{(-C_i - I_i)(\Phi_N - F_{NN}P)F_N}{\Omega_{neo}} > 0 \tag{1.1.37}$$

$$\frac{\partial i}{\partial M_0} = 0 \tag{1.1.38}$$

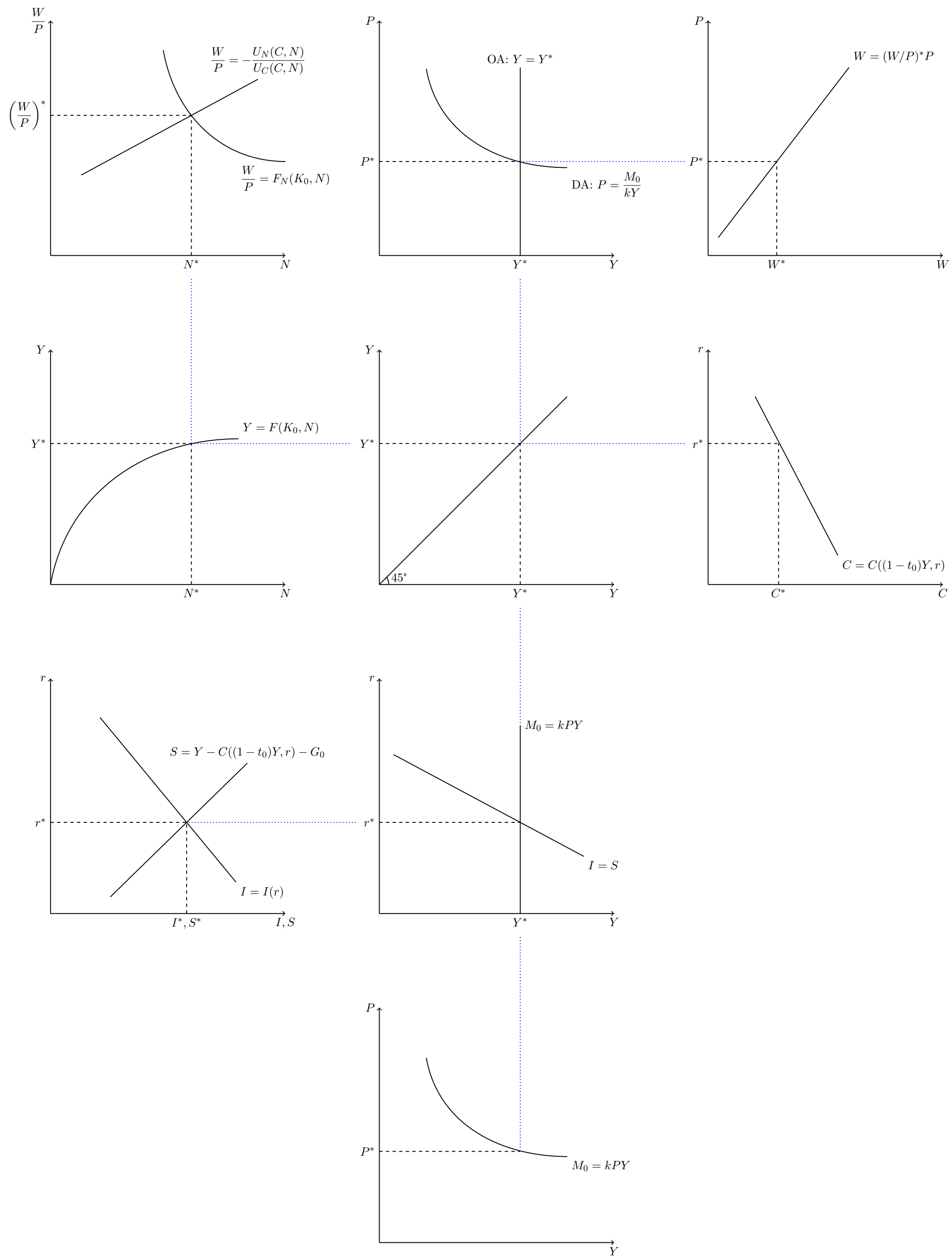
En definitiva, cambios en la oferta monetaria no influyen en la producción ni en el empleo ni en la tasa de interés, así que la política monetaria es ineficaz para estimular la economía real; en tanto que aumentos de la oferta monetaria solamente repercuten en subidas de los precios y del salario nominal. En este caso, no hay efecto multiplicador.

¿Con un incremento de la oferta monetaria crecen los precios y salarios modificando el salario real? La respuesta es no. Para verlo, como en el caso neoclásico la economía siempre se encuentra en el equilibrio de pleno empleo, se tiene que $\Phi_P = F_N$. Además, tenga presente la demanda de trabajo, dada por la ecuación 1.1.4, en la que $W = PF_N$. Es así que

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial M_0} = \frac{(-C_i - I_i)(\Phi_N - F_{NN}P)}{P\Omega_{neo}} = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial M_0} \tag{1.1.39}$$

Es decir, la tasa de crecimiento del salario nominal con respecto a la oferta monetaria es igual a la tasa de crecimiento de los precios con respecto a la oferta monetaria. Es así que el salario real no se modifica cuando se aplica una política monetaria.

Figura 1.1: Modelo neoclásico: equilibrio general con pleno empleo bajo precios y salarios flexibles en el largo plazo.



Nota: Desde la persectiva del modelo IS-LM con mercado de trabajo de J. R. Hicks, A. Hansen y F. Modigliani, el mercado de trabajo determina la producción (mediante la función de producción), el empleo y el salario real; el mercado de bienes, la tasa de interés; el mercado de dinero, los precios. Enseguida, se determinan el consumo, la inversión, el ahorro y el salario nominal. No hay nexo entre los mercados reales y monetario.

1.2. La revolución keynesiana

El panorama económico que trajo consigo la Gran Depresión, crisis financiera mundial que inició en 1929, se considera de lo más devastador y refutó con lamentables hechos los postulados neoclásicos relacionados con el equilibrio general de pleno empleo. En aquella situación coyuntural, en Estados Unidos, para 1932, la inversión colapsó debido a las descomunales altas tasas de interés y la permanente deflación que se observaron; para 1933, la producción fue sorprendentemente 31 % menor en comparación con la registrada en 1929; y, en 1933, el desempleo se elevó drásticamente al 25 %. Sin duda, niveles nunca antes vistos e inimaginables; una situación que claramente contrastaba con la corriente de pensamiento económico ortodoxa dominante hasta entonces, la teoría neoclásica.

En medio de la Gran Depresión, los economistas tomaban conciencia y se preocupaban pavorosamente de la situación real que enfrentaba el sistema capitalista: la alarmante y prolongada desocupación generalizada, la falta de confianza e incertidumbre de los negocios, la caída del patrón oro, las causas de la inflación y la deflación, la duradera recesión, entre otras. En lo que confiere al legado del inglés John Maynard Keynes (1883-1946), tres esferas capitalistas fueron transformadas, de acuerdo con Kicillof (2010): las clases empresarial y trabajadora, y el sistema monetario mundial. Las grandes concentraciones de capital culminan en la separación de la propiedad y la gestión de las empresas; estas dos funciones no pueden ser determinadas por un solo individuo; aparece la figura del inversionista, que especula en el mercado bursátil. La acumulación exorbitante de capital también propicia una mejor organización y el poder de la clase obrera; los sindicatos tienen la facultas de interferir en los mecanismos naturales de la oferta y la demanda. El derrumbe del régimen del patrón oro[13] exigía un cambio radical tanto en el régimen como en la teoría monetarios.

Fue a partir de la Gran Depresión que J. M. Keynes postuló los principios fundamentales de los fenómenos económicos relacionados con épocas de recesión en la publicación de su obra *Teoría general del empleo, el interés y el dinero* en 1936, además de que, con ello, daba un golpe contundente al eje central de la teoría neoclásica,[14] y se sentaban las bases de una nueva corriente de pensamiento económico heterodoxa: la *macroeconomía keynesiana*. A grandes rasgos, la dificultad de este nuevo programa de investigación no residía en las nuevas ideas sino de huir de las viejas (de la ortodoxia), en tanto que contribuía con aportaciones teóricas,

[13]Sistema monetario que conservaba la estabilidad de las cotizaciones de las distintas monedas nacionales al hacerlas convertibles por oro a una tasa relativamente fija.

[14]En esa misma obra, J. M. Keynes hizo uso del término “teoría clásica” para referirse a la ortodoxia prevaleciente del pensamiento económico, en la que se sintetizan las concepciones de las escuelas clásica y marginalista. Aquí se utiliza el término “escuela neoclásica”.

como que se trataba de una teoría verdaderamente general (en la que la neoclásica quedaba englobada); y metodológicas, al tener por finalidad el resolver los problemas económicos del mundo real, al darle importancia a los estados de la naturaleza que repercuten en las decisiones económicas, y al homogeneizar la clase trabajadora a través del salario nominal y desde una perspectiva macroeconómica.

Keynes era un partidario del sistema capitalista (liberal), pero su interés y trascendencia tiene que ver con las causas que determinan su recesión como su expansión. Como argumentan Parada Corrales (1983) y Rodríguez Nava y Venegas Martínez (2009), la teoría keynesiana sí logra explicar el desempleo involuntario integrando el sistema económico en su conjunto, sin recurrir necesaria y únicamente a la competencia imperfecta, la rigidez de precios y salarios, y las restricciones cuantitativas;[15] a lo sumo, en la incertidumbre de los individuos,[16] concretamente en la que existe en lo relacionado a la inversión y la especulación del dinero, y en un salario nominal exógeno y constante.[17] Continuando, el mercado de trabajo tiene características diferentes a las neoclásicas; sin embargo, el modelo keynesiano sintoniza con el equilibrio walrasiano solamente cuando el mercado de trabajo queda excluido del análisis.[18] Entonces, la estimulación de la demanda efectiva mediante la política económica es el camino para enfrentar el desempleo, pero también con el mejoramiento de la economía nacional y la credibilidad de las autoridades monetarias y fiscales.

Como en De Vroey (2005) el programa de investigación keynesiano queda resumido de la siguiente manera:

1. Demostrar la existencia del desempleo involuntario.
2. Mostrar que la rigidez del salario nominal no es la causa fundamental del desempleo involuntario.
3. Explicar el desempleo involuntario desde la base del equilibrio general.
4. Esclarecer que la estimulación de la demanda agregada es la solución adecuada para resolver el desempleo involuntario.

[15] Equilibrio bajo restricciones, en la transición del modelo de equilibrio general (microeconómico) al modelo keynesiano (macroeconómico), como en Ize (1978).

[16] Que no obstante, en el marco keynesiano, se estabiliza el modelo económico al presentar las expectativas como exógenas.

[17] La suposición de un salario nominal exógeno y constante consiste en una simplificación que permite explicar fácilmente el desempleo involuntario, aunque no haya sido la condición del modelo de Keynes de un equilibrio con desempleo involuntario, de acuerdo con Benetti (2000).

[18] Así como en la teoría neoclásica se excluye el vínculo entre los mercados reales y monetario para evitar inconsistencias entre la ley de Walras y la neutralidad del dinero.

J. M. Keynes puso real interés en el estudio del desempleo, las fluctuaciones económicas e, implícitamente, las expectativas; para ello partió de suposiciones que le ayudaron a construir su teoría. A continuación se proporcionan algunos de supuestos característicos de la macroeconomía keynesiana, sintetizando a Argandoña Rámiz, Gámez Amián, y Mochón Morcillo (1997), Lizarazu Alanez (2006) y Schettkat (2018):

1. Conducta de los agentes:
   - 1.1. No todo es racional en los agentes económicos; los "espíritus animales" (incertidumbre y expectativas), inherentes al ser humano, se suman al *homo economicus* (racionalidad perfecta).
   - 1.2. Los individuos son vulnerables a la ilusión monetaria,[19] pues toman sus decisiones basándose en las variables nominales; y no, en las reales.
   - 1.3. La preferencia por la liquidez es una conducta en la que los individuos demandan dinero por tres motivos: transacción, precaución y especulación. El dinero, además de ser un medio de pago, es un depósito de valor.
   - 1.4. La información es imperfecta: no es completa, al erosionar la incertidumbre los mecanismos de información; y puede ser asimétrica, por especulación y arbitraje.
   - 1.5. El mundo es incierto, en el sentido de que las decisiones de los agentes dependen de las expectativas, explícitas en la función de inversión y en la de la preferencia de la liquidez.
   - 1.6. Las expectativas de largo plazo están dadas (expectativas exógenas), mientras que las expectativas de corto plazo siempre se satisfacen (expectativas estáticas).
   - 1.7. Se formulan analíticamente las funciones de consumo, inversión y demanda de dinero (preferencia por la liquidez).
   - 1.8. El efecto riqueza es explicado por el efecto Keynes, que sin embargo se anula con un salario exógeno y constante.[20]
2. Estructura de los mercados:
   - 2.1. Se niega la ley de Say en favor del principio de demanda efectiva; "la demanda crea su propia oferta" y es insuficiente.

[19] La ilusión monetaria es una posible interpretación entre los economistas, pero para J. M. Keynes los trabajadores no sufren de esta ingenua confusión sino que obtienen beneficios de sus salarios nominales, aunque de otra naturaleza (véase Kicillof, 2010).

[20] Como explica Benetti (2000), bajo precios y salarios flexibles hace presencia el efecto Keynes, que no obstante podría resolverse mediante un modelo recursivo por la demanda, pero la dificultad de tal modelo y la persistencia del efecto obliga a la imposición de un salario constante y exógeno. Otra alternativa es la introducción de las expectativas en la función de inversión.

2.2. Los precios y salarios no necesariamente son rígidos; en todo caso, los precios reaccionan con un desfase temporal y el salario nominal es constante y exógeno.

2.3. Los mercados pueden estar en competencia perfecta, o bien en competencia imperfecta; se toma lo primero, de acuerdo con el programa keynesiano.

2.4. Los sectores productivos de los bienes de consumo y de capital físico están separados.

2.5. El equipo de capital físico, su distribución sectorial inicial y la tecnología de producción están dadas.

2.6. El desempleo es involuntario:[21] el salario real es igual a la productividad marginal del trabajo, pero distinto de la tasa marginal de sustitución entre consumo y trabajo.

2.7. La curva de demanda agregada viene dada por el equilibrio del mercado de bienes y dinero. La curva de oferta agregada es de pendiente positiva bajo productividades marginales decrecientes.

2.8. El equilibrio es simultáneo; no es walrasiano, por excluir el mercado de trabajo; y es de corto plazo.

2.9. La economía es cerrada, estática y en ella hay incertidumbre, en el sentido de las expectativas de inversión y la especulación del dinero.

3. Metodología:

    3.1. El método debe ser deductivo (de lo general a lo particular; macroeconómico): se trata de *la economía en la cual vivimos*.[22]

    3.2. El modelo macroeconómico debe ser resuelto de forma simultánea o interdependiente, y no ecuación por ecuación, como de forma recursiva por la demanda.

4. Resultados:

    4.1. El dinero no es neutral: el dinero afecta las variables reales.

    4.2. No se satisface la dicotomía clásica: los mercados reales y el monetario se vinculan.

    4.3. Las políticas fiscal y monetaria son eficaces para estimular la economía real.

A partir de las consideraciones anteriores, J. M. Keynes aborda particularmente la producción, el ingreso, la inversión y la tasa de interés en la *Teoría General*. Ahora, se presenta

[21] El desempleo involuntario, como establece Lizarazu Alanez (2006), es un supuesto y no un resultado.

[22] "Los defectos sobresalientes de la sociedad económica en la cual vivimos son su fallo para proveer el pleno empleo y su arbitraria y desigual distribución de la riqueza y el ingreso" (Keynes, [1936] 2014).

de forma resumida y sintetizada el núcleo del modelo keynesiano en las siguientes relaciones; que, al igual que Vélez Echavarría (1985), Mendoza Bellido (2013) y Scarth (2014), es hace desde la forma estándar del modelo IS-LM con mercado de trabajo de J. R. Hicks, A. Hansen y F. Modigliani:

1. El consumo es una función directamente proporcional al ingreso disponible (ingreso después de impuestos) en la fracción de la propensión marginal a consumir.
2. La inversión depende negativamente de las expectativas de los empresarios a través de la eficiencia marginal del capital. Por lo tanto, la relación funcional entre la inversión y la tasa de interés es decreciente.[23]
3. El ahorro total se define como la suma del ahorro público más el ahorro privado; en última instancia, es una función positiva del ingreso disponible.
4. La inversión es igual al ahorro en el equilibrio del mercado de bienes.
5. En el equilibrio del mercado monetario, la demanda de dinero, que es directamente proporcional al ingreso nominal e inversamente proporcional a la tasa de interés, iguala la oferta monetaria.
6. La función de producción es neoclásica, es decir, satisface las condiciones de Inada, es homogénea de grado uno, y de productividades marginales positivas y decrecientes, en cuanto al capital y trabajo, dada la tecnología.
7. El salario real es igual a la productividad marginal del trabajo, es decir, no se rechaza la función de demanda de trabajo.
8. El salario nominal es constante y exógeno; o bien, se rechaza la función de oferta de trabajo y se excluye el mercado de trabajo de la ley de Walras.

Donde el gasto del gobierno, el impuesto sobre la renta, la oferta monetaria y el capital son constantes y exógenos. Estas relaciones y una breve descripción se proporcionan, respectivamente, en las ecuaciones algebraicas de la tabla 1.2. Además, se resumen debajo los supuestos más destacables en lo que refiere al modelo keynesiano, como se dijo, desde la perspectiva del modelo IS-LM con mercado de trabajo, pero no perdiendo de vista la esencia del modelo original de J. M. Keynes en la *Teoría General*. Más adelante, cuando se hable de desempleo

[23]En parte, el efecto Keynes es atenuado cuando se incluyen explícitamente las expectativas en la función de inversión. Por otra parte, $\partial I/\partial i < 0$ a razón de que el valor actual de los rendimientos anuales de los bienes de inversión aumenta cuando la tasa de interés baja para una eficiencia marginal del capital dada.

involuntario, se abordarán las condiciones específicas para el equilibrio keynesiano, o equilibrio con desempleo involuntario.

Tabla 1.2: Modelo keynesiano

Ecuación	Descripción
$C = C((1 - t_0)Y)$	Función de consumo
$I = I(i)$	Función de inversión
$S = Y - C - G_0$	Definición de ahorro
$I = S$	Equilibrio del mercado de bienes
$M_0 = L(PY, i)$	Equilibrio del mercado de dinero
$Y = F(K_0, N)$	Función de producción
$W/P = F_N(K_0, N)$	Demanda de trabajo
$W = W_0$	Salario nominal exógeno

Notas:

1. Principio: principio de demanda efectiva.
2. Horizonte temporal: corto plazo.
3. Precios y salarios: flexibles y exógenos, respectivamente.
4. Teoría monetaria: preferencia por la liquidez.
5. Tasa de interés: nominal.
6. Información imperfecta: hay ilusión monetaria y las expectativas son exógenas.
7. Desempleo: involuntario.
8. Equilibrio: simultáneo no walrasiano.
9. Efecto riqueza: el efecto Keynes se anula con el salario nominal exógeno.
10. Curvas de oferta y demanda agregadas: de pendientes positiva, por $F_{NN} < 0$, y negativa, por efecto Keynes; respectivamente.
11. Solución: simultánea.
12. Metodología: macroeconómica (deductiva).
13. Dicotomía clásica: no.
14. Neutralidad del dinero: no.
15. Políticas fiscal y monetaria: eficaces.
16. Variables endógenas: Y, N, C, I, S (reales) y P, W, i (nominales).
17. Variables exógneas: K_0, W_0; G_0, t_0 (autoridad fiscal); y M_0 (autoridad monetaria).
18. Parámetros y restricciones: $0 < C_Y, t_0 < 1$; $Y, N, C, I, S, P, W, i, K_0, W_0, G_0, M_0, F_{K_0}$, $F_N, F_{K_0N}, L_P, L_Y > 0$; $F_{K_0K_0}, F_{NN}$, $I_i, L_i < 0$; y $F_{K_0N} = F_{NK_0}$.

En la tabla 1.2 se presenta el equilibrio keynesiano a partir de ocho ecuaciones y ocho ingógnitas. Hay ocho variables endógenas, como lo son Y, la producción, N, el empleo, C, el consumo, I, la inversión, S, el ahorro, P, los precios, W, el salario nominal, e i, la tasa de interés nominal; y cuatro variables exógenas, como lo son K_0, el *stock* de capital, W_0, el salario nominal exógeno, G_0 el gasto del gobierno, t_0, y el impuesto sobre la renta, M_0. Desde la perspectiva del modelo IS-LM con mercado de trabajo, la demanda agregada se determina del equilibrio IS-LM; mientras que la oferta agregada, por la función de producción y la demanda de trabajo. El modelo se resuelve simultáneamente, pero son las condiciones de los mercados de bienes y dinero (la demanda efectiva) las que determinan las del resto del sistema.

Como señala Escartin González (2006), las expectativas se encuentran implícitas en la eficiencia marginal del capital, que a su vez es igual a la tasa de interés, por lo que es de esta última condición que se establece el vínculo entre los mercados reales y el monetario. Por otra parte, Ros (2012) explica que prácticamente todo lo que J. M. Keynes tenía que agregar al modelo IS-LM de J. R. Hicks era el papel de las expectativas en la función de inversión (pues la formuló solo en términos del ingreso). Tras el rechazo del "segundo postulado neoclásico", la elección de un salario nominal constante y exógeno implica la desactivación de la demanda de trabajo y la exclusión del mercado de trabajo de la ley de Walras. A partir de las expectativas y el salario nominal exógeno, el efecto Keynes, como mecanismo de ajuste automático (pero lento) al equilibrio de pleno empleo, se ve anulado. En contraposición a la teoría cuantitativa del dinero, surge la teoría de la preferencia por la liquidez. Finalmente, se observa que el modelo no es recursivo por la demanda (mucho menos por la oferta) sino que se resuelve de forma simultánea; sin embargo, se decidió presentar primero el subsistema de la demanda agregada por ser los mercados de bienes y dinero los que determinan las condiciones (principio de la demanda efectiva) de equilibrio del resto del sistema.

En adelante, en lo que concierne a los mercados de bienes y dinero, se desarrolla tomando como referencia principalmente a Kicillof (2010), ya que, a este parecer, describe sistemática y secuencialmente una serie de acontecimientos de fundamental trascendencia para unos y como resultados concluyentes para otros.

1.2.1. Mercado de bienes

Retomando a Ángel (2012), J. M. Keynes fue el primer economista en definir una relación directa entre el consumo y el ingreso disponible. Dentro del análisis macroeconómico, la *función de consumo* es una expresión matemática que determina el gasto de los consumidores en bienes perecederos y durables. En esta definición, el ingreso es el principal determinante del consumo, después de los impuestos y las transferencias del gobierno; existe una parte del consumo que no depende del ingreso, llamado consumo autónomo; y la *propensión marginal a consumir* mide la sensibilidad del consumo frente al ingreso disponible, que está comprendida en el intervalo unitario abierto, así que cuando disminuye el ingreso, el consumo también pero menos que proporcionalmente. J. M. Keynes partió de una "ley sociológica fundamental" con el propósito de explicar la propensión marginal a consumir y exponer que el ingreso se distribuye entre consumo y ahorro privado, en una fracción mayor al primero; en otras palabras, el ahorro privado es la fracción del ingreso que no se destina al consumo.

Como el ahorro privado es la parte del ingreso que no se destina al consumo, es oportuno comentarlo. Dada esta definición y que el consumo es independiente de la tasa de interés, se deduce que el ahorro tampoco depende de la tasa de interés. J. M. Keynes sostiene que la tasa de interés no es recompensa del ahorro por el consumo que se pospone, porque las personas no ganan intereses por sus ahorros en efectivo. Por consiguiente, el ahorro no depende de la tasa de interés.

Ahora bien, ¿cómo se determina la inversión? Para J. M. Keynes, los empresarios deben formarse alguna idea de los rendimientos futuros de sus inversiones, y lo hacen a través de la *eficiencia marginal del capital*, que es la tasa de descuento que iguala el rendimiento esperado de los bienes de capital con su costo corriente de reposición;[24] en esta definición es donde se hacen explícitas las expectativas de los empresarios. Los empresarios demandan bienes de capital comparando la eficiencia marginal del capital con la tasa de interés, pues el incentivo a invertir radica en la rentabilidad de la inversión, o bien, en la diferencia entre la eficiencia marginal del capital (que depende de las expectativas) y la tasa de interés, la cual se utiliza como tasa de descuento: si la eficiencia marginal del capital fuera mayor que la tasa de interés, la inversión sería rentable, y viceversa; si fueran iguales, la rentabilidad sería igual a la tasa de interés. Por lo tanto, la inversión depende de la tasa de interés.

Estas formulaciones del consumo y la inversión constituyen el *principio de la demanda efectiva* por el cual se rechaza la ley de Say. Si aumenta la producción y, por ende, el ingreso, únicamente puede asegurarse que el consumo aumentará en menor proporción, por lo que el consumo no será suficiente para compensar el aumento de la producción. J. M. Keynes, sin embargo, amplía su reflexión de la demanda agregada al considerar que, además del gasto en consumo, comprende el gasto en inversión, es decir, la demanda de bienes de capital para la producción de otros bienes. Así que para garantizar el equilibrio de la economía la inversión debe compensar el incremento restante de la producción (la que no se consumió), pero como se acaba de ver la inversión no depende del ingreso. Por lo tanto, es la inversión la que determina finalmente la demanda efectiva y, en consecuencia, la producción y el empleo. Si la inversión es insuficiente, la demanda efectiva será insuficiente también, de modo que la economía se situará por debajo del equilibrio de pleno empleo. Se cumple el programa keynesiano: equilibrio con desempleo involuntario.

La volatilidad de las expectativas de los empresarios reflejadas en la eficiencia marginal del capital es la fuente de las fluctuaciones de la inversión y, por tanto, de la demanda agregada y la producción. Las fluctuaciones de la producción, además, se ven amplificadas por el

[24] La eficiencia marginal del capital puede ser interpretada como la tasa interna de retorno (TIR) de una inversión.

efecto multiplicador de la inversión. Puesto que la inversión no depende del ingreso sino de expectativas exógenas, puede tratarse como el componente “independiente” de la demanda agregada. De esta manera, cuando la inversión aumenta, la producción crece más que proporcionalmente, pues el consumo asegura la demanda de la producción que no se destina a la inversión. El efecto multiplicador de la inversión explica que un aumento de esta, provocado por las expectativas optimistas, acrecienta más que proporcionalmente la producción. Este resultado se obtiene a continuación:

$$\begin{aligned} Y &= C((1-t_0)Y) + I + G_0 \\ \Rightarrow \mathrm{d}Y &= C_Y(1-t_0)\mathrm{dY} + \mathrm{d}I + \mathrm{d}G_0 \\ \therefore \mathrm{d}Y &= \frac{1}{1-C_Y(1-t_0)}(\mathrm{d}I + \mathrm{d}G_0) \end{aligned}$$

donde $k \equiv 1/[1-c(1-t_0)]$ es el multiplicador de la inversión y $C_Y = c$ es la propensión marginal a consumir. El efecto multiplicador parte del hecho de que $k > 0$, porque $0 < c, t_0 < 1$.

Finalmente, se analiza el equilibrio del mercado de bienes. Por una parte, dadas las funciones de consumo e inversión, la demanda efectiva se puede expresar como una función positiva del ingreso y negativa de la tasa de interés. Por otra parte, en el equilibrio del mercado de bienes la producción iguala la demanda efectiva. De estos dos hechos, se puede concluir que en el equilibrio del mercado de bienes, la producción es inversamente proporcional a la tasa de interés. Por otra parte, como el ahorro total es igual al ingreso menos el consumo y el gasto gubernamental (ahorro privado más ahorro público), y como la condición de equilibrio del mercado de bienes es una identidad entre el ingreso y el gasto agregado (suma del consumo, inversión y gasto gubernamental), se deduce que el ahorro es igual a la inversión en el equilibrio del mercado de bienes; esta es una condición equivalente.

1.2.2. Mercado de dinero

Una vez que las personas determinan la cantidad de su ingreso que ahorrarán, pueden darle dos usos a esa riqueza: conservarla en efectivo o comprar bonos. Si se opta por el dinero líquido, no se producirán intereses; si se decide por la compra de deuda, sí se generarán intereses. J. M. Keynes argumenta que el motivo por el que los individuos eligen mantener su poder adquisitivo en forma de dinero en efectivo es la incertidumbre, subyacente en los títulos de deuda.[25] El dinero que se conserva en efectivo, además de funcionar como medio de pago,

[25] Un individuo que compra un bono lo vende en el futuro para obtener efectivo, pero su precio en ese momento puede ser incluso menor al que pagó inicialmente.

adquiere un nuevo propósito: el de “reserva de valor”. Así pues, la demanda de dinero ante la especulación sobre los precios de los títulos de deuda pone sobre la mesa una nueva teoría monetaria: la de la *preferencia por la liquidez*.

Según la modalidad de la preferencia por la liquidez, las personas demandan dinero a fin de poder utilizarlo, además del motivo de transacción, por el motivo de especulación, exponía J. M. Keynes. Además, como a una tasa de interés más baja corresponde un precio más alto de los títulos de deuda, la preferencia por la liquidez es mayor. Por consiguiente, la demanda de dinero es inversamente proporcional a la tasa de interés. También, como se demanda más dinero a medida que se requieren pagar más transacciones, que a su vez aumentan si aumenta el ingreso, se tiene que la demanda de dinero es directamente proporcional al ingreso. Por lo tanto, la demanda de dinero aumenta con el ingreso y disminuye con la tasa de interés. La oferta de dinero, entonces, se destinará a las transacciones, en una parte, y a la especulación, en la parte restante.

En este contexto, la tasa de interés se determina por una condición de equilibrio entre quienes quieren conservar el dinero en efectivo y quienes desean comprar títulos de deuda. Sin embargo, las variaciones de la oferta de dinero alteran la tasa de interés, siendo la autoridad monetaria la que finalmente influye en ella. En conclusión, en el equilibrio del mercado monetario la oferta, establecida por la autoridad monetaria, y la demanda de dinero, forjada por la preferencia por la liquidez, se equiparan, determinándose así la tasa de interés.

1.2.3. Equilibrio simultáneo con desempleo involuntario

J. M. Keynes no rechaza el “primer postulado neoclásico”, es decir, la igualdad entre el salario real y la productividad marginal del trabajo, pero, en cambio, niega el “segundo postulado neoclásico”, o bien, la igualdad entre la tasa marginal de sustitución trabajo-consumo y el salario real; esto último, debido a que en la práctica, por regla general, los trabajadores no abandonan sus empleos cuando los precios aumentan y, a su vez, los precios siempre se reducen en la misma proporción cada vez que se hace posible negociar una disminución del salario nominal. Bajo estos argumentos, los trabajadores nunca tienen la facultad de poder provocar una disminución del salario real; en todo caso, únicamente podrían negociar una reducción de su salario nominal; por lo que el salario real siempre se mantiene y, por consiguiente, la producción y el empleo (desempleo) también se mantienen. Lo anterior conforma la base de la proposición que afirma que el mercado de trabajo queda excluido de la ley de Walras, así como la que establece la desactivación de la oferta de trabajo.[26] De esta manera, la curva de demanda de trabajo es el único dispositivo por medio del cual se determina el salario real (no viceversa), en tanto que la curva de oferta de trabajo no desempeña ningún papel al respecto. Por lo tanto, cualquier nivel inferior al pleno empleo es también un punto de equilibrio estable. Ahora bien, si, por un lado, la demanda de trabajo determina el salario real, por otro lado, ¿qué determina el nivel de empleo?

La pregunta anterior se responde con la no aceptación de la tendencia automática y rápida hacia el equilibrio de pleno empleo mediante la negación de la ley de Say en favor del principio de la demanda efectiva que postula, como es lo usual, que "la demanda crea su propia oferta", donde se asume que la demanda efectiva, en general, es insuficiente y, por consiguiente, que la producción y el empleo de equilibrio son inferiores a sus niveles potencial y de pleno empleo, respectivamente. Además, aun con precios y salarios totalmente flexibles, estos no son los mecanismos que ajusten por sí mismos la economía hacia el equilibrio de pleno empleo; más bien, es la demanda agregada la variable que regula el sistema económico. Como se explicó anteriormente, la insuficiencia de la demanda efectiva se debe principalmente a las fluctuaciones de la inversión que resultan de las expectativas de los empresarios.

La negación del "segundo postulado neoclásico" y, con ello, el rechazo de la ley de Say, requiere de un modelo de equilibrio con desempleo involuntario. No obstante, J. M. Keynes expone que cuando el salario nominal disminuye, en consecuencia, los precios bajan, provocando un aumento de la oferta de saldos reales; en esta situación, la tasa de interés desciende, con ello la inversión crece y, de esta forma, la demanda agregada se estimula; en consecuencia, la producción y el empleo, finalmente, se incrementan. Lo anterior pasó a conocerse posteriormente como el *efecto Keynes*. Se infiere, de esta manera, que un salario nominal rígido a la baja debe ser una condición suficiente para el equilibrio con desempleo involuntario. Sin embargo, como el nivel de empleo viene dado por el principio de la demanda efectiva, el salario nominal rígido no es, en cambio, una condición necesaria para el equilibrio con desempleo involuntario. La solución al problema en cuestión radica, por tanto, en la eliminación del efecto Keynes, y pareciera que la mejor opción es la de un modelo recursivo por la demanda, donde la simultaneidad quede desechada.[27] Pero ante esta alternativa, surge una nueva complicación: la imposibilidad de prescindir de los precios en el subsistema de la demanda agregada; específicamente, la ausencia de ilusión monetaria en la demanda de dinero. Así que, el modelo de la demanda efectiva no puede ser un modelo recursivo por la demanda; y

[26] Como señala Kicillof (2010), el primer modelo de la síntesis neoclásica-keynesiana, es decir, el modelo IS-LM con mercado de trabajo de J. R. Hicks, A. Hansen y F. Modigliani adoptó erróneamente el mercado laboral marshalliano a su sistema económico, pues J. M. Keynes criticó radical y fulminantemente ese mercado en la *Teoría General*.

[27] Una "anti-ley de Say".

aunque lo fuera, J. M. Keynes plantea que cualquiera que sea el modelo, siempre hará presencia el efecto Keynes. Por consiguiente, el problema sigue siendo el mismo: la predisposición hacia el equilibrio de pleno empleo (la prevaleciente ley de Say) que se origina por la influencia positiva de disminuciones del salario nominal sobre la demanda efectiva.

Entonces, se designa por “modelo keynesiano” a aquel que tiene la capacidad de superar el efecto Keynes. Por ejemplo, el modelo keynesiano más conocido es el de la trampa de la liquidez, en el que el efecto Keynes se anula a razón de que disminuciones del salario nominal causan disminuciones en los precios, pero que no impactan en la tasa de interés, contribuyendo a la permanencia de la baja inversión, la insuficiente demanda efectiva y el desempleo. Por otra parte, el modelo keynesiano más importante es aquel que incorpora explícitamente las expectativas de los empresarios a través de la eficiencia marginal del capital en la función de inversión, puesto que el descenso de la tasa de interés por la disminución de precios y salarios se compensa por el ascenso de la eficiencia marginal del capital, de tal forma que prevalecen la baja inversión, la insuficiente demanda efectiva y el desempleo.

Ahora bien, siguiendo a Benetti (2000), si a un salario nominal exógeno todos los mercados, a excepción del de trabajo, están en equilibrio, y el desempleo no disminuye aunque bajen los precios y salarios, sino solamente por la intervención del gobierno, se dice que en un modelo keynesiano el desempleo involuntario es una solución de equilibrio al salario nominal dado. La importancia del salario nominal exógeno reside en que para J. M. Keynes 1) el salario nominal no es rígido sino exógeno, es decir, se establece por factores externos al modelo, como por la negociación entre empresas y trabajadores; 2) más que un supuesto de comportamiento, enfatiza la recomendación de política económica menos desfavorable para el marco de la competencia perfecta; 3) nadie tiene interés en modificarlo en el equilibrio, pues nadie ganaría (las empresas seguirían maximizando sus beneficios) y algunos perderían (los desempleados seguirían igual); y 4) el supuesto consiste en una simplificación que se usa únicamente para facilitar la exposición. No obstante lo anterior, el supuesto de un salario nominal exógeno no es una condición necesaria sino tan solo una condición suficiente para una solución particular de equilibrio con desempleo involuntario, lo que no generaliza el pensamiento de J. M. Keynes.

A pesar de ello, explica Kicillof (2010), la *ilusión monetaria* es una posible interpretación entre los economistas en la que los trabajadores sufren de una ingenua confusión en la que erróneamente creen que son más ricos tan solo por aumentos en su salario nominal, sin importar que su salario real, de hecho, disminuya por el incremento de los precios implicado por el incremento del salario nominal.[28] De este modo, los trabajadores se hallarán fuera de su

[28]Debido a la relación precio-salario de las empresas, pues las empresas vinculan los precios de los bienes con el costo de su producción, donde el costo de mano de obra es el componente principal del costo total. Si

curva de oferta laboral porque no les es posible igualar el salario real con la tasa de sustitución marginal entre trabajo y consumo; esto es, la oferta de trabajo es entonces una función del salario nominal exógeno y no del salario real. Para J. M. Keynes, en cambio, los trabajadores no sufren de esta equivocada confusión sino que obtienen beneficios de sus salarios nominales de otra naturaleza. Es aquí donde se referencia a Sakai (2019) para hacer ver que el japonés Yasuma Takata (1883-1972), con su teoría del poder de la economía, aborda el mercado de trabajo dando nueva luz en lo referente al concepto de desempleo involuntario. Así pues, explica que, de acuerdo con Y. Takata, los agentes económicos no solamente buscan la mayor utilidad, sino también el mayor poder. Bajo esta premisa, el salario real no se determina por el libre mecanismo tradicional de la oferta y la demanda de trabajo, mientras que el salario nominal refleja el verdadero deseo de las personas por mantener o enaltecer su estatus en la sociedad. En este sentido, J. M. Keynes fue muy próximo a Y. Takata al reconocer la resistencia de los trabajadores contra posibles recortes en sus salarios nominales, mientras que ambos creían firmemente que el salario nominal era de crucial importancia para el origen y la persistencia del desempleo involuntario.[29] La teorías del desempleo de J. M. Keynes y Y. Takata postulan que la demanda agregada insuficiente es la causa del desempleo, circunstancia en la que hay trabajadores desempleados quienes estarían dispuestos a trabajar al salario nominal prevaleciente, y que desaparece en la medida que la demanda agregada crece. Para terminar con Sakai (2019), él dice que en la historia del pensamiento económico, solo muy pocos economistas han señalado la discrepancia entre el empleo efectivo y el pleno empleo; a lo que el socialista K. Marx y el capitalista J. M. Keynes representan dos destacadas excepciones.[30]

Por su parte, De Vroey (2005) argumenta, a través del *principio de salario de reserva*, que el desempleo se debe a que el salario corriente es menor o igual al salario de reserva, es decir, el salario mínimo al cual una persona estará dispuesta a renunciar a su tiempo de ocio para trabajar. Para él, el desempleo involuntario se define como una violación del principio de salario de reserva; una situación en la que las personas se encuentran desempleadas a pesar de que el salario corriente excede el salario de reserva. Por otro lado, Davar (2015) se opone al reclamo de De Vroey de que para J. M. Keynes hay dos tipos de pleno empleo si se considera

las empresas basan sus precios en el costo de mano de obra, lo hacen de acuerdo con la expresión

$$P = \frac{(1+g)}{\beta} W$$

donde P es el precio; W, el salario nominal; g, la ganancia; y β, la productividad marginal del trabajo.

[29]Para Sakai (2019), la representación gráfica del desempleo involuntario en términos del salario nominal y no del real es muy congruente con el espíritu keynesiano.

[30]Esto es así porque para J. M. Keynes, por un lado, el desempleo puede surgir del funcionamiento normal del sistema capitalista y, por otro lado, el pleno empleo puede lograrse con la intervención del gobierno. Para K. Marx el equilibrio de pleno empleo no es inintencionado, ni automático ni deseable; a pesar de que el pleno empleo es deseable por los trabajadores al permitirles negociar mejores salarios y condiciones de trabajo, no lo es para los empresarios, puesto que en este la rentabilidad del capital se aminora.

una curva de oferta de trabajo con un segmento horizontal, pues lo que De Vroey nombra "primer pleno empleo" es un empleo (desempleo) de equilibrio, dado que, como este último manifiesta, el desempleo involuntario existe. Además, siguiendo con Davar (2015), muestra que J. M. Keynes precisó las principales características de la definición de desempleo involuntario: 1) es un fenómeno de equilibrio; 2) puede o no existir, y, si sí, el empleo de equilibrio es menor a la fuerza de trabajo; y 3) puede existir con desempleo involuntario. También, refiere al polaco Oskar Ryszard Lange (1904-1965) como uno de los primeros economistas en definir el desempleo involuntario gráficamente y próximo a su significado genuino en literatura económica. La versión de O. R. Lange expone que el desempleo involuntario de J. M. Keynes no parte de un exceso de oferta de trabajo sino que es un equilibrio, toda vez que las curvas de oferta y demanda de trabajo se intersecan, donde la primera es infinitamente elástica con respecto a cualquier salario nominal hasta el pleno empleo, y a partir de ahí la elasticidad es finita; y explica que cambios en los precios incurren en cambios de la parte horizontal de la curva de oferta de trabajo (del salario nominal exógeno). Asimismo, Thirlwall (2007) señala que la medida del desempleo involuntario de J. M. Keynes parte de una situación en que los trabajadores estarían dispuestos a trabajar a un salario nominal equivalente, incluso a un salario real menor, si se les diera la oportunidad, pero no pueden hacerlo.[31]

Entre tanto, varias fueron las interpretaciones generacionales al respecto. Lizarazu Alanez (2006) hace notar que para J. R. Hicks el desempleo involuntario se debe a la ausencia del mercado de trabajo, puesto que parte de la suposición de desempleo masivo; para F. Modigliani, un salario real rígido y una curva de oferta de trabajo perfectamente elástica son las condiciones; para el estadounidense/israelí Don Patinkin (1922-1995), es el exceso de oferta en el mercado de bienes, incluso si el salario real equilibra el mercado de trabajo; y para el estadounidense Robert Wayne Clower (1926-2011), tiene que ver con el exceso de oferta en el mercado de trabajo que resulta de la rigidez del salario real, sin importar la elasticidad de la curva de oferta laboral. Ros (2012) menciona que para el sueco Axel Leijonhufvud (1933-presente) las expectativas cambiantes sobre el futuro incierto influyen en el desempleo involuntario.[32] Finalmente, Fiorito y Murga (2007) indican que por parte de R. W. Clower el desempleo involuntario tiene su origen en las fallas de coordinación entre empresas y consumidores en sus transacciones realizadas respecto a las planeadas; y en cuanto a A. Leijonhufvud, se debe a que los trabajadores se fijan solamente en el salario nominal por la falta de información en un contexto de competencia perfecta, y no necesariamente por la ilusión monetaria.

[31] Para A. Marshall y la teoría neoclásica, el desempleo es por definición un exceso de oferta de trabajo, también es un sinónimo de desequilibrio en el mercado de trabajo, y es un fenómeno puramente "voluntario". Por su parte, A. C. Pigou concibió la desocupación como un escenario temporal, ya que el efecto riqueza real siempre entra en operación en el mercado de bienes para restaurar el equilibrio de pleno empleo.

[32] D. Patinkin, R. W. Clower y A. Leijonhufvud fueron los pioneros de la macroeconomía del desequilibrio.

A todo lo anterior, la definición de desempleo involuntario de J. M. Keynes es como sigue:[33]

> [...] los individuos están desempleados involuntariamente si, en el caso de un aumento pequeño en el precio de los bienes salario con relación al salario nominal, la oferta agregada de trabajo de las personas deseosas de trabajar por el salario nominal corriente y la demanda agregada de trabajo a ese salario son mayores que el volumen existente de empleo. (Keynes, [1936] 2014)

Además, aquí la esencia del principio de demanda efectiva y el desempleo involuntario:

> De aquí que el volumen de empleo en equilibrio dependa de (i) la función de oferta agregada (ZZ), (ii) la propensión a consumir (D_1) y (iii) el volumen de inversión (D_2). Esta es la esencia de la Teoría General del Empleo. (Keynes, [1936] 2014).

Y en cuanto al salario nominal exógeno: "De hecho, un movimiento de los empleadores para revisar las negociaciones de salarios nominales a la baja será mucho más fuertemente resistido que una reducción gradual y automática de los salarios reales como resultado del aumento de los precios" (Keynes, [1936] 2014).

Para terminar, en el equilibrio simultáneo de la economía sucede lo siguiente. Primero, en el mercado de bienes: bajo el principio de demanda efectiva se acepta que la demanda efectiva es insuficiente; y si la demanda efectiva es insuficiente, la producción se sitúa por debajo de su nivel potencial; aquí también se determinan el consumo, la inversión y el ahorro. Segundo, de la función tecnológica de producción: se observa que para lograr la producción efectiva es necesaria una cantidad de trabajadores menor a la de pleno empleo. Tercero, de la demanda de trabajo: dados ese nivel de desempleo y el salario nominal exógeno, la curva de demanda de trabajo determina un salario real mayor que el de pleno empleo, pues el producto marginal del trabajo disminuye por el descenso de los precios; aquí también se determinan los precios. Cuarto, en el mercado de dinero: la baja inversión provoca una tasa de interés más alta.

[33] Al abordar el desempleo involuntario, J. M. Keynes dio un primer paso hacia la hipótesis de la tasa natural de desempleo de la corriente monetarista en la que el desempleo voluntario y friccional (por ejemplo, por la búsqueda de trabajo) no permite llegar al pleno empleo.

1.2.4. Políticas fiscal y monetaria

Enseguida se estudia cómo las políticas fiscal y monetaria sí impactan en la economía real; en particular, se observará que la producción, el empleo y el salario real responden a variaciones del gasto gubernamental y la oferta monetaria. Se comprueba que no se satisface la dicotomía clásica, pues el comportamiento de las variables reales depende del de las variables nominales; en particular, la oferta monetaria influye en las variables reales, es decir, el dinero no es neutral. Finalmente, se analiza cómo el efecto multiplicador de la inversión supera en valor absoluto el efecto expulsión del gasto privado. En conclusión, se verá que las políticas fiscal y económica son eficaces a la economía real.

Se desarrollará un análisis de estática comparativa que permitirá comprobar matemáticamente las respuestas que experimentan la producción, el empleo, los precios, el salario nominal, la tasa de interés y la inversión ante cambios del gasto gubernamental y la oferta monetaria. Para ello se desarrolla como en Vélez Echavarría (1985), pero retomando el modelo IS-LM con mercado de trabajo de la síntesis neoclásica donde el consumo y la demanda de dinero son también funciones de la tasa de interés y la oferta de trabajo es explícita en los precios y el salario nominal.

1.2.4.1. Política fiscal

Reconsidérese el modelo IS-LM con mercado de trabajo de J. R. Hicks, A. Hansen y F. Modigliani

$$\begin{aligned} Y &= C((1-t_0)Y, i) + I(i) + G_0 \\ M_0 &= L(PY, i) \\ Y &= F(K_0, N) \\ W &= PF_N(K_0, N) \\ W &= \Phi(P, N) \end{aligned}$$

en el que $0 < C_Y, t_0 < 1$; $Y, N, P, W, i, K_0, G_0, M_0, L_{PY}, F_N, \Phi_P, \Phi_N > 0$; y $C_i, I_i, L_i, F_{NN} < 0$. Como se vio, una vez que se diferencian, parcialmente y recurriendo a la regla de la cadena, las funciones implícitas del sistema anterior, resulta

$$\alpha_K \frac{\partial Y}{\partial G_0} - (C_i + I_i)\frac{\partial i}{\partial G_0} = 1$$

$$
\begin{aligned}
L_{PY}\left(P\frac{\partial Y}{\partial G_0}+Y\frac{\partial P}{\partial G_0}\right)+L_i\frac{\partial i}{\partial G_0}&=0\\
\frac{\partial Y}{\partial G_0}-F_N\frac{\partial N}{\partial G_0}&=0\\
\frac{\partial W}{\partial G_0}-PF_{NN}\frac{\partial N}{\partial G_0}-F_N\frac{\partial P}{\partial G_0}&=0\\
\frac{\partial W}{\partial G_0}-\Phi_P\frac{\partial P}{\partial G_0}-\Phi_N\frac{\partial N}{\partial G_0}&=0
\end{aligned}
$$

Posteriormente, se obtiene la forma matricial de este último, dada por

$$
\begin{bmatrix}
\alpha_K & 0 & 0 & 0 & -C_i-I_i\\
L_{PY}P & 0 & L_{PY}Y & 0 & L_i\\
1 & -F_N & 0 & 0 & 0\\
0 & -PF_{NN} & -F_N & 1 & 0\\
0 & -\Phi_N & -\Phi_P & 1 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\partial Y/\partial G_0\\
\partial N/\partial G_0\\
\partial P/\partial G_0\\
\partial W/\partial G_0\\
\partial i/\partial G_0
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}
$$

de tal forma que después de verificar que el determinante del jacobiano no es cero, debido a que sus columnas son linealmente independientes, se comprueba que la ecuación matricial presenta solución única. Dicho esto, se hace referencia nuevamente a las ecuaciones

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial Y}{\partial G_0}&=\frac{F_N L_i(\Phi_P-F_N)}{\Omega}\\
\frac{\partial N}{\partial G_0}&=\frac{L_i(\Phi_P-F_N)}{\Omega}\\
\frac{\partial P}{\partial G_0}&=\frac{-L_i(\Phi_N-F_{NN}P)}{\Omega}\\
\frac{\partial W}{\partial G_0}&=\frac{L_i(F_{NN}P\Phi_P-F_N\Phi_N)}{\Omega}\\
\frac{\partial i}{\partial G_0}&=\frac{L_{PY}(\Phi_N-F_{NN}P)Y-F_N L_{PY}P(\Phi_P-F_N)}{\Omega}
\end{aligned}
$$

para lo cual $\Omega\equiv F_N L_i(\Phi_P-F_N)\alpha_K-(C_i+I_i)[L_{PY}Y(\Phi_N-F_{NN}P)-F_N L_{PY}P(\Phi_P-F_N)]>0$, sea que L_i, Φ_P y C_i pertenezcan al caso neoclásico o al keynesiano; y cuyas expresiones indican la respuesta total y general que experimenta la economía a medida que se mueve el gasto público.

En el contexto del modelo keynesiano, con base en la teoría de la preferencia por la liquidez, la demanda de dinero, además de depender del ingreso nominal, es sensible a la tasa de interés; más aun $L_i<0$. También, se vio que son varias las aprobaciones sobre que la oferta de trabajo no es una función del salario real sino del salario nominal; con lo que $\Phi_P=0$. Aunado a lo anterior, como el consumo responde únicamente al ingreso disponible en la propensión marginal a consumir, $C_i = 0$. Bajo estas condiciones $\Omega_K \equiv -F_N^2 L_i \alpha_K - I_i[L_{PY} Y(\Phi_N - F_{NN}P) + F_N^2 L_{PY} P] > 0$. Entonces, la política fiscal influye en la economía como sigue:

$$\frac{\partial Y}{\partial G_0} = \frac{-F_N^2 L_i}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.1}$$
$$\frac{\partial N}{\partial G_0} = \frac{-L_i F_N}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.2}$$
$$\frac{\partial P}{\partial G_0} = \frac{-L_i(\Phi_N - F_{NN}P)}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.3}$$
$$\frac{\partial W}{\partial G_0} = \frac{-L_i F_N \Phi_N}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.4}$$
$$\frac{\partial i}{\partial G_0} = \frac{L_{PY}(\Phi_N - F_{NN}P)Y + F_N^2 L_{PY} P}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.5}$$

Así que se establece que la producción y el empleo responden ante impulsos del gasto público, y lo hacen de forma positiva. Como resultado, la política fiscal es eficaz para mejorar la actividad económica. No obstante, la sensibilidad de los precios, el salario nominal y la tasa de interés al gasto público también son positivas.

Por la ecuación 1.2.5, se observa que incrementos del gasto del gobierno hacen subir la tasa de interés. En esta situación.

$$\frac{\partial I}{\partial G_0} = I_i \frac{\partial i}{\partial G_0} = \frac{I_i[L_{PY}(\Phi_N - F_{NN}P)Y + F_N^2 L_{PY} P]}{-F_N^2 L_i \alpha_K - I_i[L_{PY} Y(\Phi_N - F_{NN}P) + F_N^2 L_{PY} P]} \Rightarrow -1 < \frac{\partial I}{\partial G_0} < 0 \tag{1.2.6}$$

Sin embargo, dado $\partial Y/\partial G_0 > 0$ en 1.2.1, se comprueba que el efecto total y final de la política fiscal sobre la economía real es positivo, aun cuando se presenten efectos secundarios y negativos sobre la producción, provocados por aumentos de los precios que inducen elevaciones de la tasa de interés; es decir, a pesar del efecto *crowding out*, como se muestra en 1.2.6. Esto es, el efecto multiplicador de la inversión es mayor que el efecto expulsión, en valor absoluto.

En cuanto a precios y salarios, observe que a partir de 1.2.4 y 1.2.3, las respectivas tasas de crecimiento con respecto a variaciones del gasto del gobierno son tales que

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial G_0} = \frac{-L_i \Phi_N}{P\Omega_K} < \frac{-L_i(\Phi_N - F_{NN}P)}{P\Omega_K} = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial G_0} \tag{1.2.7}$$

En otras palabras, el crecimiento del salario real con respecto a cualquier incremento del gasto gubernamental es siempre positivo pero menor al aumento del gasto público. Además que la política fiscal expansiva influye positivamente en la producción y el empleo, sin embargo, lo hace negativamente en el salario real; en todos los casos, menos que proporcionalmente, en parte por el desplazamiento de la inversión.

1.2.4.2. Política monetaria

Ahora bien, para probar que el efecto total y final de la política monetaria sobre la economía real es, de hecho, positivo, se recurre de igual forma que antes al modelo IS-LM con mercado de trabajo de J. R. Hicks, A. Hansen y F. Modigliani 1.1.1-1.1.5; luego se calculan las diferenciales, mediante derivación parcial y la regla de la cadena, de las funciones implícitas, con lo que se obtiene

$$\begin{aligned}
\alpha_K \frac{\partial Y}{\partial M_0} - (C_i + I_i)\frac{\partial i}{\partial M_0} &= 0 \\
L_{PY}\left(P\frac{\partial Y}{\partial M_0} + Y\frac{\partial P}{\partial M_0}\right) + L_i \frac{\partial i}{\partial M_0} &= 1 \\
\frac{\partial Y}{\partial M_0} - F_N \frac{\partial N}{\partial M_0} &= 0 \\
\frac{\partial W}{\partial M_0} - PF_{NN}\frac{\partial N}{\partial M_0} - F_N \frac{\partial P}{\partial M_0} &= 0 \\
\frac{\partial W}{\partial M_0} - \Phi_P \frac{\partial P}{\partial M_0} - \Phi_N \frac{\partial N}{\partial M_0} &= 0
\end{aligned}$$

Posteriormente, se escribe el sistema resultante en la ecuación matricial

$$\begin{bmatrix} \alpha_K & 0 & 0 & 0 & -C_i - I_i \\ L_{PY}P & 0 & L_{PY}Y & 0 & L_i \\ 1 & -F_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -PF_{NN} & -F_N & 1 & 0 \\ 0 & -\Phi_N & -\Phi_P & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial Y/\partial M_0 \\ \partial N/\partial M_0 \\ \partial P/\partial M_0 \\ \partial W/\partial M_0 \\ \partial i/\partial M_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde se verifica que dado que las columnas del jacobiano son linealmente independientes, su determinante resulta ser distinto de cero, de manera que la ecuación matricial es de solución única; y finalmente, se resuelve esta, y se encuentran las soluciones generales

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Y}{\partial M_0} &= \frac{-F_N(-C_i - I_i)(\Phi_P - F_N)}{\Omega} \\
\frac{\partial N}{\partial M_0} &= \frac{(-C_i - I_i)(F_N - \Phi_P)}{\Omega} \\
\frac{\partial P}{\partial M_0} &= \frac{(-C_i - I_i)(\Phi_N - F_{NN}P)}{\Omega} \\
\frac{\partial W}{\partial M_0} &= \frac{(-C_i - I_i)(F_N\Phi_N - F_{NN}P\Phi_P)}{\Omega}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial i}{\partial M_0} = \frac{F_N(\Phi_P - F_N)\alpha_K}{\Omega}$$

donde $\Omega \equiv F_N L_i(\Phi_P - F_N)\alpha_K - (C_i + I_i)[L_{PY}Y(\Phi_N - F_{NN}P) - F_N L_{PY}P(\Phi_P - F_N)] > 0$, sean $L_i = 0$, $\Phi_P > 0$ y $C_i < 0$, o $L_i < 0$, $\Phi_P = 0$ y $C_i = 0$.

A partir de la *Teoría General*, $L_i < 0$, pues la demanda de dinero es inversamente proporcional a la tasa de interés; $\Phi_P = 0$, pues es convenido que la oferta monetaria generalmente se da en términos del salario nominal y no del salario real; y, además, $C_i = 0$, pues el consumo se define únicamente en términos del ingreso disponible. Bajo estos hechos, se vio que $\Omega_K > 0$. Se deducen así, las respuestas de las variables macroeconómicas a las variaciones de la oferta monetaria:

$$\frac{\partial Y}{\partial M_0} = \frac{-I_i F_N^2}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.8}$$

$$\frac{\partial N}{\partial M_0} = \frac{-I_i F_N}{\Omega} > 0 \tag{1.2.9}$$

$$\frac{\partial P}{\partial M_0} = \frac{-I_i(\Phi_N - F_{NN}P)}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.10}$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_0} = \frac{-I_i F_N \Phi_N}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.11}$$

$$\frac{\partial i}{\partial M_0} = \frac{-F_N^2 \alpha_K}{\Omega_K} < 0 \tag{1.2.12}$$

Así pues, es recomendable la intervención del gobierno en la economía a través de la política monetaria expansiva, puesto que resulta efectiva para estimular la producción y el empleo, incluso aunque la respuesta en estas variables sea, de hecho, de menor magnitud que el impulso de la cantidad de dinero; esto, debido a los efectos secundarios del aumento de los precios. Incluso así, cualquier efecto secundario sobre la producción y el empleo es superado, por el efecto multiplicador de la inversión.

De acuerdo con el resultado 1.2.12, a medida que la oferta monetaria aumenta, la tasa de interés desciende. A su vez, si la tasa de interés desciende, la inversión crece y, con ello, la producción y el empleo se multiplican. Se tiene que

$$\frac{\partial I}{\partial M_0} = I_i \frac{\partial i}{\partial M_0} = \frac{-I_i F_N^2 \alpha_K}{\Omega_K} > 0 \tag{1.2.13}$$

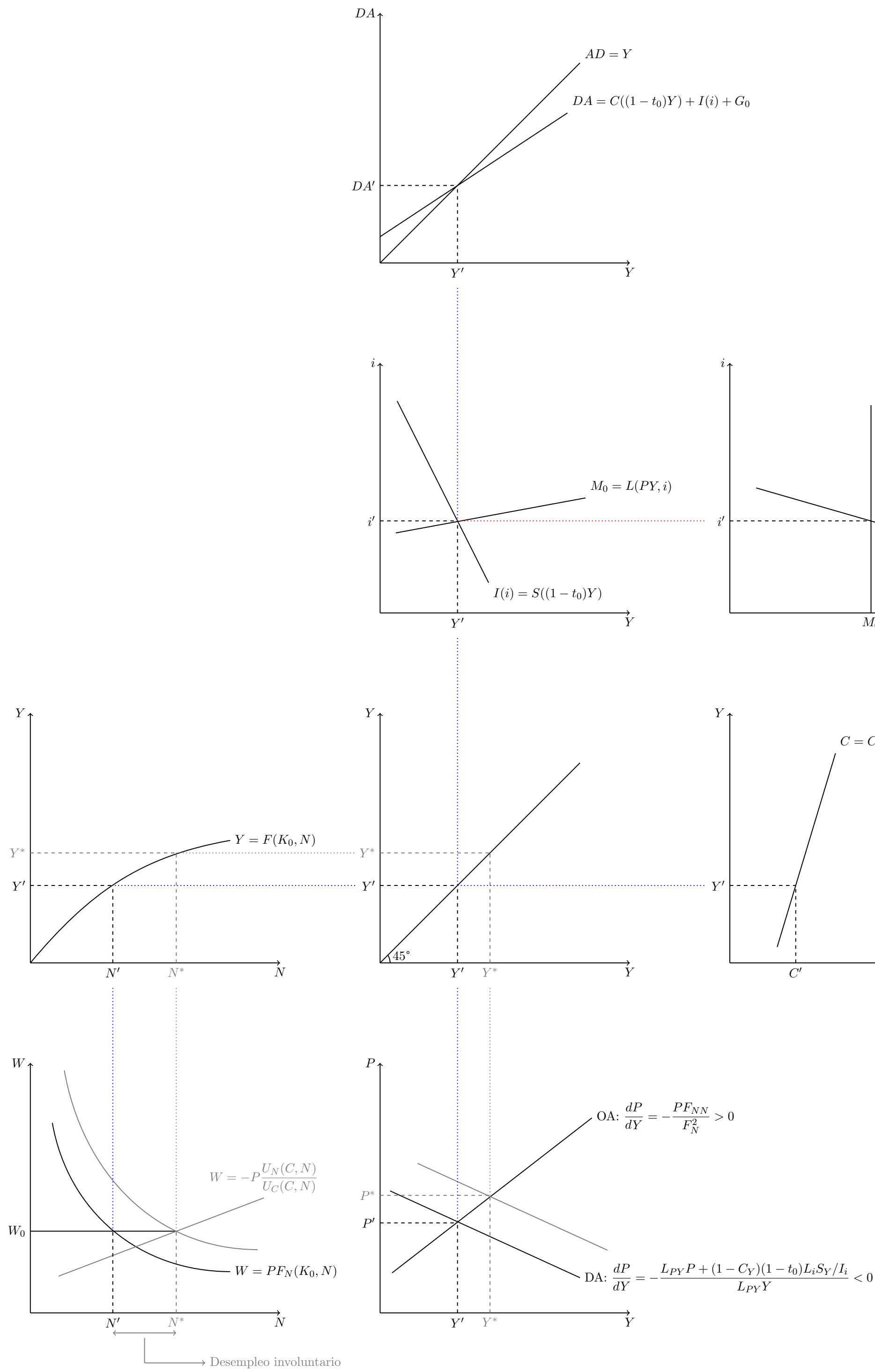
Aquí, la inversión es creciente con la oferta monetaria, por lo que la política monetaria es una buena estrategia para incentivar las inversiones.

Por otra parte, sin embargo, el salario real decrece con incrementos de la oferta monetaria. Esto es así porque los precios crecen a una tasa mayor en comparación con el salario nominal. Esto es

$$\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial M_0} = \frac{-I_i\Phi_N}{P\Omega_K} < \frac{-I_i(\Phi_N - F_{NN}P)}{P\Omega_K} = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial M_0} \tag{1.2.14}$$

dado que, por la función de demanda de dinero 1.1.4, $W = PF_N$.

Figura 1.2: Modelo keynesiano: equilibrio simultáneo con desempleo involuntario bajo precios flexibles y salario nominal exógeno y constante en el corto plazo.



Nota: El mercado de bienes determina la producción; el mercado de dinero, la tasa de interés; y la demanda de trabajo, el empleo y el salario nominal. Enseguida, se determinan el consumo, la inversión, el ahorro y los precios. Existe un vínculo entre los mercados reales y el monetario por medio de la tasa de interés.

Capítulo 2

Modelo NKDSGE

En este capítulo se consideran, en general, los siguientes tipos de agentes que conforman la economía: consumidores ricardianos, maximizadores de utilidad o con acceso a los mercados financieros; consumidores no ricardianos o *rule-of-thumb*, cuyo consumo presente depende completamente de su salario laboral actual y no tienen acceso a los mercados financieros; un sindicato competitivo, el cual agrega todos los trabajos especializados en la demanda agregada de trabajo; sindicatos en competencia monopolística, encargados de representar a los consumidores ante las empresas monopolísticas; una empresa perfectamente competitiva, encargada de agregar los bienes diferenciados en la demanda agregada de bienes; empresas monopolísticamente competitivas, las cuales producen bienes diferenciados como insumos del bien final; y el gobierno, quien controla las políticas fiscal y monetaria, mediante los impuestos y el gasto público, y la tasa de interés nominal, respectivamente. Estos agentes económicos se interrelacionan en los mercados de bienes, trabajo y financieros, todos con algún grado de imperfección en su estructura.

El modelo teórico se deduce a partir de los principios que definen el comportamiento de los individuos en el contexto económico. Se considera el sistema económico en equilibrio general, pues los agentes económicos se interrelacionan simultáneamente; dinámico, ya que se analiza el desempeño económico a través del tiempo; y estocástico, debido a choques aleatorios que hacen fluctuar la economía con respecto a su nivel de largo plazo. Además, se dota a los agentes con expectativas racionales, porque son previsores del funcionamiento futuro del sistema económico; los mercados son imperfectos, pues los mercados de bienes, trabajo y financieros presentan fricciones económicas. Así pues, el modelo económico se compone de fundamentos tanto neoclásicos como nuevo keynesianos, que lo posicionan en la categoría de modelos de la

NNS. El modelo de NKDSGE supone una simplificación de la realidad económica; sin embargo, su desarrollo teórico así como su aplicación empírica permiten analizar adecuadamente el comportamiento de las principales variables macroeconómicas.

Ya con el modelo económico en mano se implementará una metodología adecuada que permita estimar los parámetros, ajustar las variables macroeconómicas, experimentar con funciones impulso-respuesta ante choques aleatorios, comparar los momentos teóricos y empíricos, calcular la descomposición de varianza, llevar a cabo simulaciones, y hacer predicciones.

2.1. Los consumidores

En esta sección se describe el comportamiento de los consumidores ricardianos y no ricardianos a partir de su comportamiento e interacción con los mercados de bienes, trabajo y financieros. El comportamiento de los consumidores con acceso a la liquidez da paso a la equivalencia ricardiana, mientras que la conducta de los consumidores con restricciones a la liquidez implica cierta desviación de la hipótesis del ingreso permanente.

2.1.1. Consumidores ricardianos

Se asume que en la economía existe un número continuo $i \in [0, 1]$ de consumidores con vida infinita[1], pero con la particularidad de que una proporción $1 - \omega$ de ellos tienen acceso a los mercados financieros, es decir que rentan capital a las empresas, compran bonos gubernamentales, atesoran el dinero que crea el gobierno y ganan dividendos de las empresas de las que son dueños. A este tipo de consumidores se les denomina consumidores ricardianos, pues a través del ahorro, su consumo en un periodo determinado no depende del ingreso de ese mismo periodo, sino del ingreso que ganarán a lo largo de toda su vida, o bien del ingreso permanente.

Dicho lo anterior, el problema de optimización del consumidor ricardiano representativo consiste en maximizar la utilidad instantánea, descontada y esperada separable en el consumo, trabajo y dinero[2] bajo restricciones de presupuesto, acumulación de capital, *no-Ponzi-game*,

[1] Una interpretación al respecto es que hereda sus bienes a sus descendientes para siempre.

[2] Con base en Ireland (2004), An y Schorfheide (2007), Galí (2015, p. 26), Sims (2017b) y Walsh (2010, p. 331).

cash-in-advance, de dotaciones iniciales y no negatividad.[3] Por el lado del ingreso, en el periodo t los consumidores ricardianos disponen de los rendimientos del capital que rentan a empresas en $t-1$, reciben un salario laboral a través de sindicatos que los representan, ganan intereses por bonos que compran al gobierno en $t-1$, poseen la cantidad de dinero que emite el gobierno en $t-1$, y adquieren los dividendos de las empresas que poseen. Por el lado del gasto, se considera que en t, compran bienes de consumo, invierten en empresas, compran bonos del gobierno, demandan dinero al gobierno y pagan impuestos de suma fija. El planteamiento del consumidor ricardiano representativo, en términos agregados y reales, es el siguiente:

$$\max_{C_t^R, I_t^R, K_t^R, b_t^R, m_t^R} \quad \mathrm{E}_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[\frac{C_t^{R,1-\sigma}-1}{1-\sigma}-\frac{N_t^{R,1+\eta}-1}{1+\eta}+\frac{m_t^{R,1-\nu}-1}{1-\nu}\right]\right]$$

$$\text{s. a.}\quad \begin{cases} C_t^R + I_t^R + b_t^R + m_t^R + T_t^R = r_t^K K_{t-1}^R + \int_0^1 w_t(k)N_t(k)\mathrm{d}k \\ +\dfrac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t}b_{t-1}^R + \dfrac{1}{1+\pi_t}m_{t-1}^R + d_t^R \\ K_t^R = (1-\delta)K_{t-1}^R + I_t^R \\ \lim\limits_{s\to\infty} \mathrm{E}_t\left[\dfrac{K_{t+s}^R + b_{t+s}^R + m_{t+s}^R}{\prod_{j=1}^{s}(1+i_{t+j-1})/(P_{t+j}/P_t)}\right] = 0 \\ K_{-1}^R, b_{-1}^R, m_{-1}^R, i_{-1}, r_{-1}^K > 0 \\ t = 0, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

En cuestión de parámetros, β, es el factor de descuento intertemporal; δ la tasa de depreciación del capital; σ, el inverso de la elasticidad de sustitución referente a los bienes de consumo; η, el inverso de la elasticidad de la oferta laboral con respecto al salario real; ν, el inverso de la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés nominal. En cuanto a las variables, C_t^R es el consumo; N_t^R, el trabajo; K_t^R, el *stock* capital; I_t^R, la inversión; d_t^R, los dividendos reales; m_t^R, el dinero real; b_t^R, los bonos reales; y T_t^R, el impuesto de suma fija; todas relacionadas a los consumidores ricardianos. También, P_t son los precios; i_t, la tasa de interés nominal; r_t^K, la tasa de rendimiento del capital; y π_t, la inflación. Aquí, $w_t(k)$ y $N_t(k)$ son el salario real y la demanda de trabajo de los sindicatos especializados. Todas las variables, se consideran en términos agregados, reales y comunes a todos los consumidores ricardianos.

No dejando atrás las restricciones de presupuesto, acumulación de capital, solvencia económica, *cash-in-advance*, dotaciones iniciales y no negatividad, el problema de maximiza-

[3] La condición *no-Ponzi-game* o de solvencia económica contribuye a limitar la adquisición de activos financieros que nunca son pagados. Por su parte, una restricción *cash-in-advance* establece que los consumidores ricardianos poseen dinero en efectivo antes de la compra de bienes y servicios, y que el consumo se financia con el dinero. La restricción de dotaciones iniciales aclara que las variables de estado siempre parten de una condición inicial positiva. En tanto, la restricción de no negatividad supone que todas las variables son siempre mayores o iguales que cero.

ción del consumidor ricardiano representativo se reescribe en términos del lagrangiano

$$\begin{aligned}\max_{C_t^R, I_t^R, K_t^R, b_t^R, m_t^R} \quad & \mathrm{E}_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \left[\frac{C_t^{R,1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \frac{N_t^{R,1+\eta} - 1}{1+\eta} + \frac{m_t^{R,1-\nu} - 1}{1-\nu} \right] \right.\right. \\ & + \lambda_t^R \left[r_t^K K_{t-1}^R + \int_0^1 w_t(k) N_t(k) \mathrm{d}k + \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t} b_{t-1}^R + \frac{1}{1+\pi_t} m_{t-1}^R + d_t^R \right. \\ & \left.\left.\left. - C_t^R - I_t^R - b_t^R - m_t^R - T_t^R \right] + Q_t^R [(1-\delta) K_{t-1}^R + I_t^R - K_t^R] \right\} \right]\end{aligned}$$

Claramente, el lagrangiano es diferenciable en las variables de decisión.[4]

Se procede a calcular las condiciones de primer orden del lagrangiano con respecto a C_t^R, I_t^R, K_t^R, b_t^R y m_t^R. Así pues,

$$C_t^{R,-\sigma} - \lambda_t^R = 0 \tag{2.1.1}$$

$$-\lambda_t^R + Q_t^R = 0 \tag{2.1.2}$$

$$\beta \mathrm{E}_t [\lambda_{t+1}^R r_{t+1}^K + Q_{t+1}^R (1-\delta)] - Q_t^R = 0 \tag{2.1.3}$$

$$\beta \mathrm{E}_t \left[\lambda_{t+1}^R \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \right] - \lambda_t^R = 0 \tag{2.1.4}$$

$$m_t^{R,-\nu} + \beta \mathrm{E}_t \left[\lambda_{t+1}^R \frac{1}{1+\pi_{t+1}} \right] - \lambda_t^R = 0 \tag{2.1.5}$$

Aquí, los términos en $t+1$ se incluyen en expectativas racionales pues la información es desconocida en t.[5] Adicionalmente, ténganse en cuenta las condiciones de transversalidad

$$\lim_{s \to \infty} \mathrm{E}_t \left[\beta^{t+s} \lambda_{t+s}^R (K_{t+s}^R + b_{t+s}^R + m_{t+s}^R) \right] = 0$$

para las variables financieras de estado, es decir el capital, los bonos y el dinero, respectivamente.[6]

Por la condición 2.1.1, el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupues-

[4]Para no pasar por alto los fundamentos de la optimización dinámica, se debería consultar Stokey, Lucas, y Prescott (1989). No obstante, aquí se procede directamente a las condiciones de primer orden de optimalidad (condiciones necesarias de las soluciones óptimas).

[5]Los términos en $t+1$ resultan de derivar el lagrangiano con respecto a K_t, b_t y m_t, lo que puede ser confuso. Para aclararlo, se pueden escribir los términos del lagrangiano para t y $t+1$, y entonces, ahora sí, derivar con respecto a las variables en cuestión.

[6]La condición de transversalidad explica que el valor presente descontado en términos de la utilidad de las variables de *stock* debe ser más próximo a cero a medida que transcurre el tiempo, o bien que no es óptimo acumular activos y nunca consumirlos.

taria no es otra cosa que la utilidad marginal del consumo, *i. e.*,

$$\lambda_t^R = C_t^{R,-\sigma}$$

Directamente de la condición 2.1.2, se obtiene la q de Tobin, que es igual a uno pues el precio de cotización de los activos de capital coinciden con su valor intrínseco:

$$q_t^R \equiv \frac{Q_t^R}{\lambda_t^R} = 1$$

Esta identidad señala que la inversión de capital se mantiene constante en el tiempo.

La ecuación de Euler, que se obtiene de las condiciones 2.1.1 y 2.1.4, describe la asignación óptima del consumo, de acuerdo con

$$\beta \mathrm{E}_t \left[\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \left(\frac{C_{t+1}^R}{C_t^R} \right)^{-\sigma} \right] = 1$$

Este resultado explica que los consumidores ricardianos tienen la facultad de tomar decisiones en cuanto su consumo o ahorro presentes con respecto a su consumo futuro.

Haciendo uso de las condiciones 2.1.3 y 2.1.4 resulta la siguiente relación entre la tasa de rendimiento del capital, la tasa de interés nominal y la inflación

$$r_{t+1}^K + 1 - \delta = \mathrm{E}_t \left[\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \right]$$

Cabe mencionar que la tasa de interés real, la tasa de interés nominal y la inflación se relacionan con base en

$$1 + r_t = \mathrm{E}_t \left[\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \right]$$

es decir, la ecuación de Fisher.[7]

La demanda de dinero se deduce de las condiciones 2.1.1, 2.1.4 y 2.1.5:

$$m_t^{R,-\nu} = \beta \mathrm{E}_t \left[\frac{i_t}{1+\pi_{t+1}} C_{t+1}^{R,-\sigma} \right]$$

En otras palabras, la demanda de dinero depende negativamente de la tasa de interés nominal.

[7]Puesto que la tasa de rendimiento neto del capital es $r^K - \delta$, si prevalece la tasa de interés real r en los mercados financieros, y el capital y el financiamiento son sustitutos perfectos, ambos mercados proporcionan el mismo rendimiento, es decir $r = r^K - \delta$ o, equivalentemente, $r^K = r + \delta$.

Como pudo observar, los consumidores ricardianos no toman sus decisiones laborales por ellos mismos, sino que, como se verá más adelante, son representados por sindicatos diferenciados que abogan por ellos ante las empresas que contratan sus servicios especializados.

Adicionalmente, se incluye la definición de ahorro privado, S_t^P, proveniente de los consumidores ricardianos, que lo determina como su ingreso disponible menos su gasto en su consumo, *i. e.*

$$S_t^R = Y_t^D - T_t^R - C_t^R$$

El ahorro privado es el instrumento económico de los consumidores ricardianos que les permite financiar su consumo con su ingreso permanente para maximizar su utilidad.

2.1.2. Consumidores no ricardianos

El supuesto fundamental para introducir el grado de imperfección en los mercados financieros es que dentro del número continuo $i \in [0, 1]$ de consumidores con vida infinita que habitan la economía, también se encuentra una fracción complementaria ω de ellos con la característica principal de que se ven restringidos a la liquidez, es decir, que no tienen acceso a los mercados de capital, bonos, dinero y dividendos. A este tipo de agentes se le designa consumidores no ricardianos o de tipo *rule-of-thumb*, cuyo comportamiento contradice la conducta racional y en ocasiones se explica con base en la miopía económica: una visión de corto plazo en la que es preferible consumir en el presente más que en el futuro.

Los consumidores no ricardianos no disponen de activos financieros ni tienen a su alcance el instrumento del ahorro que les permita trasladar ingreso futuro al presente, de modo que su consumo presente depende completamente de su ingreso disponible actual, el cual viene dado por el salario que les pagan las empresas por su trabajo menos los impuestos de suma fija que tienen que pagar al gobierno. En este caso, como los consumidores no ricardianos quedan excluidos de los mercados financieros, no son capaces de suavizar su consumo dependiendo del ingreso que ganarán durante toda su vida; más bien, únicamente se limitan a determinar su consumo presente exclusivamente en función de su ingreso laboral actual.

A pesar de que los consumidores no optimizan su consumo intertemporalmente, poseen una función de utilidad separable en su consumo y trabajo, y una restricción presupuestaria que los condiciona a que en el momento t, por el lado del gasto, compran bienes de consumo y pagan los impuestos *lump-sum* que estipula el gobierno; y, por el lado del ingreso, reciben un salario por parte de las empresas que los contratan a través de los sindicatos que los representan. Bajo estos hechos, en cada periodo, la conducta del consumidor *rule-of-thumb* representativo solamente se limita al planteamiento

$$\frac{C_t^{NR,1-\sigma}-1}{1-\sigma}-\frac{N_t^{NR,1+\eta}-1}{1+\eta}$$

$$\text{s. a.} \quad \begin{cases} C_t^{NR}+T_t^{NR}=\displaystyle\int_0^1 w_t(k)N_t(k)\mathrm{d}k \\ t=0,1,2,\ldots \end{cases}$$

donde las variables relacionadas al consumidor no ricardiano representativo son C_t^{NR}, el consumo; N_t^{NR}, el trabajo; y T_t^{NR}, los impuestos de suma fija. En este caso, los parámetros que se dan son los mismos que para los consumidores ricardianos, y todas las variables se proporcionan en términos agregados, reales y comunes para todos los consumidores *rule-of-thumb*.

2.2. Los sindicatos

A continuación se describe el comportamiento de dos tipos de sindicatos, tomando como referencias los trabajos de Schmitt-Grohé y Uribe (2006), Galí, López-Salido, y Vallés (2007) y Sims (2016). El primero consiste en un sindicato competitivo, el cual funge como intermediario entre sindicatos especializados y empresas intermedias. Los sindicatos especializados representan diferentes tipos de trabajadores y poseen cierto poder de monopolio al fijar sus salarios. Este sistema de salarios rígidos trae como consecuencia que no siempre se tenga en equilibrio al mercado de trabajo, incurriendo en desempleo involuntario.

2.2.1. El sindicato competitivo

Existe un número continuo $k \in [0,1]$ de sindicatos en competencia monopolística que representan a los consumidores que ofrecen trabajo especializado, ya sean ricardianos o de tipo *rule-of-thumb*. También, existe un un sindicato competitivo cuya función es demandar trabajo a los sindicatos monopolísticos a fin de proveer de trabajo especializado a las empresas productoras de bienes diferenciados. En este sentido,

$$N_t(j)=\left(\int_0^1 N_t(k)^{\frac{\epsilon_w-1}{\epsilon_w}}\mathrm{d}k\right)^{\frac{\epsilon_w}{\epsilon_w-1}}$$

donde ϵ_w es la elasticidad de sustitución entre los entre los diferentes tipos de trabajo, $N_t(j)$ es la demanda de trabajo de las empresas intermedias y $N_t(k)$ es la demanda de trabajo del sindicato representativo.

El sindicato competitivo maximiza sus beneficios en nombre de todos los sindicatos monopolísticos y restringiéndose por la demanda de trabajo de las empresas productoras de bienes diferenciados, de acuerdo con el planteamiento

$$\begin{aligned} &\max_{N_t(k)} \quad W_t N_t(j) - \int_0^1 W_t(k) N_t(k) \mathrm{d}k \\ &\text{s. a.} \quad \begin{cases} N_t(j) = \left(\int_0^1 N_t(k)^{\frac{\epsilon_w - 1}{\epsilon_w}} \mathrm{d}k \right)^{\frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1}} \\ t = 0, 1, 2, \ldots \end{cases} \end{aligned}$$

donde W_t es el indice agregado del salario y $W_t(k)$ representa el salario que ajustan los sindicatos monopolísticos.

Se obtienen las funciones de demanda de trabajo especializado por parte del sindicato competitivo a partir de la condición de primer orden. Esto es

$$W_t \frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1} \left(\int_0^1 N_t(k)^{\frac{\epsilon_w - 1}{\epsilon_w}} \mathrm{d}k \right)^{\frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1} - 1} \frac{\epsilon_w - 1}{\epsilon_w} N_t(k)^{\frac{\epsilon_w - 1}{\epsilon_w} - 1} - W_t(k) = 0$$

$$\therefore N_t(k) = \left(\frac{W_t(k)}{W_t} \right)^{-\epsilon_w} N_t(j) \tag{2.2.1}$$

En este punto, ϵ_w se interpreta como la elasticidad precio de la demanda de los trabajos especializados con respecto a los salarios diferenciados.

Combinando la condición de cero beneficios y las funciones de demanda de trabajo especializado se llega al índice agregado del salario:

$$W_t N_t(j) - \int_0^1 W_t(k) \left(\frac{W_t(k)}{W_t} \right)^{-\epsilon_w} N_t(j) \mathrm{d}k = 0$$

$$\therefore W_t = \left(\int_0^1 W_t(k)^{1-\epsilon_w} \mathrm{d}k \right)^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} \tag{2.2.2}$$

2.2.2. Los sindicatos monopolísticamente competitivos

Como se dijo, en la economía se encuentra un número continuo de sindicatos, $k \in [0,1]$, cada uno de los cuales representa un tipo diferente de trabajadores especializados, entre los que se distribuyen uniformemente los consumidores ricardianos y no ricardianos. Además, este tipo de sindicatos compiten monopolísticamente entre ellos al reclutar trabajadores especializados mediante la imposición de salarios diferenciados ajustados más allá del salario de pleno empleo.

Se van a considerar los salarios como rígidos con fundamento en el sistema de ajuste de precios de Calvo (1983) como tipo de imperfección del mercado de trabajo. En este marco de referencia, una proporción $1-\theta_w$ de los sindicatos monopolísticos pueden ajustar sus salarios durante cada periodo, en tanto que la fracción complementaria θ_w no pueden hacerlo, sino que su salarios permanecen exactamente igual a los del periodo inmediatamente anterior. Así pues, el problema del sindicato especializado típico consiste en maximizar el promedio ponderado de la utilidad de los consumidores tanto ricardianos como no ricardianos sujeto a sus restricciones presupuestarias y la demanda de trabajo especializado. Es decir, en términos agregados, se tiene el planteamiento

$$\max_{W_t(k)} \quad \mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^s \left[\omega \frac{C_{t+s}^{NR,1-\sigma}}{1-\sigma} + (1-\omega) \frac{C_{t+s}^{NR,1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_{t+s}^{1+\eta}(k)}{1-\eta} \right] \right]$$

$$\text{s.a.} \quad \begin{cases} P_{t+s}(C_{t+s}^R + I_{t+s}^R) + B_{t+s}^R + M_{t+s}^R + P_{t+s}T_{t+s}^R = r_{t+s}^K P_{t+s} K_{t+s-1}^R + W_t(k) N_{t+s}(k) \\ + (1+i_{t+s-1}) B_{t+s-1}^R + M_{t+s-1}^R + D_{t+s}^R \\ P_{t+s}(C_{t+s}^{NR} + T_{t+s}^{NR}) = W_t(k) N_{t+s}(k) \\ N_{t+s}(k) = \left(\dfrac{W_t(k)}{W_{t+s}} \right)^{-\epsilon_w} N_{t+s}(j) \\ t, s = 0, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

donde $N_t^R = N_t^{NR} = N_t$, pues ya que los trabajadores se distribuyen uniformemente entre los sindicatos especializados, las empresas demandan trabajo uniformemente entre estos últimos, sin importar el tipo de trabajadores que representan.

Después de dar por hecho que, bajo equilibrio simétrico, todos los sindicatos con poder de monopolio que pueden ajustar sus salarios lo hacen de igual forma, se sigue que $W_t^* = W_t(k)$ y $N_t = N_t(k)$, para $k \in [0, 1-\theta_w]$. Como resultado, se tiene la condición de primer orden

$$\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^s N_{t+s}^{1+\eta} \left\{ \left[\omega \frac{C_{t+s}^{NR,-\sigma}}{N_{t+s}^{\eta}} + (1-\omega) \frac{C_{t+s}^{R,-\sigma}}{N_{t+s}^{\eta}} \right] \frac{W_t^*}{P_{t+s}} - \frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1} \right\} \right] = 0$$

Por lo tanto, el salario óptimo de ajuste de los sindicatos en competencia monopolística está dado por

$$W_t^* = \mathcal{M}_w \frac{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^s N_{t+s}^{1+\eta} \right]}{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^s \frac{N_{t+s}^{1+\eta}}{P_{t+s}} \left(\frac{\omega}{TMS_{t+s}^{NR}} + \frac{1-\omega}{TMS_{t+s}^{R}} \right) \right]} \tag{2.2.3}$$

donde $\mathcal{M}_w = \epsilon_w/(\epsilon_w - 1)$ es el *markup* de salarios flexibles idealizado, y $TMS_{t+s}^R = N_{t+s}^{\eta} C_{t+s}^{R,\sigma}$ y $TMS_{t+s}^{NR} = N_{t+s}^{\eta} C_{t+s}^{NR,\sigma}$ son las tasas marginales de sustitución entre consumo y trabajo de los consumidores ricardianos y no ricardianos, respectivamente, pues $N_t^R = N_t^{NR} = N_t$.

Finalmente, dado que en cada periodo, una fracción $1 - \theta_w$ de los sindicatos en competencia monopolística son hábiles de ajustar sus salarios en W_t^* y la fracción complementaria solamente tiene la posibilidad de establecer sus salarios en W_{t-1}, la dinámica del índice agregado del salario se determina por el promedio geométrico del salario óptimo de ajuste y el salario pasado. En efecto, con base en el resultado 2.2.2,

$$\begin{aligned} W_t^{1-\epsilon_w} &= \int_0^{1-\theta_w} W_t^{*,1-\epsilon_w} \mathrm{d}j + \int_{1-\theta_w}^{1} W_{t-1}^{1-\epsilon_w} \mathrm{d}j \\ \therefore W_t &= \left[(1-\theta_w) W_t^{*,1-\epsilon_w} + \theta_w W_{t-1}^{1-\epsilon_w} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} \end{aligned}$$

bajo términos nominales. O bien

$$1 + \pi_t^w = \left[(1-\theta_w)(1+\pi_t^{w,*})^{1-\epsilon_w} + \theta_w \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} \tag{2.2.4}$$

en términos inflacionarios, donde

$$1 + \pi_t^w = (1+\pi_t) \frac{w_t}{w_{t-1}} \tag{2.2.5}$$

Similarmente para $\pi_t^{w,*}$.

2.3. Las empresas

Esta sección se concentra en describir la producción de bienes intermedios por empresas monopolísticamente competitivas y la de un bien final elaborado por una empresa perfectamente competitiva. Estos dos tipos de empresas interactúan en una cadena de producción donde los bienes intermedios sirven como insumos que utiliza la empresa competitiva para la producción del bien final, el cual se vende al consumidor en última instancia. Bajo este esquema, las empresas monopolísticas enfrentan rigideces nominales al momento de ajustar sus precios, lo que implica que el mercado de bienes no siempre se encuentre en equilibrio, provocando insuficiencia de la demanda agregada.

2.3.1. La empresa competitiva

Existe una empresa encargada de la producción de un bien final el cual vende a los consumidores ricardianos como *rule-of-thumb*. Esta empresa lleva a cabo su proceso productivo en un mercado de competencia perfecta, dado que para la elaborar el bien final compra bienes intermedios producidos por un número continuo $j \in [0,1]$ de empresas con cierto poder de monopolio tomando sus precios como dados. Una vez que determina las cantidades óptimas de los insumos, establece el precio de su producto.

Los bienes intermedios son agregados en un bien final igual a la demanda agregada de los consumidores por la empresa competitiva de acuerdo con la función CES

$$Y_t^D = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \mathrm{d}j \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \tag{2.3.1}$$

donde $\epsilon > 1$ se define como la elasticidad de sustitución entre los bienes intermedios, Y_t^D es la demanda agregada de la producción del bien final y $Y_t(j)$ es la demanda de bienes diferenciados por parte de la empresa competitiva.

La empresa competitiva elige la cantidad de bienes intermedios que maximiza sus beneficios tomando sus precios como dados y restringiéndose a la función de producción 2.3.1. Para ello, se plantea

$$\max_{Y_t(j)} \quad P_t Y_t^D - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) \mathrm{d}j$$
$$\text{s. a.} \quad \begin{cases} Y_t^D = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \mathrm{d}j \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\ t = 0, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

donde $P_t(j)$ es el precio del bien intermedio que la empresa j produce.

De modo que la condición de primer orden con respecto a $Y_t(j)$ viene dada por

$$P_t \frac{\epsilon}{\epsilon-1}\left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \mathrm{d}j\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}-1} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}-1} - P_t(j) = 0$$

$$\therefore Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\epsilon} Y_t^D \tag{2.3.2}$$

En este caso, ϵ representa el grado de competencia monopolística en el mercado de bienes y, ahora, se denomina a ϵ como la elasticidad precio de la demanda de los bienes intermedios.

Una vez que la empresa competitiva o productora del bien final determina la cantidad óptima de bienes intermedios como insumos del bien final, se propone establecer el precio al cual vende su producto, que en competencia perfecta y encontrada la ecuación 2.3.2, se tiene que

$$P_t Y_t^D - \int_0^1 P_t(j) \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\epsilon} Y_t^D \mathrm{d}j = 0$$

$$\therefore P_t = \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\epsilon} \mathrm{d}j\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{2.3.3}$$

2.3.2. Empresas en competencia monopolística

Se tiene un número continuo $j \in [0,1]$ de empresas productoras de bienes diferenciados que compiten monopolísticamente para vender sus productos como insumos a la empresa competitiva encargada de la producción del bien final que se vende al consumidor.

Las empresas encargadas de la producción de bienes diferenciados utilizan una función tecnológica de producción de tipo neoclásico, es decir que presenta rendimientos constantes a escala, productividades marginales decrecientes, y satisface las condiciones de Inada. En particular se tiene la función de producción Cobb-Douglas

$$Y_t(j) = A_t K_{t-1}(j)^{\alpha} N_t(j)^{1-\alpha} \tag{2.3.4}$$

donde α y $1-\alpha$ son las participaciones del capital y trabajo en la producción; $K_{t-1}(j)$ y $N_t(j)$ son las demandas de capital, a los consumidores ricardianos, y trabajo, al sindicato representativo, de la empresa j; y A_t es un el nivel de la tecnología, común a todas las empresas y el cual sigue el proceso AR(1)

$$\ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$$

donde ρ_A es la persistencia del proceso estocástico, $\varepsilon_{A,t} \sim \text{Normal}(0, \sigma_A^2)$ es un choque tecnológico, y σ_A es la desviación estándar de la perturbación.

Las empresas monopolísticas eligen la cantidad de capital y trabajo aceptando sus precios como dados a fin de maximizar sus beneficios o, de forma equivalente, minimizar sus costos. Se opta por plantear el problema de minimización de costos, dada la función de producción:

$$\min_{K_{t-1}(j), N_t(j)} \quad r_t^K K_{t-1}(j) + w_t N_t(j)$$
$$\text{s. a.} \quad \begin{cases} Y_t(j) = A_t K_{t-1}(j)^\alpha N_t(j)^{1-\alpha} \\ K_{-1} > 0 \\ t = 1, 2, \ldots \end{cases}$$

A partir del planteamiento anterior, se da el lagrangiano

$$\min_{K_{t-1}(j), N_t(j)} \quad r_t^K K_{t-1}(j) + w_t N_t(j) + cm_t(j) \left[A_t K_{t-1}(j)^\alpha N_t(j)^{1-\alpha} - Y_t(j) \right]$$

donde se ha anticipado el multiplicador de Lagrange como el costo marginal, $cm_t(j)$.

Derivando el lagrangiano con respecto a $K_{t-1}(j)$ y $N_t(j)$ e igualando a cero, se obtienen, respectivamente, las demandas de capital y trabajo óptimas, tales que

$$r_t^K = \alpha cm_t(j) \frac{Y_t(j)}{K_{t-1}(j)} \tag{2.3.5}$$

$$w_t = (1 - \alpha) cm_t(j) \frac{Y_t(j)}{N_t(j)} \tag{2.3.6}$$

Al igualar las expresiones 2.3.5 y 2.3.6 para el costo marginal, resulta la ecuación para la proporción capital-trabajo

$$\frac{K_{t-1}(j)}{N_t(j)} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{w_t}{r_t^K}$$

$$\therefore \frac{K_{t-1}}{N_t} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{w_t}{r_t^K} \tag{2.3.7}$$

Como todas las empresas presentan los mismos precios de los factores productivos, deben tener la misma proporción capital-trabajo.

Si se sustituyen las condiciones de primer orden 2.3.5 y 2.3.6 en la función de producción 2.3.4, resulta una expresión para el costo marginal como

$$\begin{aligned} Y_t(j) &= A_t \left(\alpha cm_t(j) \frac{Y_t(j)}{r_t^K} \right) \left[(1-\alpha) cm_t(j) \frac{Y_t(j)}{w_t} \right] \\ \therefore cm_t &= \frac{1}{A_t} \left(\frac{r_t^K}{\alpha} \right)^{\alpha} \left(\frac{w_t}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \qquad (2.3.8) \end{aligned}$$

Se observa que el costo marginal es independiente del tipo de empresa j; más aun, es el mismo para todas las empresas productoras de bienes diferenciados.

En competencia monopolística, los beneficios de las empresas (o dividendos que ganan los consumidores ricardianos) están dados por

$$\begin{aligned} d_t(j) &= \frac{P_t(j)}{P_t} Y_t(j) - r_t^K K_{t-1}(j) - w_t N_t(j) \\ &= \frac{P_t(j)}{P_t} Y_t(j) - \alpha Y_t(j) cm_t - (1-\alpha) Y_t(j) cm_t \\ \therefore d_t(j) &= \left(\frac{P_t(j)}{P_t} - cm_t \right) Y_t(j) \qquad (2.3.9) \end{aligned}$$

De hecho, bajo rendimientos constantes a escala, el costo marginal siempre es igual al costo medio de la producción, *i. e.*

$$cm_t = \frac{r_t^K K_{t-1}(j) + w_t N_t(j)}{Y_t(j)} \qquad (2.3.10)$$

Ahora bien, siguiendo el sistema de precios de Calvo (1983), se asume un mecanismo rígido en el que no siempre las empresas pueden cambiar sus precios libremente durante cada periodo, sino que tan sólo pueden hacerlo con probabilidad $1-\theta$. Las empresas que no tienen la oportunidad de modificar sus precios mantienen el nivel del periodo inmediatamente anterior. Entonces, el nivel general de precios puede plantearse como un promedio geométrico del precio precedente y el precio modificado. Es decir, partiendo de la ecuación 2.3.3,

$$\begin{aligned} P_t^{1-\epsilon} &= \int_0^{1-\theta} P_t^{*,1-\epsilon} \mathrm{d}j + \int_{1-\theta}^{1} P_{t-1}^{1-\epsilon} \mathrm{d}j \\ \therefore P_t &= \left[(1-\theta) P_t^{*,1-\epsilon} + \theta P_{t-1}^{1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \qquad (2.3.11) \end{aligned}$$

donde θ corresponde a la probabilidad con la que las empresas no pueden ajustar sus precios y P_t^* señala el precio óptimo de ajuste de las empresas en competencia monopolística.

Si se considera un estado estable de inflación cero, es conveniente definir la tasa de inflación a partir de la expresión

$$1 + \pi_t \equiv \frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{2.3.12}$$

porque en el largo plazo se tendrá $P_{t-1} = P_t = P$ y, por lo tanto, $\pi = 0$.

Interesa la dinámica lineal de la inflación, así que será indispensable expresar la ecuación 2.3.11 en términos inflacionarios. En este sentido, de acuerdo con las definiciones 2.3.11 y 2.3.12, se obtiene la dinámica de la tasa de inflación

$$1 + \pi_t = \left[(1-\theta) \left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} \right)^{1-\epsilon} + \theta \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{2.3.13}$$

Dentro del esquema de precios rígidos a seguir, sea el factor de descuento estocástico intertemporal

$$\Lambda_{t,t+s} \equiv \beta^s \left(\frac{C_{t+s}}{C_t} \right)^{-\sigma}$$

o bien, la tasa marginal de sustitución entre el consumo agregado futuro y presente. Así, las empresas que sí pueden cambiar sus precios lo hacen planteándose el problema

$$\begin{aligned} \max_{P_t(j)} \quad & \mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \theta^s \Lambda_{t,t+s} \big(P_t(j) Y_{t+s}(j) - CM_{t+s} Y_{t+s}(j) \big) \right] \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} Y_{t+s}(j) = \left(\dfrac{P_t(j)}{P_{t+s}} \right)^{-\epsilon} Y_{t+s}^D \\ t, s = 0, 1, 2, \ldots \end{cases} \end{aligned}$$

que les permite maximizar sus beneficios dada la demanda de bienes diferenciados que hace la empresa competitiva.

Al sustituir la demanda de bienes donde corresponde, el problema de optimización intertemporal con restricciones puede replantearse como el lagrangiano

$$\max_{P_t(j)} \quad \mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \theta^s \Lambda_{t,t+s} \left[\frac{P_t(j)^{1-\epsilon}}{P_{t+s}^{-\epsilon}} Y_{t+s}^D - CM_{t+s} \left(\frac{P_t(j)}{P_{t+s}} \right)^{-\epsilon} Y_{t+s}^D \right] \right]$$

Solamente en equilibrio simétrico todas las empresas ajustan el mismo precio de sus bienes. En ese caso, $P_t^* = P_t(j)$, para $j \in [0, 1-\theta]$, y se encuentra de la condición de primer orden el precio óptimo de ajuste:

$$0 = \mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} \theta^s \Lambda_{t,t+s} \left[(1-\epsilon) \left(\frac{P_t^*}{P_{t+s}} \right)^{-\epsilon} Y_{t+s}^D + \epsilon C M_{t+s} \frac{1}{P_t^*} \left(\frac{P_t^*}{P_{t+s}} \right)^{-\epsilon} Y_{t+s}^D \right] \right]$$

$$\therefore P_t^* = \mathcal{M} \frac{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta)^s C_{t+s}^{-\sigma} cm_{t+s} P_{t+s}^{1+\epsilon} Y_{t+s}^D \right]}{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta)^s C_{t+s}^{-\sigma} P_{t+s}^{\epsilon} Y_{t+s}^D \right]}$$

donde $\mathcal{M} \equiv \epsilon/(\epsilon-1)$ es el *markup* de precios flexibles anhelado.

2.4. El gobierno

En esta sección del análisis, se toma como referencia el trabajo de Leeper (1991) en lo que se refiere a las políticas fiscal y monetaria. En este sentido, se dice que una política económica activa es aquella que no responde significativamente a la deuda gubernamental toda vez que ajusta sus variables de control libremente a variables pasadas, presentes o futuras de interés. Por su parte, una política pasiva sí responde a la deuda y se somete a la política activa y al sector privado, en tanto que responde a la deuda actual y a otras variables, pasadas o actuales. Los parámetros asociados con una política activa no responden a la restricción presupuestaria del gobierno en tanto que los parámetros de una política pasiva sí lo hacen.

Dependiendo del espacio de parámetros de política, se tienen cuatro regímenes: 1) política monetaria activa y política fiscal pasiva (AM/PF), un régimen monetarista y ricardiano, consistente con el principio de Taylor, donde la inflación es un fenómeno completamente monetario, y la política fiscal ajusta el superávit para estabilizar el valor de la deuda; 2) política monetaria pasiva y política fiscal activa (PM/AF), un régimen no monetario y no ricardiano, donde la inflación es un fenómeno fiscal, y la política monetaria permite que la inflación revalorice y estabilice la deuda; 3) política monetaria activa y política fiscal activa (AM/AF), un un régimen insostenible, donde ambas controlan la inflación, pero ninguna estabiliza la deuda; y 4) política monetaria pasiva y política fiscal pasiva (PM/PF), un régimen de equilibrio indeterminado, donde ambas estabilizan la deuda, mientras ninguna controla la inflación.

2.4.1. Política monetaria

La autoridad monetaria, usualmente, sigue una regla de política ya sea de tipo presente o *fordward-looking* principalmente para asegurar la estabilidad de precios. El instrumento de política monetaria es la tasa de interés nominal, la cual se formula con base en la regla de Taylor, como en Taylor (1993) y Clarida, Gali, y Gertler (1999), para hacerla responder a su valor rezagado, la inflación y la producción presentes de acuerdo con

$$\frac{1+i_t}{1+i} = \left(\frac{1+i_{t-1}}{1+i}\right)^{\rho_i} \left[\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^{\phi_{i\pi}} \left(\frac{Y_t}{Y}\right)^{\phi_{iY}}\right]^{1-\rho_i} e^{\varepsilon_{i,t}}$$

donde $\phi_{i\pi}$ y ϕ_{iY} son los coeficientes de pendiente de la inflación y la producción, respectivamente; ρ_i es el coeficiente de persistencia de la tasa de interés nominal; $\varepsilon_{i,t} \sim \text{Normal}(0, \sigma_i^2)$ es un choque de política monetaria exógeno; y σ_i es la desviación estándar del *shock*.

La regla de Taylor involucra el llamado principio de Taylor, que postula que la tasa de interés nominal debe aumentar en mayor medida cuando la inflación supera la inflación objetivo. En otras palabras, la tasa de interés nominal debe aumentar más que proporcionalmente con la inflación cuando esta última sobrepase su nivel cero. La política monetaria es activa cuando $\phi_{i\pi} > 1$, y es pasiva si $\phi_{i\pi} < 1$. Por otro lado, la tasa de interés nominal también puede responder a las desviaciones de la producción de su nivel potencial. Así, cuando $\phi_{iY} > 0$, la política monetaria es contracíclica; mientras que si $\phi_{iY} < 0$, es cíclica.

2.4.2. Política fiscal

La política monetaria bien puede ser combinada con una correcta política fiscal para garantizar la estabilidad económica. El objetivo primordial de la autoridad fiscal se concentra en la sostenibilidad de la deuda pública y la estabilización del ciclo económico. Debido a la política fiscal discrecional, el gobierno no actúa con la suficiente rapidez para mitigar las fluctuaciones económicas. Por fortuna, los estabilizadores automáticos no necesitan ser legislados para regular la actividad económica, sino más bien responden automática y rápidamente al crecimiento de la economía; es decir, dependiendo de si la brecha de producción es negativa (positiva), el gasto público aumenta (disminuye) y los impuestos disminuyen (aumentan). La política keynesiana no consiste en un manejo arbitrario de la demanda agregada, como con una política discrecional, más bien sirve para estabilizar la economía en épocas de recesión o expansión, precisamente a través de la demanda agregada.

El gobierno utiliza impuestos de suma fija, emite deuda pública, y crea dinero mediante señoreaje, por el lado del ingreso; e incurre en gasto público, paga intereses por los bonos que emite, y cumple con la demanda de dinero de la sociedad, por el lado del gasto. Es decir, el gobierno cumple con la restricción presupuestaria

$$T_t + b_t + m_t = G_t + \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t} b_{t-1} + \frac{1}{1+\pi_t} m_{t-1} \tag{2.4.1}$$

Note que la formulación de la restricción presupuestaria gubernamental se proporciona en términos agregados y reales. Los ingresos y gastos por impuestos, bonos y dinero corresponden con sus contrapartes en la restricción presupuestaria agregada de los consumidores.

Cabe mencionar que el balance primario, S_t^F, resulta de restar a los ingresos recabados por impuestos los costos incurridos por el gasto público, excluyendo la deuda neta y los ingresos por señoreaje. Esto es

$$S_t^F = T_t - G_t$$

El balance primario bien puede ser déficit o superávit. Si fuera cero, significa que el déficit es igual a los intereses de la deuda pública. Con un déficit primario, el gobierno contrata deuda tanto para cubrir este déficit como para el pago de los intereses de la deuda. En caso de un superávit primario, el gobierno se endeuda solamente lo suficiente para pagar el costo de la deuda. El señoreaje es despreciable.

Es usual en la literatura hacer que la autoridad fiscal obedezca a reglas de política *backward-looking* o presentes. En concreto, se utilizan reglas de tipo Taylor para garantizar la sostenibilidad de la deuda gubernamental, como en Galí *et al.* (2007) y Leeper (1991), y con estabilizadores automáticos sin retardo interno, como en Leeper, Plante, y Traum (2010), a partir de la cuales la política fiscal permite ajustar los impuestos y el gasto público mediante

$$\frac{T_t}{Y_t} - \frac{T}{Y} = \rho_T \left(\frac{T_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{T}{Y} \right) + (1-\rho_T) \left[\phi_{Tb} \left(\frac{b_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{b}{Y} \right) + \phi_{TY} \left(\frac{Y_t}{Y} - 1 \right) \right] + \varepsilon_{T,t} \tag{2.4.2}$$

$$\frac{G_t}{Y_t} - \frac{G}{Y} = \rho_G \left(\frac{G_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{G}{Y} \right) - (1-\rho_G) \left[\phi_{Gb} \left(\frac{b_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{b}{Y} \right) + \phi_{GY} \left(\frac{Y_t}{Y} - 1 \right) \right] + \varepsilon_{G,t} \tag{2.4.3}$$

donde ρ_T y $\rho_G < 1$ son los coeficientes de persistencia; ϕ_{Tb}, ϕ_{TY}, ϕ_{Gb} y ϕ_{GY}, los coeficientes de pendiente; $\varepsilon_{T,t} \sim \text{Normal}(0, \sigma_T^2)$ y $\varepsilon_{G,t} \sim \text{Normal}(0, \sigma_G^2)$, los choques de política fiscal exógenos; y σ_T y σ_G las desviaciones estándar de los choques; correspondientes a las reglas fiscales de impuestos y gasto público.

La categorización de la política fiscal en activa o pasiva va a depender de la sostenibilidad de la deuda pública. Si la autoridad fiscal tiene la capacidad de solventar la deuda, entonces se dice que la política fiscal es pasiva. A este respecto, los coeficientes de las reglas de política fiscal formuladas en las ecuaciones 2.4.2 y 2.4.3 son cruciales para poder asegurar que la dinámica de la deuda pública dada por la restricción 2.4.1 no sea explosiva, sino más bien que sea estacionaria, lo que significa que el gobierno siempre cumple con sus obligaciones fiscales a fin de asegurar la sostenibilidad de su deuda.

2.5. Agregación

Cuando se habla acerca de que los mercados financieros son incompletos, se quiere decir, en específico, que los consumidores *rule-of-thumb* quedan excluidos de los mercados de valores. Además, el nivel agregado X_t de la variable $X_t(i)$ asociada al consumidor i se define a partir de $X_t = \int_0^1 X_t(i)\mathrm{d}i$, donde $X \in \{C, N, I, K, T, b, m, d\}$. También, una fracción $1-\omega$ de los consumidores son ricardianos y la proporción complementaria ω de ellos son no ricardianos, así que $X_t = \int_0^{1-\omega} X_t(i)\mathrm{d}i + \int_{1-\omega}^1 X_t(i)\mathrm{d}i = (1-\omega)X_t^R + \omega X_t^{NR}$. Por lo tanto, se tienen los promedios ponderados

$$
\begin{aligned}
C_t &= \omega C_t^{NR} + (1-\omega)C_t^R \\
N_t &= \omega N_t^{NR} + (1-\omega)N_t^R \\
T_t &= \omega T_t^{NR} + (1-\omega)T_t^R \\
I_t &= (1-\omega)I_t^R \\
K_t &= (1-\omega)K_t^R \\
b_t &= (1-\omega)b_t^R \\
m_t &= (1-\omega)m_t^R \\
d_t &= (1-\omega)d_t^R
\end{aligned}
$$

Para el caso de la oferta agregada de trabajo, se explicó que $N_t^R = N_t^{NR} = N_t$. En el caso de los impuestos, se supone que ambos tipos de consumidores pagan la misma cantidad, la cual viene dada por el nivel agregado de estos; es decir, $T_t^R = T_t^{NR} = T_t$, por simplicidad.

Además, como se supone que el consumidor i está capacitado para ofrecer cualquier tipo de trabajo k, entonces $N_t(i) = \int_0^1 N_t(k)\mathrm{d}k$. Pero debido a que $N_t = \int_0^1 N_t(i)\mathrm{d}i$, en consecuencia

$$N_t = \int_0^1 N_t(k)\mathrm{d}k \tag{2.5.1}$$

Esta es la definición de oferta agregada de trabajo.

A continuación, se presentan la condición de vaciado del mercado de capital, la demanda agregada de trabajo, el nivel agregado de dividendos y la oferta agregada de bienes

$$K_t = \int_0^1 K_t(j)\mathrm{d}j \tag{2.5.2}$$

$$N_t^D = \int_0^1 N_t(j)\mathrm{d}j \tag{2.5.3}$$

$$d_t = \int_0^1 d_t(j)\mathrm{d}j$$

$$Y_t = \int_0^1 Y_t(j)\mathrm{d}j \tag{2.5.4}$$

en ese orden.

A partir de las definiciones 2.5.2 y 2.5.3, también se puede encontrar que la proporción capital-trabajo es la misma para todas las empresas monopolísticas, o sea que $K_{t-1}(j)/N_t(j) = K_{t-1}/N_t^D$, pues como en la expresión 2.3.7,

$$\frac{K_{t-1}}{N_t} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w_t}{r_t^K} \tag{2.5.5}$$

Así, partiendo de la ecuación 2.5.4 y utilizando las ecuaciones 2.3.4, 2.5.5 y 2.5.3, en ese orden, se haya la función de producción agregada

$$\begin{aligned}
Y_t &= \int_0^1 Y_t(j)\mathrm{d}j \\
&= \int_0^1 A_t K_{t-1}(j)^\alpha N_t(j)^{1-\alpha}\mathrm{d}j \\
&= A_t \left(\frac{K_{t-1}}{N_t^D}\right)^\alpha \int_0^1 N_t(j)\mathrm{d}j \\
\therefore Y_t &= A_t K_{t-1}^\alpha N_t^{D,1-\alpha}
\end{aligned}$$

Bajo rendimientos constantes a escala, el costo marginal es independiente del nivel de producción, de aquí que es común para todas las empresas con poder de monopolio. En efecto

$$cm_t = \frac{1}{A_t}\left(\frac{r_t^K}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{w_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

Al igual que el resultado 2.3.8.

Dado que el costo marginal no depende de j, y partiendo de la ecuación 2.3.9, el reparto agregado de dividendos viene dado por la ley

$$\begin{aligned}\int_0^1 d_t(j)\mathrm{d}j &= Y_t^D \int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{1-\epsilon} \mathrm{d}j - cm_t \int_0^1 Y_t(j)\mathrm{d}j \\ &= P_t^{\epsilon-1} Y_t^D \int_0^1 P_t(j)^{1-\epsilon}\mathrm{d}j - cm_t Y_t \\ \therefore d_t &= Y_t^D - cm_t Y_t \end{aligned} \tag{2.5.6}$$

donde $cm_tY_t = r_t^K K_{t-1} + w_t N_t^D$, al resolver la ecuación 2.3.10 para $cm_tY_t(j)$, integrar sobre j y usando las expresiones 2.5.2, 2.5.3 y 2.5.4.

A continuación, se verifica la condición de cero beneficios de los sindicatos especializados y, con ello, más importantemente, se deduce la restricción presupuestaria agregada de los consumidores ricardianos y no ricardianos:

$$\begin{aligned}\int_0^1 w_t(k)N_t(k)\mathrm{d}k &= w_t^{\epsilon_w} N_t^D \int_0^1 w_t(k)^{1-\epsilon_w}\mathrm{d}k \\ &= w_t N_t^D \\ \therefore C_t + I_t + b_t + m_t + T_t &= r_t^K K_{t-1} + w_t N_t^D + \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t} b_{t-1} + \frac{1}{1+\pi_t} m_{t-1} + d_t \end{aligned} \tag{2.5.7}$$

Por defecto, se tiene la restricción presupuestaria del gobierno en términos agregados

$$T_t + b_t + m_t = G_t + \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t} b_{t-1} + \frac{1}{1+\pi_t} m_{t-1} \tag{2.5.8}$$

en la que los ingresos y gastos provenientes de los impuestos, bonos y dinero corresponden con sus contrapartes en la restricción agregada de los consumidores.

Por lo tanto, la demanda agregada de la economía se deriva de combinar la restricción agregada de los consumidores 2.5.7, la ley agregada de dividendos de las empresas monopolísticas 2.5.6 y la restricción presupuestaria agregada del gobierno 2.5.8:

$$Y_t^D = C_t + I_t + G_t$$

En cuanto al mercado de bienes,

$$v_t \equiv \int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\epsilon} \mathrm{d}j$$

$$= \int_0^{1-\theta} \left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{-\epsilon} \mathrm{d}j + \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^{\epsilon} \int_{1-\theta}^{1} \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_{t-1}}\right)^{-\epsilon} \mathrm{d}j$$

$$\therefore v_t = (1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{-\epsilon} + \theta(1+\pi_t)^{\epsilon} v_{t-1} \tag{2.5.9}$$

Así, el conjunto de ecuaciones 2.5.4, 2.3.2 y 2.5.9 implican que

$$Y_t = v_t Y_t^D$$

Por este hecho, se observa que el mercado de bienes no siempre se está en equilibrio. Más aun, cuando existe competencia monopolística en el mercado de bienes, $v_t \geq 1$ y, por lo tanto, la demanda agregada es insuficiente a la oferta agregada.[8]

Con respecto al mercado de trabajo,

$$v_t^w \equiv \int_0^1 \left(\frac{W_t(k)}{W_t}\right)^{-\epsilon_w} \mathrm{d}k$$

$$= \int_0^{1-\theta_w} \left(\frac{W_t^*}{W_t}\right)^{-\epsilon_w} \mathrm{d}k + \left(\frac{W_t}{W_{t-1}}\right)^{\epsilon_w} \int_{1-\theta_w}^{1} \left(\frac{W_{t-1}(k)}{W_{t-1}}\right)^{-\epsilon_w} \mathrm{d}k$$

$$\therefore v_t^w = (1-\theta_w)\left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\epsilon_w} + \theta_w(1+\pi_t^w)^{\epsilon_w} v_{t-1}^w \tag{2.5.10}$$

Entonces, bajo las ecuaciones 2.5.1, 2.2.1, 2.5.3 y 2.5.10 se obtiene que

$$N_t = v_t^w N_t^D$$

Es decir, el mercado de trabajo no siempre se encuentra en equilibrio. Más aun, dado que $v_t^w \geq 1$, existe desempleo involuntario toda vez que los sindicatos especializados fijan sus salarios por encima del salario de pleno empleo.[9]

2.6. Equilibrio

El sistema de ecuaciones no lineales que caracterizan el equilibrio económico viene dado mediante el conjunto de 38 ecuaciones y 38 incógnitas que se resume a continuación, donde se

[8] Sims (2017a) explica que $v_t \geq 1$.

[9] De forma similar a v_t, $v_t^w \geq 1$.

encuentran 34 procesos endógenos y 4 exógenos:

$$\beta \mathrm{E}_t \left[\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \left(\frac{C_{t+1}^R}{C_t^R} \right)^{-\sigma} \right] = 1 \tag{2.6.1}$$

$$\mathrm{E}_t \left[r_{t+1}^K + 1 - \delta \right] = \mathrm{E}_t \left[\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \right] \tag{2.6.2}$$

$$1 + r_t = \mathrm{E}_t \left[\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \right] \tag{2.6.3}$$

$$m_t^{R,-\nu} = \beta \mathrm{E}_t \left[\frac{i_t}{1+\pi_{t+1}} C_{t+1}^{R,-\sigma} \right] \tag{2.6.4}$$

$$q_t^R = 1 \tag{2.6.5}$$

$$K_t^R = (1-\delta) K_{t-1}^R + I_t^R \tag{2.6.6}$$

$$S_t^P = Y_t^D - T_t - C_t^R \tag{2.6.7}$$

$$C_t^{NR} + T_t = w_t N_t^D \tag{2.6.8}$$

$$w_t = \left[\theta_w \left(\frac{w_{t-1}}{1+\pi_t} \right)^{1-\epsilon_w} + (1-\theta_w) w_t^{*,1-\epsilon_w} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon_w}} \tag{2.6.9}$$

$$w_t^* = \frac{\epsilon_w}{\epsilon_w - 1} \frac{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^s N_{t+s}^{1+\eta} \right]}{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta_w)^s \frac{P_t}{P_{t+s}} N_{t+s}^{1+\eta} \left[\omega \frac{C_{t+s}^{NR,-\sigma}}{N_{t+s}^{\eta}} + (1-\omega) \frac{C_{t+s}^{R,-\sigma}}{N_{t+s}^{\eta}} \right] \right]} \tag{2.6.10}$$

$$1 + \pi_t^w = (1+\pi_t) \frac{w_t}{w_{t-1}} \tag{2.6.11}$$

$$r_t^K = \alpha \frac{Y_t}{K_{t-1}} cm_t \tag{2.6.12}$$

$$w_t = (1-\alpha) \frac{Y_t}{N_t^D} cm_t \tag{2.6.13}$$

$$d_t^R = Y_t^D - cm_t Y_t \tag{2.6.14}$$

$$Y_t = A_t K_{t-1}^{\alpha} N_t^{D,1-\alpha} \tag{2.6.15}$$

$$P_t = \left[\theta P_{t-1}^{1-\epsilon} + (1-\theta) P_t^{*1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \tag{2.6.16}$$

$$P_t^* = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \frac{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta)^s C_{t+s}^{-\sigma} cm_{t+s} P_{t+s}^{1+\epsilon} Y_{t+s}^D \right]}{\mathrm{E}_t \left[\sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta)^s C_{t+s}^{-\sigma} P_{t+s}^{\epsilon} Y_{t+s}^D \right]} \tag{2.6.17}$$

$$1 + \pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{2.6.18}$$

$$T_t + b_t + m_t = G_t + \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t} b_{t-1} + \frac{1}{1+\pi_t} m_{t-1} \tag{2.6.19}$$

$$S_t^F = T_t - G_t \tag{2.6.20}$$

$$\frac{1+i_t}{1+i} \equiv \left(\frac{1+i_{t-1}}{1+i}\right)^{\rho_i} \left[\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)^{\phi_{i\pi}} \left(\frac{Y_t}{Y}\right)^{\phi_{iY}}\right]^{1-\rho_i} e^{u_{i,t}} \tag{2.6.21}$$

$$\frac{T_t}{Y_t} - \frac{T}{Y} = \rho_T \left(\frac{T_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{T}{Y}\right) + (1-\rho_T)\left[\phi_{Tb}\left(\frac{b_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{b}{Y}\right) + \phi_{TY}\left(\frac{Y_t}{Y} - 1\right)\right] + u_{T,t} \tag{2.6.22}$$

$$\frac{G_t}{Y_t} - \frac{G}{Y} = \rho_G \left(\frac{G_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{G}{Y}\right) - (1-\rho_G)\left[\phi_{Gb}\left(\frac{b_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{b}{Y}\right) + \phi_{GY}\left(\frac{Y_t}{Y} - 1\right)\right] + u_{G,t} \tag{2.6.23}$$

$$C_t = \omega C_t^{NR} + (1-\omega) C_t^R \tag{2.6.24}$$

$$I_t = (1-\omega) I_t^R \tag{2.6.25}$$

$$K_t = (1-\omega) K_t^R \tag{2.6.26}$$

$$b_t = (1-\omega) b_t^R \tag{2.6.27}$$

$$m_t = (1-\omega) m_t^R \tag{2.6.28}$$

$$d_t = (1-\omega) d_t^R \tag{2.6.29}$$

$$Y_t^D = C_t + I_t + G_t \tag{2.6.30}$$

$$Y_t = v_t Y_t^D \tag{2.6.31}$$

$$v_t = (1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{-\epsilon} + \theta(1+\pi_t)^{\epsilon} v_{t-1} \tag{2.6.32}$$

$$N_t = v_t^w N_t^D \tag{2.6.33}$$

$$v_t^w = (1-\theta_w)\left(\frac{w_t^*}{w_t}\right)^{-\epsilon_w} + \theta_w(1+\pi_t^w)^{\epsilon_w} v_{t-1}^w \tag{2.6.34}$$

$$A_t = A^{1-\rho_A} A_{t-1}^{\rho_A} e^{\varepsilon_{A,t}} \tag{2.6.35}$$

$$u_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \tag{2.6.36}$$

$$u_{T,t} = \varepsilon_{T,t} \tag{2.6.37}$$

$$u_{G,t} = \varepsilon_{G,t} \tag{2.6.38}$$

donde $0 < \alpha, \beta, \delta, \theta, \theta_w, \omega, \rho_A, \rho_i, \rho_T, \rho_G < 1$; $\epsilon, \epsilon_w > 1$; $0 < \sigma, \eta, \nu, \sigma_A, \sigma_i, \sigma_T, \sigma_G < \infty$; $0 < \phi_{i\pi}, \phi_{iY}, \phi_{Tb}, \phi_{TY}, \phi_{Gb}, \phi_{GY} < \infty$; y $\varepsilon_{x,t} \sim \text{Normal}(0, \sigma_x^2)$, para $x = \{A, i, T, G\}$. Las variables endógenas son C_t, C_t^R, C_t^{NR}, G_t, I_t, I_t^R, K_t, K_t^R, N_t, N_t^D, P_t, P_t^*, S_t^P, S_t^F, T_t, Y_t, Y_t^D, b_t, b_t^R, cm_t, d_t, d_t^R, i_t, m_t, m_t^R, π_t, π_t^w, q_t^R, r_t, r_t^K, w_t, y w_t^*; en tanto que las variables exógenas son A_t, $u_{i,t}$, $u_{G,t}$ y $u_{T,t}$. En el sistema, 2.6.1 es la ecuación de Euler, 2.6.2 es la versión de Fisher con base en r_t^K, 2.6.3 es la ecuación de Fisher usual, 2.6.4 es la demanda de dinero, 2.6.5 es la q de Tobin, 2.6.6 es la ecuación de acumulación de capital, 2.6.7 es el ahorro privado, 2.6.8 es la restricción presupuestaria no ricardiana, 2.6.9 es la dinámica del salario real agregado, 2.6.10 es el salario real óptimo de ajuste, 2.6.11 es la definición de inflación salarial, 2.6.12 es la demanda de capital, 2.6.13 es la demanda de trabajo, 2.6.14 es la ley de dividendos, 2.6.15 es la función de producción, 2.6.16 es el nivel general de precios, 2.6.17 es el precio óptimo de ajuste, 2.6.18 es la definición de inflación, 2.6.19 es la restricción presupuestaria del gobierno, 2.6.20 es el balance fiscal primario, 2.6.21 es la regla de Taylor, 2.6.22 es la regla fiscal de los impuestos, 2.6.23 es la regla fiscal del gasto público, 2.6.24 es el consumo agregado, 2.6.25 es la inversión agregada, 2.6.26 es el capital agregado, 2.6.27 son los bonos agregados, 2.6.28 es el dinero agregado, 2.6.29 son los dividndos agregados, 2.6.30 es la demanda agregada, 2.6.31 es el equilibrio del mercado de bienes con la demanda agregada insuficiente, 2.6.32 es la dispersión de precios, 2.6.33 es el equilibrio del mercado de trabajo con desempleo involuntario, 2.6.34 es la dispersión de salarios, 2.6.35 es el choque de tecnológico, 2.6.36 es el choque de política monetaria, 2.6.37 es el choque de política fiscal correspondiente a los impuestos, y 2.6.38 es el choque de política fiscal correspondiente al gasto público.

2.7. Estado estable

El estado estable del sistema de ecuaciones no lineales de equilibrio 2.6.1-2.6.38 no es otra cosa más que el equilibrio de largo plazo de la economía. En esta situación, las variables del modelo se mantienen en un valor constante durante el tiempo. Así que en ausencia de perturbaciones estocásticas, la economía se sitúa en su estado estable, lo que en esencia significa que las variables convergen a sus valores deterministas.

Al resolver de manera simultanea el sistema 2.6.1-2.6.38 en el estado estable, se tiene de antemano que $i = r = 1/\beta - 1$, $r^K = 1/\beta - 1 + \delta$, $A = q = 1$, $cm = (\epsilon - 1)/\epsilon$ y $\pi = \pi^w = 0$. También, se da por hecho que $C^R = C^{NR} = C$, $P^* = P$ y $w^* = w$; los dos últimos supuestos implican que $Y = Y^D$, $N = N^D$, pues $v = v^w = 1$. Se definen las proporciones $\gamma_C \equiv C/Y$, $\gamma_I \equiv I/Y$, $\gamma_K \equiv K/Y$, $\gamma_N \equiv N/Y$, $\gamma_b \equiv b/Y$ y $\gamma_G \equiv G/Y$, con γ_G y γ_b conocidas. Entonces, se tiene que

$$
\begin{aligned}
\gamma_K &= \alpha cm/r^K \\
\gamma_I &= \delta\gamma_K \\
\gamma_C &= 1 - \gamma_I - \gamma_G \\
\gamma_N &= \gamma_K^{-\alpha/(1-\alpha)}
\end{aligned}
$$

Se sigue que el valor de estado estable de las variables restantes se determinan únicamente en función de los parámetros estructurales, donde solamente los estados estables del dinero y los dividendos agregados se ven a afectados por la fracción de consumidores no ricardianos:

$$\begin{aligned}
w &= (1-\alpha)/\gamma_N cm \\
N &= [(\epsilon_w - 1)/\epsilon_w (\gamma_C/\gamma_N)^{-\sigma} w]^{1/(\eta+\sigma)} \\
C &= \gamma_C/\gamma_N N \\
Y &= \gamma_K^{\alpha/(1-\alpha)} N \\
I &= \gamma_I Y \\
K &= I/\delta \\
m &= (1-\omega)\left(\beta i C^{-\sigma}\right)^{-1/\nu} \\
d &= (1-\omega)(1-cm)Y \\
b &= \gamma_b Y \\
G &= \gamma_G Y \\
T &= G + ib \\
S^F &= T - G \\
S^P &= Y - T - C
\end{aligned}$$

Efectivamente, cuando se conocen γ_G y γ_b de forma predeterminada, en el estado estable todas las variables del sistema de ecuaciones 2.6.1-2.6.38 quedan perfectamente determinadas y únicamente dependen de los parámetros estructurales, a excepción de P, pero se sabe que $\pi = 0$ (sin pérdida de generalidad, bien se puede tener $P = 1$).

2.8. Aproximación lineal del modelo

Con un modelo de equilibrio general dinámico, estocástico, con expectativas racionales y en tiempo discreto no es viable resolver de forma analítica o cerrada el sistema de ecuaciones no lineales que lo definen. Sin embargo, los métodos numéricos que se aplican en esta sección permiten encontrar soluciones aproximadas del modelo teórico, lo que posteriormente facilitará su aplicación empírica.

De acuerdo con el teorema de Taylor, si f es una función real de la variable real x y es infinitamente derivable entorno de un valor real a, entonces $f(x)$ es igual a la serie de potencias al rededor de a

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

donde $n!$ es el factorial de n y $f^{(n)}$ denota la n-ésima derivada de f en a. Esta serie de potencias se conoce como serie de Taylor de f centrada en a. Dicho esto, $f(x)$ puede ser aproximada linealmente tomando únicamente la expansión de primer orden de la serie Taylor, *i. e.*

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a)$$

Para contextualizar, sean X_t cualquier variable macroeconómica en niveles y X su valor de estado estable. Cuando $X_t, X > 0$, $\ln X_t$ puede aproximarse linealmente de acuerdo con el teorema de Taylor como

$$\ln X_t \approx \ln X + \frac{X_t - X}{X}$$

Ahora bien, al definir la log-desviación y la desviación porcentual de X_t con respecto a X como

$$\widetilde{X}_t \equiv \ln X_t - \ln X \quad \text{y} \quad \widehat{X}_t \equiv \frac{X_t - X}{X}$$

respectivamente, la relación entre $\widetilde{X}_t$ y $\widehat{X}_t$, con base en la log-linealización de X_t, está dada por

$$\widetilde{X}_t \approx \widehat{X}_t$$

El método de log-linealización significa implementar el teorema de Taylor para aproximar linealmente funciones no lineales de las variables macroeconómicas en torno a su estado estable ya sea a través de log-desviaciones o desviaciones porcentuales.

No obstante, se exponen a continuación tres principales reglas de linealización retomadas de Uhlig (1995), basadas en el teorema de Taylor, pero con las cuales no se requiere la diferenciación explícita en cuanto a la log-linealización. Estas son

i. $X_t Y_t = X(1 + \widehat{X}_t)Y(1 + \widehat{Y}_t) \approx XY(1 + \widehat{X}_t + \widehat{Y}_t)$,

ii. $X_t^a = X^a(1 + \widehat{X}_t)^a \approx X^a(1 + a\widehat{X}_t)$ y

iii. $\ln X_t = \ln(X(1 + \widehat{X}_t)) = \ln X + \ln(1 + \widehat{X}_t) \approx \ln X + \widehat{X}_t$.

Originalmente, Uhlig (1995) toma $X_t = e^{\widetilde{X}_t}$, con aproximación lineal $X_t \approx X(1 + \widetilde{X}_t)$. Sin embargo, Walsh (2010) presenta las reglas tal como aquí se dan. Por si fuera poco, recuerde que $\widetilde{X}_t \approx \widehat{X}_t$.

En el caso de las variables que ya están expresadas en términos de tasas o proporciones, será necesario escribirlas como desviaciones absolutas respecto a sus estados estables con el objetivo de hacerlas comparables con el resto de variables del modelo linealizado. Por ejemplo, si r_t es la tasa de interés real,

$$\hat{r}_t \equiv r_t - r$$

De esta manera, por el teorema de Taylor,

$$\ln(1 + r_t) \approx \ln(1 + r) + \frac{1}{1 + r}(r_t - r)$$

y en la medida que $r \to 0$, se tiene que $\ln(1+r_t) \approx r_t$. Por ende, $\ln(1+r_t) - \ln(1+r) \approx r_t - r = \hat{r}_t$.

Dependiendo del tipo de ecuación del que se trate, se puede utilizar el teorema de Taylor, como en el caso de las ecuaciones del precio y salario óptimos de ajuste; el método de Uhlig (1995), como en el caso de las restricciones presupuestarias.

2.8.1. Linealización de las ecuaciones de equilibrio

Una vez planteadas las ecuaciones de equilibrio no lineales y determinado el estado estable de las variables, se procede con la aproximación lineal del modelo haciendo uso del método de Uhlig (1995) como se muestra en la tabla 2.1. De esta manera, se tiene cuidado con la desigualdad de Jensen; es decir, con $\ln(\mathrm{E}_t[X_{t+1}]) \geq \mathrm{E}_t[\ln(X_t)]$; como en Zietz (2006).

Tabla 2.1: Procedimiento de linealización de las ecuaciones de equilibrio por el método de Uhlig (1995)

Ecuación	Desarrollo
2.6.1	$\beta(1+i)\mathrm{E}_t\left[1 + \frac{1}{1+i}\hat{i}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \sigma(\hat{c}^R_{t+1} - \hat{c}^R_t)\right] = 1$ $\hat{c}^R_t = \mathrm{E}_t\left[\hat{c}^R_{t+1}\right] - \frac{1}{\sigma}(\hat{i}_t - \hat{\pi}_{t+1})$
2.6.2	$(r^K + 1 - \delta)\mathrm{E}_t\left[1 + \frac{1}{r^K + 1 - \delta}\hat{r}^K_{t+1}\right] = (1+i)\mathrm{E}_t[1 + \hat{i}_t - \hat{\pi}_{t+1}]$ $\beta\mathrm{E}_t\left[\hat{r}^K_{t+1}\right] = \hat{i}_t - \mathrm{E}_t[\hat{\pi}_{t+1}]$
2.6.3	$(1+r)\left(1 + \frac{1}{1+r}\hat{r}_t\right) = (1+i)\mathrm{E}_t\left[1 + \frac{1}{1+i}\hat{i}_t - \hat{\pi}_{t+1}\right]$ $\hat{r}_t = \hat{i}_t - \mathrm{E}_t[\hat{\pi}_{t+1}]$

2.6.4

$$m^{R,-\nu}(1-\nu\hat{m}_t^R)=\beta i C^{-\sigma}\left(1+\frac{1}{i}\hat{i}_t-\hat{\pi}_{t+1}-\sigma\hat{c}_{t+1}^R\right)$$
$$\hat{m}_t^R=\frac{1}{\nu}\left(\mathrm{E}_t[\sigma\hat{c}_{t+1}^R+\hat{\pi}_{t+1}]-\frac{1}{i}\hat{i}_t\right)$$

2.6.5

$$q^R(1+\hat{q}_t^R)=1$$
$$\hat{q}_t^R=0$$

2.6.6

$$K(1+\hat{k}_t)=(1-\delta)K(1+\hat{k}_{t-1})+I(1+\hat{\imath}_t)$$
$$\hat{k}_t=(1-\delta)\hat{k}_{t-1}+\delta\hat{\imath}_t$$

2.6.7

$$S^P(1+\hat{s}_t^P)=Y(1+\hat{y}_t^D)-T(1+\hat{\tau}_t)-C(1+\hat{c}_t^R)$$
$$S^P\hat{s}_t^P=Y\hat{y}_t^D-T\hat{\tau}_t-C\hat{c}_t^R$$

2.6.8

$$C(1+\hat{c}_t^{NR})+T(1+\hat{\tau}_t)=wN(1+\hat{w}_t+\hat{n}_t^D)$$
$$C\hat{c}_t^{NR}+T\hat{\tau}_t=wN(\hat{w}_t+\hat{n}_t^D)$$

2.6.12

$$r^K\left(1+\frac{1}{r^K}\hat{r}_t^K\right)=\alpha\frac{Y}{K}cm(1+\hat{y}_t-\hat{k}_{t-1}+\widehat{cm}_t)$$
$$\frac{1}{r^K}\hat{r}_t^K=\hat{y}_t-\hat{k}_{t-1}+\widehat{cm}_t$$

2.6.13

$$w(1+\hat{w}_t)=(1-\alpha)\frac{Y}{N}cm(1+\hat{y}_t-\hat{n}_t^D+\widehat{cm}_t)$$
$$\hat{w}_t=\hat{y}_t-\hat{n}_t^D+\widehat{cm}_t$$

2.6.14

$$d^R(1+\hat{d}_t^R)=Y(1+\hat{y}_t)-cmY(1+\widehat{cm}_t+\hat{y}_t^D)$$
$$d^R\hat{d}_t^R=Y[\hat{y}_t-cm(\widehat{cm}_t+\hat{y}_t^D)]$$

2.6.15

$$Y(1+\hat{y}_t)=AK^\alpha N^{1-\alpha}[1+\hat{a}_t+\alpha\hat{k}_{t-1}+(1-\alpha)\hat{n}_t^D]$$
$$\hat{y}_t=\hat{a}_t+\alpha\hat{k}_{t-1}+(1-\alpha)\hat{n}_t^D$$

2.6.19

$$T(1+\hat{\tau}_t)+b(1+\hat{b}_t)+m(1+\hat{m}_t)=G(1+\hat{g}_t)$$
$$+(1+i)b\left(1+\frac{1}{1+i}\hat{i}_{t-1}-\hat{\pi}_t+\hat{b}_{t-1}\right)+m(\hat{m}_{t-1}-\hat{\pi}_t)$$
$$\hat{b}_t=\frac{1}{\beta}(\hat{\imath}_{t-1}-\hat{\pi}_t+\hat{b}_{t-1})-\frac{1}{b}\left[(T\hat{\tau}_t-G\hat{g}_t)+m(\hat{m}_t-\hat{m}_{t-1}+\hat{\pi}_t)\right]$$

2.6.20

$$S^F(1+\widehat{s}_t^F)=T(1+\hat{\tau}_t)-G(1+\hat{g}_t)$$
$$S^F\hat{s}_t^F=T\hat{\tau}_t-G\hat{g}_t$$

2.6.21
$$\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i}\right) = \rho_i \ln\left(\frac{1+i_{t-1}}{1+i}\right)$$
$$+ (1-\rho_i)\left[\phi_{i\pi}\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) + \phi_{iY}\ln\left(\frac{Y_t}{Y}\right)\right] + u_{i,t}$$
$$\hat{i}_t = \rho_i \hat{i}_{t-1} + (1-\rho_i)(\phi_{i\pi}\hat{\pi}_t + \phi_{iY}\hat{y}_t) + \hat{u}_{i,t}$$

2.6.22
$$\hat{\tau}_t^Y = \rho_T \hat{\tau}_{t-1}^Y + (1-\rho_T)(\phi_{Tb}\hat{b}_{t-1}^Y + \phi_{TY}\hat{y}_t) + \hat{u}_{T,t}$$

2.6.23
$$\hat{g}_t^Y = \rho_G \hat{g}_{t-1}^Y - (1-\rho_G)(\phi_{Gb}\hat{b}_{t-1}^Y + \phi_{GY}\hat{y}_t) + \hat{u}_{G,t}$$

2.6.24
$$C(1+\hat{c}_t) = \omega C(1+\hat{c}_t^{NR}) + (1-\omega)C(1+\hat{c}_t^R)$$
$$\hat{c}_t = \omega \hat{c}_t^{NR} + (1-\omega)\hat{c}_t^R$$

2.6.25
$$I(1+\hat{\imath}_t) = (1-\omega)I^R(1+\hat{\imath}_t^R)$$
$$\hat{\imath}_t = \hat{\imath}_t^R$$

2.6.26
$$K(1+\hat{k}_t) = (1-\omega)K^R(1+\hat{k}_t^R)$$
$$\hat{k}_t = \hat{k}_t^R$$

2.6.27
$$b(1+\hat{b}_t) = (1-\omega)b^R(1+\hat{b}_t^R)$$
$$\hat{b}_t = \hat{b}_t^R$$

2.6.28
$$m(1+\hat{m}_t) = (1-\omega)m^R(1+\hat{m}_t^R)$$
$$\hat{m}_t = \hat{m}_t^R$$

2.6.29
$$d(1+\hat{d}_t) = (1-\omega)d^R(1+\hat{d}_t^R)$$
$$\hat{d}_t = \hat{d}_t^R$$

2.6.30
$$Y(1+\hat{y}_t^D) = C(1+\hat{c}_t) + I(1+\hat{\imath}_t) + G(1+\hat{g}_t)$$
$$Y\hat{y}_t^D = C\hat{c}_t + I\hat{\imath}_t + G\hat{g}_t$$

2.6.31
$$Y(1+\hat{y}_t) = Y(1+\hat{v}_t + \hat{y}_t^D)$$
$$\hat{y}_t = \hat{v}_t + \hat{y}_t^D$$

2.6.33
$$N(1+\hat{n}_t) = N(1+\hat{v}_t^w + \hat{n}_t^D)$$
$$\hat{n}_t = \hat{v}_t^w + \hat{n}_t^D$$

2.6.35
$$\ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$$
$$\hat{a}_t = \rho_a \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{a,t}$$

2.6.36
$$\hat{u}_{i,t} = \varepsilon_{i,t}$$

2.6.37	$\hat{u}_{T,t} = \varepsilon_{T,t}$
2.6.38	$\hat{u}_{G,t} = \varepsilon_{G,t}$

2.8.2. Sostenibilidad de la deuda pública

Con respecto al gobierno, al combinar las expresiones lineales de la restricción presupuestaria gubernamental y las reglas de política fiscal, se llega a que la condición de sostenibilidad de la deuda pública, la cual está dada por la siguiente desigualdad:

$$\frac{1}{\beta} - (1-\rho_G)\phi_{Gb} - (1-\rho_T)\phi_{Tb} < 1 \tag{2.8.1}$$

Esta restricción se sigue de reescribir la restricción presupuestaria del gobierno 2.4.1 como proporción de la producción, *i. e.*

$$\tau_t^Y + b_t^Y + \frac{m_t}{Y_t} = g_t^Y + \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t} b_{t-1}^Y \frac{Y_{t-1}}{Y_t} + \frac{1}{1+\pi_t}\frac{m_{t-1}}{Y_t}$$

donde $\tau_t^Y = T_t/Y_t$, $g_t^Y = G_t/Y_t$ y $b_t^Y = b_t/Y_t$; de considerar que tiene la aproximación lineal

$$\hat{b}_t^Y = \frac{b^Y}{\beta}(\beta\hat{i}_{t-1} - \hat{\pi}_t + b^{Y,-1}\hat{b}_{t-1}^Y + \hat{y}_{t-1} - \hat{y}_t) - (\hat{\tau}_t^Y - \hat{g}_t^Y) - \frac{m}{Y}(\hat{m}_t - \hat{m}_{t-1} + \hat{\pi}_t)$$

y, finalmente, de tomar en cuanta las reglas de política fiscal 2.4.2 y 2.4.3.

O bien, la condición de sostenibilidad de la deuda pública 2.8.1 también puede deducirse de la aproximación lineal de la restricción presupuestaria del gobierno

$$\hat{b}_t = \frac{1}{\beta}(\hat{r}_{t-1} + \hat{b}_{t-1}) - \frac{1}{b}\left[(T\hat{\tau}_t - G\hat{g}_t) + m(\hat{m}_t - \hat{m}_{t-1} + \hat{\pi}_t)\right] \tag{2.8.2}$$

pero, en este caso, haciendo uso de linealizaciones de las variables fiscales como fracciones de la producción, dadas por $\hat{\tau}_t^Y = \frac{T}{Y}(\hat{\tau}_t - \hat{y}_t)$, $\hat{g}_t^Y = \frac{G}{Y}(\hat{g}_t - \hat{y}_t)$ y $\hat{b}_t^Y = \frac{b}{Y}(\hat{b}_t - \hat{y}_t)$. Posteriormente, reescribir las reglas fiscales linealizadas en términos de $\hat{\tau}_t$, $\hat{g}_t$ y $\hat{b}_t$ como

$$\tau^Y(\hat{\tau}_t - \hat{y}_t) = \rho_T\tau^Y(\hat{\tau}_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) + (1-\rho_T)[\phi_{Tb}b^Y(\hat{b}_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) + \phi_{TY}\hat{y}_t] + \varepsilon_{T,t}$$
$$g^Y(\hat{g}_t - \hat{y}_t) = \rho_G g^Y(\hat{g}_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) + (1-\rho_G)[\phi_{Gb}b^Y(\hat{b}_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) + \phi_{GY}\hat{y}_t] + \varepsilon_{G,t}$$

Finalmente, se sustituyen estas versiones de las reglas de política fiscal en la restricción gubernamental linealizada dada por la versión 2.8.2.

2.8.3. Deducción de la NKPC

En lo referente a la dinámica del precio óptimo de ajuste, es necesario realizar una aplicación directa del teorema de Taylor. Así pues, en primer lugar, se toma el logaritmo natural de 2.6.17 y, en segundo lugar, se hace desarrolla la expansión de primer orden de la serie de Taylor al rededor del estado estable. Entonces

$$
\begin{aligned}
\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1} &\approx (1-\beta\theta)\mathrm{E}_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}(\beta\theta)^s\left[-\sigma\hat{c}_{t+s} + \widehat{cm}_{t+s} + (1+\epsilon)(\hat{p}_{t+s} - \hat{p}_{t-1}) + \hat{y}_{t+s}\right]\right] \\
&\quad - (1-\beta\theta)\mathrm{E}_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}(\beta\theta)^s\left[-\sigma\hat{c}_{t+s} + \epsilon(\hat{p}_{t+s} - \hat{p}_{t-1}) + \hat{y}_{t+s}\right]\right] \\
\therefore \hat{p}_t^* &\approx (1-\beta\theta)\mathrm{E}_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}(\beta\theta)^s\left(\widehat{cm}_{t+s} + \hat{p}_{t+s}\right)\right] \qquad (2.8.3)
\end{aligned}
$$

donde $\sum_{s=0}^{\infty}(\beta\theta)^s = 1/(1-\beta\theta)$.

La versión recursiva de la ecuación 2.8.3 viene dada por

$$
\begin{aligned}
\hat{p}_t^* &\approx (1-\beta\theta)\left(\widehat{cm}_t + \hat{p}_t\right) + \beta\theta(1-\beta\theta)\mathrm{E}_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}(\beta\theta)^s\left(\widehat{cm}_{t+s+1} + \hat{p}_{t+s+1}\right)\right] \\
\therefore \hat{p}_t^* &\approx (1-\beta\theta)\left(\widehat{cm}_t + \hat{p}_t\right) + \beta\theta\mathrm{E}_t\left[\hat{p}_{t+1}^*\right] \qquad (2.8.4)
\end{aligned}
$$

Después, se factoriza la ecuación recursiva 2.8.4 con respecto a $\hat{p}_t$, y se resta $\hat{p}_{t-1}$ a ambos miembros de la igualdad, lo que da

$$
\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1} \approx (1-\beta\theta)\widehat{cm}_t + (\hat{p}_t - \hat{p}_{t-1}) + \beta\theta\mathrm{E}_t\left[\hat{p}_{t+1}^* - \hat{p}_t\right] \qquad (2.8.5)
$$

Por otra parte, la dinámica de la inflación presentada en la definición 2.3.13 puede linealizarse en torno al estado estable de inflación cero por la serie de Taylor de primer orden. Es decir,

$$
\ln(1+\pi_t) = \frac{1}{1-\epsilon}\ln\left((1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right)^{1-\epsilon} + \theta\right)
$$

$$\therefore \hat{\pi}_t = (1-\theta)\left(\hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1}\right) \tag{2.8.6}$$

Finalmente, si se consideran de forma conjunta las expresiones 2.8.5 y 2.8.6, se encuentra la tasa de inflación como función del costo marginal:

$$\frac{1}{1-\theta}\hat{\pi}_t \approx (1-\beta\theta)\widehat{cm}_t + \hat{\pi}_t + \frac{\beta\theta}{1-\theta}\mathrm{E}_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right]$$
$$\therefore \hat{\pi}_t \approx \beta\mathrm{E}_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] + \lambda\widehat{cm}_t$$

donde $\lambda \equiv (1-\theta)(1-\beta\theta)/\theta$. Este proceso dinámico es de tipo *forward-looking* ya que π_t depende de las expectativas de inflación en el periodo $t+1$.

2.8.4. Deducción de la NKPC salarial

Enseguida se procede con la deducción de la NKPC salarial. Para ello, se parte de la ecuación 2.2.3 del salario de ajuste óptimo de los sindicatos en competencia monopolística y se continúa con la log-linealización de la misa mediante la expansión de Taylor de primer orden de su logaritmo natural. Ello implica que

$$\hat{\mathrm{w}}_t^* = (1-\beta\theta_w)\mathrm{E}_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^s\left[\omega\widehat{tms}_{t+s}^{NR} + (1-\omega)\widehat{tms}_{t+s}^{R}\right]\right]$$

donde $\widehat{tms}_{t+s}^{R} = \eta\hat{n}_{t+s} + \sigma\hat{c}_{t+s}^{R}$ y $\widehat{tms}_{t+s}^{R} = \eta\hat{n}_{t+s} + \sigma\hat{c}_{t+s}^{R}$ son las tasas marginales de sustitución entre consumo y trabajo linealizadas de los consumidores ricardianos y no ricardianos, respectivamente; para lo cual, $\hat{n}_{t+s}^{R} = \hat{n}_{t+s}^{NR} = \hat{n}_{t+s}$, pues se dijo que $N_t^R = N_t^{NR} = N_t$. Además, debido a que, en términos agregados, $\hat{c}_t = \omega\hat{c}_t^{NR} + (1-\omega)\hat{c}_t^{R}$, se sigue que

$$\hat{\mathrm{w}}_t^* = (1-\beta\theta_w)\mathrm{E}_t\left[\sum_{s=0}^{\infty}(\beta\theta_w)^s\left(\eta\hat{n}_{t+s} + \sigma\hat{c}_{t+s} + \hat{p}_{t+s}\right)\right]$$

donde $\hat{\mathrm{w}}_t$ hace referencia a la desviación porcentual del salario nominal con respecto su nivel de estado estable. Aquí, $\eta\hat{n}_{t+s} + \sigma\hat{c}_{t+s}$ hace referencia a la tasa marginal de sustitución entre consumo y trabajo promedio o agregada aproximada linealmente.

De manera similar al desarrollo que se hizo en la obtención de la NKPC para la inflación, aquí también se continua con la versión recursiva de le expresión 2.8.4, con lo que se obtiene

$$\hat{\mathrm{w}}_t^* = (1-\beta\theta_w)(\eta\hat{n}_t + \sigma\hat{c}_t + \hat{p}_t) + \beta\theta_w \mathrm{E}_t\left[\hat{\mathrm{w}}_{t+1}^*\right] \tag{2.8.7}$$

Después de restar $\hat{\mathrm{w}}_{t-1}$ a ambos miembros de la igualdad, y sumar y restar $(1-\beta\theta_w)\hat{\mathrm{w}}_t$ al lado derecho, bajo el hecho de que $\hat{w}_t = \hat{\mathrm{w}}_t - \hat{p}_t$, lo mismo para $\hat{w}_t^*$, y $\hat{\pi}_t = \hat{p}_t - \hat{p}_{t-1}$, resulta la forma equivalente a 2.8.7

$$\hat{w}_t^* - \hat{w}_{t-1} + \hat{\pi}_t = (1-\beta\theta_w)(\eta\hat{n}_t + \sigma\hat{c}_t - \hat{w}_t) + \beta\theta_w \mathrm{E}_t\left[\hat{w}_{t+1}^* - \hat{w}_t + \hat{\pi}_{t+1}\right] + \hat{w}_t - \hat{w}_{t-1} + \hat{\pi}_t \tag{2.8.8}$$

Al considerar la dinámica del salario real agregado 2.2.4 y la definición de inflación salarial 2.2.5, se deduce la aproximación lineal

$$\hat{w}_t = \theta(\hat{w}_{t-1} - \hat{\pi}_t) + (1-\theta_w)\hat{w}_t^* \tag{2.8.9}$$

Si se considera la definición 2.2.5, se tiene la linealización $\hat{\pi}_t^w = \hat{w}_t - \hat{w}_{t-1} + \hat{\pi}_t$. Dicho esto, de la ecuación 2.8.9 se obtiene la relación equivalente para la inflación salarial en términos del salario óptimo de ajuste

$$\hat{\pi}_t^w = (1-\theta_w)(\hat{w}_t^* - \hat{w}_{t-1} + \hat{\pi}_t) \tag{2.8.10}$$

Así que, al combinar estos dos últimos resultados con la ecuación 2.8.8 se llega a la cuerva de Phillips salarial nuevo keynesiana

$$\hat{\pi}_t^w = \beta \mathrm{E}_t\left[\hat{\pi}_{t+1}^w\right] - \lambda_w \hat{\mu}_t^w$$

en la que $\hat{\mu}_t^w \equiv \hat{w}_t - \eta\hat{n}_t - \sigma\hat{c}_t$ y $\lambda_w = (1-\beta\theta_w)(1-\theta_w)/\theta_w$.

2.8.5. Dispersión de precios y salarios

¿A qué hacen referencia exactamente las ecuaciones de dispersión de precios y salarios 2.6.32 y 2.6.34, respectivamente? Primero observe lo que sucede al desarrollar la serie de Taylor de primer orden de la ecuación de dispersión de precios:

$$\begin{aligned} &\ln v_t = \ln\left((1-\theta)(1+\pi_t^*)^{-\epsilon}(1+\pi_t)^{\epsilon} + \theta(1+\pi_t)^{\epsilon} v_{t-1}\right) \\ &\therefore \hat{v}_t = -\epsilon(1-\theta)\hat{\pi}_t^* + \epsilon\hat{\pi}_t + \theta\hat{v}_{t-1} \end{aligned} \tag{2.8.11}$$

donde $1+\pi_t^* = P_t^*/P_{t-1}$.

Por otra parte, se tiene la aproximación lineal $\hat{\pi}_t^* = \hat{p}_t^* - \hat{p}_{t-1}$. De manera que si se sustituye este resultado en la ecuación 2.8.6, se sigue que

$$\hat{\pi}_t = (1-\theta)\hat{\pi}_t^* \tag{2.8.12}$$

Así que, por los resultados 2.8.11 y 2.8.12, la dispersión linealizada simplemente está dada por

$$\hat{v}_t = \theta \hat{v}_{t-1}$$

Con $\pi = \pi^* = 0$ es un hecho que $v = 1$. Por consiguiente y sin perdida de generalidad, cuando se parte de $\hat{v}_{t-1} = 0$, significa que $\hat{v}_t = 0$ siempre. En este caso, se cumple que

$$\hat{y}_t = \hat{y}_t^D$$

En otras palabras, hasta el primer orden, el teorema de Taylor implica que las tasas de crecimiento de la oferta y demanda agregadas con respecto a sus estados estables son iguales con estado estable de cero inflación.

Asimismo, se aplica el teorema de Taylor (hasta el primer orden) a la dispersión de salarios 2.6.34:

$$\begin{aligned} \ln v_t^w &= \ln\left((1-\theta_w)(1+\pi_t^{w,*})^{-\epsilon_w}(1+\pi_t^w)^{\epsilon} + \theta_w(1+\pi_t^w)^{\epsilon_w} v_{t-1}^w\right) \\ \therefore\ \hat{v}_t^w &= -\epsilon_w(1-\theta_w)\hat{\pi}_t^{w,*} + \epsilon_w \hat{\pi}_t^w + \theta_w \hat{v}_{t-1}^w \end{aligned} \tag{2.8.13}$$

Si se hace $\hat{\pi}_t^{w,*} = \hat{w}_t^* - \hat{w}_{t-1} + \hat{\pi}_t$ en el resultado 2.8.10, se llega a que

$$\hat{\pi}_t^w = (1-\theta_w)\hat{\pi}_t^{w,*} \tag{2.8.14}$$

Así que, de la combinación de las ecuaciones 2.8.13 y 2.8.14, se encuentra que la trayectoria sobre la dispersión de salarios no es más que

$$\hat{v}_t^w = \theta_w \hat{v}_{t-1}^w$$

Esto significa que cuando $\pi = \pi^w = \pi^{w,*} = 0$, se cumple que $v^w = 1$ y, por ende, puede establecerse $\hat{v}_{t-1}^w = 0$, sin pérdida de generalidad, por lo que $\hat{v}_t^w = 0$ durante cada periodo.

En este sentido,

$$\hat{n}_t = \hat{n}_t^D$$

O lo que es lo mismo, la oferta y demanda de trabajo agregadas linealizadas son iguales bajo la expansión de Taylor de primer orden alrededor del estado estable de cero inflación de precios y salarios.

2.8.6. Resumen del modelo linealizado

Hasta este punto, la aproximación lineal del modelo NKDSGE dado por el sistema 2.6.1-2.6.38 al rededor del estado estable de la economía queda establecido por el sistema de 26 ecuaciones lineales y 26 incógnitas, dentro del que se encuentran 22 procesos endógenos y 4 exógenos:

$$\hat{c}_t^R = \mathrm{E}_t[\hat{c}_{t+1}^R] - \frac{1}{\sigma}\hat{r}_t \tag{2.8.15}$$

$$\mathrm{E}_t\left[\hat{r}_{t+1}^K\right] = \frac{1}{\beta}(\hat{i}_t - \mathrm{E}_t[\hat{\pi}_{t+1}]) \tag{2.8.16}$$

$$\hat{r}_t = \hat{i}_t - \mathrm{E}_t[\hat{\pi}_{t+1}] \tag{2.8.17}$$

$$\hat{m}_t = \frac{1}{\nu}\left(\mathrm{E}_t[\sigma\hat{c}_{t+1}^R + \hat{\pi}_{t+1}] - \frac{1}{i}\hat{i}_t\right) \tag{2.8.18}$$

$$\hat{k}_t = (1-\delta)\hat{k}_{t-1} + \delta\hat{\imath}_t \tag{2.8.19}$$

$$\hat{s}_t^P = \frac{1}{\gamma_{S^P}}\left[(1-\gamma_T)\hat{y}_t - \hat{\tau}_t^Y - \gamma_C\hat{c}_t^R\right] \tag{2.8.20}$$

$$\hat{c}_t^{NR} = \frac{1}{\gamma_C}[w\gamma_N(\hat{w}_t + \hat{n}_t) - \hat{\tau}_t^Y - \gamma_T\hat{y}_t] \tag{2.8.21}$$

$$\hat{\pi}_t^w = \beta\mathrm{E}_t\left[\hat{\pi}_{t+1}^w\right] - \lambda_w\hat{\mu}_t^w \tag{2.8.22}$$

$$\hat{\mu}_t^w = \hat{w}_t - \eta\hat{n}_t - \sigma\hat{c}_t \tag{2.8.23}$$

$$\hat{\pi}_t^w = \hat{w}_t - \hat{w}_{t-1} + \hat{\pi}_t \tag{2.8.24}$$

$$\hat{r}_t^K = r^K(\hat{y}_t - \hat{k}_{t-1} + \widehat{cm}_t) \tag{2.8.25}$$

$$\hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{n}_t + \widehat{cm}_t \tag{2.8.26}$$

$$\hat{d}_t = \hat{y}_t - \frac{cm}{1-cm}\widehat{cm}_t \tag{2.8.27}$$

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + \alpha\hat{k}_{t-1} + (1-\alpha)\hat{n}_t \tag{2.8.28}$$

$$\hat{\pi}_t = \beta\mathrm{E}_t\left[\hat{\pi}_{t+1}\right] + \lambda\widehat{cm}_t \tag{2.8.29}$$

$$\hat{b}_t^Y = \frac{\gamma_b}{\beta}(\hat{r}_{t-1} + \gamma_b^{-1}\hat{b}_{t-1}^Y + \hat{y}_{t-1} - \hat{y}_t) - (\hat{\tau}_t^Y - \hat{g}_t^Y) + \gamma_m(\hat{m}_t - \hat{m}_{t-1} + \hat{\pi}_t) \tag{2.8.30}$$

$$\hat{s}_t^{F,Y} = \hat{\tau}_t^Y - \hat{g}_t^Y \tag{2.8.31}$$

$$\hat{i}_t = \rho_i\hat{i}_{t-1} + (1-\rho_i)(\phi_{i\pi}\hat{\pi}_t + \phi_{iY}\hat{y}_t) + \hat{u}_{i,t} \tag{2.8.32}$$

$$\hat{\tau}_t^Y = \rho_T \hat{\tau}_{t-1}^Y + (1-\rho_T)(\phi_{Tb}\hat{b}_{t-1}^Y + \phi_{TY}\hat{y}_t) + \hat{u}_{T,t} \tag{2.8.33}$$

$$\hat{g}_t^Y = \rho_G \hat{g}_{t-1}^Y + (1-\rho_G)(\phi_{Gb}\hat{b}_{t-1}^Y + \phi_{GY}\hat{y}_t) + \hat{u}_{G,t} \tag{2.8.34}$$

$$\hat{c}_t = \omega \hat{c}_t^{NR} + (1-\omega)\hat{c}_t^R \tag{2.8.35}$$

$$\hat{y}_t = \frac{1}{1-\gamma_G}(\gamma_C \hat{c}_t + \gamma_I \hat{\imath}_t + \hat{g}_t^Y) \tag{2.8.36}$$

$$\hat{a}_t = \rho_A \hat{a}_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \tag{2.8.37}$$

$$\hat{u}_{i,t} = \varepsilon_{i,t} \tag{2.8.38}$$

$$\hat{u}_{T,t} = \varepsilon_{T,t} \tag{2.8.39}$$

$$\hat{u}_{G,t} = \varepsilon_{G,t} \tag{2.8.40}$$

Donde $\hat{\tau}_t^Y = \gamma_T(\hat{\tau}_t - \hat{y}_t)$, $\hat{g}_t^Y = \gamma_G(\hat{g}_t - \hat{y}_t)$ y $\hat{b}_t^Y = \gamma_b(\hat{b}_t - \hat{y}_t)$, con $\gamma_{S^P} \equiv S^P/Y$, $\gamma_T \equiv T/Y$ y $\gamma_m \equiv m/Y$. Las variables fiscales del sistema de ecuaciones se proporcionan en términos de $\hat{\tau}_t^Y$, $\hat{g}_t^Y$ y $\hat{b}_t^Y$; para ello, las ecuaciones del sistema 2.6.1-2.6.38 en las que aparecen T_t, G_T o b_t se dividen por Y_t y, posteriormente, se linealizan; o bien, se sustituyen $\hat{\tau}_t$, $\hat{g}_t$ o $\hat{b}_t$ por sus expresiones dadas en términos de $\hat{\tau}_t^Y$, $\hat{g}_t^Y$ o $\hat{b}_t^Y$, respectivamente, en las ecuaciones del sistema 2.6.1-2.6.38 linealizado que las involucran. Los parámetros independientes son $0 < \alpha, \beta, \delta, \theta, \theta_w, \omega, \rho_A, \rho_i, \rho_T, \rho_G < 1$; $\epsilon, \epsilon_w > 1$; $0 < \sigma, \eta, \nu, \sigma_A, \sigma_i, \sigma_T, \sigma_G < \infty$; y $0 < \phi_{i\pi}, \phi_{iY}, \phi_{Tb}, \phi_{TY}, \phi_{Gb}, \phi_{GY} < \infty$. Los parámetros dependientes son los valores de estado estable de las variables del modelo. Los choques económicos vienen dados por $\varepsilon_{x,t} \sim \text{Normal}(0, \sigma_x^2)$, para $x = \{A, i, T, G\}$.

El modelo NKDSGE presentado constituye una herramienta económica bastante importante que puede ser utilizada para el análisis de escenarios económicos bajo incertidumbre estocástica, para explicar las causas de las fluctuaciones del ciclo económico, para replicar el comportamiento de las variables macroeconómicas fundamentales, para el estudio de política fiscal y monetaria de compromiso y discrecional, para observar el costo sobre el bienestar social debido al decisiones de política económica, y para fomentar la actividad económica a través del pronóstico futuro del desempeño económico.

Capítulo 3

Metodología general

3.1. Propuestas de solución

El modelo NKDSGE definido por el sistema de ecuaciones 2.6.1-2.6.38 presenta un alto grado de no linealidad, por lo que el modelo no admite una solución analítica o cerrada. Por ello, el estudio se enfoca en las ecuaciones lineales de equilibrio 2.8.15-2.8.40 a fin de poder llegar a una solución aproximada que ayude a responder empíricamente el planteamiento del problema.

Dentro de las técnicas econométricas usadas para resolver modelos de equilibrio general dinámico estocástico se encuentran las propuestas por Blanchard y Kahn (1980), Uhlig (1995), Klein (2000) y Sims (2002), entre otros. Todos estos procedimientos metodológicos tienen en común la log-linealización del modelo en torno al estado estable, la verificación del cumplimiento de las condiciones de Blanchard-Kahn, y la presentación de la solución mediante una "ecuación de política" o forma reducida.

Los trabajos de Smets y Wouters (2003), Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez (2004), Christiano, Eichenbaum, y Evans (2005) yAn y Schorfheide (2007), entre otros, han cobrado gran relevancia y popularidad en el campo de estudio de la estimación bayesiana de modelos DSGE. En este marco, para la estadística bayesiana, la probabilidad de ciertos eventos representa la incertidumbre con la que estos ocurren; en cambio, para la estadística clásica, la probabilidad viene dada por la frecuencia de los mismos. Es de estos estatutos que, a diferencia de los clásicos donde el investigador considera los parámetros estructurales como constantes desconocidas, los bayesianos consideran los parámetros estructurales como variables aleatorias bajo distribuciones *a priori*. La inferencia bayesiana puede verse como un paso intermedio entre la calibración estadística y el método de máxima verosimilitud, pues se proporciona información subjetiva y se recurre a los datos para encontrar la moda de la distribución *a posteriori* de los parámetros estructurales.

3.2. Solución en forma reducida: método de Uhlig

A continuación, se describe el método de coeficientes indeterminados de Uhlig (1995) con la finalidad de encontrar la solución en forma reducida del modelo estructural o de ecuaciones simultáneas. El procedimiento general consta de los siguientes pasos:

1. Establecer el sistema de ecuaciones simultáneas desde las condiciones óptimas de los agentes económicos que definen el equilibrio general de la economía.
2. Definir el dominio de los parámetros estructurales a fin de encontrar el estado estable de las variables del modelo solamente en función de dichos parámetros.
3. Aproximar linealmente las ecuaciones no lineales de equilibrio con respecto al estado estable con el objetivo de expresar el modelo en términos de log-desviaciones o desviaciones porcentuales.
4. Utilizar el método de coeficientes indeterminados que siguiere el autor para encontrar la "ecuación de política" o forma reducida que resuelven el modelo linealizado.
5. Verificar la solución del modelo a través del cumplimiento de las condiciones de Blanchard-Kahn; por ejemplo, analizando las funciones impulso-respuesta de los parámetros estimados.

Hasta aquí, los primeros tres pasos están hechos, pues el modelo no lineal, el estado estable y la aproximación lineal se llevaron a cabo en el capítulo 2. El paso 4 se detalla en esta sección. Finalmente, el paso 5 se lleva a cabo mediante el análisis de las funciones impulso-respuesta del modelo estimado.

Existen dos grupos de variables en el modelo: las variables endógenas y exógenas. El primer grupo se refiere a la categoría de variables que se explican dentro del modelo, es decir, son variables dependientes que se determinan por las relaciones que tienen con otras en el modelo. El segundo grupo se conforma de las de variables que son explicadas fuera del modelo, es decir, son variables independientes o fuerzas externas al modelo. A su vez, se encuentran tres subgrupos, las variables de estado, que hacen alusión a las variables predeterminadas; las variables de control, las cuales no se dan de forma predeterminada; y las variables de salto, las cuales usualmente se expresan como expectativas racionales.

Dicho lo anterior, sin distinción entre los subgrupos de variables, sean $\mathbf{x}_t$ el vector de las variables endógenas del modelo; $\mathbf{z}_t$, el vector de las variables exógenas; y $\boldsymbol{\varepsilon}_{z,t}$, el vector de las innovaciones o variables i.i.d. de las perturbaciones aleatorias. Es decir, sean

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_t &= (\hat{b}_t^Y, \hat{c}_t, \hat{c}_t^R, \hat{c}_t^{NR}, \widehat{cm}_t, \hat{d}_t, \hat{g}_t^Y, \hat{\imath}_t, \hat{\iota}_t, \hat{k}_t, \hat{m}_t, \hat{\mu}_t^w, \hat{n}_t, \hat{\pi}_t, \hat{\pi}_t^w, \hat{r}_t, \hat{r}_t^K, \hat{s}_t^P, \hat{s}_t^{F,Y}, \hat{\tau}_t^Y, \hat{w}_t, \hat{y}_t)^\top \\
\mathbf{z}_t &= (\hat{a}_t, \hat{u}_{i,t}, \hat{u}_{T,t}, \hat{u}_{G,t})^\top \\
\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t} &= (\varepsilon_{a,t}, \varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{T,t}, \varepsilon_{G,t})^\top
\end{aligned}$$

donde $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t} \sim \text{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{z}})$, con $\Sigma_{\mathbf{z}} = \text{diag}(\sigma_A^2, \sigma_i^2, \sigma_T^2, \sigma_G^2)$.

Una vez definidos los vectores de variables endógenas, $\mathbf{x}_t$, exógenas, $\mathbf{z}_t$, y ruidos blancos, $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t}$, se reescribe el sistema de ecuaciones lineales 2.8.15-2.8.40 en la forma *brute force*, un sistema de ecuaciones matriciales en términos de $\mathbf{x}_t$, $\mathbf{z}_t$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t}$. A saber,

$$\begin{aligned}
\mathbf{0} &= \text{E}_t\left[F\mathbf{x}_{t+1} + G\mathbf{x}_t + H\mathbf{x}_{t-1} + L\mathbf{z}_{t+1} + M\mathbf{z}_t\right] \\
\mathbf{z}_t &= N\mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t}
\end{aligned} \tag{3.2.1}$$

donde F, G, H, L, M y N son matrices que se componen por formas funcionales de los parámetros estructurales. N debe contener solo valores propios estables, es decir que sus eigenvalores deben ser menores a uno en valor absoluto.

Si existe una solución del sistema 3.2.1, esta es la ecuación de política o forma reducida

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_t &= P\mathbf{x}_{t-1} + Q\mathbf{z}_t \\
\mathbf{z}_t &= N\mathbf{z}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t}
\end{aligned} \tag{3.2.2}$$

donde, a su vez, las matrices P y Q son funciones de F, G, H, L, M, N. Cuando todos los valores propios de P son menores que uno en valor absoluto, el sistema 3.2.2 es una solución estable de 3.2.1 y, por lo tanto, es única, puesto que se satisfacen las condiciones de Blanchard-Kahn.

Independientemente de cuál sea el método de solución del modelo linealizado, es necesario cumplir con las condiciones de Blanchard-Kahn para que la solución exista y sea única. En otras palabras, se debe cumplir que el número de valores propios generalizados mayores que uno en valor absoluto debe ser igual al número de variables de salto o *forward-looking* para que el equilibrio sea estable. Si el primer número es mayor al segundo, se dice que el modelo es explosivo o no existe solución convergente; y si es menor, el modelo es indeterminado o tiene soluciones infinitas convergentes. También, se debe cumplir una condición de rango sobre la inversibilidad de una cierta submatriz cuadrada (consulte Klein, 2000 y Soderling, 2003).

Se expone enseguida el método de coeficientes indeterminados de Uhlig (1995). Si la solución del sistema *brute force* existe y es única, entonces se puede escribir en términos de la forma reducida. El método de coeficientes indeterminados sugiere sustituir directamente la solución 3.2.2 en el sistema 3.2.1, con lo cual

$$\mathbf{0} = [(FP+G)P+H]\,\mathbf{x}_{t-1} + [(FQ+L)N+(FP+G)Q+M]\,\mathbf{z}_t$$

Tanto el coeficiente de $\mathbf{x}_{t-1}$ como de $\mathbf{z}_t$ necesitan ser cero. Esto es, se resuelve para P

$$0 = FP^2 + GP + H \tag{3.2.3}$$

en el caso de $\mathbf{x}_{t-1}$; y, una vez que conocida P, se resuelve para Q

$$Q = -\left[N^\top \otimes F + I \otimes (FP+G)\right]^{-1} \operatorname{vec}(LN+M) \tag{3.2.4}$$

para el caso de $\mathbf{z}_t$. Aquí "$\otimes$" designa el producto de Kronecker, "vec" convierte una matriz en un vector columna e I es la matriz identidad . La demostración puede consultarse en el primer teorema de Uhlig (1995).

La ecuación matricial cuadrática 3.2.3 puede ser resuelta para P mediante el problema de valores y vectores propios generalizados. Así pues, sean

$$\Xi = \begin{pmatrix} -G & -H \\ I_m & 0_{m\times m} \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \Delta = \begin{pmatrix} F & 0_{m\times m} \\ 0_{m\times m} & I_m \end{pmatrix}$$

Si después de resolver el problema de valores propios generalizados

$$\Xi\mathbf{v} = \lambda\Delta\mathbf{v}$$

se tiene que $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_m$ y $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots \mathbf{v}_m$ son m valores y vectores propios generalizados, respectivamente, donde $\mathbf{v}_i^\top = (\lambda_i \mathbf{u}_i^\top, \mathbf{u}_i^\top)$ para algún $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^m$, con $i = 1, 2, \ldots, m$, y $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_m$

son linealmente independientes, entonces

$$P = \Omega \Lambda \Omega^{-1}$$

donde $\Omega = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_m)$ y $\Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m)$. Por lo tanto, P resuelve 3.2.3 y, así, se obtiene Q por 3.2.4. La forma reducida será una solución estable del sistema *brute force* solo si todos los eigenvalores de P se encuentran dentro del círculo unitario. Este resultado corresponde al teorema 3 de Uhlig (1995).

3.3. Sistema espacio-estado

La importancia de la solución en forma reducida del modelo estructural linealizado radica en poder resolver las variables endógenas en términos de las variables exógenas a fin de facilitar el proceso de estimación del modelo teórico. No obstante, este enfoque no es capaz de combinar el modelo teórico con la información contenida en los datos. Para hacer frente a este inconveniente, se transforma forma reducida en un sistema espacio-estado, en el que la ecuación de estado se construye de la forma reducida y la ecuación de observación se forma por las series de tiempo de las variables observables. La idea es estimar los parámetros estructurales tomando en cuenta los datos reales.

Específicamente, el sistema espacio-estado como solución del modelo linealizado consta de dos ecuaciones: la ecuación de estado y la ecuación de observación. La ecuación de estado o ecuación de transición proporciona una relación lineal entre el vector de estado, $\mathbf{s}_t$, y su valor pasado, $\mathbf{s}_{t-1}$, de acuerdo con

$$\mathbf{s}_t = \mathscr{F} \mathbf{s}_{t-1} + \mathscr{G} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t} \tag{3.3.1}$$

donde $\mathbf{s}_t = (\mathbf{x}_t^\top, \mathbf{z}_t^\top)^\top$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t} \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{z}})$, y $\mathscr{F}$ y $\mathscr{G}$ son matrices tales que

$$\mathscr{F} = \begin{pmatrix} P & QN \\ 0 & N \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathscr{G} = \begin{pmatrix} Q \\ I \end{pmatrix}$$

con P y Q provenientes de la forma reducida. La ecuación de estado es de gran utilidad para calcular funciones impulso-respuesta, de gran importancia para analizar cómo responden las variables endógenas ante perturbaciones aleatorias que desvían el equilibrio óptimo del estado estable; también para comparar momentos teóricos y empíricos; así como para obtener resultados simulados.

La ecuación de observación o ecuación de medida relaciona linealmente un vector de variables observables, $\mathbf{y}_t$, con el vector de variables de estado, $\mathbf{s}_t$, de acuerdo con

$$\mathbf{y}_t = \mathscr{H}\mathbf{s}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},t} \tag{3.3.2}$$

donde $\mathscr{H}$ es una matriz que mapea las variables observables con las de estado y $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},t} \sim \text{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{y}})$ es un vector de errores de medida (si es necesario). En este caso, se plantea la ecuación de observación como

$$\begin{aligned}
g_{C,t}^{obs} &= \ln(C_t^{datos}/C_{t-1}^{datos}) &&= \hat{c}_t - \hat{c}_{t-1}\\
g_{Y,t}^{obs} &= \ln(Y_t^{datos}/Y_{t-1}^{datos}) &&= \hat{y}_t - \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_{Y,t}\\
\pi_t^{obs} &= \pi_t^{datos} &&= \hat{\pi}_t + \varepsilon_{\pi,t}\\
i_t^{obs} &= i_t^{datos} - i^{datos} &&= \hat{i}_t\\
g_{\tau^Y,t}^{obs} &= \Delta\ln(T_t^{datos}/Y_t^{datos}) &&= \hat{\tau}_t^Y - \hat{\tau}_{t-1}^Y\\
g_{g^Y,t}^{obs} &= \Delta\ln(G_t^{datos}/Y_t^{datos}) &&= \hat{g}_t^Y - \hat{g}_{t-1}^Y\\
g_{b^Y,t}^{obs} &= \Delta\ln(b_t^{datos}/Y_t^{datos}) &&= \hat{b}_t^Y - \hat{b}_{t-1}^Y + \varepsilon_{b^Y,t}
\end{aligned}$$

donde $\varepsilon_{x,t} \sim \text{Normal}(0, \sigma_x^2)$, con $\sigma_x^2 < \infty$ y $x \in \{Y, \pi, b^Y\}$, son los errores de medida asociados a la producción e inflación, respectivamente; entonces, $\Sigma_{\mathbf{y}} = \text{diag}(0, \sigma_Y^2, \sigma_\pi^2, 0, 0, \sigma_{b^Y}^2)$. Hasta este punto, se tienen los vectores

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}_t &= (\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t)^\top\\
\mathbf{y}_t &= \left(g_{C,t}^{obs}, g_{Y,t}^{obs}, \pi_t^{obs}, i_t^{obs}, g_{T^Y,t}^{obs}, g_{G^Y,t}^{obs}, g_{b^Y,t}^{obs}\right)^\top\\
\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t} &= (\varepsilon_{a,t}, \varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{T,t}, \varepsilon_{G,t})^\top\\
\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},t} &= (0, \varepsilon_{Y,t}, \varepsilon_{\pi,t}, 0, 0, 0)^\top
\end{aligned}$$

Siguiendo a Pfeifer (2014), es recomendable integrar errores de medida en la ecuación de observación por tres razones: la calidad de los datos, errores de especificación, y falta de identificación. La calidad de los datos tiene que ver con que las series de tiempo a veces se registran deficientemente; los errores de especificación surgen cuando hay más series observables que choques económicos o cuando las ecuaciones de equilibrio implican una combinación lineal perfecta entre las series observables, implicando singularidad estocástica; y las errores de identificación se deben a que en ocasiones no se tienen suficientes datos informativos o porque hay distintos valores de los parámetros con la misma distribución de probabilidad.[1]

[1] En Dynare, el comando `identification` sirve para verificar si los parámetros están identificados.

3.4. Filtro de Kalman

El modelo linealizado implica una solución de forma reducida que, a su vez, da paso al establecimiento del sistema espacio-estado, una formulación más compacta y conveniente para estimar los parámetros con base en los datos observados. El problema es que mientras algunas de las variables del modelo se pueden observar, otras no. Afortunadamente, el filtro de Kalman permite predecir las variables no observables a partir de las variables observables, además de tratar con el ruido blanco proveniente de los procesos exógenos que afectan el sistema económico.

Sea $\mathbf{Y}_T$ la muestra observada conformada por la realización de las variables observables hasta el momento T, definida por $\mathbf{Y}_T = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_T)^\top$. Se dan también las siguientes definiciones de proyecciones lineales:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{s}_{t|t-j} &= \mathrm{E}\left[\mathbf{s}_t|\mathbf{Y}_{t-j}\right] \\
\Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-j) &= \mathrm{E}\left[\left(\mathbf{s}_t - \mathbf{s}_{t|t-j}\right)\left(\mathbf{s}_t - \mathbf{s}_{t|t-j}\right)^\top\right] \\
\mathbf{y}_{t|t-j} &= \mathrm{E}\left[\mathbf{y}_t|\mathbf{Y}_{t-j}\right] \\
\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-j) &= \mathrm{E}\left[\left(\mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-j}\right)\left(\mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-j}\right)^\top\right]
\end{aligned}
$$

para todas $j = 0, 1$ y $t = 1, 2, \ldots, T$. Estas proyecciones lineales hacen referencia a la media y varianza-covarianza, o bien el pronóstico y error cuadrático medio (ECM), condicionales de los vectores de estado y observación dada la muestra observada hasta $t - j$.

Además de las definiciones anteriores, se proporcionan los siguientes supuestos:

- $\mathbf{s}_t|\mathbf{Y}_{t-j} \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{s}_{t|t-j}, \Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-j))$ y $\mathbf{y}_t|\mathbf{Y}_{t-j} \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{y}_{t|t-j}, \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-j))$ para todas $j = 0, 1$ y $t = 1, \ldots, T$.
- $\mathbf{s}_0|\mathbf{Y}_0 \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{s}_{0|0}, \Sigma_{\mathbf{s}}(0|0))$, donde $\mathbf{s}_{0|0} = \mathbf{0}$ y $\Sigma_{\mathbf{s}}(0|0) = \Sigma_{\mathbf{s}}$, con $\mathrm{vec}(\Sigma_{\mathbf{s}}) = (I - \mathscr{F} \otimes \mathscr{F})^{-1}\mathrm{vec}(\mathscr{G}\Sigma_{\mathbf{z}}\mathscr{G}^\top)$.
- $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t} \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{z}})$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},t} \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{y}})$ son tales que $\mathrm{E}\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},s}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},t}^\top\right] = 0$ para todas $s, t = 1, \ldots, T$.
- $\mathrm{E}_t\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t}\mathbf{s}_{0|0}^\top\right] = 0$ y $\mathrm{E}_t\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},t}\mathbf{s}_{0|0}^\top\right] = 0$, además de que $\mathrm{E}_t\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},s}\mathbf{s}_t^\top\right] = 0$ y $\mathrm{E}_t\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},s}\mathbf{s}_t^\top\right] = 0$, para todas $s, t = 1, \ldots, T$.

Con las definiciones y supuestos hechos hasta aquí, se procede a detallar el algoritmo del filtro de Kalman, importante para calcular la verosimilitud del modelo proveniente de los datos. El filtro de Kalman realiza un pronóstico condicional de un periodo atrás sobre el vector de observación dada la muestra realizada; en consecuencia, el algoritmo arroja un término de error entre observación y predicción. No obstante, el algoritmo tiene la ventaja de mejorar la estimación agregando información actualizada proveniente de los datos observados.

Algoritmo del filtro de Kalman:

1.- Inicialización. Se define *a priori* la distribución de probabilidad de $\mathbf{s}_0|\mathbf{Y}_0$; como se supone que es normal, se inicializan $\mathbf{s}_{0|0}$ y $\Sigma_{\mathbf{s}}(0|0)$ mediante

$$\mathbf{s}_{0|0} = \mathbf{0} \quad \text{y} \quad \Sigma_{\mathbf{s}}(0|0) = \Sigma_{\mathbf{s}}$$

donde $\mathbf{s}_0|\mathbf{Y}_0 \sim \text{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{s}})$, con $\text{vec}(\Sigma_{\mathbf{s}}) = (I - \mathscr{F} \otimes \mathscr{F})^{-1}\text{vec}(\mathscr{G}\Sigma_{\mathbf{z}}\mathscr{G}^\top)$.

2.- Predicción. Para $t = 1, 2, \ldots, T$, se obtienen el pronóstico y ECM condicionales hasta $t-1$ de los vectores de estado y observación, así como el vector de error de predicción:

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}_{t|t-1} &= \mathscr{F}\mathbf{s}_{t-1|t-1} \\
\Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-1) &= \mathscr{F}\Sigma_{\mathbf{s}}(t-1|t-1)\mathscr{F}^\top + \mathscr{G}\Sigma_{\mathbf{z}}\mathscr{G}^\top \\
\mathbf{y}_{t|t-1} &= \mathscr{H}\mathbf{s}_{t|t-1} \\
\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1) &= \mathscr{H}\Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-1)\mathscr{H}^\top + \Sigma_{\mathbf{y}} \\
\mathbf{u}_t &= \mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-1}
\end{aligned} \tag{3.4.1}$$

donde $\mathbf{u}_t \sim \text{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1))$.

3. Corrección. Para cada $t = 1, 2, \ldots, T$, se actualizan $\mathbf{s}_{t|t-1}$ y $\Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-1)$ utilizando la muestra observada hasta t. A saber,

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}_{t|t} &= \mathbf{s}_{t|t-1} + K_t\mathbf{u}_t \\
\Sigma_{\mathbf{s}}(t|t) &= \Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-1) - K_t\mathscr{H}\Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-1)
\end{aligned}$$

donde

$$K_t = \Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-1)\mathscr{H}^\top\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)^{-1}$$

se conoce como la ganancia de Kalman.

El error de pronóstico del vector de observación, $\mathbf{u}_t$, del filtro de Kalman cumple con lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\mathbf{u}_t\right] &= \mathrm{E}\left[\mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-1}\right] \\
&= \mathrm{E}\left[\mathbf{y}_t - \mathscr{H}\mathbf{s}_{t|t-1}\right] \\
&= \mathrm{E}\left[\mathbf{y}_t\right] - \mathscr{H}\mathrm{E}\left[\mathbf{s}_t\right] \\
&= \mathrm{E}\left[\mathbf{y}_t\right] - \mathrm{E}\left[\mathbf{y}_t\right] \\
&= \mathbf{0}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}\left[\mathbf{u}_t\right] &= \mathrm{Var}\left[\mathbf{y}_t - \mathscr{H}\mathbf{s}_{t|t-1}\right] \\
&= \Sigma_{\mathbf{y}} + \mathscr{H}\Sigma_{\mathbf{s}}(t|t-1)\mathscr{H}^{\top} \\
&= \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)
\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\mathbf{u}_t \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1))$, puesto que $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{z},t} \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{z}})$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{y},t} \sim \mathrm{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{y}})$. El término de error, $\mathbf{u}_t$, es la salida del filtro de Kalman que se utiliza para evaluar la función de verosimilitud, como se detalla a continuación.

3.5. Función de verosimilitud

El sistema espacio-estado del modelo sugiere *per se* la ejecución del filtro de Kalman, pues, al hacer frente al ruido blanco de los choques exógenos que lo afectan, proporciona el menor ECM y pronostica las variables no observables con base en las variables observables. Además de esto, el filtro de Kalman resulta ser una de las herramientas matemáticas más adecuadas para la evaluación numérica de la función de verosimilitud. A saber, el error de pronóstico de las variables observables se toma como salida del filtro de Kalman y como entrada de la función de verosimilitud en lo que se refiere a la aproximación numérica aproximada de la misma. Debido a que la función de verosimilitud expresa la probabilidad de observar los datos dados los parámetros, lo más importante aquí es que dicha función juega un papel fundamental en la estimación de la función de distribución *a posteriori* de los parámetros.

Suponga que la muestra observada $\mathbf{Y}_T = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_T)^{\top}$ consta de vectores de observación i.i.d.. Denote con $\boldsymbol{\theta}$ el vector de parámetros que conforman la solución sistema espacio-estado del modelo, es decir, sea

$$\boldsymbol{\theta} = (\alpha, \beta, \delta, \theta, \theta_w, \omega, \epsilon, \epsilon_w, \sigma, \eta, \nu, \phi_{i\pi}, \phi_{iY}, \phi_{Tb}, \phi_{TY}, \phi_{Gb}, \phi_{GY}, \rho_A, \rho_i, \rho_T, \rho_G, \sigma_A, \sigma_i, \sigma_T, \sigma_G)^{\top}$$

Entonces, la función de verosimilitud, $L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$, es equivalente a la función de densidad conjunta, $f(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$, y son tales que

$$\begin{aligned} L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}) &= f(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}) \\ &= f(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_T|\boldsymbol{\theta}) \\ &= f(\mathbf{y}_1|\boldsymbol{\theta}) f(\mathbf{y}_2|\boldsymbol{\theta}) \cdots f(\mathbf{y}_T|\boldsymbol{\theta}) \\ &= \prod_{t=1}^{T} f(\mathbf{y}_t|\boldsymbol{\theta}) \end{aligned}$$

bajo condiciones de independencia de los vectores de observación. Desde esta perspectiva, $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_T$ pueden interpretarse como vectores de valores fijos, en tanto que $\boldsymbol{\theta}$ puede verse como un vector de variables aleatorias.

De acuerdo con Hamilton (1994), la evaluación de la función de verosimilitud por implementación del filtro de Kalman implica que $\mathbf{y}_t$ dado $\boldsymbol{\theta}$ se distribuye normalmente con media y varianza-covarianza condicionales $\mathbf{y}_{t|t-1}$ y $\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)$, respectivamente. En concreto, por el filtro de Kalman, $\mathbf{y}_t|\boldsymbol{\theta} \sim \text{Normal}\big(\mathbf{y}_{t|t-1}, \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)\big)$, o bien

$$f(\mathbf{y}_t|\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)|}} \exp\left\{ -\frac{(\mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-1})^\top \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-1})}{2} \right\}$$

donde k es el tamaño de $\mathbf{y}_t$. Se trata de la función de densidad normal del vector de observación dado el vector de parámetros del modelo proporcionada de forma explícita.

Como $\mathbf{y}_t|\boldsymbol{\theta} \sim \text{Normal}\big(\mathbf{y}_{t|t-1}, \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)\big)$ y $\mathbf{u}_t \sim \text{Normal}(\mathbf{0}, \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1))$, la función de verosimilitud $L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$ está en función del error de predicción $\mathbf{u}_t$. En efecto,

$$\begin{aligned} L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}) &= f(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}) \\ &= \prod_{t=1}^{T} f(\mathbf{y}_t|\boldsymbol{\theta}) \\ &= \prod_{t=1}^{T} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)|}} \exp\left\{ -\frac{(\mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-1})^\top \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{y}_{t|t-1})}{2} \right\} \\ &= \prod_{t=1}^{T} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)|}} \exp\left\{ -\frac{\mathbf{u}_t^\top \Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)^{-1} \mathbf{u}_t}{2} \right\} \\ &= \prod_{t=1}^{T} f(\mathbf{u}_t|\boldsymbol{\theta}) \end{aligned}$$

asumiendo que $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_T$ son i.i.d..

Teniendo en cuenta que la función de densidad $f(\mathbf{u}_t|\boldsymbol{\theta})$ es normal, es más conveniente trabajar con la log-verosimilitud del modelo a fin de llevar a cabo una aplicación más práctica del algoritmo del filtro de Kalman. Así pues, se proporciona la función de log-verosimilitud

$$\begin{aligned} \ln L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}) &= \sum_{t=1}^{T} \ln f(\mathbf{u}_t|\boldsymbol{\theta}) \\ &= -\frac{kT}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \ln|\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \mathbf{u}_t^{\top}\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)^{-1}\mathbf{u}_t \end{aligned} \tag{3.5.1}$$

En este punto, se puede ver que la evaluación numérica de la log-verosimilitud del modelo se da en términos del algoritmo del filtro de Kalman. Esto se refleja en que el vector de error de predicción, $\mathbf{u}_t$, así como su matriz de varianza-covarianza, $\Sigma_{\mathbf{y}}(t|t-1)$, forman parte de la especificación 3.5.1.

3.6. Función de distribución *a priori*

En el enfoque de estimación bayesiana los datos se tratan como valores fijos mientras que los parámetros se tratan como variables aleatorias. Desde este punto de vista, es posible incorporar información subjetiva al modelo a partir de la función de distribución *a priori* de los parámetros a estimar. Cabe señalar que el proceso de estimación bayesiana es un puente entre los métodos de calibración estadística y máxima verosimilitud, pues combina la función de verosimilitud con la función de distribución *a priori* para inferir la función de distribución *a posteriori* de los parámetros.

Con el enfoque bayesiano se puede hacer frente a potenciales errores de especificación del modelo y posibles faltas de especificación de los parámetros con ayuda de la función de distribución *a priori*. En un modelo mal especificado, si la función de verosimilitud alcanza un valor máximo que no es coherente con la información *a priori* de algún parámetro dado, la probabilidad *a posteriori* será baja. Aquí, la función de distribución *a priori* ayuda a ponderar información de diferentes valores del parámetro de acuerdo con su fiabilidad. Ahora, la falta de identificación de algún parámetro dado puede dar paso a una función de verosimilitud pesada en algunas regiones del dominio del parámetro, por lo que podría no ser posible identificar zonas de interés si se considera solamente la función de verosimilitud. En este caso, una función de distribución *a priori* adecuada puede adherir curvatura a la función de verosimilitud, influyendo fuertemente en la forma de la función de distribución *a posteriori*.

La función de distribución *a priori* representa el conocimiento previo que se tiene sobre los parámetros del modelo: la densidad, los valores potenciales; la media, el valor inicial; y la desviación estándar, la incertidumbre en torno al valor inicial. En la literatura, la distribución beta funciona bien para los parámetros contenidos en el intervalo unitario y que refieren a proporciones; la distribución normal, para los cuales tienen soporte en todos los números reales y requieren información más específica y definida; la distribución gamma, para esos que deben ser no negativos y que dan distribuciones sesgadas a la derecha; la distribución gamma-inversa, para aquellos no negativos y para evitar que los errores estándar sean excesivamente pequeños; y la distribución uniforme, para los que son poco informativos o poseen información general y de los cuales solamente se conocen sus valores máximo y mínimo.

Ahora bien, por un lado la media de las distribuciones *a priori* refleja la confianza acerca de los valores de los parámetros que proporcionan una solución factible, independientemente de la información que aportan los datos. Sin embargo, por otro lado, se sugiere escoger las distribuciones *a priori* de estudios previos; aunque si la evidencia empírica es escasa, se deben establecer desviaciones estándar altas a modo de que la función de densidad *a priori* sea más amplia con respecto a la media y, de esta manera, reflejar la incertidumbre asociada al parámetro en cuestión.

Formalmente, si $f(\boldsymbol{\theta})$ representa la función de densidad *a priori* del vector de parámetros y si todos los parámetros fungen como variables aleatorias i.i.d., se tiene que

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}) &= f(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n) \\ &= f(\theta_1) f(\theta_2) \cdots f(\theta_n) \\ &= \prod_{i=1}^{n} f(\theta_i) \end{aligned} \tag{3.6.1}$$

donde θ_i es la i-ésima componente de $\boldsymbol{\theta}$ y n es el número de parámetros a estimar. Es decir, la función de densidad *a priori* conjunta es igual al producto de las funciones de densidad *a priori* marginales si y solo si los parámetros son independientes.

Bajo el hecho de que los parámetros se distribuyen como variables aleatorias i.i.d., cuando se toma el logaritmo natural de 3.6.1:

$$\ln f(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{n} f(\theta_i) \tag{3.6.2}$$

expresión que será de gran utilidad al momento de recurrir a alguna rutina de optimización en cuanto a la maximización de la función de distribución *a posteriori*.

3.7. Teorema de Bayes: función de distribución *a posteriori*

Una vez que se asigna la función de distribución *a priori* a los parámetros y se conoce la función de verosimilitud del modelo, el análisis bayesiano se concentra en combinarlas con el objetivo de determinar la función de distribución *a posteriori* y, de esta manera, encontrar el conjunto de parámetros donde esta es máxima, es decir, la combinación de parámetros que hace a los datos y valores iniciales más probables. Aun cuando la función de distribución *a priori* pudiera ser poco informativa (pesada), adhiere cierta curvatura a la función de densidad *a posteriori* y es actualizada por la función de verosimilitud, de tal forma que se extiende a las zonas donde la función de densidad *a posteriori* es alta, facilitando su maximización numérica. Como menciona Fernández-Villaverde (2010), en general, las funciones de verosimilitud asociadas a modelos DSGE poseen un alto grado de complejidad y dimensionalidad, sin mencionar que presentan gran cantidad de máximos y mínimos locales, y superficies muy planas, trayendo como consecuencia que ciertas rutinas de maximización fracasen.

A todo esto, ¿cuál es la relación precisa que guardan las funciones de densidad *a priori*, de densidad *a posteriori* y de verosimilitud? El teorema de Bayes establece que la función de distribución *a posteriori* es proporcional al producto de la función de verosimilitud y la función de distribución *a priori*. Al respecto, la función de densidad *a priori* representa la probabilidad de los valores de los parámetros antes de observar los datos, la función de verosimilitud expresa la probabilidad de que los datos provengan efectivamente del modelo, y la función de distribución *a posteriori* significa la probabilidad de que los valores de los parámetros sean ciertos dados los datos disponibles.

Formalmente, si la especificación previa de $\boldsymbol{\theta}$ está dada por la función de densidad *a priori* $f(\boldsymbol{\theta})$ y la muestra observada $\mathbf{Y}_T$ posee función de densidad conjunta $f(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$, se sigue que la función de verosimilitud $L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$ es igual a la función de densidad conjunta $f(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$. Por consiguiente, según el teorema de Bayes, la función de densidad *a posteriori* $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_T)$ es directamente proporcional al producto de la función de verosimilitud $L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$ y la función de densidad *a priori* $f(\boldsymbol{\theta})$:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_T) = \frac{f(\mathbf{Y}_T, \boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{Y}_T)}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{f(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{Y}_T)} \\
&= \frac{L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{Y}_T)} \\
&\propto L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) \qquad (3.7.1)
\end{aligned}
$$

donde, desde la perspectiva de $\boldsymbol{\theta}$, $f(\mathbf{Y}_T)$ se asume como constante y $L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})$ se conoce comúnmente como kernel *a posteriori*, denotado por $K(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_T)$. En otras palabras, la distribución *a posteriori* de $\boldsymbol{\theta}$ dada $\mathbf{Y}_T$ es proporcional a la verosimilitud de $\mathbf{Y}_T$ dado $\boldsymbol{\theta}$, cuando se conoce la distribución *a priori* de $\boldsymbol{\theta}$. Por lo tanto, la maximización de la función de densidad *a posteriori* es independiente de la función de densidad marginal $f(\mathbf{Y}_T)$ y se aplica exclusivamente al kernel *a posteriori*.

Bajo el hecho de que $K(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_T) = L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})$, es claro que maximizar la función de densidad *a posteriori* es proporcional a maximizar el kernel *a posteriori*. Sin embrago, la maximización de este requiere evaluar la función de verosimilitud, toda vez que la función de densidad *a priori* se conoce previamente. Por suerte, como ya se sabe, el obstáculo se resuelve mediante el filtro de Kalman. A su vez, maximizar el kernel *a posteriori* es equivalente a maximizar

$$\ln K(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_T) = \ln L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}) + \ln f(\boldsymbol{\theta}) \qquad (3.7.2)$$

donde $\ln L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta})$ y $\ln f(\boldsymbol{\theta})$ se determinan a partir de las ecuaciones 3.5.1 y 3.6.2, respectivamente. Si bien este resultado determina la función de densidad *a posteriori*, en términos del kernel *a posteriori*, no asegura la forma de la función de densidad *a posteriori*; por ello, se recurre al algoritmo RWMH, que se aborda a continuación.

3.8. Métodos de simulación MCMC: Algoritmo RWMH

Anteriormente se explicó que a pesar de que, de acuerdo con el teorema de Bayes, la función de densidad *a posteriori* es proporcional al kernel *a posteriori*, su forma analítica o cerrada todavía es desconocida, impidiendo la inferencia bayesiana. En general, el objetivo de la inferencia bayesiana puede ser planteado como el valor esperado de una función de interés de variable aleatoria (p. ej. la variable aleatoria en sí misma). En este caso, sea $g(\boldsymbol{\theta})$ una función del vector de parámetros $\boldsymbol{\theta}$; entonces el valor esperado de $g(\boldsymbol{\theta})$ está dado por

$$\mathrm{E}\left[g(\boldsymbol{\theta})|\mathbf{Y}_T\right] = \int_{-\infty}^{\infty} g(\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_T)\mathrm{d}\boldsymbol{\theta} \qquad (3.8.1)$$

siempre que la integral exista. Esto es así por que recuerde que $\boldsymbol{\theta}$ es un vector de variables aleatorias continuas, pues los parámetros del modelo se definen en soportes continuos de números reales que conforman espacios muestrales continuos.

El problema con la inferencia estadística es que integrales como en la ecuación 3.8.1 nunca tienen solución analítica o cerrada. Es así que se recurre al método de simulación Monte Carlo, un método de integración numérica basado en la generación de números aleatorios para calcular integrales. Así pues, si se tiene la muestra $\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \ldots, \boldsymbol{\theta}_n$ i.i.d. generada por la función de densidad *a posteriori* $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_T)$ y la integral en la ecuación 3.8.1 existe, o bien $\mathrm{E}\left[g(\boldsymbol{\theta})|\mathbf{Y}_T\right] < \infty$, por la ley fuerte de los grandes números (LFGN)

$$\mathrm{E}\left[g(\boldsymbol{\theta})|\mathbf{Y}_T\right] = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n} \frac{g(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)}{n}$$

Esto implica que el valor esperado de $g(\boldsymbol{\theta})$ dado $\mathbf{Y}_T$ es aproximadamente igual al promedio de $g(\boldsymbol{\theta}_1|\mathbf{Y}_T), g(\boldsymbol{\theta}_2|\mathbf{Y}_T), \ldots, g(\boldsymbol{\theta}_n|\mathbf{Y}_T)$ siempre que el tamaño de la muestra sea suficientemente grande.

No obstante, el método de simulación Monte Carlo no cuenta con la capacidad de generar muestras provenientes de la función de distribución *a posteriori*. Por fortuna, los métodos MCMC permiten simular una muestra multivariada aleatoria, que aunque no es independiente, forma una cadena de Markov vectorial idénticamente distribuida con distribución estacionaria proveniente de la función de distribución *a posteriori*.

En particular, se utiliza el algoritmo Metropolis-Hastings para generar una cadena de Markov con distribución estacionaria arbitraria. Así pues, sea $f(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)$, con $j = 1, 2, \ldots,$ la función de distribución objetivo cuya suma $B = \sum_{j=1}^{\infty} f(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)$ es finita. El algoritmo Metropolis-Hastings genera una cadena de Markov con distribución estacionaria

$$\pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T) = \frac{f(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)}{B} \tag{3.8.2}$$

Sea Q cualquier matriz de probabilidades de transición de una cadena de Markov irreducible específica, con probabilidad de transición $q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$ en la fila i y columna j. Sea la cadena de Markov $\{\mathbf{x}_n : n = 1, 2, \ldots\}$ tal que cuando $\mathbf{x}_n = \boldsymbol{\theta}_i$, se genera un vector aleatorio $\mathbf{x}_n^*$ desde $q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$. Si $\mathbf{x}_n^* = \boldsymbol{\theta}_j$, entonces $\mathbf{x}_{n+1} = \boldsymbol{\theta}_j$ con probabilidad $\alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$ o $\mathbf{x}_{n+1} = \boldsymbol{\theta}_i$ con probabilidad $1 - \alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$. Sea $P_{ij} = P(\mathbf{x}_{n+1} = \boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{x}_n = \boldsymbol{\theta}_i)$. Esta secuencia de estados constituye una cadena de Markov con probabilidades de transición P_{ij} dadas por

$$\begin{aligned} P_{ij} &= q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)\alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) \\ P_{ii} &= q(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_i) + \sum_{k\neq i}^{\infty} q(\boldsymbol{\theta}_k|\boldsymbol{\theta}_i)(1-\alpha(\boldsymbol{\theta}_k|\boldsymbol{\theta}_i)) \end{aligned}$$

La cadena de Markov será reversible en el tiempo y tendrá distribución estacionaria $\pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)$ si y solo si

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)P_{ij} &= \pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)P_{ji} \\ \pi(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)\alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) &= \pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j)\alpha(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j) \end{aligned} \tag{3.8.3}$$

para $i \neq j$. Al considerar 3.8.2 y definir

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) = \min\left(\frac{\pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j)}{\pi(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)}, 1\right) \tag{3.8.4}$$

se cumple que $0 < \alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) \leq 1$ y la ecuación 3.8.3 siempre se satisface, pues en el primer caso $\alpha(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j) = 1$, y en el segundo $\alpha(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j) = \pi(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)/[\pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j)]$, siendo posible cualquier $\alpha(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j) > 0$. Por lo tanto, la cadena de Markov es reversible en el tiempo y posee distribución estacionaria $\pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)$, bajo la definición 3.8.4.

Siguiendo, a partir de la ecuación 3.8.2, resulta que

$$\alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) = \min\left(\frac{f(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j)}{f(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)}, 1\right) \tag{3.8.5}$$

De modo que la cadena de Markov no depende de B, sino solamente de $f(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)$.

Siempre que la cadena de Markov sea ergódica e irreducible,[2] existe una distribución estacionaria $\pi(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)$ de que la cadena se encuentre en $\boldsymbol{\theta}_j$ después de un gran número de transisiones n, independientemente de cualquier valor inicial $\boldsymbol{\theta}_i$. Es decir,

$$f(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T) = \lim_{n\to\infty} P_{ij}^n$$

donde $P_{ij}^n = P(\mathbf{x}_{m+n} = \boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{x}_m = \boldsymbol{\theta}_i)$, para cualquiera que sea $\boldsymbol{\theta}_i$.

El algoritmo RWMH ofrece una manera práctica de especificar la función de distribución

[2] Una cadena de Markov ergódica es aquella con estados recurrentes positivos y aperiódicos; y es irreducible cuando todos sus estados se comunican entre sí, es decir, que existe una sola clase.

de transición o salto propuesta $q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$. Como su nombre lo dice, el algoritmo RWMH propone la distribución de salto de acuerdo con la caminata aleatoria

$$\boldsymbol{\theta}_j = \boldsymbol{\theta}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{\theta},j}$$

donde $\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{\theta},j} \sim q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$.

Puesto que el algoritmo establece que la $q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$ debe ser simétrica (p. ej. como una densidad normal), se debe cumplir que $q(\boldsymbol{\theta}_j - \boldsymbol{\theta}_i) = q(\boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_j)$. Por consiguiente,

$$q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) = q(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j) \tag{3.8.6}$$

Así, partiendo de las ecuaciones 3.8.5 y 3.8.6, y por el resultado 3.7.1 proveniente del teorema de Bayes, se llega a que la probabilidad de aceptación es

$$\begin{aligned}\alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) &= \min\left(\frac{f(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)}{f(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)}, 1\right) \\ &= \min\left(\frac{L(\boldsymbol{\theta}_j|\mathbf{Y}_T)f(\boldsymbol{\theta}_j)}{L(\boldsymbol{\theta}_i|\mathbf{Y}_T)f(\boldsymbol{\theta}_i)}, 1\right)\end{aligned}$$

En resumen, el algoritmo RWMH se desarrolla siguiendo la secuencia de pasos:

1.- Inicializar la cadena de Markov con $\boldsymbol{\theta}_i$ y especificar la función de distribución de salto simétrica $q(\boldsymbol{\theta})$.

2.- Generar $\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{\theta},j} \sim q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$ y proponer la muestra $\boldsymbol{\theta}_j$ desde la función de distribución condicional $q(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i)$ con base en la caminata aleatoria

$$\boldsymbol{\theta}_j = \boldsymbol{\theta}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{\theta},j}$$

3.- Generar $u_j \sim \text{Uniforme}(0,1)$ y utilizar el criterio de aceptación sobre la muestra propuesta $\boldsymbol{\theta}_j$

$$\boldsymbol{\theta}_j = \begin{cases}\boldsymbol{\theta}_j & \text{si } u_j < \alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) \\ \boldsymbol{\theta}_i & \text{en otro caso}\end{cases}$$

en el que la probabilidad de aceptación viene dada por $\alpha(\boldsymbol{\theta}_j|\boldsymbol{\theta}_i) = \min(L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}_j)f(\boldsymbol{\theta}_j)$ $/[L(\mathbf{Y}_T|\boldsymbol{\theta}_i)f(\boldsymbol{\theta}_i)], 1)$.

4.- Repetir los pasos 2 y 3 un número N de veces y utilizar las últimas M muestras simuladas para realizar la inferencia.

Conclusiones

No cabe duda de que los modelos DSGE han cobrado gran relevancia en la macroeconomía contemporánea, tanto en la academia como en la política económica. Asimismo, el avance de la tecnología computacional así como el desarrollo de las técnicas econométricas han contribuido a que los métodos bayesianos se posicionen como los de uso más aceptado en la estimación de estos modelos. Gran variedad de modelos DSGE se desarrollan para propósitos diferentes, pero principalmente para el análisis del crecimiento económico, de las fluctuaciones económicas y de la política económica. En su estructura, dicha clase de modelos parten de la teoría del equilibrio general al considerar las interrelaciones entre los diferentes sectores de la economía de manera simultánea, se conforman de variables dinámicas que se derivan de las decisiones intertemporales de los agentes económicos, toman en cuenta que la economía se ve afectada por perturbaciones estocásticas o inciertas, y no son vulnerables a la crítica de Lucas (Woodford, 2003) porque los parámetros de comportamiento o estructurales son invariantes a cambios en la política económica. En este estudio, se implementaron reglas explícitas de política fiscal y monetaria dentro del marco de un modelo NKDSGE, es decir, un dispositivo económico que incorpora tanto características sustanciales de la teoría RBC como aspectos fundamentales de la teoría nuevo keynesiana. En el primer caso, se utilizaron principios microeconómicos estrictos para deducir fenómenos macroeconómicos importantes, se asumieron ciertos agentes económicos como racionales y optimizadores, se incluyó información no asimétrica al proporcionar a compradores y vendedores la misma información en los mercados, y se tomaron las fluctuaciones económicas como respuestas eficientes a los choques exógenos. En el segundo caso, se supuso competencia monopolística y precios rígidos en el mercado de bienes, se asumió competencia monopolística y salarios rígidos en el mercado de trabajo, y se introdujeron consumidores no ricardianos en los mercados financieros.

Resultados del modelo teórico Los sectores de la economía se conformaron por consumidores ricardianos, optimizadores y con acceso a los mercados financieros; consumidores no ricardianos, no optimizadores y con restricciones a la liquidez; un sindicato en competencia perfecta, que provee de trabajo a las empresas en competencia monopolística; sindicatos en competencia monopolística, que representan a los trabajadores especializados; una empresa en competencia perfecta, productora de un bien final; empresas en competencia monopolística, productoras de bienes diferenciados; y el gobierno, encargado de las políticas fiscal y monetaria. Después de describir detalladamente las condiciones óptimas y restricciones de cada uno de los agentes económicos, destacan los siguientes hallazgos: los consumidores ricardianos suavizan su consumo con base en la hipótesis del ingreso permanente; la tasa de rendimiento neto del capital esperada es igual a la tasa de interés real; la q de Tobin es igual a la unidad; la demanda de dinero depende negativamente de la tasa de interés nominal; el consumo no ricardiano está dado únicamente en función del ingreso disponible; en términos prácticos y agregados, el salario óptimo de ajuste es tal que al valor presente de la utilidad marginal del trabajo es igual al *markup* sobre el valor presente de la tasa marginal de sustitución entre el consumo y trabajo; como todas las empresas intermedias aceptan los mismos precios de los factores productivos, todas tienen la misma razón capital-trabajo, que a su vez es igual a a razón agregada de tales factores; bajo rendimientos constantes a escala, o bien, debido a que todas las empresas intermedias contratan la misma razón capital-trabajo, todas incurren en el mismo costo marginal; los dividendos agregados resultan de la diferencia entre los ingresos totales por ventas y el costo marginal de la producción total; en términos agregados, el precio óptimo de ajuste se fija como el *markup* sobre el valor esperado del costo marginal; dado el comportamiento ricardiano de la restricción presupuestaria del gobierno, la ley de dividendos agregados y la restricción presupuestaria agregada de los consumidores, la demanda agregada se determina como la suma del consumo agregado, la inversión agregada y el gasto público; bajo competencia monopolística y precios rígidos en el mercado de bienes, la demanda agregada es insuficiente a la oferta agregada; y, por último, cuando existe competencia monopolística y los salarios son rígidos en el mercado de trabajo, existe desempleo involuntario.

El cálculo del estado estable del dispositivo macroeconómico fue una etapa en la cual se hicieron algunos supuestos importantes, tales como la igualdad entre el consumo ricardiano, no ricardiano y agregado, la equivalencia entre el precio óptimo de ajuste y el nivel general de precios, y la igualdad entre el salario óptimo de ajuste y el salario agregado; además de que se confirmaron resultados de importancia, como por ejemplo los estados estables de cero inflación en precios y salarios, las tendencias de largo plazo unitarias tanto en la dispersión de precios como de salarios, las igualdades oferta agregada-demanda agregada y oferta laboral agregada-demanda laboral agregada, así como el impacto del parámetro correspondiente a la proporción de consumidores no ricardianos únicamente sobre los estados estables del dinero y los dividendos.

Encontrado el estado estable o tendencia de largo plazo del sistema económico, se procedió con la aproximación lineal de las ecuaciones de equilibrio. En este paso, se verificaron importantes resultados hasta la linealización de primer orden del modelo, resultado de la aplicación del teorema de Taylor y el método de Uhlig (1995), entre lo que destaca lo siguiente: la inversión, capital, bonos, dinero y dividendos ricardianos son equivalentes a las variables agregadas respectivas; el consumo agregado es igual a la combinación lineal convexa ponderada por ω entre los consumos ricardiano y no ricardiano; y las reglas de política fiscal de los impuestos y el gasto público junto con la restricción presupuestaria del gobierno implican una condición factible sobre la consolidación fiscal. Además, bajo precios rígidos de Calvo (1983) y estado estable de cero inflación, la NKPC explica que la inflación es un fenómeno provocado por la forma deliberada en que las empresas fijan sus precios con base en sus costos actuales y esperados; y la oferta agregada es igual a la demanda agregada. También, ante salarios rígidos de Calvo (1983) y estado estable de cero inflación salarial, la NKPC salarial indica que cuando el salario promedio está por debajo del nivel que mantiene el *markup* de salarios flexibles, los sindicatos especializados tienden a incrementar sus salarios, generando inflación salarial; y la oferta de trabajo agregada es igual a la demanda de trabajo agregada. Todas estas conclusiones toman en consideración las desviaciones porcentuales de las variables macroeconómicas involucradas con respecto a sus estados estables correspondientes.

Series de datos observados Después de formular el modelo NKDSGE para México, se continuó con el proceso de estimación usando técnicas bayesianas, etapa en la que se recurrió a datos trimestrales que van desde 2005:1 hasta 2020:1 y que se escogieron como se describe a continuación. Seis series históricas fueron utilizadas como variables observables, las cuales corresponden al consumo, producción, inflación, tasa de interés nominal, ingreso público y gasto público. La muestra de datos fue obtenida de BANXICO, INEGI, SHCP y CONAPO. El indicador del consumo privado en el mercado interior nacional fue utilizado para el consumo; el producto interno bruto a precios de mercado, para la producción; la tasa de crecimiento porcentual del INPC, para la inflación; la tasa de rendimiento de los CETES a 28 días, para la tasa de interés nominal; los ingresos del sector público, para el impuesto de suma fija; y el gasto neto pagado del sector público, para el gasto público. Los datos de consumo, producción, impuestos y gasto público fueron proporcionados en términos per cápita y en la primera diferencia de su logaritmo natural. Los datos de impuestos y gasto público fueron deflactados por el INPC a fin de darlos en términos reales. Todas las series temporales fueron transformadas a fin de hacerlas corresponder con las desviaciones porcentuales de las variables del modelo con respecto a sus estados estables, fueron desestacionalizadas y se les aplicó *demeaning*.

Método de estimación bayesiana La metodología que se utilizó en el proceso de estimación del modelo NKDSGE concierne principalmente al uso de herramientas empíricas que giran en torno al teorema de Bayes. Inicialmente, una vez que se establecieron las condiciones óptimas de los consumidores, los sindicatos, las empresas y el gobierno, se formuló a detalle el sistema de ecuaciones de equilibrio a fin de caracterizar las interrelaciones de los diferentes sectores de la economía en su conjunto y no ecuación por ecuación. Puesto que fue evidente que el modelo teórico exhibiera esencialmente un alto grado de no linealidad, no fue viable resolver el sistema de ecuaciones no lineales en forma cerrada o analítica por obvias razones. Fue por ello necesario calcular los estados estables o tendencias de largo plazo de las variables macroeconómicas, que en última instancia se expresaron únicamente en función de los parámetros estructurales. A partir de ahí, se llevó acabo la aproximación lineal del modelo aplicando el teorema de Taylor hasta el primer orden y también recurriendo al método de aproximación lineal de Uhlig (1995), con lo cual se pudo disponer de una versión linealizada del sistema económico en términos de las desviaciones porcentuales de las variables macroeconómicas con respecto al estado estable de la economía. Ya con el modelo linealizado en mano, se dio paso al establecimiento de un sistema de ecuaciones estructurales o simultáneas propicias a resolverse dentro de la clase de modelos dinámicos estocásticos no lineales de tiempo discreto. En este caso, se describió, opcionalmente y a manera de ejemplo, el método de coeficientes indeterminados de Uhlig (1995), pues el autor propone un conjunto de herramientas matemáticas para resolver tales modelos de forma fácil y práctica con base en la log-linealización (o linealización) de las ecuaciones de equilibrio que los conforman y sugiriendo una ecuación de política o forma reducida como solución. La solución en forma reducida del modelo se configuró como una ecuación de estado en la que se combinaron las variables endógenas y exógenas en un solo vector de estado y se dejó explícito el vector de ruidos blancos; además, se complementó con una ecuación de observación donde se mapearon las variables observables con las variables de estado y se incorporaron ciertos errores de medida con la intención de tener tantas variables observables como choques económicos; la unión de las ecuaciones de estado y observación dio paso a la representación sistema espacio-estado de la solución del modelo a estimar. Por sí mismo, el sistema espacio-estado sugirió la implementación del filtro de Kalman, un algoritmo recursivo de gran utilidad para identificar las variables no observables del modelo dinámico linealizado a partir de las variables observables provenientes de las series de datos utilizadas ante la presencia del ruido blanco aditivo proveniente de los choques económicos y los errores de medida. Con la finalidad de conseguir una evaluación numérica de la función de verosimilitud asociada al modelo, la cual representa la probabilidad sobre la veracidad de los datos dados los parámetros estructurales, se tomó la salida del algoritmo del filtro de Kalman, es decir, el término de error entre observación y predicción, como entrada de dicha función, ya que la función de densidad de los datos dados los parámetros se presentó como una normal con media y varianza-covarianza provenientes de las pronosticadas por el filtro de Kalman.

Ahora bien, el establecimiento de la función de distribución *a priori* fue fundamental para incorporar información subjetiva adicional a la proporcionada por los datos observados, así como para caracterizar los parámetros estructurales como tipos de variables aleatorias continuas, específicamente como variables beta, gamma, normal y gamma inversa. Definidas las funciones de verosimilitud y de distribución *a priori*, se recurrió al teorema de Bayes, porque, aunque establece que la función de densidad *a posteriori*, es decir, la función de densidad de los parámetros dada la muestra de observaciones, está dada por el cociente entre la función de densidad conjunta y la marginal, implica que la función de distribución *a posteriori* es directamente proporcional al producto de la función de verosimilitud y la función de distribución *a priori*. Finalmente, debido a que el objetivo de la inferencia bayesiana tiene que ver con esperanzas matemáticas de funciones de interés de los parámetros aleatorios, esta agenda involucra integrales impropias sumamente complejas, obstáculo que se superó con la ayuda del algoritmo RWMH, un método MCMC con la capacidad de generar muestras simuladas en cadenas de Markov desde la función de distribución *a posteriori*, lo que hizo posible aproximar numéricamente dichas integrales y proceder así con un satisfactorio cumplimiento de los objetivos de la inferencia bayesiana al estimar distintos momentos estadísticos de interés, tales como la media, varianza e intervalos de confianza, de los parámetros del modelo NKDSGE.

Se decidió utilizar Dynare en cuanto a la estimación del modelo, pues se constituye como una poderosa herramienta computacional para el manejo de una amplia clase de modelos DSGE, además de que se tiene gran variedad de fuentes de información sobre el *software*, como los son manuales, *papers*, foros web, etc. Así pues, inicialmente, se implementó la rutina de minimización 9, referente al algoritmo CMA-ES de Hansen y Kern (2004), al negativo de la función log-kernel *a posteriori*, lo que determinó una aproximación inicial de la moda de la distribución *a posteriori*. Enseguida, se llevó acabo una etapa *burn-in* en la cual se partió de la moda aproximada por la rutina 9 y de la matriz identidad como varianza-covarianza para luego ejecutar el algoritmo RWMH un número suficiente de veces, hasta haber observado una convergencia adecuada de las cadenas de Markov, que en esta etapa se conformaron por 10,000 iteraciones; cada algoritmo individual posterior se inicializó a partir de la media y varianza-covarianza de las cadenas de Markov encontradas al término de la ejecución del algoritmo previo; donde también se controló el factor de escala de manera tal que se conservara la tasa de aceptación en torno al 30 %. Posteriormente, se realizó una etapa final en la cual se corrió nuevamente el algoritmo RWMH pero con la media, la varianza-covarianza y el factor de escala proporcionados por la última ejecución del algoritmo en la etapa *burn-in* con el propósito de mejorar la convergencia de las cadenas de Markov y mantener la tasa de aceptación cerca del 30 %; esta última aplicación del algoritmo se hizo con dos bloques paralelos, cada uno de 100,000 iteraciones, a fin de contar con los diagnósticos de convergencia de Brooks y Gelman (1998). Particularmente, los diagnósticos de convergencia indicaron que las estimaciones fueron robustas para todos los parámetros; y la comparación de las gráficas de las funciones de densidad *a priori* y *a posteriori* señalaron que los datos fueron informativos y las estimaciones consistentes en comparación con la literatura disponible para México.

Incremento del gasto público El modelo predice que ampliaciones del gasto público conllevan un efecto que estimula la demanda agregada de bienes y servicios. De aquí que, ante el incremento de la demanda agregada, las empresas aumentan las demandas de capital y trabajo con la intención de ampliar la producción y, así, abastecer la demanda agregada, por eso la tasa de rendimiento del capital y el salario se acrecientan. A partir del momento en que los precios de los factores productivos se elevan, subsecuentemente las empresas incurren en un costo marginal de producción mayor, un hecho que finalmente se traduce en un fenómeno de alta inflación. Así pues, debido que el incremento del gasto público mejora la producción pero empeora la inflación, el gobierno interviene a través de la política monetaria elevando la tasa de interés para estabilizar la economía.

La introducción de consumidores no ricardianos, así como las suposiciones de precios y salarios rígidos, explica que el consumo agregado puede incrementarse con aumentos del gasto público, por lo menos en el corto plazo. En efecto, ya que cierta proporción de los consumidores distinguen la forma en la que el gobierno financia el gasto público, que bien puede ser mediante impuestos o bien mediante deuda pública, el aumento de esta última sí representa riqueza neta para ellos porque significa una disminución de la carga impositiva que soportan en el presente y no solamente se traduce en un retraso en el pago de esos impuestos, por lo que el ingreso disponible de los consumidores no ricardianos se ve favorecido y, en consecuencia, su consumo se incrementa. Ahora bien, dado que el consumo de los agentes no ricardianos depende en gran medida de su salario actual, por consiguiente, la hipótesis del ingreso permanente no se satisface completamente y, por lo tanto, la equivalencia ricardiana no aproxima totalmente el comportamiento real de la economía.

No obstante lo anterior, si bien, por un lado, el ingreso laboral crece por el incremento de la demanda de trabajo, por otro lado, el consumo de la proporción complementaria de individuos ricardianos baja considerablemente por la extensión del gasto público, ya que a estos consumidores no les importa si el gobierno financia ese gasto mediante impuestos o con deuda pública porque para ellos la deuda pública se traduce en impuestos futuros, de modo que optan por ahorrar para pagar ya sea impuestos presentes o futuros. Cabe señalar que bajo el aumento de la tasa de interés que hace la autoridad monetaria para estabilizar el crecimiento de la inflación y la producción que se observa después de expandir el gasto público, los individuos ricardianos intercambian consumo por ahorro, pues consumir representa un costo de oportunidad mayor. Así, se tiene una situación donde los consumidores ricardianos incrementan su oferta de trabajo a fin de mejorar su salario y, por ende, su consumo.

En general, como el aumento de la oferta de trabajo supera la disminución de la demanda de trabajo, en última instancia el salario disminuye. De igual forma, como el crecimiento del consumo no ricardiano es de mayor magnitud que el decrecimiento del consumo ricardiano, finalmente el consumo agregado se acrecienta.

Adicionalmente a que la política monetaria estipula incrementar la tasa de interés cuando sea que la inflación y la producción rebasen sus niveles de largo plazo, y a que el ahorro privado y público desciende en la medida que el consumo agregado asciende; cuando la autoridad fiscal incrementa el gasto público incurre también en un incremento de la deuda pública que permite resarcir el déficit público pero que inevitablemente eleva la tasa de interés. En estas circunstancias, la expansión del gasto público incrementa la tasa de interés perjudicando la inversión privada, aportando evidencia que sustenta el efecto expulsión o *crowding out* del sector privado por parte del sector público. Independientemente del efecto expulsión de la inversión, cuando se pone en marcha la expansión del gasto público para combatir una época de recesión, seguramente con desempleo involuntario, se tienen efectos favorables tras incrementarse la producción, por su puesto, luego del estímulo de la demanda agregada. Así, aun cuando el gasto público desplaza la inversión, también crece la producción y el ingreso, y con ello el consumo y el ahorro, por lo que el efecto *crowding out* de la inversión no es completo. No obstante, la autoridad monetaria no efectúa una política acomodaticia en el marco de una política fiscal expansiva con la finalidad de impedir la subida de la tasa de interés; que en otro caso podría hacerlo mediante señoreaje, de modo que este último no es significativo en la economía.

Disminución de los impuestos Se explicó que la forma de financiamiento del gasto público mediante impuestos o deuda pública que utiliza el gobierno es relevante para los consumidores no ricardianos. En estas circunstancias, cuando la autoridad fiscal decide recortar impuestos, las empresas amplían su producción después de incrementar sus demandas de capital y trabajo, causando que los precios de los factores productivos crezcan, para luego repercutir directamente en el costo marginal, lo cual implica que la inflación aumente.

Por otra parte, pese al aumento de la inflación que se sigue de la disminución de los impuestos, en este caso, el consumo agregado aumenta, al crecer tanto el consumo de los agentes ricardianos como el de los no ricardianos, debido a que la baja en los impuestos eleva el ingreso disponible. Si bien el ingreso disponible se ve favorecido, comprobándose nuevamente el fortalecimiento de la producción, simultáneamente el ahorro total desciende luego de que el incremento del consumo agregado resulta proporcionalmente mayor que el incremento de la producción y, en consecuencia, se tiene cierto crecimiento en la tasa de interés.

Ahora bien, el gobierno también contribuye directamente sobre la tasa de interés. Esto es porque cuando la autoridad fiscal recorta los impuestos, genera un déficit público que altera la restricción presupuestaria gubernamental, pero que restablece por medio del crecimiento de la deuda pública, una decisión que termina nuevamente incrementando la tasa de interés; y, también, debido a que la autoridad monetaria opta por aumentar la tasa de interés en respuesta a los aumentos vistos en la inflación y la producción que sobrepasan sus tendencias de largo plazo.

En todos los casos anteriores, donde la tasa de interés se ve afectada positivamente con el decrecimiento del ahorro total, el crecimiento de la deuda pública y la aplicación de una política monetaria activa y contracíclica, se origina un efecto *crowding out* de la inversión privada después de una disminución de los impuestos.

Aumento de la tasa de interés nominal Una política monetaria cuyo objetivo es la estabilización de precios, es decir, una política monetaria activa, debe complementarse por una política fiscal la cual ajuste impuestos a fin de estabilizar la deuda pública, es decir, una política fiscal pasiva. A su vez, una política monetaria activa requiere cumplir con el principio de Taylor, o bien, aumentar la tasa de interés nominal más que proporcionalmente a los incrementos de la inflación. En este sentido, en la presencia de un choque positivo de gasto público, independientemente del tipo de política fiscal inicial, la producción se incrementa instantáneamente. De aquí que, a través de la NKPC, la inflación tienda a aumentar. Pero la política monetaria activa que se implementa eleva la tasa de interés nominal más allá del incremento de la inflación dado. De este modo, por un lado, se desincentiva el consumo, provocando que la demanda agregada descienda, y, por otro lado, la demanda de bonos gubernamentales aumenta. En última instancia, se reduce la inflación pero incrementa el costo de la deuda pública. Así que para poder hacer frente a este costo incurrido, la autoridad fiscal debe incrementar los impuestos, en otras palabras, debe llevar a cabo una política fiscal pasiva.

Por una parte, si bien la autoridad monetaria recurre a incrementar la tasa de interés nominal para combatir el fenómeno de inflación, se observa que la dinámica de la deuda pública crece drásticamente conforme el pago de intereses de los bonos emitidos por el gobierno se incrementa. Entonces, la autoridad fiscal incrementa los impuestos con la finalidad de recabar más ingresos públicos y reducir el endeudamiento público debido a que el gasto público no dismuniye al momento de que el choque positivo de política monetaria se presenta. Por lo tanto, la dinámica de la deuda pública regresa relativamente pronto a su tendencia de equilibrio de largo. Por otra parte, aunque con el incremento de la tasa de interés se estabiliza la inflación y la deuda pública vuelve rápidamente a su estado estable, bajo las políticas monetaria y fiscal activa y pasiva, respectivamente, el consumo privado agregado responde negativamente principlamente porque el consumo de los agentes ricardianos se contrae por el efecto sustitución entre bonos y consumo que experimentan. Aunado a esto, el incremento de la tasa de interés nominal implica una reducción o efecto crowding out de la inversión privada. Así pues, en vista de que el gasto público se mantiene y el consumo agregado e inversión privados se contraen con el crecimiento de la tasa de interés nominal, se tiene entonces una contracción de la demanda agregada de la misma magnitud, lo que finalmente incide en la producción causando su descenso. Por consiguiente, la política monetaria no es neutral a la economía real; más aun, el descenso de la tasa de interés nominal puede estimular la demanda agregada y, con ello, incentivar la producción.

Interacción entre las políticas fiscal y monetaria Aunque expansiones en el gasto público o recortes en los impuestos llevan al aumento de la deuda pública, el gobierno alcanza la consolidación fiscal al cumplir lo que le dicta su restricción presupuestaria e implementar una política fiscal pasiva que le permiten conseguir finanzas públicas sanas y la sostenibilidad de la deuda pública. Por otra parte, la capacidad de la autoridad fiscal para estabilizar las fluctuaciones de la producción resulta relativamente baja dado que los estabilizadores automáticos no muestran gran sensibilidad a la producción, así que podría surgir la necesidad de implementar déficits fiscales discrecionales suficientemente altos como para contravenir las épocas de recesión y mantener la consolidación fiscal. El carácter contracíclico de la política fiscal es en el sentido de que después de que se presenta un choque fiscal, si la producción crece (decrece), el gasto público tiende a bajar (subir) y los impuestos tienden a subir (bajar) con la finalidad de desincentivar (incentivar) la producción. Adicionalmente, puesto que la política fiscal expansiva tiene la capacidad de incrementar el consumo agregado así como la de atenuar el efecto *crowding out* de la inversión privada, finalmente se verifica que es eficaz para incentivar la producción a través de estimular la demanda agregada, por lo que se concluye que la política fiscal no es neutral a la economía real.

En lo que confiere a la política monetaria, se asumió que la autoridad conduce la tasa de interés nominal de acuerdo con una regla de Taylor y se encontró que reacciona positiva y más que proporcionalmente a la inflación, haciendo de la regla de tasa de interés una política monetaria activa, que cumple con el propósito de mantener la estabilidad de precios. Al mismo tiempo, se encontró que la tasa de interés nominal responde directa y significativamente a la producción, de modo que se verifica el carácter contracíclico de la política monetaria. Sin embargo, es importante mencionar que al perseguir la estabilidad de precios, la política monetaria podría obstaculizar el crecimiento económico, puesto que al incrementar la tasa de interés para reducir la inflación, se observa que se produce una contracción en el consumo y la inversión privados, lo que a su vez contrae la producción. De lo anterior que una política monetaria expansiva eventualmente es eficaz en regular la economía en épocas de recesión por medio del incremento de la producción que se sigue de estimular la demanda agregada sin crear persistente inflación, por lo tanto, se concluye que no se cumple la neutralidad de la política monetaria referente a la actividad real.

Puesto que en el marco de una política fiscal expansiva bien se puede incrementar el gasto público o bien disminuir la carga impositiva con el motivo de estimular la demanda agregada y, por consiguiente, fortalecer el crecimiento económico, se origina un suceso subsecuente en el que la política monetaria antiinflacionaria y contracíclica influye positivamente en la deuda pública tras decidir subir la tasa de interés en respuesta a los incrementos en la inflación y la producción provenientes de la expansión fiscal. Por lo tanto, si se aplica una política monetaria de tipo activa en cuanto a la inflación, entonces se debe implementar una política fiscal pasiva con respecto a la deuda pública, con el objetivo de asegurar la estabilidad de precios y la sostenibilidad de la deuda pública. En la medida que el gobierno cumple con las condiciones de estabilidad de precios y de consolidación fiscal, es decir, de finanzas públicas sanas y sostenibilidad de la deuda pública, se dice concluye que la política económica que ejecuta el gobierno es de tipo ricardiana.

Referencias

Aboumrad, G. (1996). Instrumentacion de la política monetaria con objetivo de estabilidad de precios: el caso de México. *Monetaria, CEMLA*, *19*.

Aguiar, M., y Gopinath, G. (2007). Emerging market business cycles: The cycle is the trend. *Journal of Political Economy*, *115*(1), 69–102.

An, S., y Schorfheide, F. (2007). Bayesian analysis of DSGE models. *Econometric Reviews*, *26*(2-4), 113–172.

Ángel, A. (2012). La función consumo: síntesis y perspectivas. *Revista Universidad EAFIT*, *35*(115), 41–55.

Argandoña Rámiz, A., Gámez Amián, C., y Mochón Morcillo, F. (1997). *Macroeconomía avanzada II. Fluctuaciones cíclicas y crecimiento económico.* Madrid: McGraw-Hill.

Argoti Chamorro, A. C. (2013). Confrontación de la teoría clásica frente a la keynesiana sobre el mercado de trabajo: el caso de Colombia. *TENDENCIAS*, *14*(2), 23–54.

Ayala, E. (1990). La teoría cuantitativa del dinero. *Economía: Teoría y Práctica*, *15*, 137–157.

Basilio, E. (2018). Política fiscal procíclica y estabilidad monetaria en Brasil, Chile, Colombia, México y Perú. *Problemas del Desarrollo*, *49*(192), 139–167.

Benetti, C. (2000). La estructura lógica de la Teoría General de Keynes. *Cuadernos de Economía*, *19*(33), 9–49.

Blanchard, O. J., y Kahn, C. M. (1980). The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1305–1311.

Brooks, S. P., y Gelman, A. (1998). General methods for monitoring convergence of iterative simulations. *Journal of Computational and Graphic Statistics*, *7*(4), 434–455.

Cadavid Sanchez, S., Martinez Fritscher, A., y Ortiz Bolaños, A. (2017). *Monetary and fiscal policies interactions in Mexico: 1981-2016.* CEMLA.

Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, *12*(3), 383–398.

Castillo-Ramírez, C. E., P-́Akaki, P., y Venegas-Martínez, F. (2012). Efectos de saltos de volatilidad en el equilibrio de una economía estocástica, pequeña y abierta: el caso mexicano 1995-2009. *Denarius, Revista de Administración y Economía*, *24*, 93–130.

Cataño, J. F. (2004). La teoría neoclásica del equilibrio general. Apuntes críticos. *Cuadernos de Economía*, *23*(40), 175–204.

Centro de Estudios de las Finanzas Públicas. (2020). *El incremento del gasto público como política económica contracíclica.* Palacio Legislativo de San Lázaro, Ciudad de México.

Christiano, L. J., Eichenbaum, M., y Evans, C. L. (2005). Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, *113*(1), 1–45.

Clarida, R., Gali, J., y Gertler, M. (1999). The science of monetary policy: a new Keynesian perspective. *Journal of Economic Literature*, *37*(4), 1661–1707.

Colander, D. (2000). The death of neoclassical economics. *Journal of the History of Economic Thought*, *22*(2), 127–143.

Comin, D., Loayza, N., Pasha, F., y Serven, L. (2009). *Medium term business cycles in developing countries.* The World Bank.

Davar, E. (2015). *Unemployment: Walras's voluntary and Keynes's involuntary* (Working Papers n.º 12/2015). Toruń: Institute of Economic Research.

De Vroey, M. (2005). *Involuntary unemployment. The elusive quest for a theory.* Inglaterra: Routledge.

Dixit, A. K., y Stiglitz, J. E. (1977). Monopolistic competition and optimum product diversity. *The American Economic Review*, *67*(3), 297–308.

Escartin González, E. (2006). *Historia del pensamiento económico.* Sevilla: Universidad de Sevilla.

Fernández-Villaverde, J. (2010). The econometrics of DSGE models. *SERIEs*, *1*(1), 3–49.

Fernández-Villaverde, J., y Rubio-Ramírez, J. F. (2004). Comparing dynamic equilibrium models to data: a Bayesian approach. *Journal of Econometrics*, *123*(1), 153–187.

Fiorito, A., y Murga, G. A. (2007). *John Maynard Keynes. Lecturas e interpretaciones II.* Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.

Galí, J. (2015). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the new Keynesian framework and its applications.* Princeton University Press.

Galí, J., López-Salido, J. D., y Vallés, J. (2007). Understanding the effects of government spending on consumption. *Journal of the European Economic Association*, *5*(1), 227–270.

Galindo, L. M., y Guerrero, C. (2003). La regla de Taylor para México: un análisis econométrico. *Investigación Económica*, *62*(246), 149–167.

Garcia-Cicco, J. (2010). *Estimating models for monetary policy analysis in emerging countries* (Documento de Trabajo). Banco Central de Chile.

Hamilton, J. (1994). *Time series econometrics.* Princeton: Princeton University Press.

Hansen, N., y Kern, S. (2004). Evaluating the CMA evolution strategy on multimodal test functions. En *International coneference on parallel problem solving from nature* (pp. 282–291).

Hernández-Del-Valle, A., Martínez-García, C. I., y Venegas-Martínez, F. (2016). Sovereign default in a currency area: A monetary general equilibrium model. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, *108*(2), 227–261.

Ireland, P. N. (2004). Technology shocks in the new Keynesian model. *Review of Economics and Statistics*, *86*(4), 923–936.

Ize, A. (1978). Del equilibrio general competitivo a la teoría keynesiana. *Demografía y Economía*, *12*(3), 421–438.

Kamin, S. B., y Rogers, J. H. (1996). Monetary policy in the end-game to exchange-rate based stabilizations: the case of Mexico. *Journal of International Economics*, *41*(3-4), 285–307.

Keynes, J. M. ([1936] 2014). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero.* Ciudad de México: Fondo de Cultura Económica.

Kicillof, A. (2010). *De Smith a Keynes. Siete lecciones de historia del pensamiento económico.* Buenos Aires: Eudeba.

Klein, P. (2000). Using the generalized Schur form to solve a multivariate linear rational expectations model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, *24*(10), 1405–1423.

Leeper, E. M. (1991). Equilibria under "active" and "passive" monetary and fiscal policies. *Journal of Monetary Economics*, *27*(1), 129–147.

Leeper, E. M., Plante, M., y Traum, N. (2010). Dynamics of fiscal financing in the United States. *Journal of Econometrics*, *156*(2), 304–321.

Lizarazu Alanez, E. (2006). La macroeconomía IS-LM. Una retrospección teorética estilizada. *Investigación Económica*, *65*(256), 103–129.

Lozano, F., y Moreno, J. (2018). ¿Se comparte la misma idea al utilizar el termino neoclasicismo? *Cuadernos de Economía*, *37*(73), 25–44.

Lubik, T., y Teo, W. L. (2005). *Do world shocks drive domestic business cycles? Some evidence from structural estimation* (Working Paper). Department of Economics, The Johns Hopkins University.

Lustig, N. (2010). *Los grandes problemas de México. Crecimiento económico y equidad.* (Vol. IX). Ciudad de México: El Colegio de México.

Márquez Aldana, Y., y Silva Ruiz, J. (2008). *Pensamiento económico con énfasis en pensamiento económico público.* Bogotá: Escuela Superior de Administración Pública.

Mendoza Bellido, W. E. (2013). *J. M. Keynes, neoclassical synthesis, new neoclassical synthesis and the crisis: the current state of macroeconomic theory* (Documento de Trabajo n.º 354). Pontificia Universidad Católica del Perú. Departamento de Economía.

Muñoz, R. (2005). *Monetary policy rules and inflation targets in emerging economies: Evidence for Mexico and Israel.* University of Leicester.

Parada Corrales, J. (1983). La Teoría General y la competencia perfecta. *Económicas CUC*, *9*(1), 3–10.

Pfeifer, J. (2014). A guide to specifying observation equations for the estimation of DSGE models. *Research Series*, 1–150.

Ramos-Francia, M., y Torres, A. (2005). *Reducción de la inflación a través de un esquema de objetivos de inflación: la experiencia mexicana* (Documento de Trabajo). Banco de México.

Ramos-Francia, M., y Torres, A. (2006). *Dinámica de la inflación en México: Una caracterización utilizando la nueva curva de Phillips* (Working Paper). Banco de México.

Raul, I. (2014). The demand for money in Mexico. *American Journal of Economics*, *41*(2A), 73-80.

Riera i Prunera, C., y Blasco, Y. (2016). *La teoría cuantitativa del dinero. La demanda del dinero en España: 1883-1998* (Estudios de Historia Económica n.º 72). Banco de España.

Rodríguez-Nava, A., y Venegas-Martínez, F. (2007). Equilibrio general con tasa de interés estocástica. *Economía, Teoría y Práctica*(26), 9–30.

Rodríguez Nava, A. R., y Venegas Martínez, F. (2009). El concepto de desempleo involuntario: contraste entre la teoría neoclásica y la teoría general de la ocupación, el interés y el dinero. *Denarius*(18), 161–161.

Romero Sotelo, M. E. (2000). *Historia del pensamiento económico: una línea en el tiempo* (Vol. 1; Cuadernos de Trabajo). Universidad Nacional Autónoma de México.

Ros, J. (2012). La Teoría General de Keynes y la macroeconomía moderna. *Investigación económica*, *71*(279), 19–37.

Ruíz-Galindo, L. A., y Venegas-Martínez, F. (2007). Un modelo macroeconométrico de simulación con microfundamentos para la economía mexicana. *Economía Mexicana, Nueva Época*, *16*(2), 165–217.

Sakai, Y. (2019). Involuntary unemployment versus "involuntary employment": J. M. Keynes and beyond. En *J. M. Keynes versus F. H. Knight* (pp. 81–100). Springer.

Sarabia, A. A. (2008). *Accounting for output fluctuations in Mexico* (Working Paper). Banco de México.

Scarth, W. (2014). *Macroeconomics: the development of modern methods for policy analysis.* Cheltenham: Edward Elgar.

Schettkat, R. (2018). *The behavioral economics of John Maynard Keynes* (Schumpeter Discussion Papers n.º 2018-007). Schumpeter School of Business and Economics, University of Wuppertal.

Schmitt-Grohé, S., y Uribe, M. (2006). Comparing two variants of calvo-type wage stickiness. *National Bureau of Economic Research*.

Schumpeter, J. A. ([1954] 2015). *History of economic analysis.* Barcelona: Ariel Economía.

Segura-Rodríguez, D. C., Venegas-Martínez, F., y Allier-Campuzano, H. (2013). Modelo econométrico para pronosticar la inflación utilizando cointegración, VAR y VEC, para la economía mexicana 1990.I-2011.IV. *Eseconomía, Revista de Estudios Económicos, Tecnológicos y Sociales*, *8*(38), 39–71.

Sims. (2002). Solving linear rational expectations models. *Computational Economics*, *20*(1-2), 1.

Sims. (2016). *Graduate macro theory II: A medium-scale new Keynesian DSGE model.* Disponible en `http://www3.nd.edu`.

Sims. (2017a). *Graduate macro theory II: A new Keynesian model with both price and wage stickiness.* Disponible en `http://www3.nd.edu`.

Sims. (2017b). *Graduate macro theory II: A new Keynesian model with price stickiness.* Disponible en `http://www3.nd.edu`.

Smets, F., y Wouters, R. (2003). An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area. *Journal of the European Economic Association*, *1*(5), 1123–1175.

Soderling, P. (2003, october). *Lecture notes for monetary policy.* PhD course at UNISG, Paul Soderling's website.

Stokey, N. L., Lucas, R. E., y Prescott, E. (1989). *Recurisive methods in economic dynamics.* Massachusetts: Hardvard University.

Taylor, J. B. (1993). Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, *39*, 195–214.

Taylor, J. B. (1997). *The policy rule mix: A macroeconomic policy evaluation.* Stanford University.

Téllez-León, I. E., Venegas-Martínez, F., y Rodríguez-Nava, A. (2011). Inflation volatility and growth in a stochastic small open economy: A mixed jump-diffusion approach. *Economía, Teoría y Práctica*(35), 131–156.

Thirlwall, A. P. (2007). La relevancia actual de Keynes: el desempleo en los países ricos y pobres. *Investigación económica*, *66*(262), 15–58.

Torres, A. (2002). Reglas de política monetaria como ancla nominal: evidencia de la economía Mexicana. *Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos*.

Tovar, C. (2006). *An analysis of devaluations and output dynamics in Latin America using an estimated DSGE model.* Bank for International Settlements.

Uhlig, H. F. (1995). *A toolkit for analyzing nonlinear dynamic stochastic models easily* (Discussion Paper). Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Vélez Echavarría, C. E. (1985). Un modelo macroeconómico estático con ilusión monetaria de la oferta de trabajo. Una presentación matemática. *Lecturas de Economía*(16), 155–205.

Venegas-Martínez, F. (2005). A stochastic model of endogenous growth: the mexican case 1930-2002. *Análisis Económico*, *20*(43), 83–100.

Venegas-Martínez, F. (2008). *Riesgos financieros y económicos: Productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*. Ciudad de México: Cengage Learning.

Venegas-Martínez, F. (2009). Un modelo estocástico de equilibrio macroeconómico: acumulación de capital, inflación y política fiscal. *Investigación Económica*, *68*(268), 69–114.

Venegas-Martínez, F. (2010). Fiscal policy in a stochastic model of endogenous growth: the mexican case. *Indian Development Review*, *8*(1-2), 139–157.

Walsh, C. E. (2010). *Monetary theory and policy*. Estados Unidos: MIT.

Woodford, M. (2003). *Interest and prices: foundations of a theory of monetary policy*. Princeton University Press.

Zietz, J. (2006). *Log-linearizing around the steady state: a guide with examples* (Discussion Paper). Middle Tennessee State University.

Tablas

Tabla 3.1: Referencia de parámetros de estudios hechos para México, Latinoamérica y economías emergentes

Parámetro	Valor	Fuente
α	0.347	Lubik y Teo (2005)
	0.4	Tovar (2006)
	0.32	Aguiar y Gopinath (2007)
	0.35	Sarabia (2008)
β	0.99	Lubik y Teo (2005)
	0.99	Tovar (2006)
	0.98	Aguiar y Gopinath (2007)
δ	0.022	Lubik y Teo (2005)
	0.03	Aguiar y Gopinath (2007)
θ	0.919	Ramos-Francia y Torres (2006)
	0.75	Galí (2015)
ϵ	6	Tovar (2006)
	6	Galí (2015)
	5.25 (*a priori*)	Garcia-Cicco (2010)
η	1	Tovar (2006)
	1	Comin, Loayza, Pasha, y Serven (2009)
σ	1	Lubik y Teo (2005)
	1	Tovar (2006)
	1	Galí (2015)
	1	Comin *et al.* (2009)
ν	2	Aboumrad (1996)
	2.0833	Kamin y Rogers (1996)
	1.6949	Raul (2014)
$\phi_{i\pi}$	> 1	Torres (2002)
	0.65	Galindo y Guerrero (2003)
	> 1	Muñoz (2005)
	> 1	Ramos-Francia y Torres (2005)
ϕ_{iY}	> 0	Torres (2002)
	-0.16	Galindo y Guerrero (2003)
	0	Muñoz (2005)
	0	Ramos-Francia y Torres (2005)
ϕ_{Tb}	0.0624	Cadavid Sanchez, Martinez Fritscher, y Ortiz Bolaños (2017)

Parámetro	Valor	Fuente
ϕ_{TY}	Contracíclico	Taylor (1997)
	Contracíclico	Lustig (2010)
	0.1468	Cadavid Sanchez *et al.* (2017)
	Contracíclico	Centro de Estudios de las Finanzas Públicas (2020)
ϕ_{Gb}	< 0	Basilio (2018)
ϕ_{GY}	Contracíclico	Taylor (1997)
	Contracíclico	Lustig (2010)
	-0.3017	Cadavid Sanchez *et al.* (2017)
	Contracíclico	Centro de Estudios de las Finanzas Públicas (2020)
ρ_A	0.884	Lubik y Teo (2005)
	0.96	Tovar (2006)
	0.94	Aguiar y Gopinath (2007)
ρ_i	0.93	Torres (2002)
	0.22	Galindo y Guerrero (2003)
	0.89	Muñoz (2005)
	0.59	Ramos-Francia y Torres (2005)
ρ_T	0.7945	Cadavid Sanchez *et al.* (2017)
ρ_G	0.5958	Cadavid Sanchez *et al.* (2017)
σ_A	0.013	Lubik y Teo (2005)
	0.1	Tovar (2006)
	0.46	Aguiar y Gopinath (2007)
σ_i	0.5 (*a priori*)	Cadavid Sanchez *et al.* (2017)
σ_T	2 (*a priori*)	Cadavid Sanchez *et al.* (2017)
σ_G	2 (*a priori*)	Cadavid Sanchez *et al.* (2017)

Nota: Aquellos parámetros no estableciodos *a priori*, o bien fueron calibrados, estimados o definidos por las formas funcionales en los estudios.

Tabla 3.2: Variables endógenas, exógenas y observables

Dynare	LaTeX	Description
a	$\hat{a}_t$	Tecnología
bY	$\hat{b}_t^Y$	Ratio deuda pública real-producción
c	$\hat{c}_t$	Consumo gregado
cR	$\hat{c}_t^R$	Consumo ricardiano
cNR	$\hat{c}_t^{NR}$	Consumo no ricardiano
cm	$\widehat{cm}_t$	Costo marginal real
d	$\hat{d}_t$	Dividendos reales
gY	$\hat{g}_t^Y$	Ratio gasto público-producción
ii	$\hat{i}_t$	Tasa de interés nominal
iota	$\hat{\iota}_t$	Inversión
k	$\hat{k}_t$	Stock de capital
m	$\hat{m}_t$	Saldo de dinero real
muw	$\hat{\mu}_t^w$	Markup salarial sobre la TMS consumo-trabajo
n	$\hat{n}_t$	Empleo
pii	$\hat{\pi}_t$	Inflación
piw	$\hat{\pi}_t^w$	Inflación salarial
r	$\hat{r}_t$	Tasa de interés real
rK	$\hat{r}_t^K$	Tasa de rendimiento del capital
sP	$\hat{s}_t^S$	Ahorro privado
sFY	$\hat{s}_t^{F,Y}$	Balance primario fiscal
txY	$\widehat{\tau}_t^Y$	Ratio impuestos-producción
u_i	$\widehat{u}_{i,t}$	Tasa de interés nominal discrecional
u_T	$\widehat{u}_{T,t}$	Impuestos discrecionales
u_G	$\widehat{u}_{G,t}$	Gasto público discrecional
w	$\hat{w}_t$	Salario real
y	$\hat{y}_t$	Producción
gc_obs	$\Delta\ln(C_t^{datos})$	Crecimiento CPN
gy_obs	$\Delta\ln(Y_t^{datos})$	Crecimiento PIB
pii_obs	$(P_t^{datos} - P_{t-1}^{datos})/P_{t-1}^{datos}$	Inflación (INPC)
ii_obs	$(i_t^{datos} - i)/(400)$	CETES a 28 días
gtxY_obs	$\Delta\ln(T_t^{datos}/Y_t^{datos})$	Crecimiento de la proporción ISP-PIB
ggY_obs	$\Delta\ln(G_t^{datos}/Y_t^{datos})$	Crecimiento de la proporción GNPSP-PIB
gbY_obs	$\Delta\ln(b_t^{datos}/Y_t^{datos})$	Crecimiento de la proporción SHRFSP interno-PIB
e_A	ε_A	Choque tecnológico
e_i	ε_i	Choque de tasa de interés nominal
e_Tx	ε_T	Choque de impuestos
e_G	ε_G	Choque de gasto público
em_Y	ε_Y	Error de medida en la producción
em_pi	ε_π	Error de medida en la inflación
em_b	ε_b	Error de medida de la deuda pública

Tabla 3.3: Parámetros a estimar

Dynare	LaTeX	Descripción
`e`	e	Elasticidad de sustitución entre bienes diferenciados (transformación)
`ew`	e_w	Elasticidad de sustitución entre trabajos especializados (transformación)
`eta`	η	Inverso de la elasticidad oferta laboral-salario real
`nu`	ν	Inverso de la elasticidad demanda de dinero-tasa de interés nominal
`omega`	ω	Proporción de consumidores no ricardianos
`siggma`	σ	Inverso de la elasticidad de sustitución entre los bienes de consumo
`theta`	θ	Grado de la rigidez de precios
`thetaw`	θ_w	Grado de la rigidez de salarios
`phi_ipi`	$\phi_{i\pi}$	Coeficiente tasa de interés nominal-inflación
`phi_iY`	ϕ_{iY}	Coeficiente tasa de interés nominal-producción
`phi_Tb`	ϕ_{Tb}	Coeficiente impuestos-deuda pública
`phi_TY`	ϕ_{TY}	Coeficiente impuestos-producción
`phi_Gb`	ϕ_{Gb}	Coeficiente gasto público-deuda pública
`phi_GY`	ϕ_{GY}	Coeficiente gasto público-producción
`rho_A`	ρ_A	Persistencia de la tecnología
`rho_i`	ρ_i	Persistencia de la tasa de interés nominal
`rho_T`	ρ_T	Persistencia de los impuestos
`rho_G`	ρ_G	Persistencia del gasto público
`sigma_A`	σ_A	Desviación estándar del choque tecnológico
`sigma_i`	σ_i	Desviación estándar del choque de tasa de interés nominal
`sigma_T`	σ_T	Desviación estándar del choque de impuestos
`sigma_G`	σ_G	Desviación estándar del choque de gasto público
`sigma_Y`	σ_Y	Desviación estándar del error de medición en la producción
`sigma_pi`	σ_π	Desviación estándar del error de medición en la inflación
`sigma_b`	σ_b	Desviación estándar del error de medición en la deuda pública

Tabla 3.4: Parámetros calibrados

Dynare	LaTeX	Calibración	Interpretación
`alppha`	α	0.33	Elasticidad producción-capital
`betta`	β	0.99	Factor de descuento intertemporal
`delta`	δ	0.025	Tasa de depreciación del capital
`G_Y`	γ_G	0.074593	Proporción GNPSP promedio-PIB promedio
`b_Y`	γ_b	0.314982	Proporción SHRFSP interno promedio-PIB promedio

Tabla 3.5: Distribuciones *a priori*

Parámetro	Distribución	Media	Moda	Desv. est.	HPDI al 90 %	
					Inferior	Superior
ω	Beta	0.5000	0.5000	0.2000	0.1718	0.8282
θ	Beta	0.7500	0.7569	0.0500	0.6640	0.8283
θ_w	Beta	0.7500	0.7569	0.0500	0.6640	0.8283
e	Gamma	5.0000	4.9920	0.2000	4.6756	5.3335
e_w	Gamma	5.0000	4.9920	0.2000	4.6756	5.3335
η	Gamma	1.0000	0.9600	0.2000	0.6953	1.3501
ν	Gamma	59.2800	59.2785	0.3000	58.7874	59.7743
σ	Gamma	1.0000	0.9600	0.2000	0.6953	1.3501
$\phi_{i\pi}$	Normal	1.0000	1.0000	0.2000	0.6710	1.3290
ϕ_{iY}	Normal	0.0000	0.0000	0.2000	-0.3290	0.3290
ϕ_{Tb}	Normal	0.0000	0.0000	0.3000	-0.4935	0.4935
ϕ_{TY}	Normal	0.0000	0.0000	0.3000	-0.4935	0.4935
ϕ_{Gb}	Normal	0.0000	0.0000	0.3000	-0.4935	0.4935
ϕ_{GY}	Normal	0.0000	0.0000	0.3000	-0.4935	0.4935
ρ_A	Beta	0.9000	0.9242	0.0500	0.8065	0.9674
ρ_i	Beta	0.5000	0.5000	0.2000	0.1718	0.8282
ρ_T	Beta	0.5000	0.5000	0.2000	0.1718	0.8282
ρ_G	Beta	0.5000	0.5000	0.2000	0.1718	0.8282
σ_A	Gamma inv.	0.1000	0.0461	2.0000	0.0326	0.2490
σ_i	Gamma inv.	0.1000	0.0461	2.0000	0.0326	0.2490
σ_T	Gamma inv.	0.1000	0.0461	2.0000	0.0326	0.2490
σ_G	Gamma inv.	0.1000	0.0461	2.0000	0.0326	0.2490
σ_Y	Gamma inv.	0.1000	0.0461	2.0000	0.0326	0.2490
σ_π	Gamma inv.	0.1000	0.0461	2.0000	0.0326	0.2490
σ_b	Gamma inv.	0.1000	0.0461	2.0000	0.0326	0.2490

Tabla 3.6: Distribuciones *a posteriori*

						HPDI al 90 %	
Parámetro	Distribución	Media	Desv. est.	Media	Desv. est.	Inferior	Superior
ω	Beta	0.500	0.2000	0.648	0.0367	0.5898	0.7103
θ	Beta	0.750	0.0500	0.957	0.0036	0.9522	0.9611
θ_w	Beta	0.750	0.0500	0.659	0.0612	0.5570	0.7603
e	Gamma	5.000	0.2000	5.096	0.2002	4.7677	5.4211
e_w	Gamma	5.000	0.2000	4.989	0.1996	4.6573	5.3087
η	Gamma	1.000	0.2000	0.747	0.1470	0.5058	0.9682
ν	Gamma	59.280	0.3000	59.301	0.3063	58.7913	59.8095
σ	Gamma	1.000	0.2000	0.966	0.2017	0.6416	1.2884
$\phi_{i\pi}$	Normal	1.000	0.2000	1.302	0.2146	0.9526	1.6729
ϕ_{iY}	Normal	0.000	0.2000	0.681	0.1169	0.4820	0.8664
ϕ_{Tb}	Normal	0.000	0.3000	0.021	0.0028	0.0161	0.0246
ϕ_{TY}	Normal	0.000	0.3000	0.011	0.2977	-0.5158	0.4681
ϕ_{Gb}	Normal	0.000	0.3000	0.009	0.0021	0.0051	0.0118
ϕ_{GY}	Normal	0.000	0.3000	0.334	0.2223	-0.0192	0.6981
ρ_A	Beta	0.900	0.0500	0.922	0.0183	0.8915	0.9505
ρ_i	Beta	0.500	0.2000	0.246	0.1081	0.0714	0.4243
ρ_T	Beta	0.500	0.2000	0.978	0.0031	0.9734	0.9833
ρ_G	Beta	0.500	0.2000	0.542	0.0613	0.4411	0.6407
σ_A	Gamma inv.	0.100	2.0000	0.016	0.0021	0.0130	0.0196
σ_i	Gamma inv.	0.100	2.0000	0.029	0.0054	0.0199	0.0373
σ_T	Gamma inv.	0.100	2.0000	0.051	0.0043	0.0441	0.0583
σ_G	Gamma inv.	0.100	2.0000	0.059	0.0056	0.0498	0.0675
σ_Y	Gamma inv.	0.100	2.0000	0.019	0.0020	0.0161	0.0224
σ_π	Gamma inv.	0.100	2.0000	0.012	0.0004	0.0118	0.0128
σ_b	Gamma inv.	0.100	2.0000	0.064	0.0054	0.0554	0.0727

Figuras

Figura 3.1: Funciones de distribución *a priori*

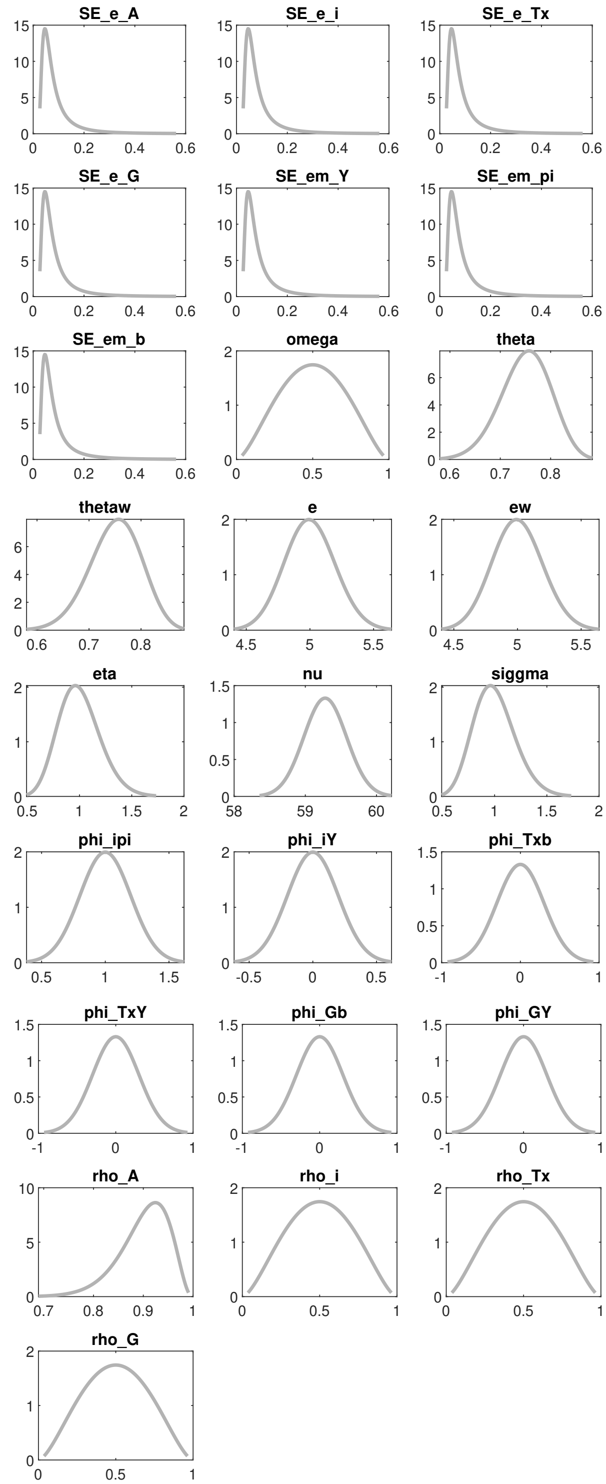


Figura 3.2: Cadenas de Markov Monte Carlo (bloque 1)

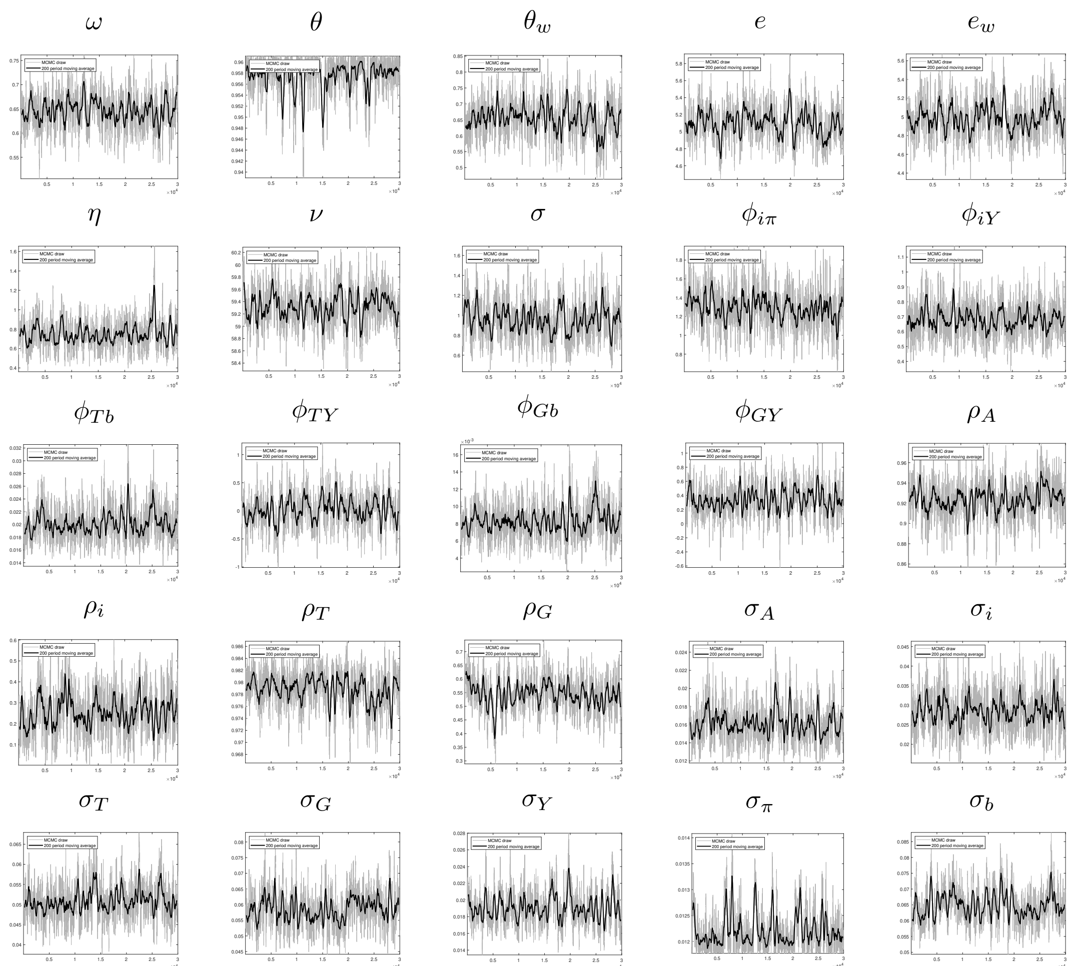


Figura 3.3: Cadenas de Markov Monte Carlo (bloque 2)

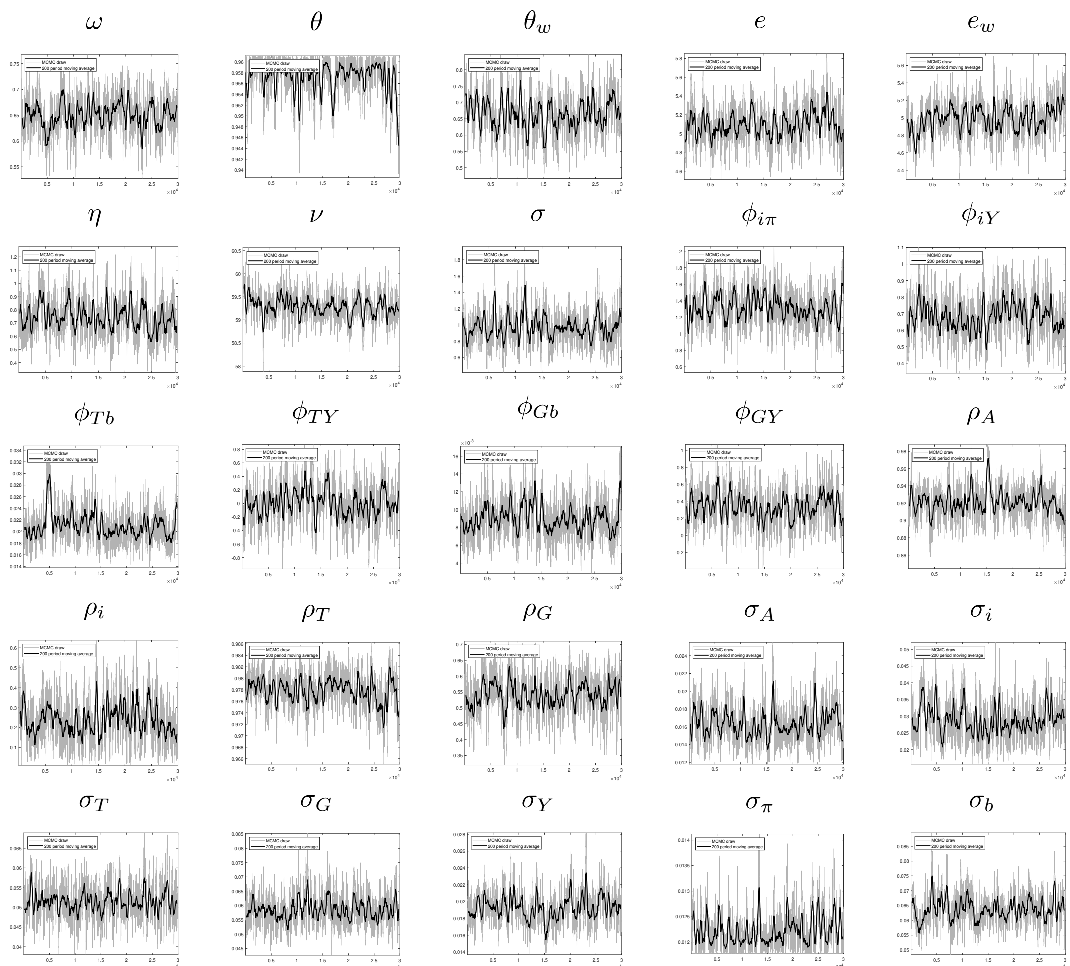


Figura 3.4: Funciones de distribución *a priori* y *a posteriori*

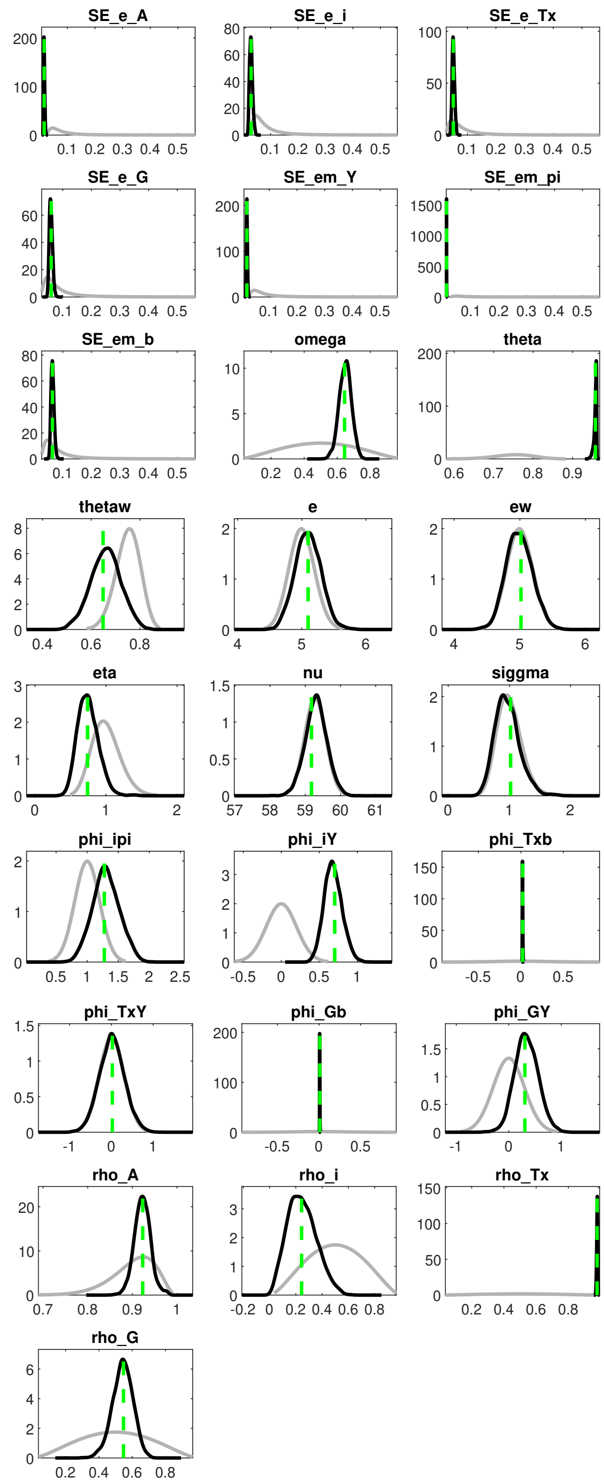


Figura 3.5: Funciones impulso-respuesta (*shock* ε_G)

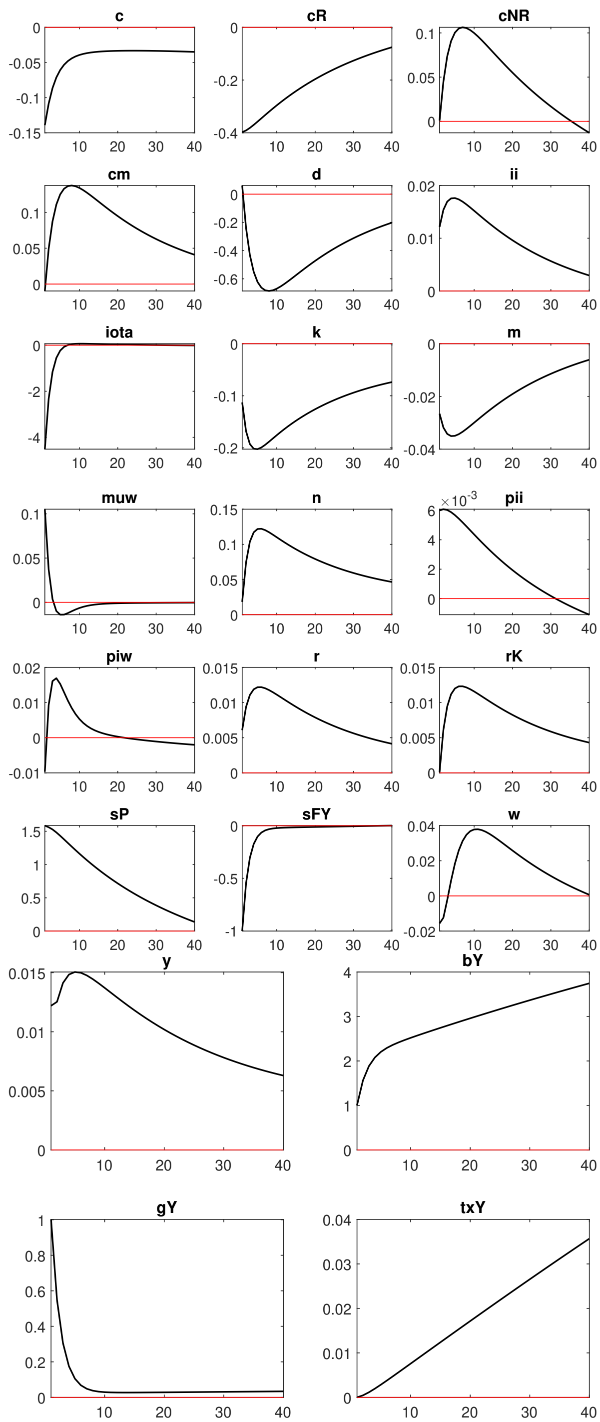


Figura 3.5: Funciones impulso-respuesta (*shock* ε_T)

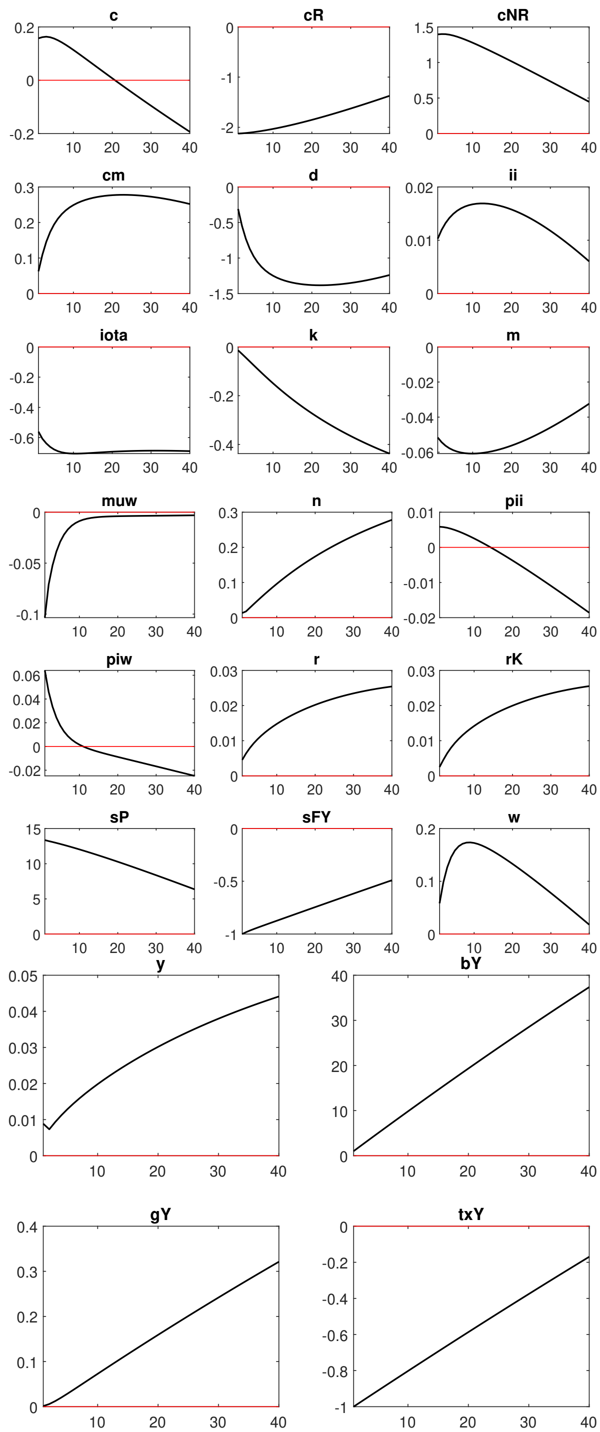


Figura 3.5: Funciones impulso-respuesta (*shock* ε_i)

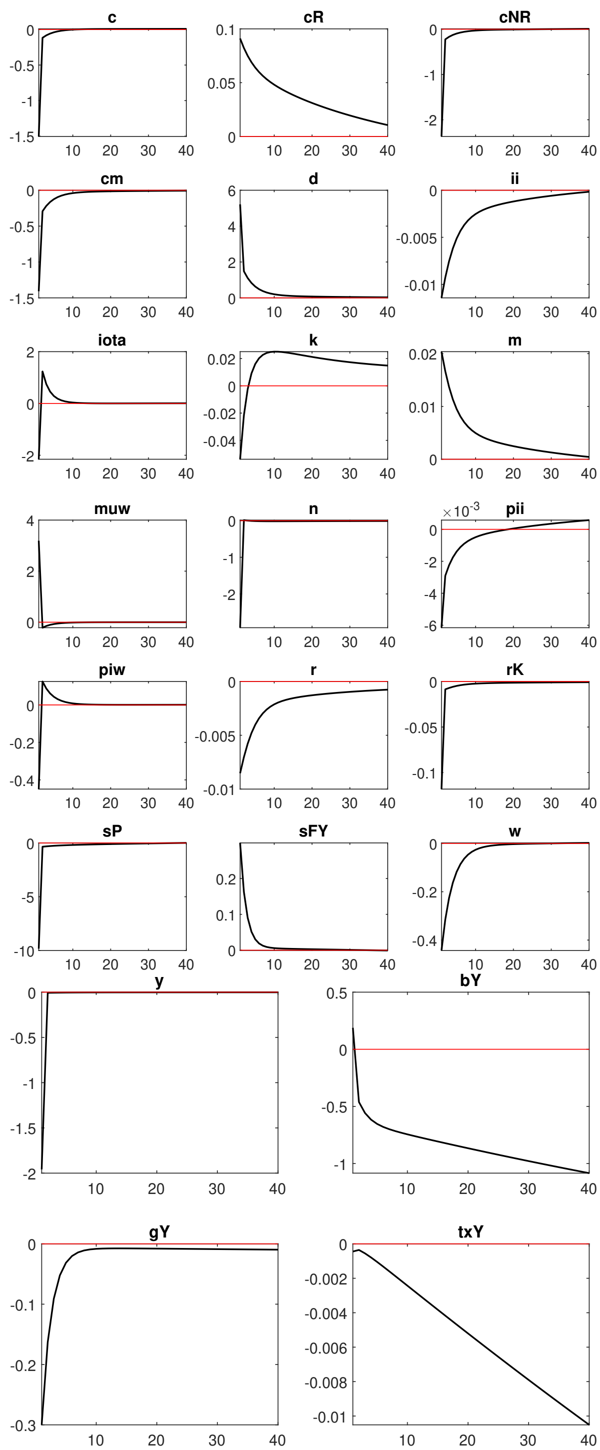


Figura 3.6: Funciones impulso-respuesta bajo propuesta (*shock* ε_G)

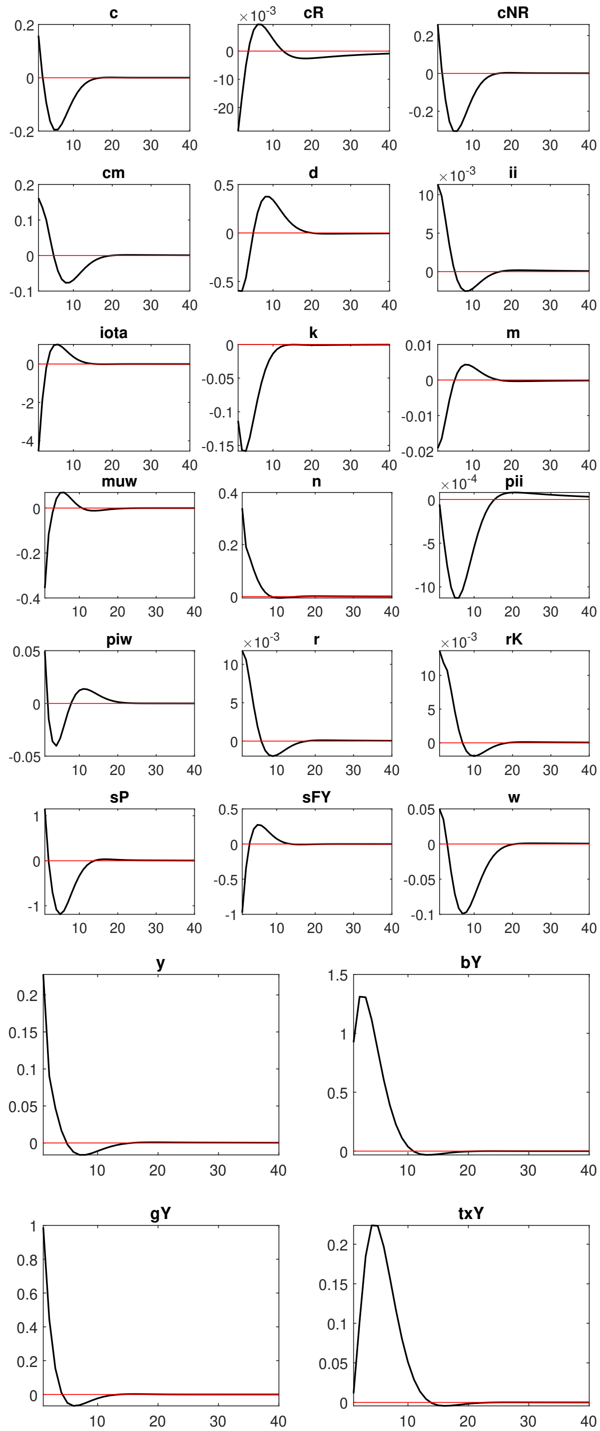


Figura 3.6: Funciones impulso-respuesta bajo propuesta (*shock* ε_T)

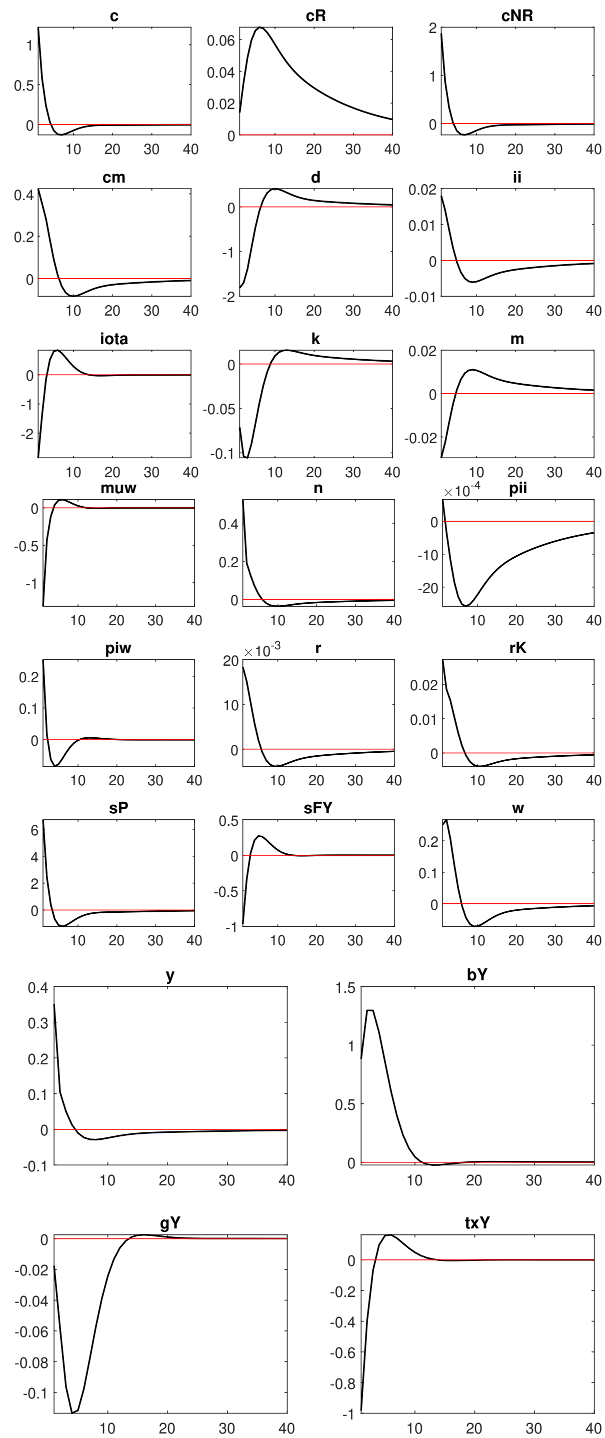


Figura 3.6: Funciones impulso-respuesta bajo propuesta (*shock* ε_i)

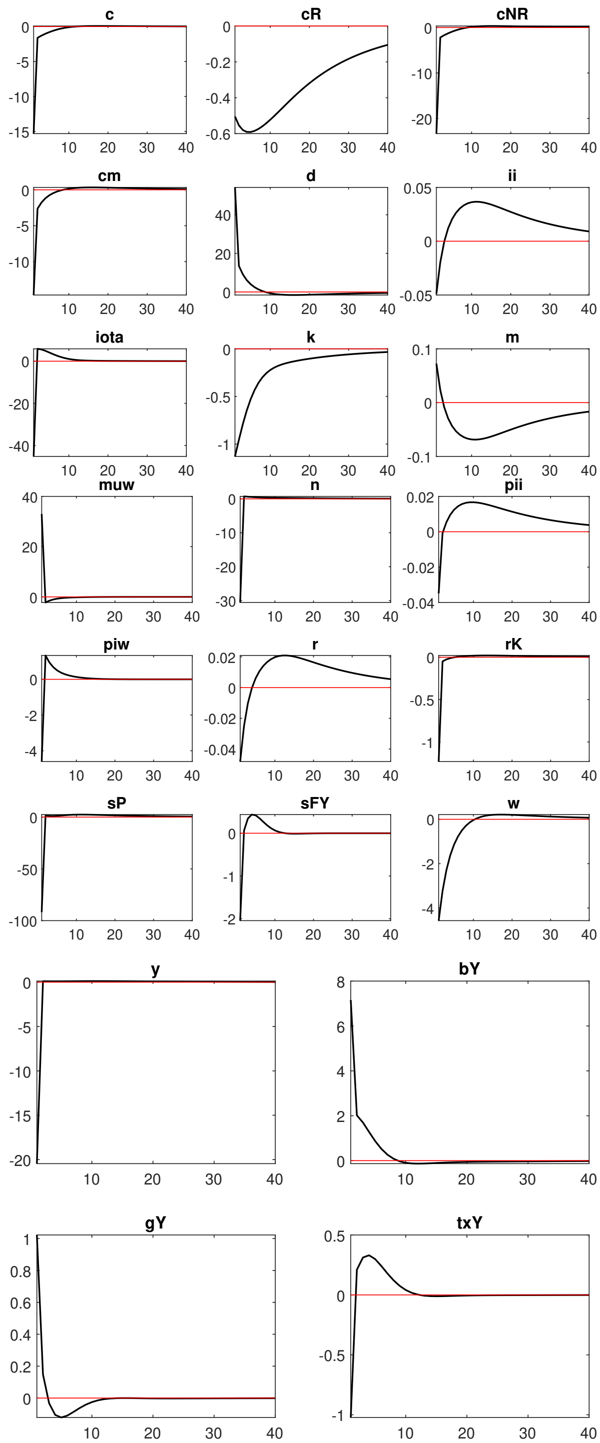


Figura 3.7: Media *a posteriori* (*mode check*)

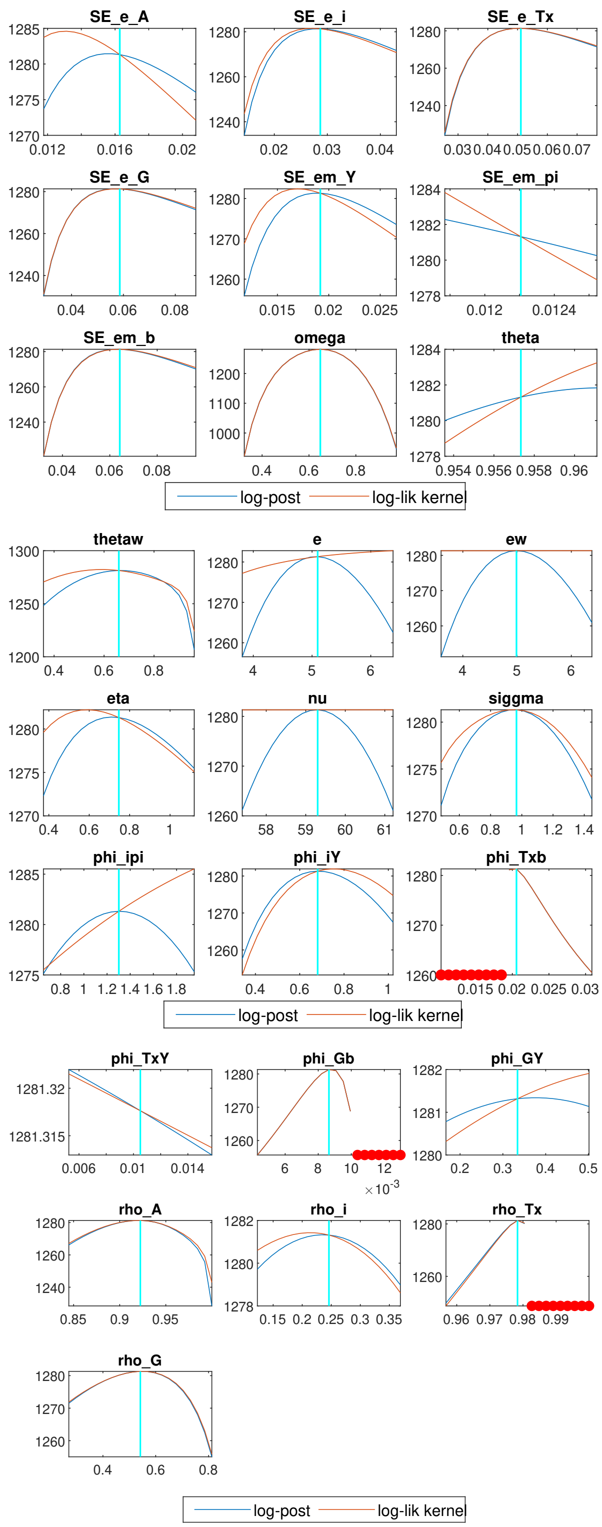


Figura 3.8: Diagnóstico de convergencia multivariado

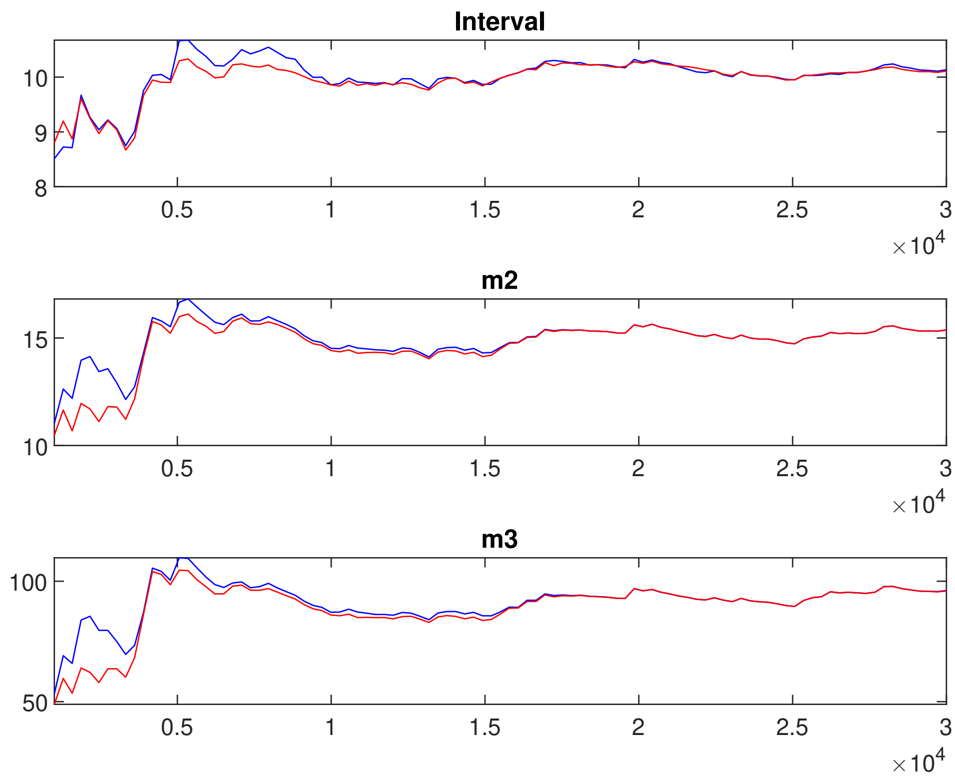


Figura 3.9: Identificación en la media *a posteriori*