



Munich Personal RePEc Archive

The arbitrariness of democracy: An analysis of the occurrence of voting paradoxes in three Danish parliamentary elections

Kurrild-Klitgaard, Peter and Duminski, Emily and Horndrup, Søren Nikolai

University of Copenhagen

August 2023

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/118922/>
MPRA Paper No. 118922, posted 21 Oct 2023 14:13 UTC

Demokratiets vilkårlighed: En analyse af forekomsten af valgparadokser ved tre folketingsvalg

PETER KURRILD-KLITGAARD

Professor, ph.d., Institut for Statskundskab, Københavns Universitet,
kurrild@ifs.ku.dk

EMILY DUMINSKI

Fuldmægtig, cand.scient.pol., Digitaliserings og Ligestillingsministeriet, emilyduminski@hotmail.com

SØREN NIKOLAI HORNDRUP

Analytiker, cand.scient.pol., National enhed for Særlig Kriminalitet,
shorndrup@gmail.com

Dansk resumé: Vælgerpræferencer kan aggregeres til en samlet kollektiv præference på et utal af forskellige måder, hvorefter en specifik aggregeringsmetode fordeler det samlede antal mandater mellem partierne. Hvis metoden producerer resultater, som divergerer fra vælgernes underliggende præferencer, opstår der såkaldte valgparadokser. De kendes fra flertalsvalgssystemer (f.eks. amerikanske og britiske valg), men kan også forekomme under forholdstalsvalg. Ved brug af data fra valgundersøgelserne i.f.m. folketingsvalgene 2007, 2011 og 2015 analyseres den mulige empiriske forekomst af fire teoretisk udledte valgparadokser fra social choice teori. Vi viser, at alle fire valgparadokser forekommer empirisk. Dermed sættes der spørgsmålstegn ved, i hvilket omfang folketingsvalgs udfald kan udlægges som en afspejling af folkets vilje.

Findes der en unik "folkevilje"?

"Paa Rigets Borg skal i dens Mødesale / med Folkets Stemme Folkesjælen tale". Således lyder en indskrift fra 1918 i Vandrehallen på Christiansborg, og udsagnet sammenfatter meget fint den gængse danske demokratiopfattelse: At et demokratisk system muliggør, at folkeviljen vil manifestere sig i de konkrete politiske beslutninger.

At det ikke kun er i højstemte indskrifter, at valgudfald udlægges sådan, behøver man ikke at se sig langt om for at kunne konstatere: *"Vælgerne har talt: Danmark drejer mod venstre ..."* (Finans, 6.6.2019). *"Vælgerne har talt, stemmerne er talt op, Venstre er Danmarks største*

parti.” (Lars Løkke Rasmussen, 15.9.2001). ”Hver gang, der er et flertal [bag et lovforslag], så er det en sejr for folkestyret, for så er det vel et udtryk for, at folkets røst er blevet hørt på Borgen.” (Simon Emil Ammitzbøll, 7.6.2012), o.s.v., o.s.v.

Men det er let at konstatere, at man ikke kan slutte, at f.eks. hvem der danner regering, også nødvendigvis er dem, et flertal af vælgerne støtter. Ved i hvert fald nogle folketingsvalg (1971, 1990, 2022) har den ene fløj fået et flertal af de afgivne stemmer, mens den anden fløj har vundet et flertal af mandaterne (jf. f.eks. Kurrild-Klitgaard 2013), og ved mindst en regeringsdannelse (1975) kan der argumenteres for, at det ikke var flertallets førstevalg blandt regeringsalternativerne, der endte med at vinde (Kurrild-Klitgaard 2014b).

Sådanne valgparadokser kan forekomme, når alternative afstemnings- eller aggregeringsmetoder udøver en selvstændig indflydelse på de demokratiske udfald, selvom de underliggende individuelle præferencer blandt vælgerne er uændrede. Det betyder f.eks., at en kandidat eller et parti vinder et valg under én afstemningsmetode, mens samme kandidat eller parti under en anden afstemningsmetode ikke vinder valget eller måske endog ender som den største taber blandt flere ikke-vindere—men at begge udfald vel at mærke er med udgangspunkt i de samme vælgerpræferencer. Valgets endelige udfald kan således være mindst lige så meget et produkt af måden, hvorpå vælgerne individuelle præferencer aggregeres til ét samlet kollektivt valg, som af andre årsager. Der er i hvert fald ingen garanti for, at det er et resultat af nogen underliggende ”folkevilje”. I et demokratisk perspektiv kan den mulige forekomst af valgparadokser betyde, at den anvendte afstemningsmetode påvirker valgets udfald i en sådan grad, at det ikke nødvendigvis er det parti eller den kandidat, der foretrækkes af en majoritet af vælgerne, som vinder valget. Valgparadokser belyser derfor vigtigheden af, hvilken afstemningsmetode der benyttes samtidig med, at de sætter spørgsmålstegn ved, om metoden producerer meningsfulde og demokratiske kollektive valg.

På den baggrund analyserer denne artikel, hvorvidt der kan siges at forekomme visse typer af valgparadokser i det danske, politiske

valgssystem, ved at undersøge den mulige empiriske forekomst af en række teoretiske valgparadokser ved folketingsvalgene i 2007, 2011 og 2015. Som sådan er artiklen en opdateret opfølgning på Kurrild-Klitgaards (2008) undersøgelse af forekomsten af valgparadokser ved otte folketingsvalg (1973, 1975, 1977, 1979, 1994, 1998, 2001 og 2005). Artiklen forsøger at undersøge dette ved, først kort at introducere fem relevante teoretiske valgparadokser fra såkaldt social choice teori (afsnit 1), for dernæst at kortlægge empirisk hvorvidt ét eller flere af disse manifesterede sig i tre danske folketingsvalg. Dette gøres ved at analysere surveydata fra valgundersøgelserne fra Det Danske Valgprojekt (afsnit 2), hvorfra det er muligt at konstruere individuelle præferenceordener for en stikprøve af danske vælgere (afsnit 3). Resultaternes demokratiske implikationer for robustheden af det danske forholdstalsvalgssystem, diskuteres til slut (afsnit 4).

1. Valgparadokser

Det mest kendte valgparadoks er det såkaldte Condorcets Paradoks.¹ Dette kan illustreres ved et simpelt, hypotetisk scenarie, hvor et samlet vælgerkorps N bestående af tre vælgere (V_1, V_2, V_3) skal vælge mellem tre politiske partialalternativer i et sæt $M = (x, y, z)$. Disse tre vælgere har konstante, transitive individuelle præferencer for alternativerne, således at:

$$\begin{aligned} V_1: x > y > z \\ V_2: y > z > x \\ V_3: z > x > y \end{aligned}$$

I de individuelle præferenceordener for de tre partialalternativer betyder $>$ at alternativet til venstre for tegnet foretrækkes over alternativet til højre herfor. Det ses, at de individuelle præferencer er

¹ Om valgparadokser i.f.t. politik, se først og fremmest Riker 1982; Riker 1986; Nurmi 1987. På dansk findes en kort introduktion til en række temaer i Kurrild-Klitgaard 1999.

transitive, da eksempelvis vælger V_1 foretrækker x over y , y over z , og x over z . Ved ordinale parvise sammenligninger for hvert alternativ ses det dog, at selvom de individuelle præferencer er transitive, medfører aggregeringen af disse til én samlet kollektiv præference, at denne bliver intransitiv. Sammenlignes x og y først, foretrækker V_1 x , V_2 foretrækker y og V_3 foretrækker x , så x vinder i denne sammenligning. Sammenlignes x herefter med z , foretrækker V_1 x , men V_2 og V_3 foretrækker z , så z vinder. Sammenlignes z og y til sidst, vinder y , eftersom både V_1 og V_2 foretrækker y over z , og kun V_3 foretrækker z over y . Dermed kan den kollektive præferenceorden siges at være intransitiv eller cyklisk:

$$V_n: x > y > z > x$$

Vinderen afhænger altså her alene af, i hvilken rækkefølge alternativerne sammenlignes. I dette Condorcets Paradoks kan ingen af alternativerne slå alle andre alternativer i parvise ('head-to-head') valg, og derfor eksisterer der ingen såkaldt Condorcet Vinder (Kurrild-Klitgaard 2008: 243), d.v.s. et alternativ, der foretrækkes fremfor alle andre alternativer ved parvise sammenligninger.² Dette simple, hypotetiske scenarie viser således, at resultaterne af valget afhænger af den anvendte afstemningsmetode, og denne garanterer dermed ikke, at resultaterne i nogen meningsfuld forstand afspejler en unik 'folkets vilje'. Dette er samtidigt omdrejningspunktet for Kenneth Arrows berømte og berygtede 'Generelle Umulighedsteorem', der viser, at ingen afstemningsmetode anvendt på flere end to vælgeres præferencer over flere end to alternativer på samme tid kan leve op til et lille sæt af logiske fairness-regler og samtidigt sikre, at resultaterne heraf ikke kan være cykliske (Arrow [1951] 1963; jf. Riker 1982: 116f). Trods denne dystre konklusion fra social choice teorien er forekomsten af Condorcet Paradokset dog sjældent vist empirisk i nyere valgkontekster (jf. f.eks. Feld &

² Dette er en 'stærk' definition af kriteriet. En blød er, at en Condorcet Vinder er én, der ikke er foretrukket mindre end noget andet alternativ.

Grofman 1992; Gehrlein 2006; Kurrild-Klitgaard 2014a; Van Deemen 2014).³

Dette stemmer overens med resultater fra matematiske simuleringer af præferenceordener, der tillader indifferens i individuelle præferencer mellem to alternativer (svag præferenceorden). Det betyder, at vælgere kan være indifferente i valget mellem to partier. Simuleringerne viser, at sandsynligheden for paradoksets tilstedeværelse initialt stiger med antallet af partialalternativer i M , for derefter at falde med et stigende antal vælgere i N (Jones m.fl. 1995; Timpone & Taber 1998: 86). Condorcet Paradokset forekommer desuden sjældnere ved svage præferenceordener end ved stærke præferenceordener (Jones m.fl. 1995: 140f). Med disse resultater in mente er der således en beskedent sandsynlighed for, at der i valgundersøgelsernes analyser af danske vælgere præferencer over f.eks. foretrukne partier ikke skulle være en Condorcet Vinder, da svage præferenceordener typisk er mulige i sådanne, og antallet af respondenter altid er stort.

Nærværende studie vil undersøge den eventuelle empiriske forekomst af Condorcet Paradokset samt tre andre valgparadokser i forbindelse med de danske folketingsvalg i 2007, 2011 og 2015. De tre sidstnævnte paradokser er på forskellige planer alle varianter af det mere generelle, såkaldte *Borda Paradoks*. Dette valgparadoks eksisterer, når en majoritet af vælgere foretrækker x i et majoritetsvalg ($V_n: x > z \wedge y$), men hvor y og/eller z foretrækkes fremfor x i ordinale, parvise sammenligninger ($V_n: y > x \vee z > x$). Når disse to aggregeringsmetoder giver decideret omvendte præferenceordener (f.eks. $x > y > z$ vs. $z > y > x$), taler man om en "stærk" variant af paradokset, mens en simpel diskrepans mellem topalternativerne siges at være en "blød" variant (f.eks. $x > y > z$ vs. $y > x > z$). I den stærke form svarer det til, hvad der er blevet kaldt "*majority reversal*"-paradokset (Van Deemen 1993; Van Deemen & Vergunst 1998).

³ For empiriske studier af dansk politik med social choice perspektiver, se f.eks. Kristensen 1987; Kurrild-Klitgaard 2001; Justesen 2007; Kurrild-Klitgaard 2013; 2014b; Munkøe 2014; Pedersen 2014.

Borda Paradokset forekommer, især i den "bløde" form, relativt mere hyppigt end f.eks. Condorcet Paradokset (jf. Gehrlein & Lepelley 2011; Kurrild-Klitgaard 2018) og er velkendt fra praktisk politik, hvor det under tiden beskrives som "*election inversions*", altså hvor der er en diskrepans mellem hvem der er flertalsvinder blandt vælgerne, og hvem der vinder i sidste ende, f.eks. de amerikanske præsidentvalg i 2000 (Gore/Bush) og 2016 (Clinton/Trump) (jf. Miller 2012).

De tre Borda-beslægtede valgparadokser, vi her undersøger empirisk, er følgende:⁴

1. *Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset*: Paradokset eksisterer, når en majoritet af vælgerne foretrækker x over y eller z ($V_n: x > y \vee z$), men hvor y eller z opnår flere mandater end x ($M_n: M(x) < M(y) \vee M(z)$), hvor M angiver antal mandater.
2. *Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset*: Paradokset eksisterer, når x er en Condorcet Vinder, d.v.s. x slår alle andre alternativer y og z i ordinale, parvise sammenligninger ($V_n: x > (y, z)$), men hvor x opnår færre mandater end y og/eller z ($M_n: M(x) < M(y) \vee M(z)$).
3. *Condorcet-Taber-Bliver-Vinder Paradokset*: Paradokset eksisterer i den omvendte situation, hvor en såkaldt Condorcet Taber eksisterer, d.v.s. x taber til alle andre alternativer y og z i ordinale, parvise sammenligninger ($V_n: x < (y, z)$), men opnår flere mandater end y og/eller z ($M_n: M(x) > M(y) \vee M(z)$).

Disse paradokser eksisterer ikke uafhængigt af hinanden, men er tværtimod dybt indlejrede i og sammenflettede med hinanden. Eksempelvis er Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset og Condorcet-Taber-Bliver-Vinder Paradokset særlige tilfælde af Mere-

⁴ Terminologien for Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset, Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset og Condorcet-Taber-Bliver-Vinder Paradokset er en fri oversættelse af Kurrild-Klitgaards (2008) og Van Deemen & Vergunsts (1998) fremstillinger af paradokserne.

Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset, mens de alle tre er varianter af Borda Paradokset.

2. Anvendte data og metoder

Den empiriske forekomst af de nævnte valgparadokser analyseres for nærværende på baggrund af surveydata hentet fra valgundersøgelserne 2007, 2011 og 2015 (Dansk Data Arkiv). Valgundersøgelserne er systematisk tilbagevendende spørgeskemaundersøgelser af danske vælgers præferencer i forbindelse med folketingsvalg. Ofte indeholder disse såkaldte "termometerspørgsmål", hvor respondenter bedes angive deres sympati for de forskellige partier på en skala fra 0-10, hvor 10 angiver "synes virkelig godt om" partiet, mens 0 betyder, at man synes meget dårligt om det (Hansen & Stubager 2016: 25). I et social choice perspektiv er disse spørgsmål særligt velegnede, eftersom det bliver muligt at oversætte respondenternes relative sympatiniveauer mellem partierne til meningsfulde, individuelle præferenceordener – data som ellers stort set aldrig er tilgængelige i konventionelle valgdata, hvor vælgerne typisk kun bliver spurgt om, hvilket parti de vil stemme på (Kurrild-Klitgaard 2014a: 300). Artiklens analyse baserer sig således på ordinale, parvise sammenligninger af disse vælgers konstruerede præferenceordener for folketingsvalgenes partier, samt på de faktiske mandatfordelinger ved valgene.

I valgundersøgelsen for 2007 har man bedt 3.981 respondenter (i) om at svare på, hvor meget eller lidt de synes om de ni forskellige partier, der opstillede,⁵ således at vælgerne i $N_{2007} = \{i_1, i_2, i_3 \dots i_{3981}\}$ har en præferenceorden for partialalternativerne i sættet $M_{2007} = \{S, RV, K, SF, KD, DF, V, NA, EL\}$. I den tilsvarende valgundersøgelse

⁵ Ved 2007-valgundersøgelsen er alle opstillede partier medtaget i surveyet; ved valgundersøgelserne fra 2011 og 2015 er derimod kun medtaget de partier, der faktisk opnåede repræsentation ved selve valget. Det første er rent analytisk klart at foretrække, men er i sagens natur umuligt at omgøre for de sidstnævntes vedkommende.

fra 2011 er 2.038 respondenter (i) bedt om at tilkendegive, hvor meget eller lidt de synes om de otte forskellige partier, der opnåede valg, således at vælgerne i $N_{2011} = \{i_1, i_2, i_3 \dots i_{1698}\}$ har en præferenceorden for partialalternativerne i sættet $M_{parti\ 2011} = \{S, RV, K, SF, LA, DF, V, EL\}$. I valgundersøgelsen fra 2015 er 2.129 respondenter bedt om deres sympatiniveau for de ni partier, der blev repræsenteret, således at vælgerne i $N_{parti\ 2015} = \{i_1, i_2, i_3 \dots i_{1547}\}$ har en præferenceorden for alternativerne i sættet $M_{2015} = \{S, RV, K, SF, LA, DF, V, EL, Alt\}$. Det relativt høje antal vælgere i de tre valgundersøgelers stikprøver giver analysen høj statistisk validitet.

For at kunne omforme vælgerens sympatiniveauer for de forskellige partier til meningsfulde individuelle præferenceordener, må der først opstilles en række antagelser: Hvis en respondent i tilskriver flere point til f.eks. S end til RV , antages det, at i foretrækker S over RV , d.v.s. $i: S > RV$. Ligeledes hvis i tilskriver færre point til S end til RV , så $i: S < RV$. Eftersom svage præferenceordener tillades her, betyder det at hvis i tilskriver lige så mange point til S som til RV , siges i at være indifferent mellem de to alternativer, d.v.s. $i: S = RV$. Herefter antages det, at en majoritet af N vælgere foretrækker S over RV , hvis antallet af vælgere, der tilskriver flere point til S end til RV , er større end antallet af vælgere, der tilskriver flere point til RV end til S . Således vinder S altså en ordinal, parvis sammenligning hvis: $V_n(S > RV)$. Denne procedure foretages for samtlige partipar i hver valgundersøgelse.

Hvorvidt de kollektive partipræferenceordener, der kommer ud af en sådan analyse, kan siges at være repræsentative for samtlige deltagende vælgere, er principielt usikkert. Præferenceordenerne holder kun under en antagelse om fravær af strategisk stemmeadfærd blandt vælgerne, d.v.s. strategisk stemmeadfærd kan resultere i en aggregering af individuelle partipræferencer forskellig fra den "sande" aggregering, hvis vælgere ikke stemmer efter deres "sande" individuelle præferencer (Riker 1982: 156). Det er selvsagt umuligt at vide, om spørgeskemaets respondenter har bedrevet strategisk stemmeadfærd, da de svarede, men det må antages, at siden der intet

var på spil i spørgeskemaet, var der heller intet incitament til strategisk stemmeadfærd.

3. Valgparadokser i folketingsvalgene 2007, 2011 og 2015

I analysen er ordinale, parvise sammenligninger foretaget for alle partier i de tre valgundersøgelser, og disse er inkluderet i Tabel A.1-A.3 i det supplerende appendiks. Resultaterne herfra præsenteres i det følgende i forhold til hver af de fire valgparadokser, vi har valgt at undersøge.

Condorcet Paradokset

Der ses ved de undersøgte valg ingen empirisk forekomst af det fulde Condorcet Paradoks—en cykel mellem alle alternativer—hvilket er i overensstemmelse med de nyere teoretiske resultater (jf. Jones m.fl. 1995; Timpone & Taber 1998). Til gengæld identificeres der, i et af de tre valg, et eksempel på intransitivitet i den kollektive vælgerpræference—og ikke blot langt ”nede” i denne men som en såkaldt ”topcykel” blandt de mest foretrukne partier.

Lad os begynde med de relativt ligefremme. Ved folketingsvalget i 2007 var majoritetsrelationen i vælgernes præferencer således, jf. appendiks A.1.:

$$V_{2007}: S > V > SF > K > RV > KD > DF > NA > EL$$

D.v.s. Socialdemokraterne ville kunne slå alle andre partier ved parvise sammenligninger, mens Enhedslisten ville tabe til alle andre ved sådanne.

I 2015 var den kollektive partipræferenceorden blandt vælgerne, jf. Appendiks A.3.:

$$V_{2015}: S > V > RV > DF > SF > EL > K > LA > Alt$$

Her ville Socialdemokraterne kunne slå alle partier ved parvise sammenligninger, mens det denne gang var Alternativet, der ville tabe til alle ved sådanne.

Som de viser, er der ingen tegn på cyklicitet (hverken fuld cykel eller topcykel) i majoritetsrelationerne i folketingsvalgene 2007 og 2015: Begge gange er Socialdemokraterne Condorcet Vinderen—også selvom partiet (som vi skal vende tilbage til) ikke blev det største parti.

For folketingsvalget i 2011 var situationen imidlertid en anden. Her så majoritetsrelationen umiddelbart således ud blandt vælgerne, jf. appendiks A.2.:

$$V_{2011}: (V > RV > S > V) > SF > K > EL > LA > DF$$

Ved dette valg foretrak et flertal Venstre fremfor De Radikale ved parvise sammenligninger, mens De Radikale ville slå Socialdemokraterne. Til gengæld ville et flertal foretrække Socialdemokraterne fremfor Venstre—hvorved en cykel opstår. Da disse tre partier samtidigt ville kunne slå alle andre partier ved parvise sammenligninger, er der tale om en såkaldt topcykel.

Disse konklusioner ledsages dog af en række forbehold, der knytter sig til, hvorvidt de foretagne parvise sammenligninger er statistisk signifikante. Ofte er de det—f.eks. er relationerne mellem Socialdemokratiet og de resterende partier ved Folketingsvalget 2015 alle statistisk signifikante indenfor 99 pct. konfidensintervaller (testet ved to-sidede t-test), mens det samme gør sig gældende ved mindst 95 pct. konfidensintervaller ved 2007-valget. Det betyder, at vi med konventionel sikkerhed kan generalisere resultaterne og sige, at partiet ved begge valg med sikkerhed var Condorcet Vinderen blandt alle vælgere.

Men andre gange er de ikke. F.eks. har den topcykel, der i 2011 manifesterede sig mellem Socialdemokraterne, De Radikale og Venstre, i ingen af relationerne stemmeforskelle mellem partierne, der er statistisk signifikante indenfor et 95 pct. konfidensinterval og i to af dem ikke engang indenfor et 90 pct konfidensinterval. Det

betyder, at vi ikke kan være sikre på, at der faktisk var en cykel som $V > RV > S > V$. Men denne usikkerhed går begge veje, så at sige. Vi kan i det konkrete tilfælde fra 2011 heller ikke være sikker på, at der ikke var en stik "modsat" cykel $V > S > RV > V$.

Øvrige valgparadokser i.f.m. proportionalvalg

I analysen af forekomsten af de tre andre valgparadokser – Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset, Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset og Condorcet-Taber-Bliver-Vinder Paradokset – sammenlignes majoritetsrelationerne i de tre folketingsvalg med antallet af faktiske mandater opnået af hvert parti ved valgene. Her viser tabel 1 således majoritetsrelationerne (MR) samt antallet af mandater opnået af partierne ved proportionel repræsentation (PR) (altså forholdstalsvalg) i folketingsvalgene i 2007, 2011 og 2015.

Tabel 1. Majoritetsrelationen (MR) og antallet af opnåede mandater ved proportional repræsentation (PR) i Folketingsvalgene 2007, 2011 og 2015.

Range- ring	Folketingsvalget 2007		Folketingsvalget 2011		Folketingsvalget 2015	
	MR	PR	MR	PR	MR	PR
1	S	V (46)	V, S, RV	V (47)	S	S (47)
2	V	S (45)		S (44)	V	DF (37)
3	SF	DF (25)		DF (22)	RV	V (34)
4	K	SF (23)	SF	RV (17)	DF	EL (14)
5	RV	K (18)	K	SF (16)	SF	LA (13)
6	KD	RV (9)	EL	Ø (12)	EL	Å (9)
7	DF	NA (5)	LA	LA (9)	K	RV (8)
8	NA	EL (4)	DF	K (8)	LA	SF (7)
9	EL	KD (0)			Å	K (6)

Note: For partiforkortelser, se appendiks.

Ved folketingsvalget 2007 forekommer Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset: Socialdemokraterne ville slå Venstre (og alle andre partier) ved parvise sammenligninger – men alligevel fik Venstre flere mandater (46) end Socialdemokraterne (45). Condorcet-Taber-

Bliver-Vinder Paradokset forekommer også: Enhedslisten ville tabe til bl.a. Kristendemokraterne ved parvise sammenligninger—men Enhedslisten fik alligevel flere mandater (4) end Kristendemokraterne (0). Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset forekommer ligeledes: Udover relationerne mellem hhv. Venstre/Socialdemokraterne og Kristendemokraterne/Enhedslisten, ville flere andre partier i 2007 have oplevet at få færre mandater end partier, de ville kunne slå ved parvise sammenligninger. Dansk Folkeparti fik flere mandater (25) end Kristendemokraterne (0), Radikale (9), Konservative (18) og Socialistisk Folkeparti (23), desuagtet at alle fire ville kunne slå partiet ved parvise sammenligninger.

Ved folketingsvalget 2011 forekommer Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset: Her er der p.g.a. den øjensynlige topcykel mellem Radikale, Venstre og Socialdemokraterne ingen stærk Condorcet-vinder. Men Venstre vandt 47 mandater, desuagtet at Socialdemokraterne, der fik 44, ville slå Venstre ved parvis sammenligning. Radikale fik kun 17 mandater mod Socialdemokraternes 44, desuagtet at førstnævnte kunne slå sidstnævnte. Condorcet-Taber-Bliver-Vinder Paradokset forekommer også igen: Dansk Folkeparti var sidst i majoritetsrelationen, men med 22 mandater blev det større end hele fem partier (RV, SF, K, EL, LA), der alle ville kunne have slået det 'head-to-head'.

Ikke mindst p.g.a. topcyklen mellem Socialdemokraterne, Venstre og Radikale indtager ingen partier samme plads i rangordningerne under hhv. den ene eller anden metode, og dermed er Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset i særdeleshed synligt: Ved 2015-folketingsvalget forekommer Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset ikke: Socialdemokraterne var en Condorcet Vinder samtidig med, at det også var det parti, der opnåede flest mandater (47), og derfor kan eksistensen af valgparadokset her afvises. Til gengæld eksisterer et eksempel på Condorcet-Taber-Bliver-Vinder Paradokset i 2015. Alternativet var her en Condorcet Taber, men opnåede ni mandater, hvilket var flere end Radikale Venstre (8), Socialistisk Folkeparti (7) og Det Konservative Folkeparti (6), der alle ville slå Alternativet ved parvise sammenligninger.

Dette paradoks er en variant af Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset, som dog også forekommer i andre afskygninger i Folketingsvalget 2015: Eksempelvis foretrækkes Venstre over Dansk Folkeparti, men sidstnævnte opnår flest mandater. Mest ekstremt er det dog for Radikale Venstre, som rangerer tredjehøjest i majoritetsrelationen, men kun opnår sjette flest mandater. Også Socialistisk Folkeparti rangerer femte højest i majoritetsrelationen, men opnår kun ottende flest mandater.

Analysens centrale resultater er opsummeret i tabel 2. Den frembringer empirisk belæg for, at de teoretisk udledte valgparadokser i forskellige udstrækninger alle forekom ved et eller flere af de tre undersøgte folketingsvalg (2007, 2011 og 2015). Der blev dog ikke identificeret fuld cyklicitet i vælgernes kollektive partipræferencer i valgene, og dermed heller ikke det famøse Condorcet Paradoks, men der var i form af en topcykel eksempel på intransitivitet, ligesom samtlige andre valgparadokser identificeret i analysen. I alle tre valg forekommer mindst to valgparadokser, og medtages topcyklen forekommer alle fire valgparadokser mindst en gang i de tre valg.

Tabel 2. Forekomst af valgparadokser i Folketingsvalgene 2015 og 2011

Valgparadokser	Folketingsvalg 2007	Folketingsvalg 2011	Folketingsvalg 2015
Condorcet	-	(✓) (topcykel)	-
Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer	✓	✓	✓
Condorcet-Vinder-Bliver-Taber	✓	✓	-
Condorcet-Taber-Bliver-Vinder	✓	✓	✓

4. Demokratiske implikationer

Den påviste forekomst af flere valgparadokser ved folketingsvalgene 2007, 2011 og 2015 sætter spørgsmålstegn ved, hvor meget udfaldene af dansk demokrati i realiteten reflekterer "hvad flertallet ønsker". Ikke fordi der ikke er demokrati, men fordi det ofte kan være svært meningsfuldt at definere, hvad flertallets ønske egentlig er. Analysen understreger også, at man skal være forsigtig med at tro, at proportionalvalgssystemer automatisk, per logik, er perfekte, eller blot relativt bedre til meningsfuldt at afspejle folkets underliggende vilje. Særligt den hyppige forekomst af Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset synes potentielt at udfordre den gængse udlægning af folketingsvalg, idet analysen på den måde giver flere eksempler på, at et parti, der var mindre foretrukket end et andet blandt vælgerne, alligevel opnåede flere mandater, og dermed (alt andet lige) større vægt i det danske parlamentariske system. Eksempelvis opnår Dansk Folkeparti ved alle tre valg systematisk markant flere mandater end vælgerne kollektive præferenceorden ellers ville tilsi. I 2011 var partiet endda en Condorcet Taber blandt partierne, men fik alligevel tredje flest mandater blandt alle partier. Dermed bekræftes og styrkes resultaterne fra Kurrild-Klitgaard (2008) yderligere.

Hvis der er så markante forskelle mellem hvad folket "ønsker" og den egentlige mandatfordeling i Danmarks lovgivende forsamling, kan det danske demokrati så overhovedet siges at være demokratisk? Svaret på dette spørgsmål afhænger i nogen grad af hvilken demokratiopfattelse man lægger ned over problemstillingen. I sit skelsættende værk *Liberalism Against Populism* (1982) giver Riker to mulige demokratiopfattelser af valg: Den 'liberale' opfattelse *vs.* den 'populistiske' opfattelse. I det 'liberale' perspektiv skal valg blot sikre folkets kontrol med de folkevalgte for at undgå et majoritetstyranni (ibid.: 9f), og dermed er valgparadokser reelt et mindre problem. Om et partialalternativ får flere mandater, end hvad der svarer til det antal vælgere, som foretrækker partiet, er ikke problematisk, så længe muligheden for at afsætte de folkevalgte, hvis de regerer uretfærdigt eller dårligt, ellers eksisterer.

Fra det Riker kalder det 'populistiske' perspektiv er valgparadokser i afstemninger et relativt større problem. Her er opfattelsen, at folkets vilje skal afspejles ved de regler og love de folkevalgte vedtager; de folkevalgtes meninger skal repræsentere folkets meninger (ibid.: 11). For at dette kan opfyldes, må majoritetsrelationen ved et valg også svare ganske snævert til mandatfordelingen. At Dansk Folkeparti eksempelvis modtager tredjeflest mandater ved folketingsvalget 2011 fremstår derfor som en skævvridning af demokratiet, da partiet samtidigt foretrækkes mindst blandt vælgerne. Dette er ikke blot et vigtigt perspektiv i et teoretisk normativt øjemed, men har også vidtrækkende konsekvenser for dansk politik i praksis, eftersom Dansk Folkeparti ofte er tungen på den parlamentariske vægtskål særligt under de tidligere Venstre-ledede regeringer (2001-2011, 2015-2019).

Her skal det dog nævnes, at den kollektive præferenceordens præcision i forhold til at opgøre vælgeres præferencer kan diskuteres. I folketingsvalgene tager vælgerne blot stilling til hvilket parti eller hvilken kandidat, de foretrækker over alle andre alternativer. I majoritetsrelationen rangerer vælgerne derimod samtlige alternativer i forhold til deres præference for disse, hvilket ikke er en let opgave i et valg med mange alternativer—og tillige at tjene et ganske andet formål.

Derudover kan man diskutere hvorvidt vælgernes individuelle præferencer ville være de samme, hvis de vidste at man ændrede aggregeringsmetoden. I denne analyse er antagelsen, at vælgerne ville stemme ens ved alle valg, idet de samme præferencer ligger til grund for alle beregningerne. Dog ville det ikke være utænkeligt, at visse vælgerne ville udvise strategisk stemmeadfærd og dermed tilpasse sin stemme givet aggregeringsmetoden. Til gengæld er der her ikke noget, der taler for, at resultatet produceret under de nuværende regler i sig selv er det 'korrekte'; det eneste, vi ved med sikkerhed, er, at der ikke er et unikt resultat uafhængigt af metoderne.

Under alle omstændigheder understreger forekomsten af valgparadokser i folketingsvalgene dermed Rikers ovenstående

pointe om, at forskellige afstemningsmetoder kan skabe forskellige resultater, selv hvis præferencerne er uændrede.

Konklusion

Denne artikel har undersøgt den mulige empiriske forekomst af fire teoretisk udledte valgparadokser i folketingsvalgene 2007, 2011 og 2015. I tråd med tidligere resultater fra matematiske simuleringer af sandsynligheden for cyklicitet ved svage præferenceordener samt tidligere empiri fra PR-valg, forventedes det, at Condorcet Paradokset ikke forekom i valgene. Denne forventning blev delvist indfriet, da analysen af vælgernes kollektive præferenceorden, udledt på baggrund af data fra Valgundersøgelserne fra 2007 og 2015, viste at Condorcet Paradokset ikke forekom i disse valg. Dog fandt vi samtidigt, at der synes at have været en topcykel i blandt tre partier i 2011-valget.

Analysen præsenterede til gengæld bevis for flere forekomster af varianter af Borda Paradokset: Mere-Foretrukken-Færre-Stemmer Paradokset og Condorcet-Taber-Bliver-Vinder Paradokset (i alle tre valg), samt Condorcet-Vinder-Bliver-Taber Paradokset (i to valg). Dermed er der føjet yderligere evidens til affejningen af flere påstande om, at social choice teori er uden empirisk relevans i den moderne politologi (Green & Shapiro 1994; Mackie 2003). Tværtimod synes resultaterne at understøtte, at når først, man leder systematisk efter paradoksale aspekter af demokratiet, findes de næsten overalt.

Men fremfor alt gør denne empiriske tilstedeværelse af disse valgparadokser i faktiske folketingsvalg, at man bør være konstant opmærksom på, hvilke kvaliteter man tillægger demokratiet, normativt som positivt—også i et proportionalvalgs system (jf. Felsenthal & Miller 2015). Dette bekræfter social choice teoriens relevans i en nutidig, dansk kontekst, og kan danne baggrund for en diskussion af den måde danske vælgere individuelle præferencer aggregeres og sammensættes til den lovgivende forsamling vi kender som Folketinget.

Partiforkortelser

S = Socialdemokratiet, RV = Radikale Venstre, K = Det Konservative Folkeparti, SF = Socialistisk Folkeparti, LA = Liberal Alliance, DF = Dansk Folkeparti, V = Venstre, NA = Ny Alliance, EL = Enhedslisten, Alt = Alternativet.

Kilder

Dansk Data Arkiv (2007, 2011, 2015). Valgundersøgelserne 1971-2015.

Referencer

- Arrow, Kenneth J. (1963 [1951]). *Social choice and individual values*. 2. udg., New Haven: Yale University Press.
- Feld, Scott L. & Bernard Grofman (1992). Who's afraid of the big bad cycle? Evidence from 36 elections. *Journal of Theoretical Politics* 4 (2): 231-237.
- Felsenthal, Dan S. & Nicholas R. Miller (2015). What to do about election inversions under proportional representation? *Representation: Journal of Representative Democracy* 51 (2): 173-186.
- Gehrlein, William V. (2006). *Condorcet's paradox*. Berlin: Springer.
- Gehrlein, William V. & Dominique Lepelley (2011). *Voting paradoxes and group coherence*. Berlin: Springer.
- Green, Donald P. & Ian Shapiro (1994). *Pathologies of rational choice: A critique of applications in political science*. New Haven: Yale University Press.
- Hansen, Kasper Møller & Rune Stubager (2016). *Den danske valgundersøgelse 2015 - The Danish National Election Study 2015*. København: Center for Valg og Partier, Institut for Statskundskab, Københavns Universitet.
- Jones, Bradford m.fl. (1995). Condorcet winners and the Paradox of Voting: Probability calculations for weak preference orders. *American Political Science Review* 89 (1): 137-144.
- Kurrild-Klitgaard, Peter (1999). Demokrati, magt og kollektive valgs rationalitet, pp. 238-282 i Uffe Jakobsen & Morten Kelstrup (red.), *Demokrati og demokratisering: Begreber og teorier*. København: Politiske Studier.
- (2008). Voting paradoxes under proportional representation: Evidence from eight Danish elections. *Scandinavian Political Studies* 31 (3): 242-267.
- (2013). Election inversions, coalitions and proportional representation: Examples of voting paradoxes in Danish government formations. *Scandinavian Political Studies* 36 (2): 121-136.
- (2014a). Empirical social choice: An introduction. *Public Choice* 158 (3-4): 297-310.

- (2014b). Picking a loser? A social choice perspective on the Danish government formation of 1975. *Public Choice* 158 (3-4): 483-497.
- (2018). Trump, Condorcet and Borda: Voting paradoxes in the 2016 Republican presidential primaries. *European Journal of Political Economy* 55 : 29-35.
- Mackie, Gerry (2003). *Democracy defended*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Miller, Nicholas R. (2012). Election inversions by the U.S. Electoral College, pp. 93-127 i Dan S. Felsenthal & Moshé Machover (red.), *Electoral systems: Paradoxes, assumptions and procedures*, Studies in Choice and Welfare. Berlin: Springer.
- Nurmi, Hannu (1987). *Comparing voting systems*. Dordrecht: Reidel.
- Riker, William H. (1982). *Liberalism against populism: A confrontation between the theory of democracy and the theory of social choice*. San Francisco: W.H. Freeman.
- (1986). *The art of political manipulation*. New Haven: Yale University Press.
- Timpone, Richard J. & Charles S. Taber (1998). Simulation: Analytic and algorithmic analyses of Condorcet's Paradox - variations on a classical theme. *Social Science Computer Review* 16 (1): 72-95.
- Van Deemen, Adrian M. A. (1993). Paradoxes of voting in list systems of proportional representation. *Electoral Studies* 12 (3): 234-241.
- (2014). On the empirical relevance of Condorcet's paradox. *Public Choice* 158 (3): 311-330.
- Van Deemen, Adrian M. A. & Noël P. Vergunst (1998). Empirical evidence of paradoxes of voting in Dutch elections. *Public Choice* 97 (3): 475-490.

Appendiks.

Tabel A.1. Ordinale, parvise sammenligninger af partier ved Folketingsvalget 2007 (N=3.981).

	A	B	C	F	K	O	V	Y	Ø
A		2293*** 760 760	2010*** 275 1564	1854*** 703 1275	2747*** 391 322	2582*** 278 1049	1930** 210 1755	2849*** 334 507	3089*** 326 351
B			1599** 426 1764	1080*** 706 1975	2297*** 636 496	2269*** 256 1283	1638*** 236 1922	2418*** 541 665	2627*** 570 517
C				1679** 273 1845	2263*** 434 735	2650*** 442 754	1310*** 933 1595	2678*** 496 470	2489*** 272 974
F					2452*** 535 439	2321*** 292 1217	1802 195 1816	2558*** 392 683	3022*** 530 168
K						1497 511 1452	928*** 312 2204	1398*** 856 1095	1514*** 976 925
O							518*** 683 2692	1527 702 1464	1791*** 540 1434
V								2468*** 580 626	2430*** 227 1093
Y									1430*** 983 1188

Ø					20				
---	--	--	--	--	----	--	--	--	--

Sammenligninger er kun foretaget, hvor respondenter har scoret begge partier. Respondenter, der ikke har givet et eneste parti en værdi, er frasorterede (i alt 37 respondenter).

Det øverste tal i hver celle angiver antallet, der foretrækker partiet i rækken, det midterste er de indifferente, og det nederste er de, der foretrækker partiet i kolonnen.

* $P \leq 0.1$; ** $P \leq 0.05$; *** $P \leq 0.001$

Termometerspørgsmålene er skaleret fra 0-10, men omkodet til 1-11.

Sammenligninger er kun foretaget, hvor respondenter har scoret begge partier. Respondenter, der ikke har givet et eneste parti en værdi, er frasorterede (i alt 40 respondenter).

Det øverste tal i hver celle angiver antallet, der foretrækker partiet i rækken, det midterste er de indifferente, og det nederste er de, der foretrækker partiet i kolonnen.

* $P \leq 0.1$; ** $P \leq 0.05$; *** $P \leq 0.001$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Termometerspørgsmålene er skaleret fra 0-10, men omkodet til 1-11.

Sammenligninger er kun foretaget, hvor respondenter har scoret begge partier. Respondenter, der ikke har givet et eneste parti en værdi, er frasorterede (i alt 2018 respondenter).

Det øverste tal i hver celle angiver antallet, der foretrækker partiet i rækken, det midterste er de indifferente, og det nederste er de, der foretrækker partiet i kolonnen.

* $P \leq 0.1$; ** $P \leq 0.05$; *** $P \leq 0.001$

