Estimating productivity and preference shocks using a small DSGE model without government and trade

Andrianady, Josué R.

2024

Estimating productivity and preference shocks using a small DSGE model without government and trade

Estimation du choc de productivité et de préférence avec un petit modèle DSGE sans gouvernement et sans commerce

Josué Ravahiny ANDRIANADY [1]

[1] jravahiny@gmail.com

November 1, 2024

Abstract

This paper investigates the estimation of productivity and preference shocks using a DSGE model. In the absence of government and international trade, this simplified framework provides a clear view of the internal dynamics of a closed economy. We analyze the impact of these shocks on consumption, investment, and economic growth. The results indicate that productivity shocks have lasting effects, while preference shocks lead to transitory variations. These findings offer insights into the dynamics of economies without external interactions.
Keywords: productivity shock, preference shock, DSGE model, closed economy, economic dynamics.

Résumé : Cet article examine l'estimation des chocs de productivité et de préférence à l'aide d'un modèle DSGE. En l'absence de gouvernement et de commerce international, ce modèle simplifié offre une vue claire sur les dynamiques internes d'une économie fermée. Nous analysons l'impact de ces chocs sur la consommation, l'investissement et la croissance économique. Les résultats montrent que les chocs de productivité ont des effets durables, tandis que les chocs de préférence entraînent des variations transitoires. Ces conclusions fournissent des perspectives sur la dynamique des économies sans interactions extérieures.
Mots-clés : choc de productivité, choc de préférence, modèle DSGE, économie fermée, dynamique économique.

Avant-propos

Dans un monde économique contemporain, marqué par sa complexité et sa dynamique sans cesse évolutive, l'exigence d'outils d'analyse performants se fait pressante. Les modèles DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium) émergent comme des instruments essentiels, capables d'intégrer les comportements variés des agents économiques, d'analyser les chocs stochastiques et d'explorer les interconnexions entre les marchés. Comme l'affirmait avec sagacité John Maynard Keynes :

> "Les idées de ces économistes et de philosophes politiques, tant qu'elles ne sont pas également le produit de l'imagination, n'auront pas d'impact."

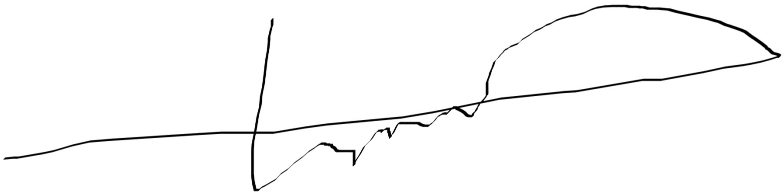
Ainsi, ces modèles ne se limitent pas à la simple représentation des réalités économiques ; ils offrent la possibilité de simuler une pluralité de scénarios économiques, tout en permettant une évaluation fine des répercussions des politiques publiques sur l'ensemble du système économique.

Pour les esprits curieux désireux d'approfondir leurs connaissances, j'ai déjà avec un collègue élaborer une version plus avancée des modèles DSGE, intégrant des frictions et des interventions gouvernementales, est disponible ici
https://mpra.ub.uni-muenchen.de/116642/1/MPRA_paper_116642.pdf.

De plus je vous donne un lien pour un autre type de modèle DSGE plus sophistiqué intégrant les catastrophe naturelles couramment utilisé par le Fond Monétaire International que j'ai moi même calibré pour le cas de Madagascar:

https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4915630

Je vous souhaite une excellente lecture.



ANDRIANADY R. Josué

Contents

1 Introduction

Les modèles d'équilibre général dynamique stochastique (DSGE) jouent un rôle essentiel dans l'analyse économique contemporaine. En intégrant des comportements optimaux des agents, des rigidités de prix et des chocs exogènes, ces modèles offrent une structure théorique robuste pour étudier la dynamique économique. Comme le soulignent Christiano, Eichenbaum et Evans [3] : « Les modèles DSGE sont conçus pour fournir une analyse rigoureuse des effets des chocs économiques, en tenant compte des interactions complexes entre les différents secteurs et agents de l'économie ».

Dans un cadre DSGE, les chocs de productivité représentent des variations inattendues dans l'efficacité avec laquelle les ressources sont utilisées pour produire des biens et services. Ces chocs peuvent avoir des répercussions profondes sur la croissance économique, l'emploi et la consommation. D'autre part, les chocs de préférence, qui reflètent des variations dans les désirs ou les priorités des consommateurs, influencent également de manière significative le comportement économique et, par conséquent, les trajectoires de consommation et d'investissement.

Cette étude vise à estimer les impacts des chocs de productivité et de préférence à travers un modèle DSGE simplifié, dépourvu de gouvernement et de commerce international. Bien que ce cadre simplifié puisse sembler restrictif, il permet de se concentrer sur les dynamiques essentielles des chocs internes, en fournissant des insights précieux sur le fonctionnement des économies fermées. En effet, comme le mentionne Woodford [12] : « Un modèle simplifié peut souvent révéler des mécanismes fondamentaux qui seraient autrement obscurcis par la complexité d'un modèle plus riche ».

En analysant ces chocs, ce travail contribuera à une meilleure compréhension des interactions entre les chocs économiques et les variables macroéconomiques, tout en fournissant des bases empiriques pour l'estimation des effets de ces chocs dans des contextes variés.

2 Concepts de base

Les modèles DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium) sont des outils essentiels en macroéconomie, permettant d'analyser les fluctuations économiques et d'évaluer les effets des politiques publiques. Cette section présente les concepts clés qui sous-tendent ces modèles, facilitant ainsi leur compréhension et leur application.

2.1 Les agents économiques

Les modèles DSGE mettent en scène principalement deux types d'agents :

- **Ménages** : Ils prennent des décisions relatives à la consommation et à l'offre de travail, cherchant à maximiser leur satisfaction (utilité) sous des contraintes budgétaires.
- **Producteurs** : Ils déterminent le niveau de production en utilisant les facteurs de production (capital et travail) afin de maximiser leurs profits.

2.2 Fonction d'utilité du ménage

La satisfaction des ménages c'est-à-dire leur bien-être ou utilité est souvent modélisée par une fonction d'utilité qui reflète leurs préférences entre consommation et loisir. Par exemple, la fonction suivante exprime cette relation :

$$u(C_t, L_t) = (1 + \epsilon_{U,t}) \ln(C_t) + \gamma \ln(L_t)$$

où C_t est la consommation, L_t le loisir, et $\epsilon_{U,t}$ un choc stochastique sur les préférences.

2.3 Contrainte budgétaire

Les ménages sont soumis à une contrainte budgétaire qui les oblige à équilibrer leurs revenus et leurs dépenses. L'équation suivante décrit cette relation :

$$C_t = W_t \cdot N_t$$

où W_t est le salaire et N_t le nombre d'heures travaillées.

2.4 Fonction de production des entreprises

Les entreprises utilisent une fonction de production de type Cobb-Douglas pour décrire comment elles transforment les ressources disponibles, telles que le capital et le travail, en biens et services. Cette fonction est un modèle mathématique simple qui illustre comment la production varie en fonction des quantités de capital et de travail utilisés, tout en prenant en compte l'efficacité de la technologie disponible.

Dans une fonction Cobb-Douglas, la production totale, notée Y_t, dépend de trois éléments principaux :

- **Le capital** K_t : les machines, les bâtiments, et autres actifs fixes utilisés dans le processus de production.
- **Le travail** N_t : le nombre d'heures de travail fournies par les employés.
- **La productivité totale des facteurs** A_t : une mesure de l'efficacité de l'économie ou du niveau technologique qui permet de produire davantage avec les mêmes quantités de capital et de travail.

La fonction de production s'écrit :

$$Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

où :

- Y_t : quantité totale produite (ou PIB),
- A_t : productivité, qui peut varier en raison de changements technologiques ou de chocs de productivité,
- K_t : stock de capital,
- N_t : quantité de travail,
- α : coefficient représentant la part du capital dans la production, c'est-à-dire la proportion d'importance du capital par rapport au travail dans le processus de production.

Les caractéristiques principales de cette fonction de production sont :

- **Rendements d'échelle constants** : si l'on double les quantités de capital et de travail, la production double également.
- **Productivité marginale décroissante** : à mesure que l'on ajoute plus de capital ou de travail, l'augmentation de la production devient de plus en plus faible (tant que la technologie reste la même).

Ainsi, la fonction de production de type Cobb-Douglas modélise efficacement comment les entreprises convertissent le capital et le travail en production, tout en tenant compte de l'impact de la productivité, qui peut fluctuer avec les innovations ou des chocs économiques.

2.5 Contraintes et maximisation des entreprises

Les entreprises maximisent leurs profits en choisissant la quantité de travail N_t et de capital K_t à utiliser, sous la contrainte de leur fonction de production. Le profit d'une entreprise à un moment donné, noté Π_t, est calculé comme suit :

$$\Pi_t = Y_t - W_t N_t - R_t K_t$$

où R_t est le coût du capital. L'entreprise choisit N_t et K_t de manière à maximiser Π_t.

2.6 Équilibres de marché

Les modèles DSGE intègrent des équilibres sur plusieurs marchés :

- **Marché des Biens** : L'offre de biens est égale à la demande, exprimée par $Y_t = C_t + I_t$, où I_t est l'investissement.
- **Marché du Capital** : L'accumulation de capital est décrite par l'équation $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$, où δ est le taux de dépréciation.
- **Marché du Travail** : L'équilibre sur le marché du travail se traduit par l'égalité entre l'offre et la demande de travail.

2.7 Chocs stochastiques

Les chocs stochastiques, tels que $\epsilon_{A,t}$ (chocs de productivité) et $\epsilon_{U,t}$ (chocs de préférences), introduisent de l'incertitude dans le modèle. Ils sont souvent modélisés comme des variables aléatoires suivant une distribution normale, reflétant des événements économiques imprévus.

2.8 Log-linéarisation

Pour faciliter l'analyse et la simulation, les équations du modèle sont souvent log-linéarisées, ce qui permet de simplifier les relations non linéaires autour d'un point d'équilibre. Par exemple, la log-linéarisation de la fonction de production peut prendre la forme suivante :

$$\hat{Y}_t = \hat{A}_t + \alpha\hat{K}_t + (1-\alpha)\hat{N}_t$$

où $\hat{X}$ désigne la variation logarithmique de la variable X.

Note: **Utilisation de solveurs non linéaires** : MATLAB dispose de solveurs comme fsolve (dans le paquetage Optimization Toolbox) qui permettent de résoudre des systèmes d'équations non linéaires en utilisant des méthodes de type Newton-Raphson. Ces solveurs peuvent trouver des solutions pour les modèles DSGE non linéaires en fournissant un point de départ raisonnable, souvent basé sur une approximation de l'état stationnaire.

3 Étape 1 : Composants principaux

Ce modèle de base nous permettra de comprendre le comportement d'un ménage et d'une entreprise dans un cadre simplifié. Nous allons construire un petit système avec un ménage représentatif qui consomme et un producteur représentatif qui produit des biens en utilisant le travail et le capital.

3.1 Comportement du ménage

Le ménage veut maximiser son utilité au cours du temps, en choisissant sa consommation et son travail. Son utilité dépend de la consommation (ce qu'il consomme) et du loisir (le temps qu'il ne passe pas à travailler).

3.1.1 Objectif du ménage :

Maximiser sa satisfaction (ou utilité) dans le temps.

Supposons que l'utilité du ménage dépend uniquement de sa consommation C_t et du temps qu'il consacre au loisir L_t. Dans ce modèle, il doit décider combien de temps travailler et combien consommer.

3.1.2 Fonction d'utilité

Le ménage cherche à maximiser sa satisfaction sur plusieurs périodes $t = 0, 1, 2, \ldots, \infty$. La fonction d'utilité peut se présenter sous la forme :

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \cdot u(C_t, L_t) \tag{1}$$

où $u(C_t, L_t)$ est la satisfaction instantanée du ménage, $\beta \in (0, 1)$ est le facteur d'actualisation qui mesure la préférence pour le présent par rapport au futur (plus β est proche de 1, plus le ménage valorise l'avenir).

Pour simplifier, on peut définir l'utilité instantanée sous une forme log-linéaire :

$$u(C_t, L_t) = \ln(C_t) + \gamma \ln(L_t) \tag{2}$$

où γ représente la préférence relative pour le loisir par rapport à la consommation.

3.1.3 Contrainte budgétaire

Le ménage dispose d'un revenu $W_t \cdot N_t$ qui dépend du salaire W_t et du temps de travail N_t (avec $N_t = 1 - L_t$, puisque le temps de travail et le loisir s'additionnent pour faire une journée entière).

La contrainte budgétaire du ménage est alors :

$$C_t \leq W_t \cdot N_t \tag{3}$$

3.1.4 En résumé :

Le ménage cherche à maximiser

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln(C_t) + \gamma \ln(1 - N_t)\right) \tag{4}$$

sous la contrainte

$$C_t \leq W_t \cdot N_t. \tag{5}$$

3.2 Comportement du producteur

3.2.1 Objectif du producteur :

Maximiser son profit en fonction de la technologie disponible.

3.2.2 Fonction de production :

Supposons que l'entreprise produit un bien Y_t en utilisant le capital K_t et le travail N_t selon une fonction de production de type Cobb-Douglas :

$$Y_t = A_t \cdot K_t^{\alpha} \cdot N_t^{1-\alpha} \tag{6}$$

où A_t est la productivité totale des facteurs (ou technologie), et α est la part du capital dans la production.

3.2.3 Maximisation du profit :

Le profit est défini comme la différence entre les recettes et les coûts de production (les salaires versés pour le travail $W_t \cdot N_t$ et le coût d'utilisation du capital $R_t \cdot K_t$), soit :

$$\Pi_t = Y_t - W_t \cdot N_t - R_t \cdot K_t \tag{7}$$

Le producteur choisit N_t et K_t pour maximiser ce profit.

4 Étape 2 : Conditions d'optimisation du ménage

Le ménage veut maximiser sa satisfaction (ou utilité) au cours du temps, en choisissant combien consommer C_t et combien de temps travailler N_t. La maximisation se fait sous une contrainte budgétaire : il ne peut pas dépenser plus que ce qu'il gagne en travaillant.

4.1 Fonction d'utilité du ménage

La satisfaction (ou utilité) du ménage dépend :

- de la consommation C_t, qui lui procure du plaisir,
- et du loisir L_t, qui est le temps qu'il passe à ne pas travailler.

On suppose ici que l'utilité totale au cours du temps s'écrit comme suit :

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln(C_t) + \gamma \ln(L_t) \right) \tag{8}$$

où :

- β est un facteur d'actualisation (qui mesure la préférence pour le présent),
- γ est une constante qui indique l'importance que le ménage accorde au loisir par rapport à la consommation.

Puisque le ménage travaille une partie de son temps N_t, son loisir sera $L_t = 1 - N_t$.

4.2 Contrainte budgétaire du ménage

Le ménage gagne un revenu proportionnel au nombre d'heures qu'il travaille, soit $W_t \cdot N_t$, avec :

- W_t le salaire par unité de temps travaillée,
- N_t le nombre d'heures travaillées.

Il peut donc consommer seulement ce qu'il gagne :

$$C_t \leq W_t \cdot N_t \tag{9}$$

4.3 Problème du ménage (maximisation)

Pour maximiser l'utilité sous cette contrainte, on écrit ce qu'on appelle la fonction de Lagrange (outil mathématique pour résoudre les maximisations sous contrainte).

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln(C_t) + \gamma \ln(1 - N_t) \right) + \lambda_t \left(W_t \cdot N_t - C_t \right) \tag{10}$$

où λ_t est un multiplicateur de Lagrange qui représente l'impact de la contrainte budgétaire.

4.4 Conditions de premier ordre

Pour maximiser la satisfaction du ménage, on prend les dérivées de la fonction de Lagrange par rapport à C_t, N_t, et λ_t, et on les met à zéro. Ces conditions de premier ordre permettent de déterminer les choix optimaux de consommation et de travail pour le ménage.

- Pour C_t (la consommation) :

On commence par dériver la fonction de Lagrange par rapport à C_t :

$$\frac{\partial L}{\partial C_t} = \beta^t \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \tag{11}$$

En réarrangeant cette équation, nous obtenons :

$$\lambda_t = \beta^t \frac{1}{C_t} \tag{12}$$

Cette relation indique que le multiplicateur de Lagrange λ_t est égal à la valeur marginale de la consommation, pondérée par le facteur d'actualisation β^t. En d'autres termes, le ménage évalue chaque unité de consommation en fonction de sa rareté. Plus λ_t est élevé, plus le ménage valorise la consommation, ce qui reflète une préférence pour le présent.

- Pour N_t (le travail) :

Nous dérivons ensuite la fonction de Lagrange par rapport à N_t :

$$\frac{\partial L}{\partial N_t} = \beta^t \frac{\gamma}{1 - N_t} + \lambda_t W_t = 0 \tag{13}$$

En remplaçant λ_t par sa valeur de l'équation (2), on obtient :

$$\beta^t \frac{\gamma}{1 - N_t} + \beta^t \frac{W_t}{C_t} = 0 \tag{14}$$

En simplifiant, nous pouvons retirer β^t des deux côtés (puisque $\beta^t > 0$) :

$$\frac{\gamma}{1 - N_t} = -\frac{W_t}{C_t} \tag{15}$$

Cela nous amène à :

$$\gamma \frac{1}{1 - N_t} = \frac{W_t}{C_t} \tag{16}$$

Cette condition nous apprend que le ménage choisit le niveau de travail N_t de sorte que la valeur du loisir, exprimée en termes de la satisfaction qu'il retire de ce temps libre, soit égale au salaire réel qu'il gagne en travaillant, ajusté par sa consommation.
En d'autres termes, le ménage compare la "valeur" du loisir (représentée par $\gamma/(1 - N_t)$) avec le retour monétaire de travailler (représenté par W_t/C_t).

Cette équation détermine le compromis idéal entre travail et loisir pour maximiser l'utilité. Si la valeur du loisir devient plus élevée que le salaire réel, le ménage aura tendance à diminuer ses heures de travail pour profiter davantage de ce loisir. À l'inverse, si le salaire réel augmente par rapport à la valeur du loisir, le ménage sera incité à travailler plus.

5 Étape 3 : Conditions d'optimisation du producteur

L'entreprise cherche à maximiser son profit, défini par l'équation suivante :

$$\Pi_t = Y_t - W_t \cdot N_t - R_t \cdot K_t \tag{17}$$

où :

- Π_t est le profit,
- Y_t est le niveau de production,
- W_t est le salaire par unité de travail,
- N_t est le nombre d'unités de travail,
- R_t est le coût d'utilisation du capital,
- K_t est le stock de capital.

L'entreprise doit décider combien de travail N_t et de capital K_t utiliser pour maximiser son profit.

5.1 Fonction de production

On suppose que l'entreprise utilise une fonction de production de type Cobb-Douglas :

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \tag{18}$$

où :

- A_t est le niveau de productivité (ou technologie),
- α est l'élasticité du capital, indiquant la proportion de la production qui provient du capital par rapport au travail.

5.2 Conditions de premier ordre

Pour maximiser le profit, on doit prendre les dérivées de la fonction de profit par rapport aux facteurs de production N_t et K_t.

- Pour N_t (travail) :

La dérivée du profit par rapport au travail N_t est donnée par :

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial N_t} = (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha} - W_t = 0 \tag{19}$$

En réorganisant cette équation, on obtient le salaire d'équilibre :

$$W_t = (1-\alpha) \frac{Y_t}{N_t} \tag{20}$$

Cela signifie que le salaire réel W_t doit égaler la productivité marginale du travail, ce qui assure que chaque unité de travail est rémunérée en fonction de sa contribution à la production.

- Pour K_t (capital) :

La dérivée du profit par rapport au capital K_t est :

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha} - R_t = 0 \tag{21}$$

Ce qui nous donne le rendement du capital d'équilibre :

$$R_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \tag{22}$$

Le rendement du capital R_t doit donc être égal à la productivité marginale du capital.

Ces conditions d'optimisation du producteur nous montrent que l'entreprise décide de rémunérer le travail et le capital en fonction de leur productivité marginale. En d'autres termes :

- Le salaire doit refléter la productivité marginale du travail, garantissant que chaque travailleur est rémunéré selon sa contribution à la production.
- De même, le coût du capital doit être aligné avec sa productivité marginale, assurant que l'entreprise utilise le capital de manière efficace.

Ces conditions permettent à l'entreprise de maximiser son profit en allouant efficacement ses ressources, ce qui est essentiel pour sa durabilité et sa croissance dans un environnement concurrentiel.

6 Étape 4 : Équilibre du marché

6.1 Équilibre sur le marché des biens

L'équilibre sur le marché des biens stipule que toute la production Y_t est soit consommée, soit investie. Cette relation peut être exprimée par l'équation suivante :

$$Y_t = C_t + I_t \tag{23}$$

où :

- C_t représente la consommation des ménages,
- I_t représente l'investissement effectué par les entreprises.

Cet équilibre assure que la production totale est utilisée de manière efficace, sans surplus ni pénurie sur le marché des biens.

6.2 Équilibre sur le marché du travail

L'équilibre sur le marché du travail se produit lorsque la quantité de travail demandée par les entreprises correspond à l'offre de travail des ménages. Cela peut être formulé comme suit :

$$N_t^{\text{ménage}} = N_t^{\text{entreprise}} \tag{24}$$

où :

- $N_t^{\text{ménage}}$ est la quantité de travail fournie par les ménages,
- $N_t^{\text{entreprise}}$ est la quantité de travail demandée par les entreprises.

Ce principe garantit que le marché du travail est en équilibre, avec toutes les ressources de travail utilisées de manière optimale.

6.3 Équilibre sur le marché du capital

L'équilibre sur le marché du capital est déterminé par l'accumulation d'investissements, permettant d'accumuler du capital d'une période à l'autre. Cela peut être exprimé par l'équation suivante :

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \tag{25}$$

où :

- K_{t+1} est le stock de capital à la période suivante,
- K_t est le stock de capital à la période actuelle,
- δ est le taux de dépréciation du capital,
- I_t est le niveau d'investissement à la période actuelle.

Cette relation montre comment les investissements contribuent à l'accumulation de capital, tout en tenant compte de la dépréciation qui affecte la valeur du capital au fil du temps.

7 Résumé du modèle d'équilibre général (DGE) de Base

Le tableau ci-dessous présente les principales équations du modèle déterministe de base :

Équation	Description
1.	Fonction d'utilité du ménage : $U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\ln(C_t) + \gamma \ln(1 - N_t)\right)$
2.	Contrainte budgétaire : $C_t = W_t \cdot N_t$
3.	Condition d'optimalité pour C_t : $\lambda_t = \beta^t \cdot C_t$
4.	Condition d'optimalité pour N_t : $\frac{\gamma}{1-N_t} = \frac{W_t}{C_t}$
5.	Fonction de production de l'entreprise : $Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$
6.	Condition d'optimalité pour N_t (entreprise) : $W_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{N_t}$
7.	Condition d'optimalité pour K_t : $R_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$
8.	Équilibre sur le marché des biens : $Y_t = C_t + I_t$
9.	Équilibre sur le marché du travail : $N_t^{\text{offre}} = N_t^{\text{demande}}$
10.	Dynamique du capital : $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$

Table 1: Résumé des principales équations du modèle DSGE

8 Ajout d'une dimension stochastique (DSGE)

Nous introduisons des chocs stochastiques dans les variables clés pour modéliser les fluctuations imprévues, rendant le modèle dynamique et capable de capturer des incertitudes économiques.

8.1 Choc de productivité

Le choc de productivité, souvent appelé choc technologique, représente une variation imprévue de la productivité totale des facteurs (PTF) utilisée dans la fonction de production. On suppose que la productivité évolue autour d'une valeur moyenne $\bar{A}$, mais qu'elle subit des chocs aléatoires chaque période. Ainsi, la productivité au temps t devient :

$$A_t = \bar{A} e^{\epsilon_{A,t}}$$

où $\epsilon_{A,t} \sim N(0, \sigma_A^2)$ est un terme de choc qui suit une distribution normale de moyenne zéro et d'écart-type σ_A. Ce choc se comporte de façon i.i.d. (indépendant et identiquement distribué) à chaque période.

8.2 Choc de préférence des ménages

Un autre type de choc stochastique que nous pouvons introduire est un choc de préférence, qui affecte le goût des ménages pour la consommation ou le loisir. Ce choc reflète des variations aléatoires dans les choix des ménages, influençant leur utilité. Par exemple, la fonction d'utilité du ménage pourrait intégrer un choc dans la préférence pour la consommation :

$$u(C_t, L_t) = (1 + \epsilon_{U,t}) \ln(C_t) + \gamma \ln(L_t)$$

où $\epsilon_{U,t} \sim N(0, \sigma_U^2)$ est un choc affectant l'utilité marginale de la consommation. Comme pour le choc de productivité, $\epsilon_{U,t}$ suit une distribution normale de moyenne zéro et d'écart-type σ_U.

9 Équations principales du modèle DSGE

Le tableau ci-dessous résume les équations clés du modèle, y compris les chocs de préférence et de productivité :

Équation	Description
1.	Fonction d'utilité du ménage avec choc de préférence : $u(C_t, L_t) = (1 + \epsilon_{U,t}) \ln(C_t) + \gamma \ln(L_t)$ où $\epsilon_{U,t} \sim N(0, \sigma_U^2)$ est un choc stochastique affectant la préférence pour la consommation.
2.	Contrainte budgétaire du ménage : $C_t = W_t \cdot N_t$
3.	Fonction de production avec choc de productivité : $Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$ avec $A_t = \bar{A} e^{\epsilon_{A,t}}$ et $\epsilon_{A,t} \sim N(0, \sigma_A^2)$
4.	Conditions d'optimisation du ménage : Pour la consommation : $(1 + \epsilon_{U,t}) C_t = \lambda_t$ Pour le travail : $\gamma \cdot \frac{1}{1-N_t} = \frac{W_t}{C_t}$
5.	Conditions d'optimisation du producteur : Pour le travail : $W_t = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{N_t}$ Pour le capital : $R_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$
6.	Équilibre sur le marché des biens : $Y_t = C_t + I_t$
7.	Équilibre sur le marché du capital (accumulation) : $K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t$
8.	Équilibre sur le marché du travail : $N_t^{\text{offre}} = N_t^{\text{demande}}$

Table 2: Résumé des principales équations du modèle DSGE avec chocs stochastiques

10 Log-linéarisation des équations du modèle

Pour analyser les effets des chocs économiques sur le modèle, on linéarise les équations autour d'un équilibre stationnaire. Cela permet de simplifier le modèle et de travailler avec des équations linéaires.

Voici les équations log-linéarisées résumées dans un tableau :

Équation	Description	Log-linéarisée
1.	Fonction d'utilité du ménage avec choc de préférence : $u(C_t, L_t) = (1 + \epsilon_{U,t}) \ln(C_t) + \gamma \ln(L_t)$ où $\epsilon_{U,t} \sim N(0, \sigma_U^2)$	$\hat{u_t} = \hat{C_t} + \gamma \hat{L_t} + \epsilon_{\hat{U},t}$
2.	Contrainte budgétaire du ménage : $C_t = W_t \cdot N_t$	$\hat{C_t} = \hat{W_t} + \hat{N_t}$
3.	Fonction de production avec choc de productivité : $Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$ avec $A_t = \bar{A} e^{\epsilon_{A,t}}$ et $\epsilon_{A,t} \sim N(0, \sigma_A^2)$	$\hat{Y_t} = \hat{A_t} + \alpha \hat{K_t} + (1-\alpha)\hat{N_t}$
4.	Conditions d'optimisation du ménage : Pour la consommation : $(1 + \epsilon_{U,t}) C_t = \lambda_t$ Pour le travail : $\gamma \cdot \frac{1}{1-N_t} = \frac{W_t}{C_t}$	$\hat{C_t} + \epsilon_{\hat{U},t} = \hat{\lambda_t}$ $\hat{W_t} - \hat{C_t} + \hat{N_t} = 0$
5.	Conditions d'optimisation du producteur : Pour le travail : $W_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{N_t}$ Pour le capital : $R_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$	$\hat{W_t} = \hat{Y_t} - \hat{N_t}$ $\hat{R_t} = \hat{Y_t} - \hat{K_t}$
6.	Équilibre sur le marché des biens : $Y_t = C_t + I_t$	$\hat{Y_t} = \hat{C_t} + \hat{I_t}$
7.	Équilibre sur le marché du capital (accumulation) : $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$	$\hat{K_{t+1}} = -\delta \hat{K_t} + \hat{I_t}$
8.	Équilibre sur le marché du travail : $N_t^{\text{offre}} = N_t^{\text{demande}}$	$\hat{N_t^{\text{offre}}} = \hat{N_t^{\text{demande}}}$

Table 3: Résumé des principales équations log-linéarisées du modèle DSGE avec chocs stochastiques

10.1 Paramètres de calibration

Les paramètres suivants sont essentiels pour la calibration du modèle :

Paramètre	Symbole	Description
Taux d'actualisation	β	Préférence intertemporelle ; 0.96 indique une préférence pour la consommation immédiate (Hagan, 1998).
Part du capital	α	Contribution du capital à la production ; valeur courante 0.36 (Cobb-Douglas, Romer).
Taux de dépréciation	δ	Proportion de capital déprécié par période ; fixé à 0.08 (Solow, 1956).
Préférence pour le loisir	γ	Importance du loisir ; souvent fixé à 2.0 (Mankiw, 2016).
Productivité moyenne	$\bar{A}$	Niveau de productivité dans l'économie ; référence de 1.0 (Acemoglu, 2009).
Écart-type choc productivité	σ_A	Volatilité des chocs de productivité ; fixé à 0.02 (Kydland & Prescott, 1982).
Écart-type choc préférence	σ_U	Variabilité des chocs de préférences ; valeur de 0.01 (Christiano et al., 2005).

Table 4: Paramètres de Calibration du Modèle

10.2 Impact des paramètres sur le modèle

Les paramètres du modèle influencent directement les résultats de la simulation. Par exemple, un taux d'actualisation plus faible (β) incite les ménages à consommer davantage aujourd'hui, ce qui peut stimuler la demande agrégée. De même, une augmentation de la part du capital (α) peut accroître la production totale, mais aussi modifier la répartition des revenus entre le travail et le capital.

Les chocs stochastiques, représentés par ϵ_A et ϵ_U, introduisent une dynamique supplémentaire dans le modèle, permettant de simuler des fluctuations économiques réalistes.

11 Simulation du modèle DSGE sous Matlab

Dans cette section, nous présentons le code MATLAB utilisé pour simuler un modèle DSGE intégrant des chocs stochastiques de productivité et de préférence. Le modèle est calibré avec des paramètres spécifiques et simule l'économie sur un horizon de 100 périodes. Les principales variables économiques, telles que la consommation, le travail, la production, et le stock de capital, sont calculées à chaque période. Les résultats de la simulation sont ensuite visualisés à l'aide de graphiques.

11.1 Code MATLAB

```
% Paramètres de calibration
beta = 0.96;          % Taux d'actualisation
alpha = 0.36;         % Part du capital
delta = 0.08;         % Taux de dépréciation du capital
gamma = 2.0;          % Préférence pour le loisir
A_bar = 1.0;          % Productivité moyenne
sigma_A = 0.02;       % Écart-type du choc de productivité
sigma_U = 0.01;       % Écart-type du choc de préférence

% Paramètres de simulation
T = 100;              % Nombre de périodes
C = zeros(T, 1);      % Consommation
N = zeros(T, 1);      % Travail
Y = zeros(T, 1);      % Production
K = zeros(T, 1);      % Stock de capital
W = zeros(T, 1);      % Salaire
R = zeros(T, 1);      % Rendement du capital
lambda = zeros(T, 1); % Multiplicateur de Lagrange

% Conditions initiales
K(1) = 1.0;           % Capital initial

% Chocs aléatoires
epsilon_A = sigma_A * randn(T, 1);  % Chocs de productivité
epsilon_U = sigma_U * randn(T, 1);  % Chocs de préférence

% Boucle de simulation
for t = 1:T
% Calcul de la productivité avec choc stochastique
A_t = A_bar * exp(epsilon_A(t));

% Définition des équations d'équilibre
f = @(x) [
% Condition de consommation
(1 + epsilon_U(t)) / x(1) - (1 - alpha) * A_t * (x(3)^alpha) * (x(2)^(1 - alpha)) / x(1);
% Condition de travail
gamma / (1 - x(2)) - x(3) / x(1);
% Équation de production
A_t * x(3)^alpha * x(2)^(1 - alpha) - delta * K(t) - x(1)
];

% Résolution des équilibres avec vérification de la convergence
options = optimoptions('fsolve', 'Display', 'off', 'TolFun', 1e-6);
sol = fsolve(f, [0.5; 0.5; K(t)], options);

% Vérification de la convergence
if ~isempty(sol) && all(~isnan(sol)) && all(sol >= 0)  % Vérifie que la solution est valide
C(t) = sol(1);
N(t) = sol(2);
else
warning('Non-convergence à la période %d. Utilisation de valeurs précédentes.', t);
if t > 1
C(t) = C(t-1);
N(t) = N(t-1);
```

```
else
C(t) = 0.5;  % Valeur par défaut si la première période échoue
N(t) = 0.5;  % Valeur par défaut si la première période échoue
end
end

% Mise à jour de la production
Y(t) = A_t * K(t)^alpha * N(t)^(1 - alpha);

% Mise à jour du capital pour la période suivante
if t < T
K(t+1) = (1 - delta) * K(t) + Y(t) - C(t);
end

% Calcul des prix de facteurs
W(t) = (1 - alpha) * Y(t) / N(t);
R(t) = alpha * Y(t) / K(t);
end

% Affichage des résultats
figure;
subplot(3,1,1); plot(1:T, C, '-o'); title('Consommation'); xlabel('Périodes');
subplot(3,1,2); plot(1:T, N, '-x'); title('Travail'); xlabel('Périodes');
subplot(3,1,3); plot(1:T, Y, '-s'); title('Production'); xlabel('Périodes');
sgtitle('Simulation DSGE avec Chocs de Productivité et de Préférence');
```

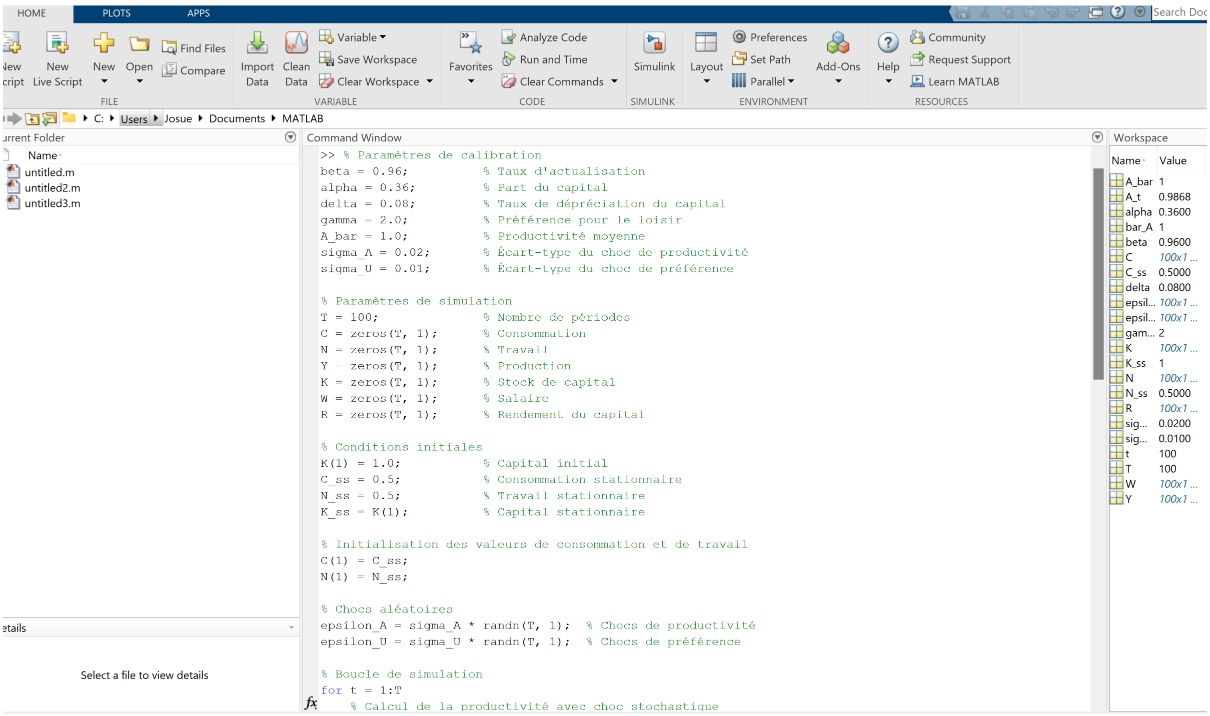


Figure 1: Aperçue du modèle sous matlab

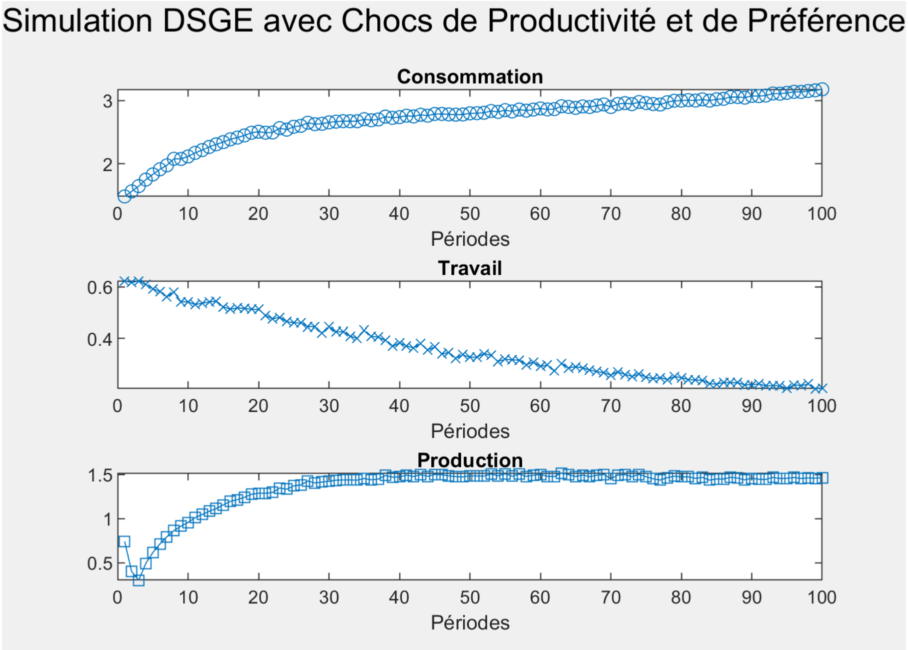


Figure 2: Résultat de l'IRF

12 Limites des modèles DSGE

Bien que les modèles DSGE offrent une approche puissante pour analyser les dynamiques économiques, ils présentent également plusieurs limites notables qui méritent d'être discutées. Parmi ces limites, on peut citer :

- **Hypothèses de rationalité :** Les modèles DSGE reposent souvent sur l'hypothèse que tous les agents économiques agissent de manière rationnelle, maximisant leur utilité ou leurs profits. Cependant, cette hypothèse peut ne pas refléter la réalité, où des comportements irrationnels et des biais cognitifs influencent les décisions économiques. [8] [2]
- **Rigidités des prix et des salaires :** Les modèles peuvent simplifier à l'extrême le fonctionnement des marchés en supposant des rigidités de prix ou de salaires, ce qui peut conduire à des résultats qui ne correspondent pas toujours aux observations empiriques. [9]
- **Complexité des interactions :** Les interactions entre différents marchés et agents peuvent être très complexes, et les modèles DSGE ont parfois du mal à capturer ces dynamiques. Cela peut limiter leur capacité à prévoir avec précision les effets des chocs économiques ou des politiques publiques.
- **Inclusion des chocs :** Les chocs stochastiques, bien qu'importants, sont souvent modélisés de manière simplifiée. Les événements extrêmes ou rares peuvent ne pas être pris en compte, réduisant la capacité du modèle à gérer des crises économiques.
- **Transparence et interprétabilité :** La complexité des équations et des dynamiques modélisées peut rendre les résultats moins accessibles et plus difficiles à interpréter pour les décideurs politiques et le grand public.

Dans notre modèle, nous avons choisi de simplifier certaines dimensions afin de favoriser une meilleure compréhension. En particulier, nous avons omis les éléments relatifs à l'intervention gouvernementale et au commerce international, ce qui peut limiter la portée de nos conclusions.

Malgré ces limites, les modèles DSGE font toujours partie intégrante de l'analyse des politiques en raison de leur caractère prospectif et de leur adaptabilité. Il est essentiel de continuer à affiner et à intégrer les enseignements tirés des récents événements économiques pour améliorer leur utilité dans la modélisation économique

References

[1] Acemoglu, D. (2009). *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton University Press. beginthebibliography9

[2] Cerquera, O., Losada, H., Adames, F., & Papa, F. (2023). Análisis bibliométrico de los modelos estocásticos de equilibrio general. *Económicas CUC*, doi: 10.17981/econcuc.44.2.2023.econ.1.

[3] Christiano, L. J., Eichenbaum, M., & Evans, C. (2005). *Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy*. Journal of Political Economy, 113(1), 1-45. DOI: https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/426038.

[4] Hagan, M. (1998). *The Value of Future Utility: The Implications of Discounting for Consumption and Growth*.

[5] Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1982). "Time to Build and Aggregate Fluctuations." *Econometrica*, 50(6), 1345-1370.

[6] Jesper Lindé. (2018). DSGE models: still useful in policy analysis? *Oxford Review of Economic Policy*, doi: 10.1093/OXREP/GRX058.

[7] Mankiw, N. G. (2016). *Principles of Economics*. 7th ed. Boston: Cengage Learning.

[8] McDonald, D. J., & Shalizi, C. R. (2022). Empirical Macroeconomics and DSGE Modeling in Statistical Perspective. doi: 10.48550/arxiv.2210.16224.

[9] Poudyal, N., & Spanos, A. (2022). Model Validation and DSGE Modeling. *Econometrics*, doi: 10.3390/econometrics10020017.

[10] Romer, D. (2006). *Economic Growth*. 3rd ed. New York: Worth Publishers.

[11] Solow, R. M. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth." *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65-94.

[12] Woodford, M. (2003). *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*. Princeton University Press.