**RASAMOELISON Andrianantenaina Michel Edouard**

**Université d’Antananarivo**

**Estimation d’une courbe des taux pour Madagascar par le modèle de Nelson-Siegel**

**Abstract**

The aim of this research is to estimate the term structure of interest rates in Madagascar using the Nelson-Siegel model. The Malagasy financial market consists mainly of the money market, given the absence of a stock exchange and an underdeveloped bond market. This study uses monthly data on treasury bills with maturities of 1, 3, 6, 9 and 13 months for the period from February 2018 to November 2022. Non-linear regression was employed to estimate the model parameters (β0, β1, β2, and λ) using R software.

The results indicate the suitability of the Nelson-Siegel model in capturing the observed dynamics of the yield curve, demonstrating a close relationship between estimated and observed rates. The main results show positive and stable long-term yield levels (β0), negative slope coefficients (β1) suggesting potential short-term monetary policy effects, and medium-term curvature factors (β2) reflecting market sensitivity. Despite negative slopes, the yield curve shows an upward trend, highlighting a unique interaction between the coefficients and the underlying macroeconomic environment.

This study highlights the applicability of the Nelson-Siegel model to the Malagasy context, and provides insight into the structure of interest rates in an emerging financial market. Future research could explore extensions such as the Svensson model to refine understanding and forecasting capabilities.

Keywords : Nelson-Siegel model, Madagascar, term structure of interest rates, monetary policy, financial markets.

**Résumé**

L’objectif de cette recherche est l’estimation de la structure par terme des taux d'intérêt à Madagascar en utilisant le modèle de Nelson-Siegel. Le marché financier malgache est principalement constitué par le marché monétaire, compte tenu de l'absence d'une bourse et d'un marché obligataire peu développé. Cette étude utilise des données mensuelles sur les bons du Trésor avec des échéances de 1, 3, 6, 9 et 13 mois pour la période allant de février 2018 à novembre 2022. Une régression non linéaire a été employée pour estimer les paramètres du modèle (β0, β1, β2, et λ) à l'aide du logiciel R.

Les résultats indiquent la pertinence du modèle de Nelson-Siegel dans la capture de la dynamique observée de la courbe de rendement, démontrant une relation étroite entre les taux estimés et observés. Les principaux résultats montrent des niveaux de rendement à long terme positifs et stables (β0), des coefficients de pente négatifs (β1) suggérant des effets potentiels de politique monétaire à court terme, et des facteurs de courbure à moyen terme (β2) reflétant la sensibilité du marché. Malgré des pentes négatives, la courbe des rendements présente une tendance à la hausse, mettant en évidence une interaction unique entre les coefficients et l'environnement macroéconomique sous-jacent.

Cette étude souligne l'applicabilité du modèle Nelson-Siegel au contexte malgache et donne un aperçu de la structure des taux d'intérêt dans un marché financier émergent. Les recherches futures pourraient explorer des extensions telles que le modèle de Svensson afin d'affiner la compréhension et les capacités de prévision.

Mots-clés : Modèle Nelson-Siegel, Madagascar, structure par terme des taux d'intérêt, politique monétaire, marchés financiers.

**Disclaimer**

This article has been written in an independent academic context and reflects exclusively the opinions, analyses and conclusions of the author. It in no way represents an official position of the University of Antananarivo or its administrative or academic bodies.

The data used, the results obtained and the conclusions drawn in this study are based on specific methods and do not engage the responsibility of the University. Any reference to or use of this article must be made with due regard for its strictly personal and academic nature.

For any clarification or questions, please contact the author directly.

1. **Introduction**

Le marché financier malgache est composé principalement du marché monétaire à cause de l’inexistence d’un marché boursier et d’un marché obligataire encore au stade embryonnaire[[1]](#footnote-1). De ce fait, l’étude porte sur les déterminants du marché monétaire qui est principalement dominé par le marché de la dette publique. Plusieurs motifs justifient l’existence de ce marché : le besoin de financement de l’Etat ; l’élaboration de politique monétaire. En effet, le marché monétaire malgache comprend différents types d’obligations d’Etat telles que les Bons de trésor par adjudication (BTA), les bons de trésor Fihary (BTF) et les bons de trésor spéciaux (BTS)[[2]](#footnote-2). Au-delà des utilités classiques du marché monétaire mentionnées ci-dessus, l’étude de la relation entre les rendements des obligations et leurs maturités constitue un outil intéressant dans le cadre de la dynamique du marché financier : cette relation s’appelle la structure par terme des taux d’intérêt ou la courbe des taux d’intérêt[[3]](#footnote-3).

L’objectif de cette recherche est de réaliser une estimation d’une courbe des rendements pour Madagascar en utilisant le modèle de Nelson-Siegel, modèle populaire[[4]](#footnote-4) dans la modélisation de la courbe des taux. Le but est de déterminer les valeurs optimales des paramètres du modèle permettant une meilleure représentation de la structure par terme des taux d’intérêt observée sur le marché.

1. **Revue de la littérature**

Le modèle de Nelson-Siegel a été introduit par Nelson R. et Siegel F. en 1987 dans le cadre d’un besoin d’un modèle simple, parcimonieux et flexible pour représenter la courbe des rendements[[5]](#footnote-5). Il s’agit d’un modèle paramétrique simple utilisé dans l’estimation de la structure par terme des taux d’intérêt.

En effet, le taux à terme instantané est la solution d’une équation différentielle du second ordre avec deux racines égales[[6]](#footnote-6).

**Structure du modèle :**

L’équation du modèle de Nelson-Siegel s’écrit donc de la manière suivante :

$$r\left(m\right)= β\_{0}+ β\_{1} e^{\frac{-m}{λ}}+ β\_{2}\left(\frac{m}{λ} e^{\frac{-m}{λ}}\right) (1)$$

Cette équation comprend trois composantes[[7]](#footnote-7) :

$β\_{0}$ : une constante qui indique le taux d’intérêt à long terme de la courbe

$β\_{1} e^{\frac{-m}{λ}}$ : un terme exponentiel monotone décroissant (croissant si $β\_{1} <0$ ) vers 0 en fonction de la durée de règlement

$β\_{2}\left(\frac{m}{λ} e^{\frac{-m}{λ}}\right)$ : un terme qui génère une forme de bosse (ou de U si $β\_{2} <0$ ) en fonction du délai de règlement

Le rendement[[8]](#footnote-8) en fonction de la maturité pour les racines égales est obtenu par intégration de $r(m)$ de 0 à $m $:

$$R\left(m\right)= β\_{0}+\left(β\_{1}+ β\_{2}\right)\frac{1- e^{\frac{-m}{λ}}}{\frac{m}{λ}}- β\_{2} e^{\frac{-m}{λ}} (2)$$

$R\left(m\right)$ représente la fonction de la courbe des taux zéro-coupon.

$R\left(m\right)= β\_{0}$ lorsque m tend vers l’infini

$R\left(m\right)= β\_{0}+ β\_{1}$ lorsque m tend vers 0

En regroupant les paramètres $β$, on obtient la transformation[[9]](#footnote-9) suivante :

$$R\left(m\right)= β\_{0}+ β\_{1}\left(\frac{1-e^{-λm}}{λm}\right)+ β\_{2}\left(\frac{1-e^{-λm}}{λm}- e^{-λm}\right) (3)$$

**Significations des coefficients du modèle :**

$β\_{0}$ est un facteur à long terme qui régit le niveau de la courbe de rendement[[10]](#footnote-10).

$β\_{1} $ est un facteur à court terme qui représente la pente de la courbe de rendement[[11]](#footnote-11).

$β\_{2} $ est un facteur à moyen terme lié à la courbure des rendements qui est définit comme le double du rendement à 2 ans moins la somme des rendements à 10 ans et à 3 ans[[12]](#footnote-12)

$λ $ est un paramètre de décroissance exponentielle. De petites valeurs de $λ  $entrainent une décroissance lente et s’adaptent mieux à la courbe pour les échéances longues alors que de grandes valeurs de $λ $ conduisent à une décroissance rapide et s’adaptent mieux à la courbe pour les échéances courtes[[13]](#footnote-13). Ce paramètre indique également où $\frac{m}{λ} e^{\frac{-m}{λ}}$ atteint son maximum.

1. **Méthodologie**

Cette étude vise à comprendre la dynamique des taux à Madagascar et à tester l’adéquation du modèle de Nelson-Siegel sur les données malgaches. Il s’agit d’une étude quantitative sur les taux moyens de rendement des BTA.

Les données utilisées sont des données mensuelles[[14]](#footnote-14) à 1, 3, 6, 9 et 13 mois de maturité sur la période de janvier 2018 à novembre 2022. En effet, Les données mensuelles permettent d’obtenir une vision plus fine de l’évolution de la courbe des taux et de capturer des variations plus fréquentes.

Les paramètres du modèle seront estimés dans le logiciel R. Le modèle de régression non linéaire est la méthode utilisée pour estimer les coefficients $β\_{0}$, $β\_{1}$, $β\_{2}$ et $λ$. Ce modèle est adapté à la forme non linéaire du modèle de Nelson-Siegel.

1. **Résultats**

Les paramètres estimés du modèle de Nelson-Siegel sont présentés par le tableau 1.

Tableau 1 : Paramètres estimés du modèle de Nelson-Siegel



Tableau 1 (suite) : Estimation des paramètres de Nelson-Siegel



Source : calculs de l’auteur sur R

La figure 1 illustre les comportements des coefficients estimés du modèle de Nelson-Siegel pour Madagascar.

**Figure 1 : Illustration graphique des coefficients estimés**



Source : calculs de l’auteur sur R

$β\_{0}$ , qui représente le niveau de la courbe des rendements, montre une stabilité dans un intervalle positif avec des valeurs élevées entre 5 et 15. Cette stabilité du coefficient $β\_{0}$ signifie un environnement macroéconomique stable sur le marché. Les valeurs positives élevées impliquent des anticipations de rendements à long terme élevés. D’une part, ce phénomène peut correspondre à une croissance soutenue dans l’économie où les taux longs expriment des primes de risques élevées pour les investisseurs. D’autre part, il peut correspondre à une anticipation d’inflation stable ou légèrement élevée, intégrée dans les taux.

Le coefficient $β\_{1}$, qui représente la pente de la courbe des rendements, possèdent des valeurs négatives entre – 15 et – 5. En général, cette caractéristique est associée à une inversion de la courbe des rendements. En effet, les valeurs négatives indiquent que les taux courts sont supérieurs aux taux longs. Ce contexte peut notifier, premièrement, une anticipation de récession économique[[15]](#footnote-15) et, deuxièmement, une demande croissante pour les obligations à long terme[[16]](#footnote-16). Etant donné que $β\_{1}$ suive une évolution relativement stable, cette anticipation négative garde sa constance dans les perceptions de marché.

Le coefficient $β\_{2}$ varie autour de 0. Ses variations montrent d’importantes fluctuations traduisant une instabilité ou une sensibilité des rendements sur les maturités intermédiaires. La tendance suivie par $β\_{2}$ indique que la courbe des rendements subit des changements au cours du temps.

Lorsque $β\_{2}$ montre des valeurs positives ($β\_{2} ˃ 0$), la courbe des taux possède une courbure en forme de bosse. Les taux à moyen terme sont supérieurs aux taux courts et aux taux longs. Dans ce cadre, des primes de risques accrues seront observées à moyen terme. Sur la figure 1, $β\_{2}$ atteint un pic au niveau de la maturité intermédiaire à 6 mois. Cela signifie une anticipation de conditions économiques moins favorables à moyen terme.

Dans le cas où $β\_{2}$ présente des valeurs négatives ($β\_{2} ˂ 0$), la courbe des rendements montre une courbure concave. Les taux à moyen terme sont inférieurs aux taux courts et aux taux longs. Cela signifie une anticipation de stabilité économique ou de faible fluctuation au niveau des maturités à moyen terme. Une anticipation d’inflation ou de risques économiques faible à moyen terme de la part des investisseurs entraine une diminution de la prime de risque demandée à ce stade.

Lorsque $β\_{2}$ tourne au voisinage de 0, il apparait une courbure faible sur la courbe des rendements qui reste plate à moyen terme. Cette caractéristique reflète des anticipations de rendements homogènes sur les différentes maturités.

Les variations observées de $β\_{2}$ sur la figure 1 se traduit par un ajustement régulier des attentes du marché sur les primes de risques et les rendements à moyen terme. Ces variations résultent des chocs économiques ou monétaires observés particulièrement à moyen terme.

$β\_{2}$ montre plus de volatilité par rapport au niveau $β\_{0}$ et à la pente $β\_{1}$. Cette volatilité est causée par une plus grande sensibilité aux chocs économiques sur les maturités à moyen terme.

Le coefficient λ indique la vitesse de décroissance de la courbure avec l’augmentation des maturités. Son action porte sur la pente et la courbure de la courbe des taux en déterminant la manière dont la courbe des rendements se redresse ou s’aplatit. Sur la figue 1, le coefficient λ maintient une constance tout au long des maturités. Cela signifie une stabilité dans la manière dont la courbe des rendements s’ajuste entre le court et le long terme. Cette constance dans les valeurs de λ reflète, d’une part, une confiance accordée dans la politique monétaire actuelle, sans attentes de changements brusques et d’autre part, une faible volatilité à long terme sur le marché.

Dans le tableau 2 figurent les taux estimés du modèle de Nelson-Siegel.

**Tableau 2 : Taux estimés à partir du modèle de Nelson-Siegel**



**Tableau 2 (suite) : Taux estimés à partir du modèle de Nelson-Siegel**



Source : calculs de l’auteur sur R

La figure 2 indique l’évolution de la courbe des taux estimés par rapport aux taux observés.

**Figure 2 : Courbes des taux pour Madagascar**



Source : calculs de l’auteur sur R

La figure 1 indique l’allure de la courbe des taux observés et de la courbe des taux estimés à partir du modèle de Nelson-Siegel. Ces courbes reflètent les attentes du marché en matière de rendement et de politique monétaire. Les taux estimés sont étroitement proches des taux observés. Cela signifie que le modèle de Nelson-Siegel constitue un outil efficace pour appréhender les dynamiques sous-jacentes de la courbe des taux dans le marché malgache à très courtes maturités. Cette caractéristique du modèle constitue un atout potentiel dans le problème de valorisation des actifs, la gestion des risques de taux ainsi que la prévision économique.

1. **Discussion**

Une observation intéressante sur les résultats est la présence des $β\_{1}$ négatifs alors que la courbe des taux montre une pente croissante. Cet aspect souligne des points d’analyse théorique et pratique liés au fonctionnement du modèle de Nelson-Siegel.

Dans la théorie, les pentes négatives dans le modèle de Nelson-Siegel suggèrent une inversion de la courbe des taux. Cependant, la courbe des taux observée pour Madagascar, ajustée par le modèle affiche une tendance croissante suivant les maturités. Ce phénomène peut s’expliquer par plusieurs facteurs. Premièrement, le niveau moyen des taux $β\_{0}$ joue un rôle important dans la détermination de la forme générale de la courbe des rendements. Les valeurs des coefficients $β\_{0}$ sont suffisamment élevées pour atténuer les effets des coefficients $β\_{1}$ négatifs sur la courbe des taux. En effet, les $β\_{0}$ déterminent le point de départ des taux, affectant ainsi leur niveau général. Deuxièmement, des coefficients de la courbure $β\_{2}$ positifs peuvent compenser les effets de la pente négative.

Dans le sens économique, ces résultats fournissent une vue d’ensemble sur l’économie de Madagascar. Généralement, une courbe des rendements croissante exprime des attentes favorables en matières de croissance économique et d’investissement financier. Dans ce contexte, les taux longs sont supérieurs aux taux courts et aux taux intermédiaires tels qu’ils sont demandés par les investisseurs à cause des incertitudes et des risques rencontrés dans le long terme. Cependant, la pente négative engendrée par les $β\_{1}$ suppose l’existence d’une dynamique sous-jacente différente, suite à la mise en place d’une politique monétaire accommodante ou à des attentes de baisses des taux courts. Cette situation peut aussi s’expliquer par la gestion des taux à court terme par les autorités monétaires. En effet, une politique visant des taux bas à court terme, tout en maintenant les taux longs plus élevés en guise de compensation des risques économiques potentiels, peut entrainer une inversion au niveau de la pente de la courbe des rendements.

Malgré cet effet contradictoire entre la pente négative et la courbe croissante, le modèle de Nelson-Siegel affiche un excellent ajustement des taux observés et estimés, comme l’indique la superposition presque parfaite des courbes (figure 2). Cette caractéristique souligne que le modèle est pertinent dans la capture de la forme générale de la courbe des taux à Madagascar.

1. **Conclusion**

Le modèle de Nelson-Siegel affiche une capture pertinente de la structure par terme des taux d’intérêt à Madagascar. Dans ce cadre, l’étude a soulevé une contradiction intéressante : la courbe des taux suit une évolution croissante malgré les coefficients négatifs de la pente. Cette situation met en avant l’interaction complexe entre les coefficients du modèle, en particulier le rôle prédominant du niveau $β\_{0}$ et de la courbure $β\_{2}$ influençant de manière considérable la forme générale de la courbe.

Ces résultats montrent la flexibilité du modèle de Nelson-Siegel dans l’ajustement des données des taux locaux, mais aussi les spécificités du marché financier malgache où les taux se comportent de manière différente en comparaison aux structures conventionnelles observées sur d’autres marchés. La courbe des taux malgache est croissante et indique des attentes de stabilité économique et de primes de risques croissantes sur le long terme.

Ce travail met en lumière la pertinence du modèle de Nelson-Siegel dans le contexte malgache tout en ouvrant des perspectives pour des études futures. Une analyse plus approfondie, utilisant des extensions du modèle comme celle de Svensson (1994), peut enrichir la compréhension des spécificités du marché malgache et apporter des précisions dans la prédiction.

1. **Références bibliographiques**

Annaert, J., Claes, A. G. P., De Ceuster, M. J. K., & Zhang, H. (2012). Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model : A Ridge Regression Approach. SSRN Electronic Journal.

Broze, L., Scaillet, O., & Zakoïan, J.-M. (1996). Estimation de modèles de la structure par terme des taux d’intérêt. Revue économique, 47(3), 511‑519.

Diebold, F. X., & Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. Journal of Econometrics, 130(2), 337‑364.

Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. The Journal of Business, 60(4), 473‑489.

Saminirina A., Veronicz R. (2018) Rapport sur la stabilité financière, Banky Foiben’i Madagasikara, n° 6, 75.

Svensson, Lars E.O. (September 1994) Estimating and Interpreting Forward Interest Rates : Sweden 1992-1994. IMF Working Paper No. 94/114.

Zoricic, Davor, and Silvije Orsag. (2013). Parametric yield curve modelling in an illiquid and undeveloped financial market. UTMS Journal of Economics 4 (3) : 243–252.

1. Saminirina A., Veronicz R., Rapport sur la stabilité financière, n° 6, 2018, pp. 50. [↑](#footnote-ref-1)
2. L’étude portera sur les BTA [↑](#footnote-ref-2)
3. Broze Laurence, Scaillet Olivier, Zakoïan Jean-Michel, Jessua Claude. Estimation de modèles de la structure par terme des taux d’intérêt. In : Revue économique, volume 47, n°3, 1996. pp. 512. [↑](#footnote-ref-3)
4. Annaert, Jan, Anouk G. P. Claes, Marc J. K. De Ceuster, et Hairui Zhang. « Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: A Ridge Regression Approach ». SSRN Electronic Journal, 2012. P. 1 [↑](#footnote-ref-4)
5. Charles R. Nelson and Andrew F. Siegel, Parsimonious Modeling of Yield Curves, TheJournal of Business, Vol. 60, No. 4, Oct., 1987, pp. 473. [↑](#footnote-ref-5)
6. Charles R. Nelson and Andrew F. Siegel, Parsimonious Modeling of Yield Curves, TheJournal of Business, Vol. 60, No. 4, Oct., 1987, pp. 474. [↑](#footnote-ref-6)
7. Svensson O., ESTIMATING AND INTERPRETING FORWARD INTEREST RATES : SWEDEN 1992-1994, Working Paper No. 4871, NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH 1050 Massachusetts Avenue Cambridge, MA 02138, 1994, p. 6 [↑](#footnote-ref-7)
8. Charles R. Nelson and Andrew F. Siegel, Parsimonious Modeling of Yield Curves, TheJournal of Business, Vol. 60, No. 4, Oct., 1987, pp. 475. [↑](#footnote-ref-8)
9. Zdravkovic, Aleksandar. "Forecasting the term structure if interest rates in government bonds." *Magistarski rad, Ekonomski fakultet Beograd* (2010), p. 28. [↑](#footnote-ref-9)
10. Diebold, Francis X., et Canlin Li. « Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields ». *Journal of Econometrics* 130, no 2 (février 2006), p. 341. [↑](#footnote-ref-10)
11. Diebold, Francis X., et Canlin Li. « Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields ». *Journal of Econometrics* 130, no 2 (février 2006), p. 341. [↑](#footnote-ref-11)
12. Diebold, Francis X., et Canlin Li. « Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields ». *Journal of Econometrics* 130, no 2 (février 2006), p. 342. [↑](#footnote-ref-12)
13. Diebold, Francis X., et Canlin Li. « Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields ». *Journal of Econometrics* 130, no 2 (février 2006), p. 341. [↑](#footnote-ref-13)
14. Données prélevées sur le site de la Banky Foiben’i Madagasikara [↑](#footnote-ref-14)
15. Une inversion des courbes de rendements est considérée comme un indicateur de récession : une baisse des taux directeurs de la banque centrale est anticipée par les investisseurs [↑](#footnote-ref-15)
16. Une augmentation de la demande des obligations à long terme entraine les taux longs à la baisse, cela inverse la courbe. [↑](#footnote-ref-16)