Costs of Covid-19, Tropicalization of the epidemiological model and Health-economic trade-off in Africa

KOUAKOU, Thiédjé Gaudens-Omer

Université Alassane Ouattara, Institut Universitaire d'Abidjan

27 January 2025

Coûts de la Covid-19, Tropicalisation de modèle épidémiologique et Arbitrage santé-économie en Afrique

KOUAKOU Thiédjé Gaudens-Omer

Enseignant-chercheur, UFR Sciences Economiques et Développement, Université Alassane Ouattara Bouaké

Correspondance: Kouakou Omer s/c Institut Universitaire d'Abidjan 01 BP 12159 Abidjan 01 (Côte d'Ivoire). Tel: 00 (225) 41 87 20 55.
Email: omerkouakou77@yahoo.fr.

Résumé : Nous modélisons le comportement optimal du décideur public d'un pays africain en proie à la covid-19, ayant une faible marge de manœuvre budgétaire et confronté à un dilemme santé-économie. Le modèle montre qu'une part substantielle des coûts économiques de la covid-19 est due à un déficit de tropicalisation du modèle épidémiologique. Une analyse en statique comparative de l'équilibre optimal montre que le décideur public peut réduire les coûts économiques de la covid-19 de deux manières: soit il assouplit les mesures barrières au prix d'une hausse des coûts humains (arbitrage santé-économie); soit il tropicalise au mieux le modèle épidémiologique, cela sans accroître les coûts sanitaires (pas d'arbitrage santé-économie). Cette dernière stratégie est une alternative qui peut permettre aux pays africains de faire face économiquement à une crise pandémique, sans sacrifier la santé tout en minimisant le recours systématique à la dette et à l'aide.

Mots-clés : arbitrage santé-économie, covid-19, modèle épidémiologique, Afrique.

Classification JEL : D01, D81, H51, I18, O55.

Summary: We model the optimal behavior of a public decision-maker in an African country plagued by covid-19, having little fiscal space and facing a health-economy dilemma. The model shows that a substantial part of the economic costs of covid-19 is due to a lack of tropicalization of the epidemiological model. A comparative static analysis of the optimal equilibrium shows that the public decision-maker can reduce the economic costs of covid-19 in two ways: either he relaxes the barrier measures at the cost of an increase in human costs (health-economy trade-off); or it tropicalizes the epidemiological model at best, without increasing health costs (no health-economy trade-off). The latter strategy is an alternative that can enable African countries to cope economically with a pandemic crisis, without sacrificing health while minimizing the systematic recourse to debt and aid.

Keywords : health-economy trade-off, covid-19, epidemiologic model, Africa.

JEL classification : D01, D81, H51, I18, O55.

1. Introduction

Les mesures (confinement, distanciation sociale) adoptées par les Etats africains pour faire face à la pandémie de la covid-19 ont eu pour effet d'étouffer les économies, où 71 % de la population active est employée dans le secteur informel, dans l'incapacité de faire du télétravail (CEA, 2020). En vue de minimiser les coûts sanitaires tout en protégeant les économies africaines déjà peu solides, la Commission économique des Nations unies pour l'Afrique (CEA) propose de tirer parti de l'économie numérique, de maintenir la fluidité des échanges sur les fournitures médicales essentielles et les aliments de base. Elle recommande, en outre, une relance budgétaire d'au moins 100 milliards de dollars pour fournir des services de santé de première ligne, soutenir les pauvres et les plus vulnérables, protéger les emplois et, le cas échéant, soutenir l'activité économique. Mais ces mesures visant à réduire à la fois les coûts économiques et les coûts sanitaires de la pandémie se heurtent à une limite: les pays africains ne disposent généralement pas d'une marge de manœuvre budgétaire suffisante pour réagir, même à hauteur de 100 milliards de dollars, vus la faiblesse de leur ratio recette fiscales/PIB, les niveaux élevés des ratios dette/PIB, des déficits budgétaires et du coût des emprunts.

Une voie explorée par la CEA, la Banque Mondiale et le FMI pour minimiser les coûts sanitaires tout en protégeant les économies d'Afrique, consiste en une aide internationale d'un niveau sans précédent, via des mécanismes de financement innovants, notamment un moratoire sur la dette, un meilleur accès aux dispositifs de financement d'urgence et l'ouverture de lignes de crédit pour le secteur privé en Afrique. Mais l'aide internationale, même utilisée de façon appropriée via une bonne gouvernance, peut induire des comportements de déresponsabilisation de la part des sociétés africaines. Sans recourir à l'endettement et à l'aide internationale, les Etats africains ne peuvent réduire les coûts économiques de la pandémie qu'en relâchant les mesures barrières, avec comme résultat une hausse des coûts sanitaires. C'est le difficile équilibre entre la logique de minimisation des coûts économiques et celle de minimisation des coûts humains. La détermination de la politique publique pertinente se heurte ainsi au délicat dilemme entre objectif de santé et objectif économique. Cet arbitrage santé-économie a été mis en évidence dans des études sur la Covid-19 (Lin et Meissner, 2020 ; Gollier, 2020).

Nous proposons dans cet article, une autre stratégie permettant de minimiser, à moyen et long terme, les coûts sanitaires tout en protégeant les économies africaines. Cette voie propose de minimiser les coûts économiques de la covid-19 en tenant compte du degré de tropicalisation des modèles épidémiologiques utilisés pour prévoir les effets de la crise sanitaire en Afrique. Une meilleure tropicalisation des modèles épidémiologiques, condition d'une bonne anticipation des effets sanitaires de la pandémie, aurait pu permettre de minimiser les coûts économiques de la pandémie. En effet, l'arrivée tardive de la covid-19 dans les pays africains, après avoir fait des centaines de milliers de morts dans les pays développés, a conduit à appliquer aux pays africains les modèles épidémiologiques de l'Occident, dans un contexte d'incertitude. D'où les prévisions alarmistes basées sur le modèle provisoire[1] de l'OMS, qui tablaient mi-avril 2020, sur un nombre de cas de coronavirus en Afrique passant de quelques milliers à dix millions vers octobre 2020 (OMS Afrique, 2020). Dans le même temps, la CEA prévoyait entre 300 000 et 3 300 000 décès du Covid-19 en Afrique, selon les mesures prises pour stopper la propagation du virus (CEA, 2020).

[1] Ces prévisions alarmistes se basent sur les faits suivants: en Afrique, 56% de la population urbaine est concentrée dans des bidonvilles surpeuplés et mal équipés, et seuls 34 % des ménages ont accès à de simples moyens de se laver les mains. L'Afrique manque de lits d'hôpital et de professionnels de santé, et est fortement dépendante des importations, pour ses médicaments et produits pharmaceutiques.

Les mesures adoptées par les Etats africains sur la base de ces prévisions alarmistes, ont généré d'énormes coûts économiques mais les ravages sanitaires attendus ne se sont pas produits[2]. La nécessité de modèles épidémiologiques spécifiques à l'Afrique est corroborée par Woolhouse (2020)[3], professeur d'épidémiologie, qui met en avant des facteurs sociaux et environnementaux propres à ce continent. Selon lui, l'Afrique a sa propre épidémie, bien que le virus y soit semblable, du point de vue du code génétique, à celui qui circule en Europe. Malgré le caractère parcellaire des données cliniques et sociologiques, les chercheurs avancent une combinaison de conjectures pour expliquer pourquoi l'Afrique échappe en grande partie à la pandémie: une possible protection climatique, une protection génétique contre ce type de virus du fait de la présence du paludisme, la jeunesse des populations. Pour Moeti (2020), directrice Afrique de l'OMS, d'autres facteurs auraient permis d'atténuer la capacité de diffusion du virus dans les pays africains: la mobilité internationale, la capacité à se déplacer à l'intérieur des pays, les réseaux routiers, le nombre de voiture par habitant, etc.

Nous développons un modèle théorique simple qui formalise le comportement optimal du décideur public d'un pays en développement (PED) en attente d'une crise pandémique qui a déjà démarré dans les pays développés (PD). Ce décideur choisit une politique publique de lutte contre la covid-19 tout en adaptant plus ou moins le modèle épidémiologique importé aux réalités locales. Ce modèle montre les résultats suivants: une plus grande tropicalisation du modèle épidémiologique importé permet de réduire les coûts économiques de la Covid-19 ; à l'équilibre du décideur, celui-ci choisit un niveau optimal de tropicalisation qui minimise les coûts économiques de la pandémie sans en accroître les coûts sanitaires. Il devient donc possible de minimiser à la fois les coûts économiques et les coûts sanitaires sans recourir systématiquement à la dette et l'aide.

Un éclairage s'impose sur la question du degré de tropicalisation du modèle épidémiologique. *A priori*, on s'attend à ce que ce niveau de tropicalisation ne soit pas, à proprement parler, un choix économique dans les mains d'un décideur. Le degré de tropicalisation est fonction des données sanitaires, et s'impose normalement au décideur; c'est sur la base de ce degré, qu'il pourra ensuite opérer des arbitrages. En réalité, cela est le cas lorsque les dépenses affectées à la recherche épidémiologique proviennent essentiellement du secteur privé, comme cela est le cas dans les PD. Mais, dans les PED, les dépenses affectées à la recherche épidémiologique sont surtout le fait des pouvoirs publics. Ces dépenses publiques sont généralement faibles, de sorte qu'en les accroissant substantiellement, l'Etat peut affecter significativement la recherche épidémiologique. On peut donc considérer l'effort de tropicalisation comme une variable de décision des pouvoirs publics dans les PED.

Par ailleurs, le décideur public fait face à un coût de tropicalisation. S'il s'agissait seulement de coûts d'adaptation des outils statistiques à la réalité du pays, ce coût de tropicalisation serait faible. Mais il s'agit surtout de dépenses publiques qui devraient être affectées à la recherche épidémiologique à travers la mise en place de systèmes nationaux de surveillance épidémiologique, d'alerte et de réponse. Ces dépenses, de l'ordre de 50 millions de dollars US, ne sont pas négligeables (BAD, 2016), et jouent un rôle décisif dans notre modèle.

---

[2] La non-réalisation des prévisions alarmistes tient davantage à des erreurs de prévision qu'à l'efficacité des mesures sanitaires prises par les gouvernements.

[3] Il est à la tête d'un programme de collecte de données sur la covid-19 dans neuf pays africains. Ses propos sont recueillis à partir du site de l'OMS : https://www.afro.who.int/fr/news/les-facteurs-sociaux-et-environnementaux-consideres-lorigine-des-faibles-taux-de-covid-19-en

Au final, l'analyse que nous menons montre que l'adaptation au contexte local du modèle épidémiologique permet des arbitrages plus efficaces entre l'économie et la santé. La suite de l'article est organisée comme suit : la section 2 formalise la relation entre les coûts économiques de la covid-19 et le degré de tropicalisation du modèle épidémiologique importé. Ensuite, en section 3, nous modélisons le comportement et le choix optimal du décideur public en termes d'effort de tropicalisation du modèle importé et de fermeté dans les mesures barrières. La section 4, fondée sur une analyse en statique comparative, met en évidence la nature du lien (arbitrage ou complémentarité) entre la santé et l'économie, à l'équilibre optimal du décideur public. La section 5 conclut l'article.

2. Coûts économiques de la covid-19 et tropicalisation du modèle épidémiologique importé

2.1. Modèle épidémiologique importé

Considérons un décideur public d'un PED vivant une seule période. Au début de la période, ce décideur a déjà pris connaissance de la transmission du virus dans les PD. Il choisit une politique publique de lutte contre la covid-19 en fonction du nombre de morts qu'il anticipe sur la base d'un modèle épidémiologique importé des PD. Ce modèle épidémiologique est initialement développé dans le PD pour capter la dynamique de transmission du virus. Les modèles épidémiologiques de type stochastique ou déterministe contiennent, en général, des paramètres locaux spécifiques à l'écosystème considéré (Ferguson et al., 2020; di Domenico et al., 2020 ; Massonnaud et al., 2020; Djogbenou et alii., 2020; Gourieroux et Jasiak, 2020). En simplifiant à l'extrême, sans perte de généralité, ces modèles épidémiologiques relient le nombre anticipé de décès $E(m_{PD})$ au vecteur[4] de variables V et à des paramètres $\omega_{R_{USI}}, \omega_{D_{USI}}, \omega_{D_{Décès}}, \beta_L$ selon l'expression:

$$E(m_{PD}) = m\left(V, \omega_{R_{USI}}, \omega_{D_{USI}}, \omega_{D_{Décès}}, \beta_L\right) \quad (1)$$

Les coefficients$\omega_{R_{USI}}, \omega_{D_{USI}}, \omega_{D_{Décès}}$ sont respectivement le coefficient multiplicatif du risque d'admission en soins intensifs, le coefficient multiplicatif de la durée de séjour en soins intensifs et le coefficient multiplicatif de la durée de séjour avant décès; β_L est le paramètre territorial traduisant la probabilité d'infection au contact pour chaque territoire. Ces coefficients, tous positifs, sont spécifiques à l'écosystème étudié. On résume ces paramètres dans un indicateur synthétique de spécificité de l'écosystème, noté a_{PD}, et défini comme une fonction croissante de chacun des paramètres positifs:

$$a_{PD} = g\left(\omega_{R_{USI}}, \omega_{D_{USI}}, \omega_{D_{Décès}}, \beta_L\right) \text{ avec } \frac{\partial g}{\partial \omega_{R_{USI}}} > 0 \quad \frac{\partial g}{\partial \omega_{D_{USI}}} > 0 \quad \frac{\partial g}{\partial \omega_{D_{Décès}}} > 0 \quad \frac{\partial g}{\partial \beta_L} > 0 \quad (2)$$

On peut réécrire l'équation (1) comme suit :

$$E(m_{PD}) = m\left(V, g^{-1}(a_{PD})\right) = M(a_{PD}) \quad (3)$$

[4] Ce vecteur comporte les variables suivantes : le risque d'admission en soins intensifs ; la durée de séjour en soins intensifs ; la durée de séjour avant décès ; le territoire identifié.

Le décideur public choisit d'adapter plus ou moins le modèle épidémiologique importé aux réalités locales. Le nombre de décès qu'il anticipe dans le PED dépend du nombre de morts anticipé[5] dans le PD et d'une adaptation de la variable a aux réalités locales, soit formellement :

$$E(m_{PED}) = h(a, E(m_{PD})\,) = h(a, M(\,a_{PD})\,) \quad (4)$$

La variable de spécificité de l'écosystème a traduit ici l'effort de tropicalisation du modèle épidémiologique importé. Lorsque $a = a_{PED}$, le décideur public tropicalise parfaitement le modèle épidémiologique importé des PD ; lorsque $a = a_{PD}$, le décideur public ne tropicalise pas du tout le modèle épidémiologique importé des PD. Ce dernier cas traduit un pur effet de mimétisme. L'indicateur a peut également prendre une valeur intermédiaire entre a_{PED} et a_{PD}.

Le recours à des faits stylisés permet de caractériser la fonction $h(.,.)$. En effet, selon l'OMS (2020), les paramètres $\omega_{R_{USI}}, \omega_{D_{USI}}, \omega_{D_{\text{Décès}}}\,, \beta_L$ tendent à être plus élevés dans les pays développés par rapport aux pays africains, ce qui implique que $a_{PED} < a_{PD}$. Une plus grande tropicalisation est donc associée à une plus faible valeur de a. En outre, les faits montrent qu'un plus grand effort de tropicalisation devrait conduire à une baisse de $E(m_{PED})$, donc $h(a_{PED}, E(m_{PD})\,) < h(a_{PD}, E(m_{PD})\,)$. En un mot, $a_{PED} < a_{PD} \Rightarrow h(a_{PED}, E(m_{PD})\,) < h(a_{PD}, E(m_{PD})\,)$. D'où le lemme suivant :

Lemme 1: Le nombre de décès qu'anticipe le décideur public du PED croît avec l'indicateur a. Dit autrement, le nombre de décès anticipé par le décideur dans le PED baisse avec l'effort de tropicalisation du modèle épidémiologique, soit formellement:

$$\frac{\partial h(a, E(m_{PD})\,)}{\partial a} = h'_a(.,.) > 0 \qquad (5)$$

2.2. Formalisation des coûts économiques de la covid-19

La politique publique que choisit le décideur public pour faire face à la crise pandémique génère des coûts économiques. Ces coûts sont d'autant élevés que le décideur anticipe un nombre plus élevé de décès et sont notés $c\big(h(a, E(m_{PD})\,)\big)$ avec $c'_h > 0$. Le nombre de décès anticipé par le décideur public s'il faisait face au vrai modèle épidémiologique propre au PED est noté m_{PED}^{vrai}. Dans ce cas, la politique publique choisie par le décideur public aurait généré des coûts économiques $c\big(m_{PED}^{vrai}\big)$.

La différence entre les coûts économiques effectifs et les coûts économiques en cas de tropicalisation traduit les coûts économiques liés exclusivement à un déficit de tropicalisation du modèle épidémiologique importé. En la notant CR, on a :

$$CR = c\big(h(a, E(m_{PD})\,)\big) - c\big(m_{PED}^{vrai}\big) \quad (6)$$

En étudiant comment CR varie en fonction de l'effort de tropicalisation a, nous montrons d'une part, l'existence de ces coûts économiques liés exclusivement à un déficit de tropicalisation, et

[5] En fait, on suppose ici implicitement qu'il y a une anticipation parfaite dans le PD de sorte que le nombre anticipé est égal au nombre effectif de décès. On maintient cette hypothèse forte pour des raisons de commodité calculatoire et aussi parce que cela n'affecte pas nos résultats fondamentaux.

d'autre part, en quoi une plus grande tropicalisation du modèle épidémiologique permet de réduire les coûts économiques de la Covid-19.

$$c'(.) > 0 \text{ et } h'_a(.) > 0 \Rightarrow \frac{\partial CR}{\partial a} = \frac{\partial c\big(h(a, E(m_{PD}))\big)}{\partial a} = c'(.)h'_a(.,.) > 0 \quad (7)$$

Plus a augmente, c'est-à-dire moins le décideur public tropicalise le modèle épidémiologique, plus s'accroissent les coûts économiques de la covid-19.

Plus spécifiquement, nous déterminons les coûts économiques selon les trois cas d'effort de tropicalisation suivants: cas de tropicalisation parfaite ($a = a_{PED}$), cas de tropicalisation partielle ($a_{PED} < a < a_{PD}$) et cas d'absence de tropicalisation ($a = a_{PD}$). Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant (les calculs et preuves sont renvoyés en annexe 1) :

Niveau de tropicalisation du modèle épidémiologique importé	Coûts économiques liés au risque de modèle
Tropicalisation parfaite ($a = a_{PED}$)	$CR_1 = 0$
Tropicalisation partielle ($a_{PED} < a < a_{PD}$)	$CR_2 > 0$
Absence de tropicalisation	$CR_3 > 0$ avec $CR_3 > CR_2$

Les résultats du modèle sont résumés dans la proposition suivante:

Proposition 1 : Le modèle théorique met en évidence l'existence, dans les PED, de coûts économiques liés exclusivement à un déficit de tropicalisation du modèle épidémiologique. Réduire ces coûts économiques passe par une tropicalisation de plus en plus parfaite du modèle épidémiologique importé.

Il reste maintenant à analyser sous quelles conditions la réduction des coûts économiques liés au déficit de tropicalisation peut se faire sans accroître les coûts sanitaires de la covid-19. Cela exige d'étudier le comportement optimal du décideur public en matière d'arbitrage entre les coûts économiques et les coûts humains.

3. Choix optimal du décideur public et arbitrage santé-économie

3.1. Hypothèses de comportement

Le décideur public a une fonction d'utilité caractérisée par un arbitrage entre coûts économiques et coûts humains. On note $u(.)$ l'utilité de décideur quand il fait face à des coûts économiques et $v(.)$ son utilité quand il fait face à des coûts humains. On considère que $'(.) < 0$, $u''(.) < 0$, $v'(.) < 0, v''(.) > 0$. Soit $p(a)$ le coût généré par l'effort a de tropicalisation des modèles épidémiologiques avec $p'(a) < 0$, $p''(a) < 0$. En notant δ le poids accordé par le décideur public aux coûts économiques, $(1 - \delta)$ le poids accordé aux coûts humains, sa fonction d'utilité s'écrit :

$$U\big(c(.), m_{PED}^{vrai}\big) = \delta u\Big(c\big(h(a, E(m_{PD}))\big)\Big) + (1 - \delta)v\big(m_{PED}^{vrai}\big) - p(a) \quad (8)$$

Le décideur public peut réduire les coûts économiques en relâchant les mesures barrières. Notons $\underline{c}$ le minimum des coûts économiques qu'il peut atteindre dans ce cas, et supposons que $\underline{c} > c(m_{PED}^{vrai})$ pour garantir la positivité des coûts économiques liés au déficit de tropicalisation.

L'écart $c(h(a, E(m_{PD})\,)) - \underline{c}$ traduit la baisse de coûts économiques due à un relâchement maximal du décideur par rapport aux mesures barrières. En notant θ, le paramètre de fermeté du décideur public quant à l'application des mesures barrières, l'expression $\theta(c(h(a, E(m_{PD})\,)) - \underline{c})$ reflète la baisse de coût du fait de l'assouplissement des mesures barrières selon que le décideur est plus ou moins ferme. Dès lors, on peut décomposer les coûts économiques comme la somme du coût économique minimal $\underline{c}$ et les coûts économiques liés au relâchement du décideur: $\underline{c} + \theta(c(h(a, E(m_{PD})\,)) - \underline{c})$ $o\grave{u}\ \theta \in [0,1]$.

- Si $\theta = 1$, le décideur, absolument ferme, ne se relâche pas de sorte que les coûts économiques sont maintenus à $c(h(a, E(m_{PD})\,))$.
- Si $\theta = 0$, le décideur, pas ferme du tout, se relâche au point que les coûts économiques baissent à $\underline{c}$.
- Lorsque $\theta \in]0,1[$, le décideur, plus ou moins ferme, se relâche partiellement. Les coûts économiques sont compris dans l'intervalle ouvert$\left]\underline{c}\,, c(h(a, E(m_{PD})\,))\right[$.

Lorsque le décideur anticipe le nombre de décès $h(a, E(m_{PD})\,)$ et choisit en conséquence des mesures barrières, le nombre anticipé de décès n'est plus $h(a, E(m_{PD})\,)$, mais plutôt $kh(a, E(m_{PD})\,)$, avec $k \in [0,1]$, un paramètre qui traduit l'efficacité des mesures de lutte contre la covid-19. Si $k = 1$, ces mesures ne sont pas du tout efficaces et si $k = 0$, ces mesures sont parfaitement efficaces. Le paramètre de fermeté θ peut affecter le nombre anticipé de décès qui devient alors $(1 - \theta\varepsilon)kh(a, E(m_{PD})\,)$ avec ε un réel positif petit.

En outre, notons K le nombre de décès qu'il y aurait avec la progression naturelle du virus en l'absence de mesure barrières. Dans ce cas, le nombre anticipé de décès avec le vrai modèle épidémiologique m_{PED}^{vrai} est la différence entre ce nombre de décès en l'absence de mesure barrières et le nombre anticipé de décès avec un risque de modèle. Formellement, on obtient la relation ci-dessous que nous nommons contrainte d'efficacité des mesures barrières :

$$m_{PED}^{vrai} = K - (1 - \theta\varepsilon)kh(a, E(m_{PD})\,) \quad (9)$$

3.2. Programme d'optimisation et équilibre du décideur public

Avec la possibilité de relâchement du décideur, les coûts économiques s'écrivent $\theta(c(h(a, E(m_{PD})\,)) - \underline{c}) + \underline{c}$; de sorte que $CR = \theta(c(h(a, E(m_{PD})\,)) - \underline{c}) + \underline{c} - c(m_{PED}^{vrai})$. Par conséquent :

$$c(h(a, E(m_{PD})\,)) = \frac{CR - \underline{c} + c(m_{PED}^{vrai})}{\theta} + \underline{c} \quad (10)$$

La fonction d'utilité du décideur public définie en (8), devient alors :

$$U = \delta u\left(\frac{CR - \underline{c} + c\left(m_{PED}^{vrai}\right)}{\theta} + \underline{c}\right) + (1-\delta)v\left(K - (1-\theta\varepsilon)kh(a, E(m_{PD}))\right) - p(a) \quad (11)$$

Le comportement du décideur public consiste à choisir l'effort de tropicalisation a et le paramètre de fermeté θ qui maximise son utilité espérée $U(a, \theta)$ sous la contrainte d'efficacité des mesures barrières. Ce programme d'optimisation s'écrit :

$$\begin{cases} Max\ \ U(\theta, a) = \delta u\left(\frac{CR(\theta, a) - \underline{c} + c\left(m_{PED}^{vrai}\right)}{\theta} + \underline{c}\right) + (1-\delta)v\left(m_{PED}^{vrai}\right) - p(a) \\ s.c\ \ m_{PED}^{vrai} + (1-\theta\varepsilon)kh(a, E(m_{PD})) = K \end{cases}$$

En introduisant la contrainte d'efficacité des mesures barrière dans la fonction-objectif, on obtient :

$$Max\ \ U(a, \theta) = \delta u\left(\frac{CR(\theta, a) - \underline{c} + c\left(m_{PED}^{vrai}\right)}{\theta} + \underline{c}\right) + (1-\delta)v\left(K - (1-\theta\varepsilon)kh(a, E(m_{PD}))\right) - p(a) \quad (12)$$

La résolution de ce programme d'optimisation permet de déterminer les conditions de premier ordre qui donnent les niveaux optimaux de paramètre de fermeté θ^* et d'effort de tropicalisation a^* tels que :

$$\begin{cases} \partial U/\partial\theta = \delta \frac{1}{\theta^{*2}} u'(.)\left(CR'_\theta(a, \theta^*)\theta^* - CR(a, \theta^*)\right) - (\delta - 1)\varepsilon k v'(.)h(a) = 0 \quad (13) \\ \partial U/\partial a = \left[\delta \frac{1}{\theta} u'(.)CR'_a(a^*, \theta)\right] - [(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kv'(.)h'_a(.)] - p'(a^*) = 0 \quad (14) \end{cases}$$

3.3. Interprétation de l'équilibre du décideur public

Dans l'équation (13), le terme $\delta \frac{1}{\theta^{*2}} u'(.)\left(CR'_\theta(a^*, \theta^*)\theta^* - CR(a^*, \theta^*)\right)$ est l'utilité additionnelle des coûts économiques dont bénéficie le décideur public lorsqu'il réduit son paramètre de fermeté d'un point. Le terme $(\delta - 1)\varepsilon k v'(.)h(a)$ est son utilité additionnelle des coûts humains quand il est moins ferme. Ainsi, l'expression $\delta \frac{1}{\theta^{*2}} u'(.)\left(CR'_\theta(a^*, \theta^*)\theta^* - CR(a^*, \theta^*)\right) - (\delta - 1)\varepsilon k v'(.)h(a)$ est la variation nette d'utilité du décideur lorsque celui-ci diminue son paramètre de fermeté d'un point. Cela montre que la baisse du paramètre de fermeté a en réalité deux effets conjugués.

Le premier effet du relâchement du décideur est la réduction des coûts économiques de $\delta \frac{1}{\theta^{*2}}\left(CR'_\theta(a^*, \theta^*)\theta^* - CR(a^*, \theta^*)\right)$ unités. Cela accroît son utilité de $\delta \frac{1}{\theta^{*2}} u'(.)\left(CR'_\theta(a^*, \theta^*)\theta^* - CR(a^*, \theta^*)\right)$ unités. Le second effet est une hausse des coûts humains de $(1 - \delta)\varepsilon k h(a)$ unités, ce qui réduit son utilité de $(\delta - 1)\varepsilon k v'(.)h(a)$ unités. A l'équilibre, lorsque le décideur public se relâche dans l'application des mesures barrière, sa variation nette d'utilité est nulle, ce qui veut dire que l'utilité marginale des coûts économiques est égale à l'utilité marginale des coûts humains :

$$\delta \frac{1}{\theta^{*2}} u'(.)\big(CR'_\theta(a^*,\theta^*)\theta^* - CR(a^*,\theta^*)\big) = (\delta - 1)\varepsilon k v'(.)h(a) \quad (15)$$

S'agissant de l'équation (14), l'expression $[\delta(1/\theta^*)u'(.)CR'_a(a^*,\theta^*)] - [(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kv'(.)h'_a(.)]$ est la variation nette d'utilité du décideur qui fait varier son effort de tropicalisation d'une unité additionnelle. En effet, quand le décideur public varie son effort de tropicalisation d'une unité additionnelle, cela génère une baisse des coûts économiques de $\delta(1/\theta^*)CR'_a(a^*,\theta^*)$ unités, ce qui fait accroître son utilité de $[\delta(1/\theta^*)u'(.)CR'_a(a^*,\theta^*)]$ unités. Dans le même temps, cela génère une hausse des coûts humains de $[(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kh'_a(.)]$ et une baisse d'utilité de $[(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kv'(.)h'_a(.)]$ unités.

A l'optimum, le décideur public choisit le niveau de tropicalisation qui égalise cette variation nette d'utilité et le coût marginal de cet effort de tropicalisation, soit $p'(a^*)$.

$$\left[\delta \frac{1}{\theta^*} u'(.)CR'_a(a^*,\theta^*)\right] - [(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kv'(.)h'_a(.)] = p'(a^*) < 0 \quad (16)$$

On a vu que le décideur peut réduire les coûts économiques de la covid-19 de deux façons : en se relâchant dans l'application des mesures barrières ou en tropicalisant mieux le modèle épidémiologique importé. En réduisant les coûts économiques, la baisse du paramètre de fermeté affecte également l'équilibre du décideur et les coûts sanitaires. En réduisant les coûts économiques, la hausse de l'effort de tropicalisation impacte aussi l'équilibre du décideur et les coûts sanitaires. Ainsi, une analyse en statique comparative peut permettre de déterminer la relation entre l'objectif économique et l'objectif sanitaire du décideur public, de même que les conditions sous lesquelles il est possible de réduire les coûts économiques de la covid-19 sans en accroître les coûts sanitaires.

4. Analyse en statique comparative

4.1. Statique comparative : cas d'une variation du paramètre de fermeté

A partir d'un premier équilibre, supposons que le décideur public réduit ses coûts économiques en diminuant son paramètre de fermeté d'un point. Quand θ baisse, les coûts économiques baissent, ce qui a pour effet d'accroître l'utilité marginale des coûts économiques de $\delta \frac{1}{\theta^{*2}} u'(.)\big(CR'_\theta(a^*,\theta^*)\theta^* - CR(a^*,\theta^*)\big)$ unités puisque $u'' < 0$. Dans ce cas, l'utilité marginale des coûts économiques devient supérieure à l'utilité marginale des coûts humains.

Pour parvenir au nouvel équilibre, le décideur doit augmenter l'utilité marginale des coûts humains, ce qui est obtenu en accroissant les coûts humains, étant donné que $v''(.) > 0$. En résumé, partant d'un premier équilibre, quand le paramètre de fermeté θ baisse, les coûts économiques liés à la covid-19 baissent, et les coûts humains croissent au nouvel équilibre.

Proposition 2: En baissant son paramètre de fermeté, pour un niveau donné d'effort de tropicalisation, le décideur public parvient à réduire les coûts économiques de la covid-19 mais au prix d'une hausse des coûts humains : il y a un arbitrage santé-économie.

4.2. Statique comparative : cas d'une variation de l'effort de tropicalisation

A partir du premier équilibre, considérons que le décideur public réduit ses coûts économiques de $\delta(1/\theta^*)CR'_a(a^*, \theta^*)$ unités en augmentant son effort de tropicalisation d'une unité, passant ainsi de a^* à a^{**} ($a^{**} < a^*$: baisse de a). Cela a deux effets : d'une part, cette baisse de a a pour effet d'augmenter l'utilité marginale des coûts économiques car $u'' < 0$. D'autre part, cette baisse de a a pour effet d'augmenter le coût marginal de l'effort de tropicalisation puisque $p''(a) < 0$. De ces deux effets, il en découle qu'au nouvel équilibre, on a :

$$\left[\delta \frac{1}{\theta^*} u'(.)CR'_a(a^{**}, \theta^*)\right] - [(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kv'(.)h'_a(.)] = p'(a^{**}) \quad (17)$$

Le coût marginal des coûts humains $[(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kv'(.)h'_a(.)]$ demeure constant si et seulement si :

$$\left[\delta \frac{1}{\theta^*} u'(.)CR'_a(a^{**}, \theta^*)\right] - \left[\delta \frac{1}{\theta^*} u'(.)CR'_a(a^*, \theta^*)\right] = p'(a^{**}) - p'(a^*) \quad (18)$$

Tant que cette condition (18) est satisfaite, la hausse de l'effort de tropicalisation (via la baisse de a^* à a^{**}) par le décideur a pour effets simultanés d'accroître l'utilité marginale des coûts économiques et le coût marginal de l'effort de tropicalisation sans aucun effet sur l'utilité marginale des coûts humains qui demeure constante. Dit autrement, partant d'un premier équilibre, quand l'effort de tropicalisation croît (baisse de a^*), les coûts économiques liés à la covid-19 baissent et les coûts humains restent constants au nouvel équilibre. Ainsi, en tropicalisant mieux les modèles épidémiologiques importés, le décideur public peut obtenir la baisse des coûts économiques sans accroître les coûts humains. De là, on tire la proposition suivante :

Proposition 3: Le décideur public parvient, en accroissant son effort de tropicalisation pour un niveau donné de son paramètre de fermeté, à réduire les coûts économiques de la covid-19 sans en accroître les coûts humains. Il n'y a pas d'arbitrage santé-économie, à condition que:

- Le coût marginal de l'effort de tropicalisation est strictement négatif, donc non nul: $p'(a^*) < 0$.
- L'augmentation de l'utilité marginale des coûts économiques suite à la hausse de l'effort de tropicalisation est exactement égale à l'augmentation du coût marginal de l'effort de tropicalisation, soit :

$$\left[\delta \frac{1}{\theta^*} u'(.)CR'_a(a^{**}, \theta^*)\right] - p'(a^{**}) = \left[\delta \frac{1}{\theta^*} u'(.)CR'_a(a^*, \theta^*)\right] - p'(a^*),$$

Si le décideur public peut atteindre un équilibre tel qu'une meilleure tropicalisation du modèle épidémiologique lui permet de réduire les coûts économiques de la pandémie sans en accroître les coûts sanitaires, cet équilibre est compatible avec une situation où il se relâche dans l'application des mesures barrières et une situation où il est absolument ferme. Laquelle de ces situations va choisir finalement le décideur ?

4.3. Choix optimal du décideur public en cas d'absence d'arbitrage santé-économie

Dans ce cas où le décideur public parvient à réduire les coûts économiques de la covid-19 sans en accroître les coûts humains, l'utilité maximale du décideur, $U(a^*, \theta)$, est une fonction du paramètre de fermeté θ.

$$U(a^*, \theta) = \delta u\left(\frac{CR(\theta, a^*) - \underline{c} + c\left(m_{UEMOA}^{vrai}\right)}{\theta} + \underline{c}\right) + (1-\delta)v\left(K - (1-\theta\varepsilon)kh(a^*, E(m_{PD}/I))\right) - p(a)$$

Avec a^* satisfaisant l'équation :

$$\left[\delta \frac{1}{\theta^*} u'(.)CR'_a(a^*, \theta^*)\right] - [(1-\delta)(1-\theta\varepsilon)kv'(.)h'_a(.)] - p'(a^*) = 0$$

On montre que le paramètre optimal de fermeté θ^* est un seuil au-delà duquel l'utilité maximale du décideur $U(a^*, \theta)$ croît avec θ et en-deçà duquel l'utilité maximale du décideur $U(a^*, \theta)$ croît avec θ (voir preuve en annexe 3). Formellement :

$$\frac{dU(a^*, \theta)}{d\theta} = 0 \quad \text{si } \theta = \theta^*$$

$$\frac{dU(a^*, \theta)}{d\theta} > 0 \quad \text{si } \theta > \theta^*$$

$$\frac{dU(a^*, \theta)}{d\theta} < 0 \quad \text{si } \theta < \theta^*$$

On peut interpréter cet effet de seuil de la façon suivante : en-deçà de ce seuil θ^*, le décideur public préfère réduire encore davantage sa fermeté. Cela peut être le cas si dans cette zone, le décideur a une aversion à l'augmentation de son paramètre de fermeté ; c'est comme s'il avait atteint un point de non-retour. On sait que $\theta^* \neq 0$ et donc $\theta^* \in]0,1]$. Quand le paramètre θ est proche de 1 de telle sorte que $\theta > \theta^*$, le décideur peut accroître son utilité maximale en devenant de plus en plus ferme. il atteint alors le maximum de l'utilité maximum en choisissant $\theta = 1$.

Quand le paramètre θ est proche de 0 de telle sorte que $\theta < \theta^*$, le décideur peut accroître son utilité maximale en devenant de moins en moins ferme. il atteint alors le maximum de l'utilité maximum en choisissant θ non nul mais le plus petit possible niveau de θ, noté $\underline{\theta}$.

Laquelle de ces deux valeurs, $\theta = 1$ ou $\theta = \underline{\theta}$, le décideur va-t-il choisir, sachant qu'il opte pour la valeur de θ qui lui procure la plus grande utilité maximale ?

Quand il choisit $\theta = \underline{\theta}$, son utilité maximale est :

$$U\left(a^*, \underline{\theta}\right) = \lim_{\theta \to 0} U(a^*, \theta) = \delta u\left(\underline{c}\right) + (1-\delta)v\left(K - kh(a^*, E(m_{PD}))\right) - p(a)$$

Quand il choisit $\theta = 1$, son utilité maximale est :

$$U(a^*, 1) = \delta u\left(CR(1, a^*) + c\left(m_{PED}^{vrai}\right)\right) + (1-\delta)v\left(K - (1-\varepsilon)kh(a^*, E(m_{PD}))\right) - p(a)$$

Du calcul de la différence $U(a^*, 1\,) - U\big(a^*, \underline{\theta}\,\big)$ découle la proposition suivante (cf. preuve en annexe 4):

Proposition 4 : Le décideur public préfère la stratégie consistant à rester absolument ferme $(\theta = 1)$ et à baisser ses coûts économiques via une meilleure tropicalisation du modèle épidémiologique tout en maintenant constants les coûts humains, à la stratégie de se relâcher complètement $\big(\theta = \underline{\theta}\big)$ et à baisser ses coûts économiques via une meilleure tropicalisation du modèle épidémiologique tout en maintenant constants les coûts humains. La raison en est que les coûts humains constants quand $\theta = 1$ sont inférieurs aux coûts humains constants quand $\theta = \underline{\theta}$. Formellement, on a :

$$U(a^*, 1\,) > U\big(a^*, \underline{\theta}\,\big)$$

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons modélisé le comportement optimal du décideur public d'un pays en développement (PED) en situation de covid-19. Ce décideur choisit une politique publique de lutte contre la crise pandémique tout en adaptant plus ou moins le modèle épidémiologique importé aux réalités locales. L'objectif était de proposer une stratégie permettant de minimiser, à moyen et long terme, les coûts sanitaires tout en protégeant les économies africaines. Les résultats montrent qu'une part substantielle des coûts économiques de la covid-19 est due à un déficit de tropicalisation du modèle épidémiologique. En outre, le décideur public peut, en accroissant son effort de tropicalisation pour un niveau donné de son paramètre de fermeté, réduire les coûts économiques de la covid-19 sans en accroître les coûts humains. Dans un tel contexte, il n'y a pas d'arbitrage santé-économie.

De ces résultats, on en déduit des recommandations de politique publique : pour faire face aux coûts économiques de la covid-19 et en minimiser les coûts sanitaires, les pays africains ne doivent pas recourir systématiquement à la dette et à l'aide internationale, surtout en cas de marge de manœuvre budgétaire insuffisante. Il est possible de réduire les coûts économiques en tropicalisant aux mieux les modèles épidémiologiques, cela sans accroître les coûts humains de la crise sanitaire. Cela va dans le sens d'un plus grand sens de responsabilité dans la prise de décision publique en Afrique, gage d'un développement endogène.

Le modèle théorique développé n'est qu'un premier pas vers une analyse plus approfondie de la gestion de la crise covid-19. Une des limites de ce modèle est que l'approche statique utilisée ne permet pas de mettre en évidence le rôle de l'incertitude dans la gestion de la crise sanitaire. Il aurait été plus réaliste de modéliser la tropicalisation du modèle épidémiologique comme un processus intertemporel d'acquisition d'information et de révision bayésienne des croyances sur le vrai modèle épidémiologique et de voir la façon dont cela affecte les coûts économiques de façon intertemporelle. On s'attend à une réduction intertemporelle des coûts économiques, ce qui n'est possible qu'en introduisant plus de flexibilité dans les décisions publiques, alors fondées sur le principe de précaution. Nous réservons la modélisation de cet aspect dynamique de notre problématique pour des recherches ultérieures.

Références bibliographiques

BAD (2016), « Discours liminaire de Monsieur Akinwumi A. Adesina, Président du Groupe de la Banque africaine de développement », https://www.afdb.org/fr/news-and-events/speech-delivered-by-dr-akinwumi-a-adesina

CEA (2020), *« Le Covid-19 en Afrique : sauver des vies et l'économie »*, Rapport Covid-19 Reposte, Nations Unies, 43 p.

Di Domenico, L., Pullano, G., Coletti, P., Hens, N. and V. Colizza (2020), « Expected Impact of School Closure and Telework to Mitigate COVID-19 Epidemic in France », www.epicxlab.com/covid-19.html]

Djogbenou, A. C. Gourieroux, C., Jasiak, J. , Rilstone, P., Bandehali, M. (2020), « Transition Model for Corona Virus Management », *Working Paper*, 49 p.

Ferguson N.M., Laydon D., Nedjati-Gilani G. et al. (2020), « Impact of non-pharmaceutical interventions (npis) to reduce covid-19 mortality and healthcare demand », *Covid Economics* 2, pp. 60-66.

Gollier, C. (2020), «If the objective is herd immunity, on whom should it be built? », *Covid Economics* 16, pp. 98-114.

Gourieroux, C., and J. Jasiak (2020), « Time Varying Markov Processes with Partially Observed Aggregate Data: An Application to Coronavirus », *ArXiv* 2005.04500.

Lin Z., Meismer, C.M. (2020), « Health vs Wealth ? Public Health Policies and economy during Covid 19 », *NBER Working Paper series*, WP 27099, http://www.nber.org/papers/w27099.

Massonnaud, C., Roux, J. et Crépey, P. (2020), « COVID-19: One month impact of the French lockdown on the epidemic burden », *Working Paper*, EHESP REPERES, Avril.

OMS (2020), « Les facteurs sociaux et environnementaux considérés à l'origine des faibles taux de COVID-19 en Afrique », Conférence de presse, 24 septembre 2020. https://www.afro.who.int/fr/news/les-facteurs-sociaux-et-environnementaux-consideres-lorigine-des-faibles-taux-de-covid-19-en

Tosa, A. (2020), « Susceptible-Infected-Recovered (SIR) Dynamics of COVID-19 and Economic Impact », *ArXiv* 2003.11221v2.

Annexe 1 : **Calculs et preuves pour la détermination des coûts économiques liés au risque de modèle selon cas d'effort de tropicalisation**

Cas de tropicalisation parfaite ($a = a_{PED}$): Dans ce cas, les coûts économiques liés au risque de modèle s'écrivent :

$$CR_1 = c\big(h(a_{PED}, E(m_{PD}))\big) - c\big(m_{PED}^{vrai}\big) \quad (A1)$$

Lorsque le décideur public dans le PED tropicalise parfaitement le modèle épidémiologique importé pour l'adapter aux réalités locales, le nombre de décès qu'il anticipe est exactement le nombre de décès prévalant dans sa zone. Cette intuition se formalise comme suit:

$$h(a_{PED}, E(m_{PD})) = m_{PED}^{vrai} \qquad (A2)$$

Il en découle que $c\big(h(a_{PED}, E(m_{PD}))\big) = c\big(m_{PED}^{vrai}\big)$. Par conséquent, $CR_1 = 0$: les coûts économiques liés au risque de modèle sont nuls, si le décideur public tropicalise parfaitement le modèle épidémiologique importé.

Cas de tropicalisation partielle ($a_{PED} < a < a_{PD}$): Les coûts économiques liés au risque de modèle deviennent :

$$CR_2 = c\big(h(a, E(m_{PD}))\big) - c\big(m_{PED}^{vrai}\big) \qquad (A3)$$

Partant de $a_{PED} < a < a_{PD}$ et du lemme 1 selon lequel $h'_a > 0$, on a : $h(a_{PED}, E(m_{PD})) < h(a, E(m_{PD})) < h(a_{PD}, E(m_{PD}))$. On sait également que $h(a_{PED}, E(m_{PD})) = m_{PED}^{vrai}$. Il vient donc :

$$m_{PED}^{vrai} < h(a, E(m_{PD})) < h(a_{PD}, E(m_{PD})) \qquad (A4)$$

On obtient : $c\big(m_{PED}^{vrai}\big) < c\big(h(a, E(m_{PD}))\big) < c\big(h(a_{PD}, E(m_{PD}))\big)$. Finalement:

$$CR_2 = c\big(h(a, E(m_{PD}))\big) - c\big(m_{PED}^{vrai}\big) > 0 \qquad (A5)$$

Cas d'absence de tropicalisation ($a = a_{PD}$) : Les coûts économiques liés au risque de modèle s'expriment :

$$CR_3 = c\big(h(a_{PD}, E(m_{PD}))\big) - c\big(m_{PED}^{vrai}\big) \qquad (A6)$$

Sachant que $a_{PED} < a_{PD}$, et que $h'_a > 0$, on obtient le résultat suivant : $h(a_{PED}, E(m_{PD})) < h(a_{PD}, E(m_{PD}))$. On sait également que $h(a_{PED}, E(m_{PD})) = m_{PED}^{vrai}$. Il vient donc, tenant compte du fait que $c'_m > 0$: $m_{PED}^{vrai} < h(a_{PD}, E(m_{PD})) \Rightarrow c\big(m_{PED}^{vrai}\big) < c\big(h(a_{PD}, E(m_{PD}))\big)$. Ainsi :

$$CR_3 = c\big(h(a_{PD}, E(m_{PD}))\big) - c\big(m_{PED}^{vrai}\big) > 0 \qquad (A7)$$

Comparons CR_3 à CR_2 :

$$CR_3 - CR_2 = c\big(h(a_{PD}, E(m_{PD}))\big) - c\big(m_{PED}^{vrai}\big) - c\big(h(a, E(m_{PD}))\big) + c\big(m_{PED}^{vrai}\big)$$

$$CR_3 - CR_2 = c\big(h(a_{PD}, E(m_{PD}))\big) - c\big(h(a, E(m_{PD}))\big) > 0 \text{ puisque } a_{PD} > a$$

$$CR_3 > CR_2 \qquad (A8)$$

Annexe 2 : Preuve que le paramètre optimal de fermeté $\boldsymbol{\theta^*}$ est un seuil

Etudions le sens de variation de l'utilité maximale $U(a^*, \theta)$:

$$\frac{dU(a^*, \theta)}{d\theta} = \delta \frac{1}{\theta^2} u'^{(.)\left(CR'_\theta(a^*,\theta)\theta - CR(a^*,\theta)\right)} - (\delta - 1)\varepsilon k v'(.) h(a^*) \qquad (A9)$$

Partant de $\theta > \theta^*$, la décroissance de $CR'_\theta(a^*, \theta)$ par rapport à θ (puisque $CR''_\theta(a^*, \theta) < 0$), on a :

$$CR'_\theta(a^*, \theta) < CR'_\theta(a^*, \theta^*) \Rightarrow CR'_\theta(a^*, \theta)\theta < CR'_\theta(a^*, \theta^*)\theta^* \qquad (A10)$$

Comme $CR(a^*, \theta)$ est une fonction croissante de θ, alors $-CR(a^*, \theta) < -CR(a^*, \theta^*)$, et donc :

$$CR'_\theta(a^*, \theta)\theta - CR(a^*, \theta) < CR'_\theta(a^*, \theta^*)\theta^* - CR(a^*, \theta^*) \qquad (A11)$$

On sait, par hypothèse, que $u' < 0$, et $\delta > 0$, par conséquent :

$$\delta \frac{1}{\theta^2} u'(.)\big(CR'_\theta(a^*,\theta)\theta - CR(a^*,\theta)\big) > \delta \frac{1}{\theta^2} u'(.)\big(CR'_\theta(a^*,\theta^*)\theta^* - CR(a^*,\theta^*)\big)$$

Ainsi :

$$\delta \frac{1}{\theta^2} u'(.)\big(CR'_\theta(a^*,\theta)\theta - CR(a^*,\theta)\big) - (\delta - 1)\varepsilon k v'(.)h(a)$$
$$> \delta \frac{1}{\theta^2} u'(.)\big(CR'_\theta(a^*,\theta^*)\theta^* - CR(a^*,\theta^*)\big) - (\delta - 1)\varepsilon k v'(.)h(a)$$

Finalement:

$$\frac{dU(a^*,\theta)}{d\theta} > \frac{dU(a^*,\theta^*)}{d\theta} = 0 \Rightarrow \frac{dU(a^*,\theta)}{d\theta} > 0 \quad \text{lorsque } \theta > \theta^*$$

En menant le même raisonnement, on montre aisément que :

$$\theta < \theta^* \quad \Rightarrow \frac{dU(a^*,\theta)}{d\theta} < 0 \qquad (A12)$$

Annexe 3 : Preuve que $U(a^*, 1) > U(a^*, \underline{\theta})$

Quand le décideur est absolument ferme, le niveau optimal de tropicalisation devrait réduire les coûts économiques jusqu'au point où que $CR(1, a^*) = 0$ (cas de tropicalisation parfaite). Dans ce cas :

$$U(a^*, 1) = \delta u\left(c\big(m_{PED}^{vrai}\big)\right) + (1-\delta)v\big(K - (1-\varepsilon)kh(a^*, E(m_{PD}))\big) - p(a) \quad (A13)$$

La différence donne :

$$\begin{aligned} U(a^*, 1) - U\big(a^*, \underline{\theta}\big) & \\ &= \delta\left[u\left(c\big(m_{PED}^{vrai}\big)\right) - u\big(\underline{c}\big)\right] \\ &+ (1-\delta)\big[v\big(K - (1-\varepsilon)kh(a^*, E(m_{PD}))\big) \\ &- v\big(K - kh(a^*, E(m_{PD}))\big)\big] \quad \text{(A14)} \end{aligned}$$

En vertu de l'hypothèse $\underline{c} > c\big(m_{PED}^{vrai}\big)$, il vient que $u\big(\underline{c}\big) < u\left(c\big(m_{PED}^{vrai}\big)\right)$. Il vient que $\delta\left[u\left(c\big(m_{PED}^{vrai}\big)\right) - u\big(\underline{c}\big)\right] > 0$.

Par ailleurs, $v\big(K - (1-\varepsilon)kh(a^*, E(m_{PD}))\big) < v\big(K - kh(a^*, E(m_{PD}))\big) \Rightarrow (1-\delta)\big[v\big(K - (1-\varepsilon)kh(a^*, E(m_{PD}))\big) - v\big(K - kh(a^*, E(m_{PD}))\big)\big] < 0$

On tire finalement que :

$$\begin{aligned} \delta\left[u\left(c\big(m_{PED}^{vrai}\big)\right) - u\big(\underline{c}\big)\right] & \\ &> (1-\delta)\big[v\big(K - (1-\varepsilon)kh(a^*, E(m_{PD}))\big) \\ &- v\big(K - kh(a^*, E(m_{PD}))\big)\big] \quad (A15) \end{aligned}$$

Ainsi :

$$U(a^*, 1) > U(a^*, \underline{\theta}) \quad (A16)$$