



Munich Personal RePEc Archive

A real business cycle model for Colombia

Prada Sarmiento, Juan David

Pontificia Universidad Javeriana

6 December 2005

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/16286/>
MPRA Paper No. 16286, posted 16 Jul 2009 05:32 UTC

MODELO DE CICLOS REALES PARA COLOMBIA

JUAN DAVID PRADA SARMIENTO - P.U.J.

6 de diciembre de 2005

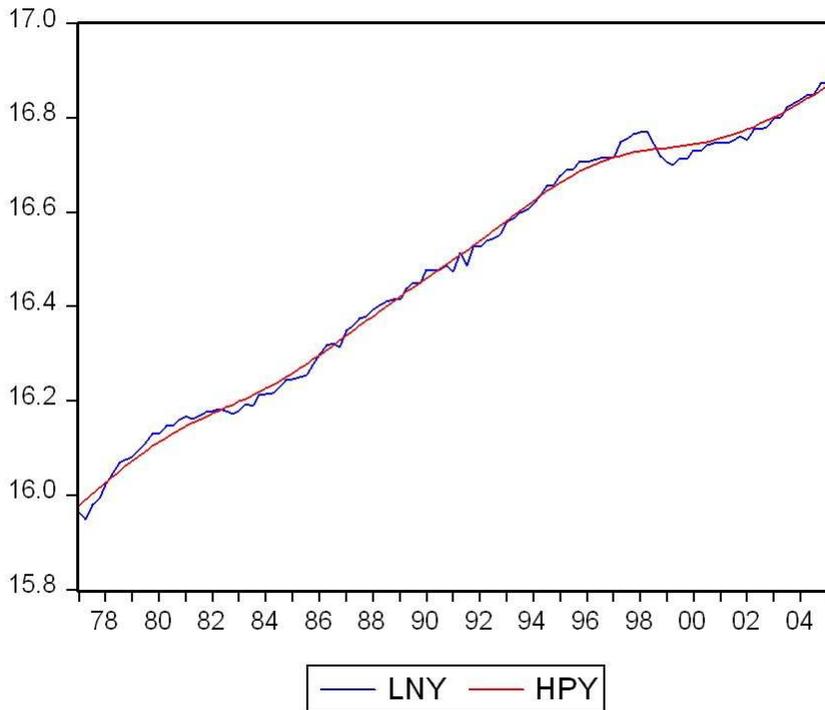
La economía colombiana presenta un ciclo económico típico de una economía pequeña y abierta: volatilidad de la productividad similar a la volatilidad del PIB, consumo suave, inversión muy volátil; consumo, inversión e importaciones procíclicas; balanza comercial contracíclica. El objetivo del presente trabajo es reproducir estos hechos cualitativa y cuantitativamente a través de un sencillo modelo de equilibrio general para una economía pequeña y abierta calibrado para Colombia, y estudiar la respuesta de las variables fundamentales a choques exógenos en productividad, tasas de interés y política fiscal. Se realiza entonces un análisis del alcance real del modelo básico *RBC* para reproducir los hechos estilizados. Finalmente, se concluye que un modelo básico *RBC* es una buena herramienta en la reproducción de los hechos estilizados. Además permite el estudio de funciones de impulso-respuesta. Sin embargo, el modelo falla en la reproducción de los hechos estilizados del mercado laboral por la ausencia de un mecanismo de ajuste en el número de ocupados, y parece subestimar la variabilidad del consumo y la variabilidad relativa de la inversión respecto al PIB.

Palabras Clave: Economía pequeña y abierta, ciclos reales, Colombia

1. Hechos Estilizados

Al igual que las demás economías del mundo, la economía colombiana muestra la existencia de un ciclo real. Durante algunos períodos se observa un crecimiento acelerado del PIB mientras que en otros se observa estancamiento o incluso decrecimiento. Además, los movimientos del PIB van acompañados por fuertes movimientos de otras variables de interés económico, como el empleo, la inversión y el consumo. Este comportamiento además es recurrente aunque no totalmente periódico. Es decir, se repite, aunque no a intervalos constantes de tiempo.

Figura 1: PIB Real Colombia 1970:1-2005:2 y tendencia Hodrick-Prescott



En Colombia el ciclo tiene un período entre tres y cinco años.

Sin embargo, es preciso definir qué es exactamente un “crecimiento acelerado” y qué es un “estancamiento”.

1.1. Metodología

El procedimiento seguido se basa en Cooley and Prescott (1995).

Para analizar los hechos sobre el ciclo real en Colombia se sigue la metodología estándar en la literatura de *RBC*.

Se asume que las variables económicas son originadas por un proceso estocástico (la variable en cada momento del tiempo sigue una distribución de probabilidad) cuya realización son los datos disponibles. Estas series de tiempo pueden descomponerse en una parte tendencial y una parte cíclica.

Teóricamente podría pensarse en la tendencia como el componente de largo plazo, determinado por factores reales tales como productividad, tecnología, dotaciones etc. mientras que el ciclo puede verse como la fluctuación periódica alrededor de esa tendencia de crecimiento, dada por factores nominales, por choques exógenos etc.

En general, la tendencia queda definida por el método utilizado para obtenerla. En este caso la tendencia es removida utilizando el filtro de Hodrick-Prescott sobre el logaritmo de la serie. Este procedimiento permite eliminar fluctuaciones de frecuencias altas, de forma que permanece el componente de largo plazo. Otra alternativa muy popular es el filtro de frecuencias de Baxter-King.

Al calcular el componente cíclico como la diferencia entre el logaritmo de la serie y su tendencia Hodrick-Prescott, se obtiene una sencilla interpretación del significado de las cantidades obtenidas: desviaciones porcentuales de la serie respecto a su tendencia.

1.2. Datos - Construcción de Variables

Los datos de cuentas nacionales corresponden a las series del Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas DANE. Se dispone de series desestacionalizadas para el PIB real, consumo público y privado, formación bruta de capital fijo, importaciones y exportaciones. Están disponibles para el período 1977:1 - 2005:2.

Los datos del stock de capital corresponden al Departamento Nacional de Planeación DNP. La serie para capital está hasta 2002:2.

Los datos de horas de trabajo semanales promedio se obtuvieron de la Encuesta Nacional de Hogares, a una frecuencia trimestral hasta 2004:4. Son las horas promedio trabajadas por semana para todos los trabajadores.

Comunmente se asume que el nivel de PIB real es un indicador adecuado del nivel de vida y bienestar en una economía. Por lo tanto, en el estudio de ciclos reales, es la serie más importante. Es conocido que en épocas de alto crecimiento (boom) el nivel de vida mejora: hay menos desempleo (ley de Okun), mayor producción y mayor consumo. En cambio, en épocas recesivas las condiciones empeoran.

En este estudio, el consumo debe ser consistente con el modelo teórico que se presentará en las siguientes secciones. El consumo se define como la adquisición y de bienes y servicios para su utilización instantánea. Dentro de las estadísticas, el consumo privado y público incluye consumo de bienes durables. Los bienes durables son aquellos que permiten diferir su utilización en el tiempo. Por lo tanto no corresponden al concepto de consumo definido aquí. El consumo de bienes durables, por lo tanto, se considera como parte de la inversión.

La inversión se define como los recursos utilizados para el futuro incremento de la producción: maquinaria, construcción etc. Y se incluye el consumo de durables por su utilización a lo largo de varios períodos de tiempo.

1.3. Hechos

Se estudia la economía colombiana trimestralmente para el período 1994:4-2005:2. Se analizan propiedades estadísticas básicas de los ciclos obtenidos para las variables de interés: PIB, consumo público y privado, inversión, balanza comercial, trabajo, capital. No hay variables monetarias.

Se define una variable procíclica si su correlación contemporánea con el PIB es positiva. Es decir, las variables procíclicas y el PIB se mueven semejantemente con el paso del tiempo.

Cuadro 1: Cyclical Behavior of the Colombian Economy: Deviations from trend (HP Filter) of Key Variables, 1994:I-2005:II

Cyclical Behavior of Colombian Economy: Deviations from Trend of Key Variables, 1977:1-2005:2																		
Variable	SD%	SDX/SDY	Autocorrelation				Cross-Correlation of Output with											
			1	2	3	4	x(-5)	x(-4)	x(-3)	x(-2)	x(-1)	x	x(+1)	x(+2)	x(+3)	x(+4)	x(+5)	
Output component																		
GDP	0.016	1.000	0.739	0.621	0.395	0.237	0.136	0.237	0.395	0.621	0.739	1.000	0.739	0.621	0.395	0.237	0.136	
Consumption expenditures																		
CH	0.016	0.998	0.720	0.531	0.376	0.226	0.143	0.232	0.356	0.563	0.682	0.840	0.697	0.596	0.399	0.203	0.128	
CNDS	0.013	0.779	0.754	0.565	0.393	0.164	0.115	0.197	0.367	0.492	0.631	0.750	0.630	0.519	0.331	0.171	0.038	
CD	0.102	6.227	0.856	0.650	0.397	0.182	-0.019	0.155	0.348	0.573	0.744	0.866	0.747	0.570	0.343	0.148	-0.025	
Investment																		
INV	0.145	8.808	0.629	0.408	0.296	0.180	0.145	0.144	0.255	0.325	0.428	0.523	0.350	0.292	0.197	0.032	-0.024	
FBKF	0.092	5.623	0.826	0.658	0.497	0.330	0.176	0.206	0.318	0.451	0.535	0.642	0.593	0.478	0.355	0.196	0.070	
Ch.INV	0.465	28.319	0.087	-0.220	-0.028	-0.202	0.057	0.021	0.056	0.003	0.084	0.160	-0.082	0.027	-0.048	-0.078	-0.063	
Government purchases																		
GOVT	0.036	2.222	0.552	0.356	0.334	0.232	-0.072	0.078	0.186	0.215	0.268	0.312	0.371	0.353	0.364	0.418	0.403	
Exports and imports																		
EXP	0.076	4.644	0.510	0.264	0.224	0.059	0.003	-0.041	0.036	0.140	0.100	0.158	0.152	0.101	-0.018	-0.020	-0.070	
IMP	0.092	5.620	0.725	0.510	0.282	0.165	0.100	0.101	0.286	0.398	0.497	0.559	0.425	0.325	0.194	0.068	0.000	
TB/Y	0.038	2.312	0.927	0.855	0.789	0.716	-0.158	-0.200	-0.266	-0.307	-0.366	-0.385	-0.326	-0.285	-0.240	-0.172	-0.134	
Labor input based on household survey																		
HOURS7	0.022	1.348	0.509	0.182	0.039	-0.139	0.058	0.041	0.138	0.196	0.286	0.221	0.182	-0.016	-0.031	-0.066	-0.088	
GDP/HOURS7	0.024	1.437	0.420	0.284	0.112	-0.025	-0.006	0.073	0.096	0.201	0.182	0.439	0.281	0.401	0.255	0.177	0.129	
Average hourly earnings																		
WAGE	0.034	2.074	0.508	0.338	0.202	-0.095	-0.087	-0.015	0.070	0.170	0.283	0.251	0.253	0.226	0.228	0.259	0.354	

GDP: Producto Interno Bruto Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2)
 CH: Consumo Hogares Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2)
 CNDS: Consumo No Durables y Servicios Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1994:1-2005:2)
 CD: Consumo de Durables Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1994:1-2005:2)
 INV: Inversión Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2)
 Ch.INV: Variación de Existencias (INV-FBKf) Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2)
 GOVT: Gasto del Gobierno Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2)
 EXP: Exportaciones Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2)
 IMP: Importaciones Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2)
 TB/Y: Razón Balanza Comercial/PIB Desestacionalizado millones de pesos 1994 (1977:1-2005:2) (NO ciclo)
 HOURS7: Horas Totales 7 áreas metropolitanas No Desestacionalizada ENH-ECH (1984:1-2004:4) (X12 aditivo sobre logaritmo)
 WAGE: Salario Mediana 7 áreas metropolitanas No Desestacionalizada Pesos 1994 ENH-ECH (1984:1-2004:2) (X12 aditivo sobre logaritmo)

JDPS 2005

El ciclo del PIB presenta persistencia. Todas las variables estudiadas excepto la variación en los inventarios presentan persistencia significativa. Es decir, las variables pasan algunos trimestres por encima y por debajo de su tendencia. La variación de inventarios, en cambio, parece ser una variable muy cercana a ruido blanco. Esto debido a que los ajustes económicos

imprevistos se dan vía esta variable, de acuerdo con la teoría de demanda agregada.

A partir de los datos también pueden obtenerse las razones macroeconómicas básicas. De acuerdo con los hechos estilizados, las razones halladas pueden considerarse constantes a largo plazo

Cuadro 2: Razones respecto al PIB 1977:1-2005:2

Razón	Valor
Consumo Total/PIB	0.678
Inversión/PIB	0.165
Gasto Púb/PIB	0.153
XN/PIB	0.001

Cuadro 3: Razones Trimestral

Razón	Valor Trimestral
Capital/PIB	8.068
PIB/Trabajadores	3.2309
Inversión/Capital	0.0206
Capital/Trabajadores	27.034

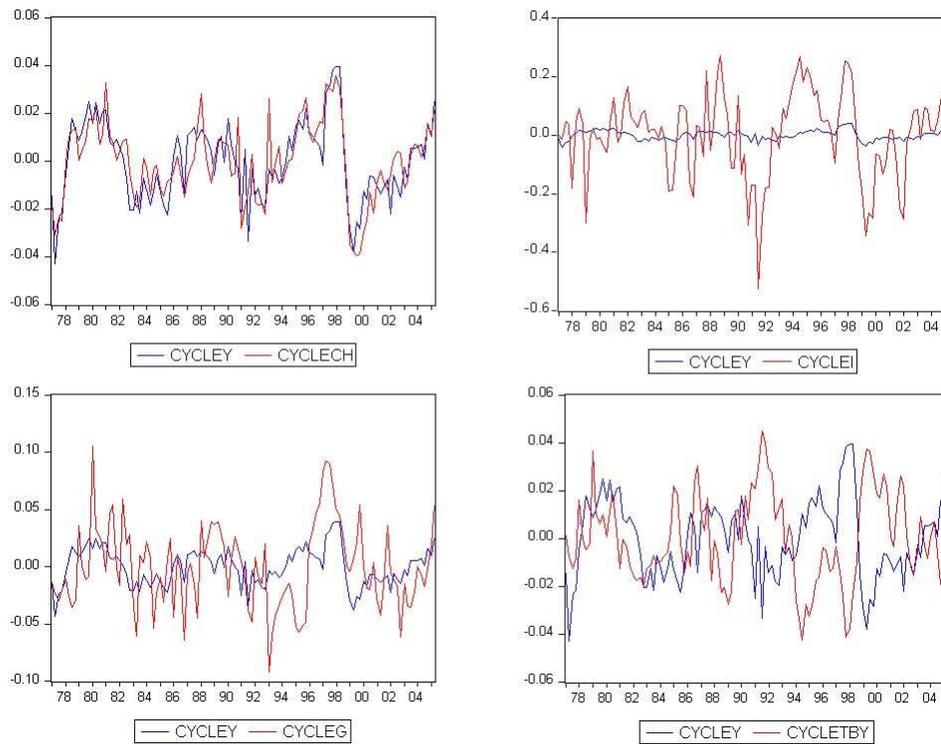
Los hechos hallados son:

- El producto fluctúa aproximadamente 1.64 % alrededor de su tendencia.
- El consumo privado es suave, y el consumo de no durables fluctúa menos que el PIB.
- La inversión fluctúa mucho más que el PIB.
- El capital fluctúa mucho menos que el producto.
- Las horas promedio trabajadas y los trabajadores empleados fluctúan similarmente y más que el PIB.
- La variabilidad de la productividad total es muy similar a la del producto.
- El consumo, la inversión, las importaciones y la productividad total son procíclicas.
- Las horas promedio trabajadas y las exportaciones no parecen muy correlacionadas con el producto.
- Las razones Balanza Comercial/PIB y Cuenta Corriente/PIB son contracíclicas.
- El gasto público, el capital y el número de trabajadores son levemente procíclicos.

- Las razones Consumo/PIB, Inversión/PIB y Gasto Público/PIB tienden a ser constantes.
- Las razones Capital/PIB, Producto por trabajador, Inversión/Capital y Capital por trabajador tienden a ser constantes.

Son los hechos estilizados del ciclo real para una economía pequeña y abierta. Se espera que el modelo teórico desarrollado a continuación pueda reproducir exitosamente esos hechos, tanto cualitativa como cuantitativamente.

Figura 2: Ciclos Hodrick-Prescott del PIB y sus componentes



Y: PIB; CH: Consumo Hogares (Total); I: Inversión (Total); G: Gasto Público (Total);
 TBY: Balanza Comercial (% del PIB)

2. Modelo

Siguiendo la literatura de ciclos reales, a través de un modelo sencillo de economía pequeña y abierta se pretende construir una economía artificial que recree los hechos estilizados del ciclo económico observados para Colombia.

Suponga una economía pequeña y abierta en la que hay tres tipos de agentes: individuos, firmas y gobierno. Los individuos son los dueños de las firmas y de los factores de producción, capital y trabajo, cuyos precios son r_t^k y w_t , respectivamente. Las firmas emplean capital y trabajo para producir el único bien final. Los beneficios de las firmas son transferidos a los individuos, aunque en equilibrio son cero. Los individuos tienen preferencias sobre la cantidad de consumo del bien final y la cantidad de tiempo utilizada en actividades no laborales (ocio). Los individuos pueden intercambiar recursos con el resto del mundo, a través de activos exteriores.

2.1. Hogares

Los hogares reciben utilidad del consumo del bien final c_t y del tiempo no laboral o_t . Se asume por facilidad que disponen de una unidad de tiempo que puede repartirse entre el trabajo y el ocio. Entonces $o_t = 1 - l_t$. Las preferencias pueden ser representadas por una función de utilidad $u(c_t, o_t)$ creciente en ambos argumentos. En particular:

$$u(c_t, l_t) = \ln c_t + B(1 - l_t)$$

con $B > 0$, función de utilidad al estilo Hansen (1985).

Además los individuos son los únicos agentes con acceso al mercado externo. Interactúan a través de la acumulación y desacumulación de activos externos, lo que les permite suavizar el consumo aunque los vuelve vulnerables a choques en la tasa de interés internacional.

También, siguiendo a Schmitt-Grohe and Uribe (2002), existen costos de ajuste de la inversión en capital físico.

Cada período los hogares enfrentan una restricción presupuestaria de la forma:

$$\begin{aligned} w_t l_t + r_t^k k_t + r_t^{ext} a_t + \pi_t &\geq c_t + x_t + \Phi(k_{t+1} - k_t) + \tau_t + a_{t+1} - a_t \\ x_t &= k_{t+1} - (1 - \delta)k_t \end{aligned}$$

donde a_t es el stock de activos exteriores netos del individuo, k_t es el stock de capital físico, x_t es la inversión en capital físico, $\Phi(k_{t+1} - k_t)$ es una función de costos de ajuste de la inversión tal que $\Phi(0) = 0$ y $\frac{\partial \Phi(0)}{\partial k_t} = 0$, τ_t son impuestos de suma fija (no distorsionadores) por parte del gobierno, π_t son los beneficios reales de las firmas, $\delta > 0$ es la tasa de depreciación del capital y r_t^{ext} es la tasa de interés internacional relevante para los activos externos de esta economía.

La restricción presupuestaria indica que los ingresos de los individuos, obtenidos de ofrecer tiempo en el mercado laboral, de la renta del capital, de los retornos a los activos externos y de las transferencias del gobierno y las firmas deben ser mayores o iguales a los gastos, el consumo, la inversión, los costos de ajuste y la compra de activos exteriores.

El problema de los hogares consiste en maximizar el valor esperado de la suma descontada de la utilidad total sujeto a su restricción presupuestaria, escogiendo una secuencia óptima

de consumo, ocio, capital y activos exteriores, dados el factor de descuento, los salarios y las diferentes tasas de retorno:

$$\begin{aligned}
& \underset{c_t, l_t, k_{t+1}, a_{t+1}}{\text{máx}} && E_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - l_t) \right] \\
& \text{s.t.} && w_t l_t + r_t^k k_t + r_t^{ext} a_t + \pi_t \geq c_t + x_t + \Phi(k_t, k_{t+1}) + \tau_t + a_{t+1} - a_t \\
& && x_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t \\
& && k_0 > 0 \\
& && a_0
\end{aligned}$$

donde $E_t[\cdot]$ representa el valor esperado con el conjunto de información disponible en t y $\beta \in (0, 1]$ es el factor subjetivo de descuento que representa la valoración relativa que dan los agentes a la utilidad presente y futura.

Específicamente se asume que:

$$u(c_t, 1 - l_t) = \ln(c_t) + B(1 - l_t)$$

donde $B > 0$. Las preferencias son separables en consumo y ocio.

La función de costos de ajuste de la inversión es:

$$\Phi(k_{t+1} - k_t) = \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2$$

donde $\phi \geq 0$.

2.2. Firms

Las firmas disponen de una tecnología de producción del único bien y_t utilizando los factores capital físico k_t y trabajo l_t que se puede representar a través de la función de producción $A_t f(k_t, l_t)$. Esta función cumple las condiciones neoclásicas estándar: es creciente en sus argumentos, presenta rendimientos marginales decrecientes, es homogénea de grado uno y cumple las condiciones de Inada. Es decir:

$$\begin{aligned}
& f(k_t, l_t) \geq 0 && f(0, l_t) = f(k_t, 0) = 0 \\
& f(dk_t, dl_t) = df(k_t, l_t) && d > 1 \\
& f_k(k_t, l_t) > 0 && f_l(k_t, l_t) > 0 \\
& \lim_{k \rightarrow \infty} f_k(k_t, l_t) = 0 && \lim_{k \rightarrow 0} f_k(k_t, l_t) = \infty
\end{aligned}$$

El término A_t es un parámetro de escala que refleja la productividad general de la economía. Específicamente, se asume que la productividad viene dada por un proceso estocástico exógeno autorregresivo de la forma

$$A_{t+1} = (1 - \rho_A)\bar{A} + \rho_A A_t + \epsilon_{t+1}^A$$

donde \bar{A} es el valor esperado de la productividad, $\rho_A \in [0, 1)$ y ϵ^A es una variable aleatoria tal que $E[\epsilon^A] = 0$, $V[\epsilon^A] = \sigma_A^2$ y $E[\epsilon_i^A \epsilon_j^A] = 0 \forall i \neq j$. Entonces ϵ^A es ruido blanco.

En particular, se asume una función de producción Cobb-Douglas:

$$f(k_t, l_t) = k_t^\alpha l_t^{1-\alpha}$$

con $\alpha \in (0, 1)$ la participación constante del capital en el producto.

En cada período la firma busca maximizar los beneficios que transferirá a los hogares. Entonces el problema es, dados los salarios y el retorno al capital, escoger una secuencia óptima de capital y trabajo tal que en cada período:

$$\begin{aligned} \max_{l_t, k_t} \quad & \pi_t = y_t - w_t l_t - r_t^k k_t \\ \text{s.t.} \quad & y_t = A_t f(k_t, l_t) \end{aligned}$$

2.3. Gobierno

El gobierno recoge impuestos de suma fija a los hogares. Con esos recursos realiza gasto improductivo definido exógenamente. Además el gobierno tiene un presupuesto balanceado en cada momento. Por lo tanto:

$$\tau_t = g_t$$

donde el gasto público per-cápita g_t sigue el proceso autorregresivo

$$g_{t+1} = (1 - \rho_g)\bar{g} + \rho_g g_t + \epsilon_{t+1}^g$$

donde \bar{g} es el valor esperado del gasto per-cápita, $\rho_g \in [0, 1)$ y ϵ^g es ruido blanco.

2.4. Sector Externo

Para evitar problemas de raíz unitaria (tendencia en el consumo e imposibilidad de hallar el estado estacionario) se asume que la tenencia de activos netos diferente del nivel de estado estacionario es penalizado en el mercado internacional con una prima de riesgo. Los activos netos representan la riqueza externa de un país, y se asume que el sector externo no está dispuesto a asumir riesgos no cubiertos con esos activos. Siguiendo la metodología de Schmitt-Grohe and Uribe (2002) se asume de manera ad-hoc la forma funcional

$$r_t^{ext} = r_t^* + \gamma[\exp(\bar{a} - a_t) - 1]$$

donde r_t^* es la tasa internacional libre de riesgo. Si $a_t < \bar{a}$ y $\gamma > 0$ entonces $r_t^{ext} > r_t^*$. Se cobra una tasa de interés internacional mayor que penaliza una menor tenencia de activos externos netos.

La tasa de interés libre de riesgo sigue un proceso autorregresivo simple de la forma:

$$r_{t+1}^* = (1 - \rho_r)r_t^* + \rho_r r_t^* + \epsilon_{t+1}^r$$

donde r^* es el valor esperado de la tasa libre de riesgo, $\rho_r \in [0, 1)$ y ϵ^r es ruido blanco.

2.5. Solución

El problema de los hogares puede solucionarse a través del método de Lagrange:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_t \left[\ln c_t + B(1 - l_t) + \lambda_t (w_t l_t + r_t^k k_t + (1 + r_t^{ext}) a_t + \pi_t) \right] \\ & - \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_t \left[\tau_t + c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 + a_{t+1} \right] \end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \beta^t \left[\frac{1}{c_t} - \lambda_t \right] = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_t} = \beta^t [-B + \lambda_t w_t] = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = \beta^{t+1} E_t \left[\lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}^k - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})) \right] - \beta^t \lambda_t (1 + \phi(k_{t+1} - k_t)) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{t+1}} = \beta^{t+1} E_t \left[\lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}^{ext}) \right] - \beta^t \lambda_t = 0 \quad (4)$$

$$k_0 > 0$$

$$a_0$$

y la restricción presupuestaria, que se cumple con igualdad debido a la monotonicidad de las preferencias y a que se asumen precios positivos.

De 1 y 3 puede obtenerse la usual condición de Euler o regla de Keynes-Ramsey:

$$\beta E_t \left[\frac{1 + r_{t+1}^k - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})}{c_{t+1}} \right] = \frac{\phi(k_{t+1} - k_t)}{c_t}$$

El problema de las firmas es equivalente a:

$$\max_{l_t, k_t} A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} - w_t l_t - r_t^k k_t$$

cuyas condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial l_t} = (1 - \alpha)A_t k_t^\alpha l_t^{-\alpha} - w_t = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial k_t} = \alpha A_t k_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} - r_t^k = 0 \quad (6)$$

Las firmas contratan factores hasta el punto en el que el producto marginal es igual al costo marginal: contratar una unidad adicional aporta exactamente lo necesario para cubrir el costo asociado a su contratación.

2.6. Equilibrio Competitivo

Se define al equilibrio competitivo como las secuencias de precios y cantidades que satisfacen las condiciones de optimalidad, las restricciones presupuestales y tecnológicas y aseguran que los mercados se vacían.

Dadas las secuencias exógenas de tasa de interés internacional libre de riesgo $\{r_t^*\}_{t=0}^\infty$, productividad y gasto $\{A_t, g_t\}_{t=0}^\infty$, el equilibrio competitivo es, dado $k_0 > 0$ y a_0 :

1. Una secuencia de precios $\{r_t^k, w_t, r_t^{ext}\}_{t=0}^\infty$
2. Una secuencia de cantidades $\{y_t, c_t, l_t, k_{t+1}, a_{t+1}\}_{t=0}^\infty$

tal que:

1. El mercado de bienes está en equilibrio: $y_t + r_t^{ext} a_t = c_t + x_t + g_t + a_{t+1} - a_t$
2. El mercado de factores está en equilibrio (oferta=demanda)
3. Se cumplen las condiciones 1-6, la restricción presupuestal de hogares y gobierno y la restricción tecnológica.

2.7. Estado Estacionario

Se define al estado estacionario como aquella situación en la que las variables son invariantes en el tiempo. En el caso estocástico además se asume que las variables aleatorias tienen por valor a su media.

De 1 se tiene que $\frac{1}{c_t} = \lambda_t$ y de 2 se llega a $B = \lambda_t w_t$. Entonces $B c_t = w_t$, la tasa marginal de sustitución entre consumo y ocio es equivalente a la relación de precios.

De 3 y 4 se concluye que $E_t[r_{t+1}^{ext}] = E_t[r_{t+1}^k - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})]$, en el óptimo se es indiferente entre invertir en capital localmente o invertir en activos externos.

Además, dadas las condiciones sobre la función de costos de ajuste, en el estado estacionario se tiene que $\Phi(0) = 0$ y $\frac{\partial \Phi(0)}{\partial k_t} = 0$. Los costos de ajuste se anulan en el estado estacionario y no afectan marginalmente a la economía.

Por último, de 5 y 6 se concluye que para todos los períodos $\pi_t = 0$ porque $y_t = w_t l_t + r_t k_t$ debido a la homogeneidad de grado uno de la función de producción.

2.7.1. Inversión

En estado estacionario la inversión es $x^{ss} = k^{ss} - (1 - \delta)k^{ss} = \delta k^{ss}$.

2.7.2. Salario

El salario de estado estacionario es $w^{ss} = (1 - \alpha)\bar{A}(k^{ss})^\alpha(l^{ss})^{-\alpha}$.

2.7.3. Consumo

En estado estacionario el consumo está dado por $c^{ss} = \frac{w^{ss}}{B} = \frac{(1-\alpha)\bar{A}(k^{ss})^\alpha(l^{ss})^{-\alpha}}{B} = \frac{(1-\alpha)y^{ss}}{Bl^{ss}}$.

La relación Consumo/Producto entonces es:

$$\frac{c^{ss}}{y^{ss}} = \frac{1 - \alpha}{Bl^{ss}}$$

2.7.4. Capital

De la ecuación de Euler se tiene que $\beta E_t \left[\frac{1+r_{t+1}^k - \delta}{c_{t+1}} \right] = \frac{1}{c_t}$, luego, en estado estacionario $\beta \left[\frac{1+r^k - \delta}{c^{ss}} \right] = \frac{1}{c^{ss}}$,

$$\begin{aligned} 1 + r^k - \delta &= \frac{1}{\beta} \\ \alpha\bar{A}(k^{ss})^{\alpha-1}(l^{ss})^{1-\alpha} &= \frac{1}{\beta} + \delta - 1 \\ (k^{ss})^{\alpha-1}(l^{ss})^{1-\alpha} &= \frac{1 - \beta(1 - \delta)}{\alpha\beta\bar{A}} \\ k^{ss} &= \left(\frac{\alpha\beta\bar{A}}{1 - \beta(1 - \delta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} l^{ss} \end{aligned}$$

Debe cumplirse además que $1 + r^* = \frac{1}{\beta}$.

2.7.5. Relación Capital/Producto

La relación es

$$\frac{k^{ss}}{y^{ss}} = \frac{k^{ss}}{\bar{A}(k^{ss})^\alpha(l^{ss})^{1-\alpha}} = \frac{(k^{ss})^{1-\alpha}}{\bar{A}(l^{ss})^{1-\alpha}} = \frac{\alpha\beta}{1 - \beta(1 - \delta)}$$

2.7.6. Relación Inversión/Producto

La relación es

$$\frac{x^{ss}}{y^{ss}} = \frac{\delta k^{ss}}{A(k^{ss})^\alpha (l^{ss})^{1-\alpha}} = \frac{\delta (k^{ss})^{1-\alpha}}{A(l^{ss})^{1-\alpha}} = \frac{\delta \alpha \beta}{1 - \beta(1 - \delta)}$$

2.7.7. Tasa de interés internacional

Se asume que en estado estacionario $a_t = \bar{a}$, y por lo tanto $(r^{ext})^{ss} = r^*$. En estado estacionario la tasa de interés relevante para los activos externos de la economía es la misma tasa internacional libre de riesgo.

2.7.8. Activos Externos / Balanza Comercial

La restricción agregada de la economía en estado estacionario es $y^{ss} + r^* a^{ss} = c^{ss} + x^{ss} + \bar{g}$. Entonces

$$\frac{r^* a^{ss}}{y^{ss}} = \frac{c^{ss}}{y^{ss}} + \frac{x^{ss}}{y^{ss}} + \frac{\bar{g}}{y^{ss}} - 1$$

Debe recordarse la identidad macroeconómica básica de la economía abierta: $y = c + x + g + nx$ donde nx son exportaciones netas. En estado estacionario se tiene que $-\frac{(nx)^{ss}}{y^{ss}} = \frac{c^{ss}}{y^{ss}} + \frac{x^{ss}}{y^{ss}} + \frac{\bar{g}}{y^{ss}} - 1$.

$$-(nx)^{ss} = r^* a^{ss}$$

Los rendimientos de los activos exteriores son equivalentes al negativo de la balanza comercial. Es decir, la suma de la balanza comercial con la remuneración de factores, que es en este modelo la cuenta corriente, es cero. Y es igual a la cuenta de capitales, definida como la variación de activos externos netos, que en estado estacionario es cero por definición.

3. Calibración y solución computacional

3.1. Parámetros

3.1.1. Depreciación

En estado estacionario se tiene que $x^{ss} = \delta k^{ss}$. El parámetro de depreciación del capital puede ser calibrado al hallar la razón Inversión/Capital. Se toma la Inversión como la Inversión Total más el Consumo Durable. El stock de capital se obtuvo del Banco de la República.

Para la economía colombiana se obtiene $\delta = 0,0261$ en una calibración trimestral, lo que implica una depreciación anual de 10.86 %.

3.1.2. Fracción Horas de Trabajo l^{ss}

De la Encuesta Nacional de Hogares (DANE) se toma el promedio de las horas trabajadas por semana en 7 áreas metropolitanas para el período 1984:1-2004:4. El promedio es de 48,16 horas semanales. La semana tiene 168 horas. Entonces el parámetro l^{ss} se calibra de forma que coincida con los datos colombianos: $l^{ss} = \frac{48,16}{168} \approx 0,287$. Es decir, cerca del 29 % del tiempo se dedica a actividades laborales.

3.1.3. Factor de descuento

El factor de descuento se puede calibrar para reproducir en estado estacionario dos relaciones: $\frac{k^{ss}}{y^{ss}}$ o $\frac{x^{ss}}{y^{ss}}$.

El factor de descuento que reproduce $\frac{k^{ss}}{y^{ss}}$ está dado en el modelo por $\beta_{k/y} = \frac{\frac{k^{ss}}{y^{ss}}}{(1-\delta)\frac{k^{ss}}{y^{ss}} + \alpha}$.

El factor de descuento que reproduce $\frac{x^{ss}}{y^{ss}}$ está dado por $\beta_{x/y} = \frac{\frac{x^{ss}}{y^{ss}}}{(1-\delta)\frac{x^{ss}}{y^{ss}} + \delta\alpha}$.

De hecho, en el modelo $\beta_{k/y} \equiv \beta_{x/y}$ ya que $\frac{x^{ss}}{y^{ss}} = \delta \frac{k^{ss}}{y^{ss}}$. Pero empíricamente, aunque la igualdad $\frac{x^{ss}}{y^{ss}} = \frac{x^{ss}}{k^{ss}} \frac{k^{ss}}{y^{ss}}$ se cumple obviamente para el dato período a período, no se cumple para los promedios (δ se estimó como el promedio de $\frac{x^{ss}}{k^{ss}}$). Dado que los promedios son proxies del valor de estado estacionario, empíricamente las dos formas de obtener el factor de descuento no coinciden.

Se prefiere utilizar $\beta_{x/y}$ ya que al calibrar el modelo de forma tal que las razones del consumo, la inversión y el gasto público respecto al PIB coincidan con los datos, en estado estacionario, automáticamente la relación Balanza comercial/PIB coincide. Se hace así porque los datos de cuentas nacionales son más confiables que los datos de capital. De esta forma se obtiene $\beta_{x/y} = 0,988$ (y $\beta_{k/y} = 0,985$).

Este factor de descuento, junto con el resto de la calibración, permite obtener una razón de estado estacionario $\frac{k^{ss}}{y^{ss}} = 8,667$. Para la economía colombiana esa razón es de $\frac{k}{y} = 8,068$ para el período 1977:4-2005:2 y de $\frac{k}{y} = 8,774$ para el período más reciente 1994:1-2005:2. Como el modelo se va a comparar con los datos para el último período, la selección $\beta_{x/y} = 0,988$ es la más acertada.

3.1.4. Remuneración del Capital en el Producto α

De la función de producción Cobb-Douglas se obtiene que $\frac{w^{ss}l^{ss}}{y^{ss}} = 1 - \alpha$. El parámetro α de la función de producción Cobb-Douglas se calibra con la participación promedio de la remuneración al trabajo respecto al producto, obtenido de las cuentas nacionales. Estimativos previos arrojan un resultado de $\alpha = 0,33$.

3.1.5. Utilidad marginal del ocio B

En estado estacionario se tiene $c^{ss} = \frac{w^{ss}}{B} = \frac{(1-\alpha)y^{ss}}{Bl^{ss}}$. Se concluye que $B = \frac{(1-\alpha)}{l^{ss}} \frac{y^{ss}}{c^{ss}}$. Para Colombia la razón Consumo/PIB consistente con el modelo (1994:1-2005:2) es en promedio constante e igual a $\frac{c^{ss}}{y^{ss}} = 0,597$. Entonces, como $l^{ss} = 0,287$ y $\alpha = 0,33$, se estima que la utilidad marginal del ocio es $B = 3,912$.

3.1.6. Tasa de interés internacional de estado estacionario $(r^{ext})^{ss}$

De las condiciones de primer orden se desprende que $r^* = \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1-\beta}{\beta}$. Con la calibración trimestral, $\beta = 0,988$, lo que implica $r^{ext} = 0,01197$. Es decir, la tasa de interés internacional trimestral es de 1,20 %, y/o de 4,87 % anual.

Esto se hace para evitar tendencias en el consumo. El obtener una tasa de interés internacional de 4 – 5 % está acorde con algunos modelos hallados en la literatura. Por ejemplo, Mendoza ? utiliza 4 % para su modelación.

3.1.7. Activos externos netos estado estacionario \bar{a}

En estado estacionario $-\frac{(nx)^{ss}}{y^{ss}} = \frac{r^* a^{ss}}{y^{ss}}$. Para el período 1994:1-2005:2, la balanza comercial ha representado en promedio $-2,29$ % del PIB. Entonces, $a^{ss} = -\left(\frac{(nx)^{ss}}{y^{ss}}\right) \frac{y^{ss}}{r^*}$. Con la calibración utilizada se tiene entonces $\bar{a} = 1,5883$.

3.1.8. Parámetros del proceso de Productividad \bar{A} , ρ_A , σ_A

La productividad total sigue un proceso autorregresivo de la forma $A_{t+1} = (1 - \rho_A)\bar{A} + \rho_A A_t + \epsilon_{t+1}^A$. El parámetro ρ_A se calibra a partir de una estimación de la productividad total obtenida de la función de producción Cobb-Douglas:

$$\ln A_t = \ln y_t - \alpha \ln k_t - (1 - \alpha) \ln l_t$$

Al calcular el proceso autorregresivo de la productividad total estimada se obtiene $\rho_A = 0,811$.

Y la desviación estándar de los residuos de la regresión es $\sigma_A = 0,0071$.

El parámetro \bar{A} es únicamente un parámetro de escala, y se asume igual a la unidad (normalización).

3.1.9. Parámetros del proceso de Gasto público \bar{g} , ρ_g , σ_g

El parámetro \bar{g} se calibra de forma que reproduzca la relación Gasto público / PIB que en Colombia. Para el período 1977:1-2005:2 es en promedio de $\frac{G}{Y} = 0,153$, y para el período 1994:1-2005:2 es $\frac{G}{Y} = 0,199$. Se utiliza el segundo valor debido a que la información para consumo durable está disponible únicamente en ese intervalo de tiempo, y el modelo debe ser consistente con los datos disponibles.

El gasto público sigue un proceso autorregresivo de la forma $g_{t+1} = (1 - \rho_g)\bar{g} + \rho_g g_t + \epsilon_{t+1}^g$. El parámetro ρ_g se calibra a partir de la regresión del modelo AR(1) trimestral para el ciclo

del gasto público obtenido del filtro Hodrick-Prescott. El parámetro σ_g se calibra a partir de la desviación estándar de los residuos de la misma regresión.

El modelo AR(1) tiene intercepto no significativo, coeficiente de autocorrelación significativo y sus residuales son ruido blanco.

Entonces $\rho_g = 0,563$ y $\sigma_g = 0,0304$.

3.1.10. Parámetros del proceso exógeno de tasa de interés libre de riesgo r^* , ρ_r , σ_r

En estado estacionario $(r^{ext})^{ss} = r^*$. Entonces $r^* = \frac{1-\beta}{\beta}$. La calibración desarrollada implica entonces $r^* = 0,01197$. La tasa libre de riesgo es aproximadamente 1,2 % trimestral, o 4,87 % anual.

En la práctica, la tasa libre de riesgo puede ser la tasa de los US Treasury Bills. Esta tasa está dada en porcentaje anual, pero al calcularla trimestral y obtener su media para el período 1957:1-2004:4 se obtiene un valor empírico de $r^{treas} = 0,01332$, aproximadamente 1,3 % trimestral. Por lo tanto, la calibración es consistente con lo observado en la práctica.

Utilizando la misma serie US Treasury Bill a tasas trimestrales se realizó la regresión del modelo AR(1) para el ciclo de la tasa de interés libre de riesgo utilizando el filtro Hodrick-Prescott trimestral. De la regresión se concluye que la serie sigue un AR(1) con intercepto no significativo.

El modelo AR(1) sugiere valores de $\rho_r = 0,808$ y $\sigma_r = 0,0017$.

3.1.11. Parámetros de costo de ajuste Φ y *risk-premium* γ

Los resultados cuantitativos del modelo son relativamente sensibles a la selección de estos dos parámetros. Cambios en estos parámetros cambian las volatilidades simuladas de la razón balanza comercial respecto al PIB, la tasa de interés internacional, y en menor medida la volatilidad de la inversión y el PIB.

Un valor positivo para Φ es necesario para reducir la volatilidad excesiva del capital y la inversión que presenta este tipo de modelos en ausencia de costos de ajuste a la inversión (aunque su inclusión en este modelo no reduce significativamente esas volatilidades). Además la inclusión de esos costos reduce las volatilidades de la tasa de interés r_t^{ext} y de la razón de balanza comercial respecto al PIB comparado con un modelo sin costos de ajuste (razón por la que fue incluido en el modelo).

El parámetro γ afecta también las diferentes volatilidades.

Siguiendo a Schmitt-Grohe and Uribe (2002) se escogió un parámetro $\phi = 0,028$. En su trabajo, ellos utilizaron un parámetro $\gamma = 0,000742$. Sin embargo, en el modelo desarrollado en este trabajo, un parámetro γ tan reducido genera una volatilidad excesiva del producto, la inversión, la balanza comercial etc. Se ajustó este parámetro para reproducir lo más cercanamente posible las volatilidades observadas en la economía colombiana. Para ello se utilizó un valor $\gamma = 0,316$. Con ese valor, el *momento teórico* calculado por Dynare, utilizando el filtro Hodrick-Prescott trimestral, de la razón balanza comercial respecto al PIB es igual al observado en la economía colombiana.

Cuadro 4: Calibración Modelo SOE

Descripción	Parámetro (Calibración Trimestral)
Depreciación	$\delta = 0,0261$
Fracción de horas de trabajo	$l^{ss} = 0,287$
Elasticidad capital-producto	$\alpha = 0,33$
Gasto público promedio	$\bar{g} = 0,165$
Factor de descuento	$\beta = 0,988$
Utilidad marginal del trabajo	$B = 3,912$
Tasa de interés internacional libre de riesgo	$r^* = 0,012$
Activos Externos Netos estacionario	$\bar{a} = 1,5883$
Productividad Total estacionaria	$\bar{A} = 1$
Parámetro <i>risk-premium</i>	$\gamma = 0,316$
Parámetro costos de ajuste	$\phi = 0,028$

3.2. Aproximación computacional

Debido a las no linealidades presentes en las condiciones de solución halladas y a la naturaleza estocástica y dinámica del problema es difícil hallar una solución analítica explícita para cada variable de interés presente en el modelo. Por ello es necesaria una solución computacional.

Varios son los métodos disponibles y amplia la literatura al respecto. En este trabajo se utiliza la solución por aproximación log-lineal de las condiciones óptimas alrededor del estado estacionario. Se utiliza el software Dynare¹ para la computación del estado estacionario y la aproximación log-lineal. Se escoge el método log-lineal por la facilidad de interpretación de los impulsos respuesta y las desviaciones estándar, como diferencias porcentuales de las variables respecto al estado estacionario.

4. Análisis cualitativo

Una herramienta muy útil derivada de la solución computacional de los modelos *RBC* es el impulso respuesta: se asume que la economía se encuentra en estado estacionario y en el período inicial recibe un único shock exógeno. En el modelo presentado en la sección anterior hay tres posibles shocks: de productividad, de gasto público y de tasa de interés internacional. Usualmente se utiliza un único shock de una desviación estándar sobre las variables aleatorias exógenas utilizadas en el modelo.

En el modelo hay procesos autorregresivos que reciben shocks exógenos, de la forma $q_{t+1} = (1 - \rho_q)\bar{q} + \rho_q q_t + \epsilon_{t+1}^q$, donde $q = A, g, r^*$. La variable aleatoria exógena es ϵ_{t+1}^q .

¹Dynare versión 3.0. por Michel Juillard. Software e información disponibles en <http://www.cepremap.cnrs.fr/dynare/>

Para generar los impulsos respuesta se asumen unas secuencias $\epsilon^q = \{\sigma_q, 0, 0, \dots\}$ y $\epsilon^{-q} = \{0, 0, 0, \dots\}$ donde ϵ^{-q} representa todas las variables aleatorias diferentes a ϵ^q . Entonces podría pensarse en el impulso respuesta como la reacción del modelo, inicialmente en su estado estacionario, a un único shock de una desviación estándar en una variable exógena, con todos los demás shocks “apagados”. Se trata de shocks ortogonales.

Dado que el modelo se solucionó computacionalmente con el método de log-linearización, los impulsos respuesta muestran las desviaciones porcentuales de las variables respecto a su estado estacionario ocasionadas por un único shock exógeno no esperado.

4.1. Shock de productividad

Un shock positivo en la productividad genera un aumento exógeno en la demanda de factores productivos por parte de la firma. Este incremento de las cantidades demandadas, dado un salario, origina en interacción con la oferta, de acuerdo con la teoría microeconómica básica, un aumento en los precios y cantidades de equilibrio. Por lo tanto, aumentan los salarios w_t y la tasa de retorno al capital r_t^k y se incrementa la fracción de horas de trabajo l_t y el capital demandado k_t . El aumento en las cantidades utilizadas de factores generan un efecto indirecto y positivo sobre el producto, reforzado por el efecto directo de un aumento en la productividad. Por lo tanto, aumenta y_t .

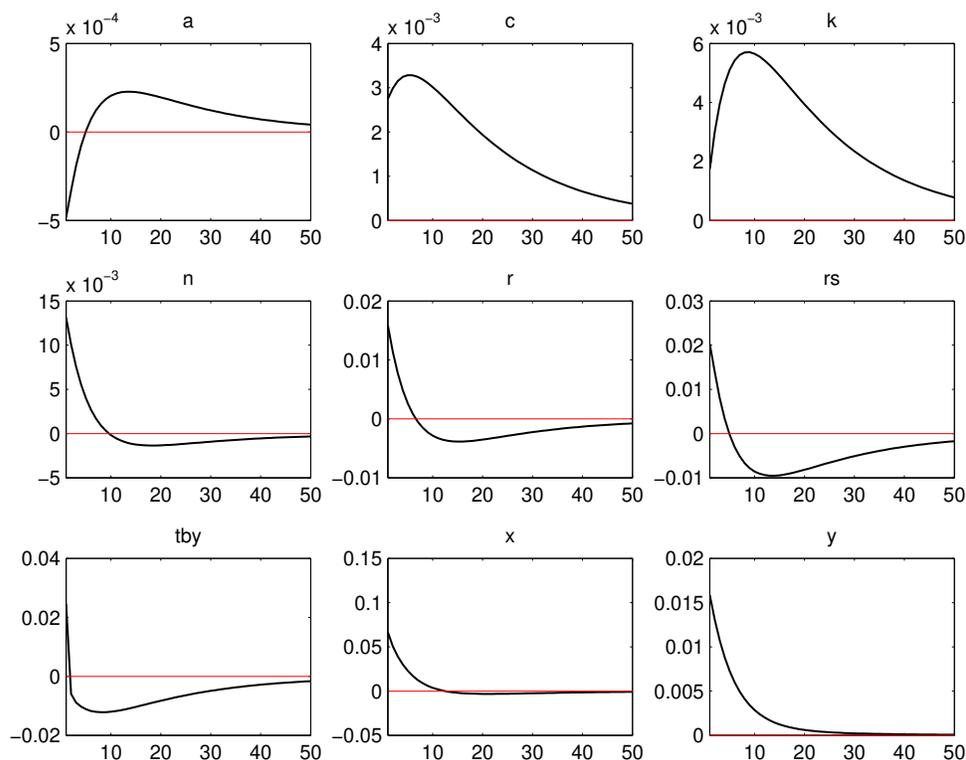
Los hogares observan un aumento de la demanda por factores y por lo tanto de los salarios. Se genera un efecto ingreso y un efecto sustitución. Un incremento en el salario es visto como un aumento en el costo del ocio. Los hogares deciden sustituir ocio por consumo, y por lo tanto ofrecen más horas de trabajo en el mercado. Pero a su vez, dada la mayor cantidad de recursos que disponen, deciden consumir más. Entonces aumenta c_t .

Debido al aumento en los retornos del capital, y por la mayor demanda generada por el shock de productividad, la inversión x_t aumenta, y el stock de capital se incrementa.

Todos estos efectos generan que los hogares prefieran mantener menores activos netos externos, ya que el retorno al capital aumentó domésticamente. Otra forma de analizarlo es que el aumento de la producción se refleja en un mejoramiento de la balanza comercial. Por lo tanto la razón de la balanza comercial respecto al PIB aumenta, lo que significa una disminución en los activos externos netos.

Un aumento de la productividad de 0,7% ocasiona un aumento del producto de 1,58% respecto al estado estacionario. La inversión varía más, cerca de 6,6%.

Figura 3: Shock ortogonal a la productividad total de los factores



4.2. Shock de gasto público

Un aumento exógeno del gasto público (shock fiscal) genera en este modelo un claro efecto de *crowding-out*. Esto sucede porque se asumió un gasto improductivo, el shock fiscal no tiene correlación con el shock de productividad².

El aumento no esperado del gasto público ocasiona una disminución en los recursos de los hogares debido a que el presupuesto fiscal balanceado se financia con impuestos de suma fija. Hay entonces un efecto ingreso negativo para los hogares, que ocasiona reducción en el consumo y en el ocio (que son “bienes normales”). Este desplazamiento positivo de la oferta de trabajo ocasiona una disminución de los salarios y un incremento en la producción.

La utilización de recursos reales para gasto público improductivo genera *crowding-out*. La disminución de los recursos en la economía ocasiona un aumento en las tasas de interés, una disminución en la inversión y el stock de capital. Además, dado que el producto aumentó y el consumo disminuyó, mejora la posición comercial de la economía y aumenta la balanza comercial. Para poder financiar estas actividades, los hogares deben disminuir su tenencia

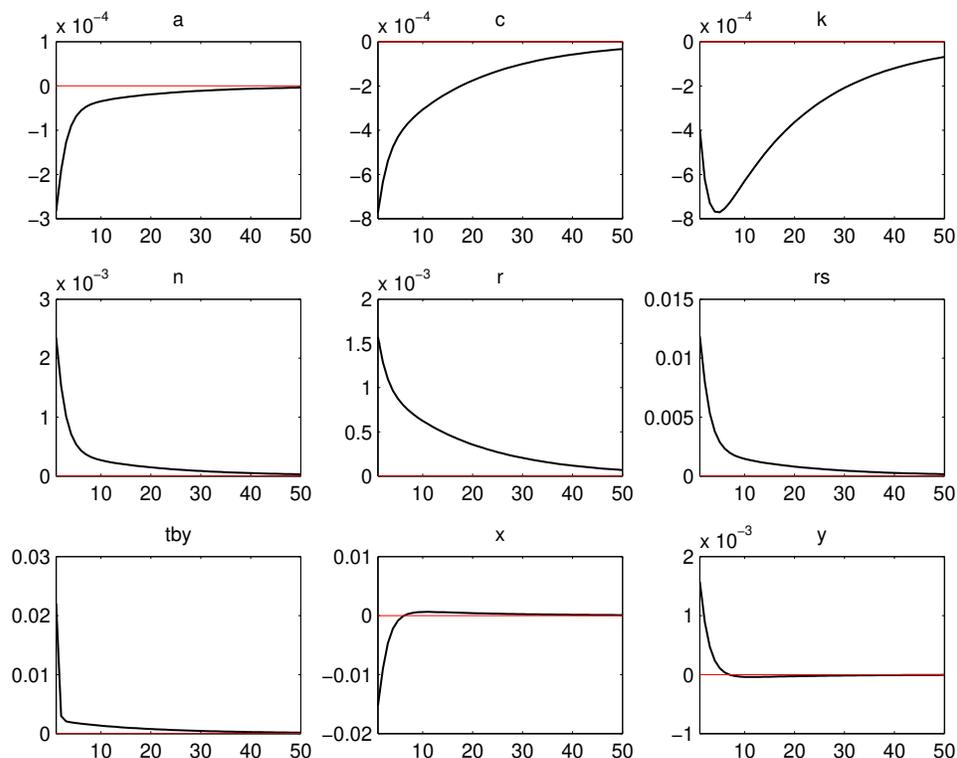
²El gasto público estaría correlacionado positivamente con la productividad si existiera gasto productivo, es decir, si un mayor gasto del gobierno generara una externalidad positiva o un efecto *spill-over* sobre la economía. En ese caso el efecto de un shock fiscal sería diferente.

de activos netos externos. Esto implica un alza de la tasa de interés internacional debido al *risk-premium*.

Un shock de una desviación estándar implica un aumento del gasto público de 3%, ocasiona una desviación en la balanza comercial de 2,36 % respecto a su estado estacionario, y un aumento del 0,157 % para el producto, respecto al estado estacionario.

Los efectos del shock desaparecen después de 25 períodos (trimestres).

Figura 4: Shock ortogonal al gasto público



4.3. Shock de tasa de interés internacional

Un aumento exógeno de la tasa libre de riesgo r_t^* (shock internacional) genera un aumento inmediato en la tasa de interés que se reconoce a los activos externos de la economía r_t^{ext} . Como bajo la calibración utilizada se reproduce una balanza comercial de estado estacionario negativa, la economía simulada mantiene activos externos positivos. Por lo tanto, un aumento en la tasa de interés externa incrementa los retornos a esos activos e incentiva a los hogares a acumular más activos externos netos. En el momento del shock, la balanza comercial disminuye.

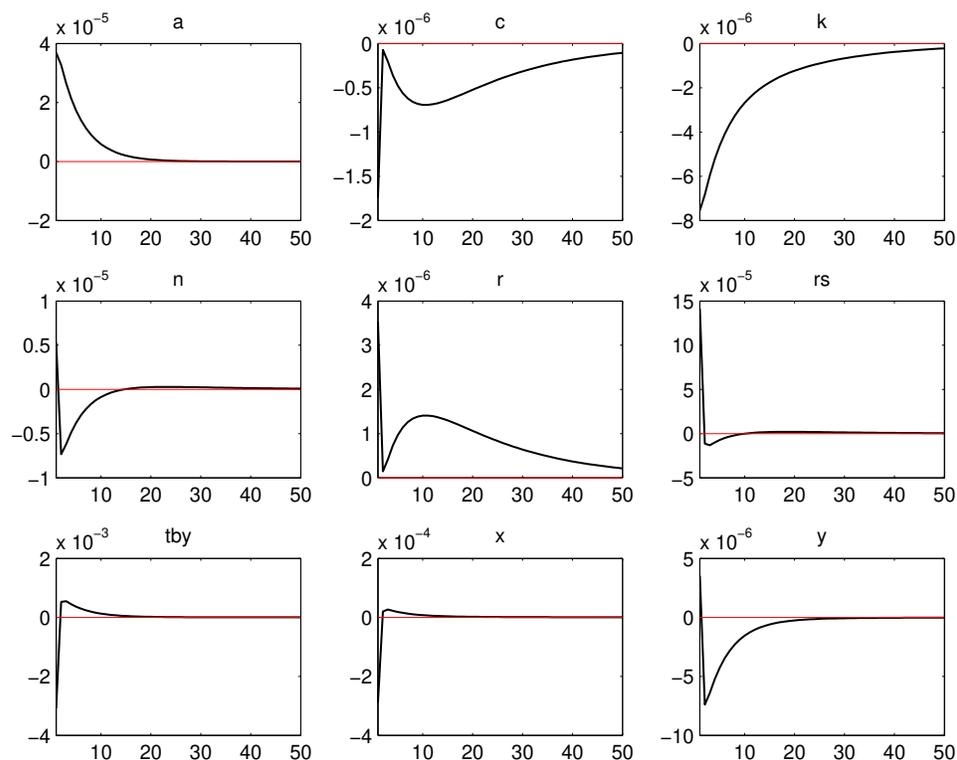
La utilización de recursos en activos externos hace caer la inversión en capital físico. Entonces cae el stock de capital y aumenta su retorno.

El incremento en las tasas de interés afecta la decisión de consumo hoy. El consumo presente se hace muy costoso respecto al consumo futuro. Los hogares entonces prefieren disminuir su consumo c_t . La disminución del consumo se refleja en una disminución totalmente proporcional en el salario, ya que $\frac{w_t}{c_t} = B$.

En el momento del shock aumenta el costo del capital para las firmas que prefieren ahora contratar más trabajadores. Esta demanda adicional es respondida por los hogares inicialmente, y en el momento del shock el producto aumenta. Luego, como los retornos a los activos externos aumentaron, la economía cuenta con más recursos. El ocio se incrementa debido al efecto ingreso positivo (pero el efecto negativo de las mayores tasas de interés sobre el consumo continúa). La disminución de la oferta de trabajo hace disminuir la fracción de tiempo dedicada al mercado laboral y ocasiona una caída del producto.

De cualquier forma, el efecto de un shock de tasa de interés internacional sobre la economía es cuantitativamente muy pequeño. La variable más afectada es la balanza comercial y regresa al estado estacionario después de 20 periodos.

Figura 5: Shock ortogonal a la tasa de interés internacional libre de riesgo



5. Análisis cuantitativo

El modelo fue solucionado con la técnica de log-linearización utilizando el programa Dynare. La ventaja es que permite obtener los segundos momentos teóricos de las variables filtrados con Hodrick-Prescott. Además descompone la variación de acuerdo a los diferentes shocks posibles en el modelo.

5.1. Datos

Se busca comparar los momentos y propiedades estadísticas de las variables simuladas en el modelo y las variables observadas en la economía colombiana. Sin embargo, para ser válidas, las comparaciones deben realizarse entre variables que sean equivalentes.

El consumo del modelo es instantáneo, por definición de la función de utilidad. Utilizando una serie de consumo de bienes durables disponible entre 1994:1-2005:2 se define un “Consumo instantáneo” compatible con el del modelo como el Consumo Total de los hogares menos el Consumo de Durables.

Se define entonces una “Inversión” compatible con el modelo como la suma de la Inversión Total más el Consumo de Durables.

El Gasto Público no se redefine ya que la información disponible no discrimina entre inversión pública y consumo público.

Los momentos y razones reportados corresponden al período 1994:1-2005:2 debido a la disponibilidad de la serie de Consumo Durable únicamente para ese período.

5.2. Desviaciones Estándar

Cuadro 5: Desviaciones estándar filtro Hodrick-Prescott

Variable	Economía colombiana		Economía simulada	
	Valor σ_x	Valor relativo $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$	Valor σ_x	Valor relativo $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$
PIB	0.0164	1.000	0.0194	1.000
Consumo	0.0164	1.000	0.0044	0.227
Gasto público	0.0365	2.226	0.0322	1.660
Capital	0.0088	0.537	0.0061	0.314
Inversión	0.1246	7.598	0.0818	4.216
Horas de Trabajo Promedio	0.0221	1.348	0.0164	0.845
Balanza comercial (% PIB)	0.0380	2.317	0.0379	1.954
US Treasury Bill Rate	0.0028	0.171	0.0020	0.103
Salario	0.0340	2.073	0.0044	0.227

Para la economía simulada se reportan los *momentos teóricos* HP filter, lambda = 1600

El modelo aproxima bastante bien la variación del PIB y de los procesos modelados como exógenos: Gasto Público y tasa de interés libre de riesgo. Sin embargo, arroja una varia-

bilidad del consumo bastante inferior a la observada. En el modelo se suaviza el consumo más allá de lo esperado.

La variabilidad de la balanza comercial respecto al PIB es exacta porque el parámetro γ se calibró con ese propósito.

El modelo subestima la variabilidad de la inversión. En la economía se observa que es cerca de siete veces mayor que la del PIB, pero en el modelo alcanza a ser únicamente cuatro veces. Eso sucede por la introducción de los costos de ajuste al capital. Sin embargo, no haber utilizado costos de capital habría afectado la variabilidad del resto de variables consideradas.

El modelo arroja resultados contradictorios respecto a las horas promedio. En la economía la variabilidad es ligeramente mayor que la del PIB. Pero en el modelo parece menor. Este resultado puede explicarse por la modelación del trabajo. Según lo explicado por Hansen (1985) la variación en el empleo puede deberse a un aspecto extensivo y a otro intensivo: cuántas personas entran y salen de la fuerza laboral y cuánto de su tiempo dedican a trabajar. En este modelo se consideró la fracción de tiempo, que podría ser equivalente a las horas promedio trabajadas. Sin embargo, en la recolección estadística de ese dato también influye el número de trabajadores, algo que no está contemplado en el modelo. A pesar de eso, el valor absoluto de la simulación es muy semejante al observado.

Sobre el salario, en todo momento se cumple $\frac{w_t}{c_t} = B$. La correlación entre el salario y el consumo es uno. Por lo tanto, la desviación estándar del consumo y del salario es la misma, y ambas parecen menores a las observadas en la economía. La explicación puede también relacionarse con el aspecto extensivo e intensivo de la participación laboral.

Por otra parte, Dynare permite analizar la composición de la varianza de cada variable en explicado por shocks de productividad, shocks fiscales o shocks sobre la tasa de interés libre de riesgo. Los resultados se reportan en la siguiente tabla:

Cuadro 6: Descomposición de Varianza (en porcentaje) (HP filter, lambda = 1600)

Variable	Shock Productividad	Shock fiscal	Shock internacional
a	83.00	16.59	0.40
c	95.87	4.13	0.00
g	0.00	100.00	0.00
k	97.47	2.53	0.00
l	97.70	2.30	0.00
r^*	0.00	0.00	100.00
r^{ext}	83.34	16.66	0.00
(nx)	78.66	20.90	0.44
$\frac{(nx)}{y}$	69.94	29.34	0.72
x	95.82	4.18	0.00
y	99.24	0.76	0.00
A	100.00	0.00	0.00

Un resultado que parece común a la literatura *RBC* indica que el principal motor teórico del ciclo real es el shock a la productividad. Un resultado aparente de la tabla es que el shock de tasa de interés internacional parece no tener la fuerza suficiente para generar un ciclo real, ya que su participación en la variabilidad de las variables de interés es mínima.

5.3. Correlaciones y Autocorrelaciones

Cuadro 7: Correlaciones respecto al PIB

Variable	Economía colombiana	Economía Simulada
PIB	1.000	1.000
Consumo	0.7972	0.7483
Gasto Público	0.3119	0.0868
Capital	0.1759	0.3475
Inversión	0.8726	0.9506
Balanza comercial (% PIB)	-0.3847	-0.3472
Horas de Trabajo Promedio	0.2206	0.9842
US Treasury Bill Rate	0.3392	-0.0002
Salario	0.2514	0.7483

El modelo arroja resultados bastante consistentes: el consumo y la inversión son altamente procíclicos tanto en la economía colombiana como en el modelo. Para los datos disponibles el gasto público podría considerarse ligeramente procíclico, pero parece no tener relación con el ciclo del PIB. El modelo con toda certeza arroja gasto público acíclico. Por último, el modelo también es capaz de reproducir la baja correlación positiva entre el capital y el PIB. En ambos casos el capital parece acíclico.

La correlación entre el ciclo de la balanza comercial como porcentaje del PIB también es muy semejante en el modelo y la economía colombiana. Se obtiene en ambos casos una balanza comercial ligeramente contracíclica, típico hecho estilizado de una economía emergente.

El modelo falla en reproducir la correlación del ciclo de las horas promedio. En la economía colombiana se observa que las horas son acíclicas. Los ajustes en el mercado laboral durante el ciclo real se dan en el número de trabajadores (aspecto extensivo) y no en las horas promedio trabajadas (aspecto intensivo). Como ya se mencionó, este modelo no recoge el aspecto extensivo. Por lo tanto, todo el ajuste del mercado laboral se hace a través de la fracción del tiempo dedicada al trabajo l_t y por eso la correlación de esa variable con el PIB en el modelo es tan alta. Hansen (1985) propone un modelo donde los aspectos del mercado laboral son tenidos en cuenta a través de la introducción de trabajo indivisible.

También falla en reproducir la correlación entre la tasa de interés libre de riesgo, que es ligeramente procíclica si se toma el US Treasury Bill Rate, y en el modelo es acíclica.

Por último el modelo predice una correlación más alta entre el ciclo del salario real

y el producto respecto al observado en la economía colombiana. Nuevamente, aspectos extensivos e intensivos del mercado laboral pueden afectar el salario, y el modelo no es capaz de reproducirlos correctamente.

La siguiente tabla reporta las autocorrelaciones de orden uno para las diferentes variables:

Cuadro 8: Autocorrelaciones de orden uno

Variable	Economía colombiana	Economía Simulada
PIB	0.7388	0.6355
Consumo	0.8265	0.8016
Gasto Público	0.5515	0.4331
Capital	0.9633	0.9383
Inversión	0.7474	0.6072
Balanza comercial (% PIB)	0.7496	0.1630
Horas de Trabajo Promedio	0.5093	0.6277
US Treasury Bill Rate	0.8019	0.6331
Salario	0.5080	0.8016

El modelo reproduce bastante bien las autocorrelaciones observadas para la economía colombiana. Falla únicamente en la balanza comercial como porcentaje del PIB, ya que el modelo subestima la persistencia de ese ciclo. También parece fallar en el salario, por los aspectos ya discutidos.

6. Conclusiones

Utilizando los datos disponibles para Colombia (fuente DANE, DNP, Banco de la República) se concluye que el país presenta los hechos estilizados típicos de una economía pequeña y abierta que puede calificarse como emergente: variabilidad del ciclo del PIB de acuerdo con la variabilidad estimada de la productividad, consumo ligeramente menos variable, inversión muy volátil respecto al ciclo del PIB, horas promedio de trabajo acíclicas, balanza comercial contracíclica etc.

En este trabajo se desarrolló un modelo de ciclos reales siguiendo la literatura estándar *RBC*. El modelo se calibró para la economía colombiana con el fin de reproducir los hechos estilizados hallados.

Un modelo medianamente sencillo es capaz de reproducir en buena parte los hechos estilizados. Se obtienen correlaciones respecto al PIB bastante consistentes con las observadas en la economía colombiana. También se obtienen autocorrelaciones de los diferentes ciclos bastante acertadas.

El modelo entonces es consistente en la reproducción de los hechos estilizados: balanza comercial contracíclica, consumo e inversión altamente procíclicas, capital acíclico etc. Además el modelo reproduce las volatilidades relativas: la inversión es más volátil que el PIB, el consumo y el capital son menos volátiles etc.

Pero el modelo falla en la reproducción de los hechos estilizados referentes al mercado laboral: las horas promedio y los salarios promedio parecen ser muy procíclicas en el modelo, pero no en la economía colombiana. La explicación es que el modelo no incluye el aspecto extensivo del mercado laboral: no hay manera de reflejar los cambios ocasionados por el número de personas ocupadas. Como en la economía colombiana la relación del ciclo del PIB con el ciclo del mercado laboral explica mucho del aspecto extensivo, los datos promedio no muestran relaciones tan altas con el PIB como las que refleja el modelo.

El modelo también subestima la varianza del ciclo del consumo. Se está sobre-suavizando el consumo.

Por último, una descomposición de la varianza de las series indica que el poder reproductivo de un ciclo real descansa sobre el shock exógeno de productividad más que sobre cualquier otro shock exógeno (fiscal o externo). Esto se confirma en que la correlación de la tasa libre de riesgo y el PIB predicha por el modelo es muy inferior a la observada en la economía colombiana.

De este trabajo se desprende que un modelo sencillo es capaz de reproducir los hechos estilizados. Sin embargo, es necesaria la inclusión de aspectos más realistas, como indivisibilidad del trabajo que sean capaces de incluir en la teoría el aspecto extensivo del mercado laboral. Además este modelo no presenta ciertas rigideces reales y nominales que podrían ayudar a reproducir más fielmente los aspectos cuantitativos del ciclo: por ejemplo, podría añadirse rigideces al ajuste salarial, hábito en el consumo, dinero e inflación, tasa de cambio etc.

Referencias

COOLEY, T. F., AND E. C. PRESCOTT (eds.) (1995): *Frontiers of business cycle research* chap. 1: Economic growth and business cycles. Princeton University Press.

HANSEN, G. D. (1985): "Indivisible Labor and the Business Cycle," *Journal of Monetary Economics*, 16, 309–327.

SCHMITT-GROHE, S., AND M. URIBE (2002): "Closing Small Open Economy Models," Working paper 9270, National Bureau of Economic Research.