Analysis and stochastic simulation of a macro model of the Italian economy 1952-1971

Bianchi, Carlo and Calzolari, Giorgio and Ciriani, Tito A. and Corsi, Paolo and Cleur, Eugene M. and Sitzia, Bruno and Romagnoli, Gian C.

IBM Scientific Center, Pisa, Italy., University of Pisa, Italy, University of Siena, Italy

1976

ANALISI E SIMULAZIONE STOCASTICA DI UN MODELLO AGGREGATO DELL'ECONOMIA ITALIANA 1952 - 1971 *

C.Bianchi, G.Calzolari, T.A.Ciriani, P. Corsi (Centro Scientifico IBM-Pisa) E.Cleur (Università di Siena), G.C. Romagnoli, B. Sitzia (Università di Pisa)

INTRODUZIONE

Questa relazione ha lo scopo di presentare i risultati della prima fase di una ricerca sul problema dell'analisi delle proprietà stocastiche dei modelli econometrici usati in sede di politica economica nazionale.

Lo studio si propone di illustrare, attraverso un esempio concreto che si riferisce all'economia italiana, le varie fasi di costruzione e verifica di un modello di economia nazionale.

In questa sede assumeremo come rappresentazione del modello un sistema di equazioni stocastiche alle differenze lineare nei parametri.

Siano : A,B,C,N matrici di coefficienti

y_t vettore di variabili di stato (endogene)

*Il lavoro, promosso dall'Istituto di Economia e Finanza della Facoltà di Scienze Politiche e dal Centro Scientifico IBM di Pisa, con il coordinamento di B. Sitzia, si propone l'approfondimento dei metodi di identificazione, soluzione e controllo nell'ambito dei modelli econometrici.

x_t vettore di variabili di controllo (esogene)

z_t vettore di relazioni non lineari tra variabili

ε_t vettore di disturbi stocastici

Il sistema si scrive :

$$Ay_t + By_{t-1} + Cx_t + Nz_t = \varepsilon_t$$

con :

$$E(\varepsilon_t) = 0 \qquad E(\varepsilon_t \varepsilon'_t) = \Sigma$$

1 - SCELTA DELLA STRUTTURA

Sotto il problema di scelta della struttura (o specificazione) possiamo distinguere le seguenti fasi di costruzione di un modello econometrico :

1) scelta del periodo campionario;
2) scelta dell'intervallo di campionamento;
3) scelta delle dimensioni del vettore y_t;
4) individuazione delle variabili di controllo;
5) imposizione di un numero sufficiente di restrizioni sulle matrici A,B,C,N ed eventualmente Σ, tali da rendere identificato, in senso statistico, il sistema.

Nella costruzione di un modello non è possibile fare riferimento ad una teoria formale della specificazione salvo per l'ultimo punto, quello dell'identificazione in senso statistico, che rappresenta peraltro il contributo più originale dato dallo sviluppo dell'econometria allo studio dei sistemi. Di tale aspetto diremo maggiormente in seguito: per ora ci interessa premettere alcune considerazioni che si riferiscono ai punti precedenti, allo scopo di introdurre il modello utilizzato in questa sede.

Il primo problema, la scelta cioè del periodo campionario e quindi del numero delle osservazioni, è in genere dominato nelle applicazioni econometriche dalla disponibilità dei dati. Il materiale statistico di base è costituito da serie storiche estremamente corte, a paragone di quelle disponibili in altri campi. L'unica condizione vincolante a questo proposito è quella che obbliga al rispetto delle condizioni necessarie per l'applicabilità dei metodi di stima.[1] Dal momento che gli stimatori utilizzati sono caratterizzati da proprietà asintotiche, resta essenzialmente indeterminato il numero di osservazioni ottimali rispetto ai parametri da stimare.

Per il secondo problema, quello della scelta dell'intervallo di campionamento, si possono citare soltanto alcuni risultati teorici relativi all'effetto sulle stime dell'aggregazione nel tempo [2], ma anche in questo caso il problema resta sostanzialmente irrisolto.

Un'ulteriore fonte di ambiguità è costituita infine dalla scelta tra variabili di controllo e variabili di stato, che in genere dipende più dagli scopi della ricerca e dal livello di aggregazione che dal carattere intrinseco delle variabili.

Per quanto attiene al livello di aggregazione e quindi alle dimensioni del sistema, c'è da osservare che i modelli di economie nazionali vengono normalmente costruiti facendo riferimento a schemi di contabilità e in particolare :

a) quadri di contabilità nazionale;
b) tavole input-output;
c) tavole relative ai flussi di fondi.

Ognuno di questi schemi fissa una dimensione concettuale massima alla grandezza del sistema e determina un certo numero di restrizioni sui coefficienti attraverso le cosiddette equazioni di bilancio, che svolgono quindi un ruolo fondamentale nell'identificazione del sistema.

Il modello dell'economia italiana da noi utilizzato come punto di partenza per le elaborazioni contenute in questa relazione, può essere caratterizzato, secondo le considerazioni precedenti, come un modello annuale, costruito nell'ambito dei quadri di contabilità nazionale, nel periodo 1952-1971. La sua dimensionalità è stata fissata tenendo conto delle condizioni necessarie per l'applicabilità del metodo della massima verosimiglianza ad informazione completa (FIML), che è il più generale, ma anche il più restrittivo a questo riguardo dei metodi disponibili.

Dal punto di vista della letteratura econometrica,la specificazione del modello è confrontabile con il Modello 1 di Klein [3] che presenta lo stesso grado di aggregazione. Tale modello è stato frequentemente usato come banco di prova per differenti metodi di analisi. L'adozione da parte nostra di una struttura siffatta permette un agevole confronto tra i risultati ottenuti in questa sede e quelli riportati nella letteratura per il modello Klein e presenta il vantaggio di poter operare su un campione relativo ad un periodo più recente della storia economica italiana, sulla cui evoluzione e caratteristiche sono disponibili informazioni che possono essere confrontate con i risultati del modello.

Le variabili macroeconomiche aggregate esplicitamente considerate nel modello sono i consumi, gli investimenti e il reddito da lavoro dipendente nei settori industriale e terziario, le importazioni e il grado di utilizzo della capacità produttiva. Il sistema può essere condensato in sette equazioni, 5 strutturali e 2 di definizione contabile.

La forma strutturale del modello è rappresentata nella Tabella a pagina seguente.

Le variabili <u>endogene</u> del modello sono sottolineate.

Le variabili con gli indici -1 e -2 sono variabili endogene o esogene ritardate, rispettivamente, di 1 e 2 anni.

$$1 - \underline{\mathrm{CPN}} = \alpha_{10} + \alpha_{11}(\underline{\mathrm{WIT}} + \mathrm{WG} + \mathrm{X2}) + \alpha_{12}(\underline{\mathrm{PIT}} + \mathrm{PAF}) + \alpha_{13}(\mathrm{PIT}_{-1} + \mathrm{PAF}_{-1}) + \varepsilon_1$$

$$2 - \underline{\mathrm{ILIT}} = \alpha_{20} + \alpha_{21}\mathrm{PIT}_{-1} + \alpha_{22}\,\underline{\mathrm{KOCC}} + \alpha_{23}\,\mathrm{ILIT}_{-1} + \varepsilon_2$$

$$3 - \underline{\mathrm{M}} = \alpha_{30} + \alpha_{31}(\underline{\mathrm{CPN}} + \underline{\mathrm{ILIT}}) + \alpha_{32}\,\mathrm{T} + \varepsilon_3$$

$$4 - \underline{\mathrm{WIT}} = \alpha_{40} + \alpha_{41}(\underline{\mathrm{WIT}} + \underline{\mathrm{PIT}}) + \alpha_{42}\,\underline{\mathrm{KOCC}} + \alpha_{43}\,\mathrm{DUS70} + \alpha_{44}\mathrm{WIT}_{-1} + \varepsilon_4$$

$$5 - \underline{\mathrm{KOCC}} = \alpha_{50} + \alpha_{51}(\underline{\mathrm{ILIT}} + \mathrm{ILIT}_{-1} + \mathrm{ILIT}_{-2}) + \alpha_{52}(\mathrm{ILIT}_{-1} + 2\mathrm{xILIT}_{-2}) + \varepsilon_5$$

$$6 - \underline{\mathrm{RNLCF}} = \underline{\mathrm{CPN}} + \underline{\mathrm{ILIT}} + \mathrm{WG} + \mathrm{X1} - \underline{\mathrm{M}} - \mathrm{TI}$$

$$7 - \underline{\mathrm{PIT}} = \underline{\mathrm{RNLCF}} - \underline{\mathrm{WIT}} - \mathrm{WG} - \mathrm{PAF} - \mathrm{X2}$$

Legenda :

<u>CPN</u>	= consumi privati nazionali
<u>ILIT</u>	= investimenti fissi lordi nel settore industriale e terziario
<u>M</u>	= importazioni di merci
<u>WIT</u>	= redditi lordi da lavoro dipendente nel settore industriale e terziario
<u>KOCC</u>	= capacità produttiva utilizzata nel settore industriale
<u>RNLCF</u>	= reddito nazionale lordo al costo dei fattori
<u>PIT</u>	= profitti lordi nel settore industriale e terziario
WG	= redditi da lavoro dipendente della P.A.
PAF	= profitti lordi nei settori agricolo, dell'edilizia e della P.A.
X2	= redditi da lavoro dipendente nel settore agricolo e dall'estero
X1	= esportazioni ed altre componenti di domanda
TI	= imposte dirette al netto dei trasferimenti alle imprese

T = tempo (1952 = 1,.... 1971 = 20)
DUS70 = variabile dummy (1970 = 0.25; 1971 = 0.75; altri anni = 0.0

La struttura dinamica del sistema può essere esplicitata prendendo in esame la matrice degli operatori di ritardo [4], relativa al modello stimato con il metodo dei minimi quadrati ordinari :

CPN	ILIT	M	WIT	KOCC	RNLCF	PIT
1	0	0	-0.77	0	0	-0.57+0.08L
0	1-0.51L	0	0	-80.42	0	-0.51L
-0.40	-0.40	1	0	0	0	0
0	0	0	0.76-0.61L	-51.94	0	-0.24
0	-0.004(1-L)	0	0	1	0	0
-1	-1	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	-1	1

Le prime due righe della matrice contengono l'interazione tra consumi e investimenti, nota in economia come meccanismo moltiplicatore-acceleratore. Il blocco contiene due costanti di tempo e dà origine, nella maggior parte dei modelli econometrici di questo tipo, ad oscillazioni di periodo piuttosto lungo (superiore a 10 anni).

In questo modello, come in quello di Klein, il meccanismo è ulteriormente complicato dalla contemporanea presenza di fattori di aggiustamento dinamico nella equazione di distribuzione del reddito. Poichè la distribuzione funzionale del reddito è tendenzialmente costante nel medio periodo, ci si può attendere a priori che la introduzione della relativa costante di tempo contribuisca a ridurre il periodo del ciclo dominante. Nel modello considerato, infine, l'equazione della capacità utilizzata introduce dei fattori dinamici di periodo ancora più breve, che appaiono probabilmente da riconnettere al ciclo delle scorte. Se si ricorre alla rappresentazione spettrale delle variabili endogene del sistema, è possibile scrivere lo spettro di potenza della variabile KOCC in funzione di quello degli investimenti secondo la seguente relazione :

$$f_{KOCC}(\omega) = \left| 1-e^{-i2\omega} \right|^2 f_{ILIT}(\omega) + f_{e_5e_5}(\omega)$$

ove $f_{ILIT}(\omega)$ e $f_{e_5e_5}(\omega)$ rappresentano gli spettri di ILIT e dei termini stocastici. La funzione di trasferimento indicata ha infatti un ciclo breve, pari approssimativamente a 4 anni. Il ciclo dominante del modello completo si concentra intorno al periodo di 6-7 anni. Tale è il periodo che si riscontra in media nella esperienza recente delle economie industrializzate.

Risultati analoghi a quelli riportati per la risposta frequenziale si ottengono esaminando la risposta transitoria e lo spettro delle radici caratteristiche del sistema (si veda avanti).

In conclusione, il modello considerato presenta rudimentalmente i meccanismi fondamentali che contribuiscono alla determinazione dei cicli economici. Per un maggior grado di realismo, la struttura dovrebbe essere integrata con altre relazioni che descrivono fenomeni importanti sia per le oscillazioni di breve che di medio e lungo periodo. Occorrerebbe cioè trattare più esplicitamente il fenomeno delle scorte e dell'adeguamento dell'offerta alle variazioni della domanda, e l'integrazione tra occupazione e forza lavoro per quanto riguarda il periodo breve, le determinanti degli investimenti in abitazioni e altri beni durevoli per quanto riguarda il periodo medio e lungo. Un posto a parte infine spetta a quei meccanismi di controllo semiautomatico, che in economia prendono il nome di stabilizzatori. Si può pensare, ad esempio, al congegno delle imposte dirette o ai provvedimenti di sostegno dell'occupazione.

Baumol [5] ha mostrato che in generale l'effetto di tali stabilizzatori è quello di ridurre l'ampiezza delle oscillazioni aumentandone però la frequenza. In una fase successiva del presente lavoro ci si propone di analizzare sistematicamente le variazioni delle caratteristiche frequenziali del modello in dipendenza di diverse regole di controllo ipotizzabili.[6]

2 - STIMA (O IDENTIFICAZIONE) DEI PARAMETRI

L'identificazione dei parametri della struttura di base è stata condotta secondo le usuali tecniche econometriche. Come già detto, nella fase di specificazione si era tenuto conto del numero di osservazioni annuali disponibili su un campione sufficientemente omogeneo (1952-1971: 20 osservazioni) per fissare la dimensione del sistema compatibile con l'adozione di metodi di stima simultanei e di sistema (FIML e 3SLS) *. Tali metodi impongono il vincolo che il numero di variabili complessive del sistema sia almeno inferiore al numero delle osservazioni. Nel nostro caso, la condizione è soddisfatta con 5 variabili endogene (dopo la sostituzione delle identità di bilancio nelle altre equazioni) e 12 variabili esogene.

Oltre ai metodi FIML e 3SLS, asintoticamente efficienti e consistenti, sono stati considerati i metodi LISE e 2SLS, asintoticamente meno efficienti dei precedenti ma ugualmente consistenti ed infine i minimi quadrati ordinari (OLS) perchè la pratica econometrica e alcuni risultati su piccoli campioni fanno spesso adottare questo metodo, anche se privo delle qualità asintotiche desiderabili.

Scopo della considerazione di una pluralità di stimatori è quello di studiare l'effetto della dispersione delle stime sulle caratteristiche del sistema.

In proposito c'è da osservare (vedi Tav. 1, in cui sono riportate le stime dei coefficienti e, in parentesi, i relativi errori standard) che le stime ottenute con vari metodi (il confronto tra gli stimatori sarà oggetto di un prossimo lavoro di C. Bianchi) tendono ad essere piuttosto raggruppate. Esse non distano mediamente più dell'errore standard ad esse associato.

* I metodi di stima saranno così indicati: OLS (minimi quadrati ordinari); 2SLS (minimi quadrati a due stadi); LISE (massima verosimiglianza ad equazione singola); 3SLS (minimi quadrati a tre stadi); FIML (massima verosimiglianza ad informazione completa).

In termini di verifica del modello ciò può essere inteso come una conferma del sufficiente grado di identificazione delle singole equazioni. Unica nota discordante da questo punto di vista sono i risultati ottenuti con le stime FIML che accumulano un errore sistematico nella variabile PIT del sistema, fornendo l'indicazione di un possibile errore di specificazione nell'equazione del reddito da lavoro dipendente. Il metodo 3SLS d'altra parte non conferma questa indicazione. A parte quanto detto, i diversi stimatori forniscono indicazioni qualitative confrontabili. C'è da osservare, però, che da parametri "vicini" in senso probabilistico possono derivare scelte piuttosto diverse in termini di implicazioni di politica economica. Tale aspetto può essere chiarito attraverso una esplicita analisi di sensitività, argomento che verrà affrontato in una fase successiva della ricerca.

Tavola 1

Eq. 1 : $CPN = \alpha_{10} + \alpha_{11}(WIT+WG+X2) + \alpha_{12}(PIT+PAF) + \alpha_{13}(PIT+PAF)_{-1}$

OLS	2SLS	LISE	3SLS	FIML
2464.01195	2327.50	1156.1198	2303.559	2299.131
(765.4867)	(700.1486)	(911.132)	(729.608)	(732.142)
.771277	.75178	.58286	.75014	.73863
(.1107)	(.1015)	(.134)	(.105)	(.102)
.573486	.58278	.64479	.64666	.49489
(.1376)	(.1253)	(.156)	(.126)	(.122)
-.081359	-.06040	.13952	-.12300	.04628
(.2493)	(.2281)	(.296)	(.232)	(.223)

OLS	2SLS	LISE	3SLS	FIML

Eq. 2 : $ILIT = \alpha_{20} + \alpha_{21}\ PIT_{-1} + \alpha_{22}\ KOCC + \alpha_{23}\ ILIT_{-1}$

OLS	2SLS	LISE	3SLS	FIML
-7048.20803	-7223.5263	-8409.7767	-8056.048	-9504.886
(870.410)	(799.666)	(992.205)	(823.577)	(1610.269)
.171959	.17198	.17214	.16262	.15384
(.0256)	(.0229)	(.0246)	(.022)	(.0332)
80.422726	82.39142	95.71211	91.82349	107.470
(9.7195)	(8.932)	(11.097)	(9.172)	(17.769)
.514648	.51345	.50531	.53032	.56242
(.0702)	(.0629)	(.0676)	(.0619)	(.103)

Eq. 3 : $M = \alpha_{30} + \alpha_{31}\ (CPN + ILIT) + \alpha_{32}\ T$

OLS	2SLS	LISE	3SLS	FIML
-3322.9694	-3303.8189	-3232.519	-3701.721	-3918.443
(464.723)	(435.653)	(461.903)	(421.598)	(455.097)
.39905	.39735	.39102	.43259	.45363
(.0405)	(.0380)	(.0404)	(.0365)	(.0393)
-152.58224	-150.79796	-144.1548	-187.72136	-211.767
(43.1587)	(40.463)	(42.916)	(38.724)	(41.358)

Eq. 4 : $WIT = \alpha_{40} + \alpha_{41}(WIT+PIT) + \alpha_{42}KOCC + \alpha_{43}DUS70 + \alpha_{44}\ WIT_{-1}$

OLS	2SLS	LISE	3SLS	FIML
-5052.2402	-4812.5484	-4313.8328	-6007.268	-5925.309
(1742.625)	(1572.869)	(1727.057)	(1562.452)	(3084.503)
.244662	.23815	.22764	.15532	.09977
(.0762)	(.0682)	(.0736)	(.0683)	(.1092)
51.937314	49.38318	44.00962	64.50988	65.53898
(20.531)	(18.536)	(20.363)	(18.368)	(35.375)
1010.6915	980.67968	925.93083	938.2684	1145.0903
(295.984)	(258.309)	(266.114)	(265.896)	(425.829)
.607557	.62008	.64055	.76830	.86021
(.1385)	(.1238)	(.134)	(.124)	(.202)

Eq. 5 : $KOCC = \alpha_{50} + \alpha_{51} \sum_{i=0}^{2} ILIT_{-i} + \alpha_{52} \sum_{i=1}^{2} (i * ILIT_{-i})$

OLS	2SLS	LISE	3SLS	FIML
88.81537	88.82546	88.95538	89.46111	90.299
(1.6192)	(1.493)	(1.506)	(1.591)	(1.741)
.00401	.00398	.00355	.00461	.003518
(.000399)	(.00083)	(.00088)	(.00077)	(.00084)
-.003929	-.00390	-.00347	-.00463	-.003585
(.000917)	(.00085)	(.00089)	(.00077)	(.00083)

3 - SIMULAZIONI DETERMINISTICHE

a) Algoritmo di soluzione

Per la soluzione del modello, si è utilizzato il metodo di Gauss-Seidel, per le seguenti ragioni :

a) è di facile realizzazione su un elaboratore;
b) può essere utilizzato indifferentemente per la soluzione di modelli lineari e non lineari;
c) consente di trattare facilmente fenomeni particolari quali saturazione, discontinuità, variazioni di parametri nel modello, etc.

Dato un sistema di equazioni (facciamo astrazione dal termine di disturbo) :

$$y_{it} = f_i(y_{1t}\dots,\ y_{nt},\ y_{1t-1}\dots,\ y_{nt-p};\ x_{1t}\dots,\ x_{qt-q})\quad i = 1,\dots,\ n$$

l'algoritmo di Gauss usato per risolvere numericamente questo sistema è (passaggio dall' iterazione r-1 all'iterazione r) :

$$y_{it}^{(r)} = f_i(y_{1t}^{(r-1)}\dots y_{it}^{(r-1)}\dots y_{nt}^{(r-1)}\ ;\ y_{1t-1},\dots,y_{nt-p};\ x_{1t},\dots,x_{qt-q})\quad i=1,\dots n$$

La modifica di Seidel consiste nello sfruttare, ad ogni iterazione, quanto già calcolato nel corso dell'iterazione stessa (oltre che, ovviamente, della precedente) :

$$y_{it}^{(r)} = f_i(y_{1t}^{(r)},\dots y_{i-1t}^{(r)}, y_{it}^{(r-1)}, y_{nt}^{(r-1)}; y_{1t-1},\dots y_{nt-p}; x_{1t},\dots,x_{qt-q}) \quad i=1,\dots n$$

Il processo iterativo si arresta quando, assegnato :

$$\left| \left(y_{it}^{(r)} - y_{it}^{(r-1)} \right) / \; y_{it}^{(r-1)} \right| < \varepsilon \qquad i = 1,\dots, n$$

Per il nostro modello, ponendo $\varepsilon = 10^{-5}$, la convergenza viene raggiunta in genere con un numero di iterazioni inferiore a 15.

Due fattori influenzano la convergenza in questo algoritmo: il primo è la procedura di normalizzazione (cioè la scelta della variabile che viene esplicitata per ogni equazione del modello), l'altro è l'ordinamento delle equazioni (soltanto, però, nel caso che si utilizzi il metodo con la modifica di Seidel).

b) Risultati

Come è usuale sono state calcolate due soluzioni di controllo per il modello in esame :

i) soluzione deterministica statica. Il sistema di equazioni alle differenze viene risolto un periodo alla volta, a partire da condizioni iniziali diverse, uguali in ogni periodo ai valori storicamente osservati. Tale metodo di soluzione riproduce le condizioni di stima e tende a riprodurre anche in piccoli campioni le proprietà teoriche degli stimatori.

ii) soluzione deterministica dinamica. Il sistema viene risolto a partire dalle condizioni iniziali relative all'inizio del periodo campionario. Tale metodo non riproduce le condizioni di stima. Dagli studi pubblicati su piccoli campioni e modelli specifici [7] si ricava l'indicazione che i metodi consistenti di tipo equazione singola, come LISE o 2SLS, forniscono un migliore adattamento ai dati osservati di quelli di tipo sistema, come FIML o 3SLS, ed entrambi sono superiori ai minimi quadrati ordinari.

I risultati da noi ottenuti sono meno precisi in questo senso, anche se confermano le indicazioni precedenti. In Tav. 2 abbiamo riportato gli indici RMSE (errore quadratico medio normalizzato di interpolazione) calcolati per le simulazioni statiche e dinamiche. Si nota in media la superiorità dei metodi consistenti, con l'eccezione di FIML cui si è già alluso. Gli scostamenti tra tali indici sono però assai contenuti, e non è quindi possibile fare delle affermazioni precise riguardo al ranking dei metodi.

Tavola 2 - Dispersione dei RMSE

Soluzione statica

Metodo stima	RNLCF	PIT	CPN	ILIT	M	WIT	KOCC	Media
OLS	0.0125	0.0302	0.0221	0.0584	0.0527	0.0224	0.0269	0.03222
2SLS	0.0123	0.0298	0.0219	0.0588	0.0518	0.0222	0.0269	0.0319
LISE	0.0118	0.0314	0.0224	0.0601	0.0482	0.0212	0.0268	0.0317
3SLS	0.0118	0.0336	0.0221	0.0636	0.0514	0.0235	0.0296	0.0336
FIML	0.0117	0.0334	0.0210	0.0588	0.0526	0.0261	0.0269	0.0329

Soluzione dinamica

Metodo stima	RNLCF	PIT	CPN	ILIT	M	WIT	KOCC	Media
OLS	0.0133	0.0319	0.0209	0.0968	0.0631	0.0240	0.0282	0.0937
2SLS	0.0132	0.0318	0.0209	0.0957	0.0624	0.0238	0.0282	0.0394
LISE	0.0129	0.0316	0.0227	0.0900	0.0570	0.0231	0.0281	0.0379
3SLS	0.0127	0.0342	0.0217	0.0859	0.0595	0.0222	0.0278	0.0377
FIML	0.0133	0.0369	0.0211	0.0920	0.0603	0.0282	0.0282	0.0400

4 - CARATTERISTICHE DINAMICHE INTRINSECHE E MOLTIPLICATORI

Lo studio delle proprietà dinamiche di un modello econometrico lineare viene generalmente effettuato per via analitica, attraverso la derivazione dei moltiplicatori di breve periodo (moltiplicatori di impatto) e di lungo periodo (moltiplicatori di ritardo, cumulati e di equilibrio), oltre che dello spettro degli autovalori.

Dall'analisi delle radici caratteristiche (*) è possibile avere informazioni sulla stabilità o instabilità del modello (modulo delle radici rispettivamente minore o maggiore di 1) ed anche sulle caratteristiche di oscillatorietà, smorzamento, etc. della risposta transitoria delle variabili endogene (natura reale o complessa delle radici caratteristiche).

In questo lavoro, tutte le proprietà dinamiche vengono analizzate ponendo l'accento non soltanto sugli aspetti appena descritti, ma anche e soprattutto sulla dispersione che si verifica nei valori numerici dei diversi moltiplicatori e degli autovalori al variare del metodo di stima utilizzato. Si vedano, a questo proposito, i lavori di K.Mori [8] e di T.G. Seaks [7] su diverse versioni del modello Klein-1.

In Tav. 3 viene presentata la dispersione degli autovalori al variare del metodo di stima. In Tav. 4 viene presentata la dispersione dei moltiplicatori di impatto. In Tav. 5 viene presentata la dispersione dei moltiplicatori di equilibrio.

Dall'esame della Tav. 3 si nota che la stabilità è assicurata in ogni caso, anche se sarebbe opportuno, considerata la vicinanza ad 1 del modulo della radice latente massima (almeno in corrispondenza di alcuni metodi di stima), calcolare l'errore standard asintotico del valore assoluto della radice dominante [9,10]

(*) Useremo indifferentemente, in questo paragrafo, i termini autovalore, radice caratteristica e radice latente.

Tavola 3

La dispersione degli autovalori al variare del metodo di stima

					Modulo e periodo della coppia complessa
OLS	-.0636	.6631	.4426+ i.5639	.4426- i.5639	m=.7169 T=6.936
2SLS	-.0484	.6628	.4521+ i.5685	.4521- i.5685	m=.7263 T=6.986
LISE	.1347	.5770	.4799+ i.5729	.4799- i.5729	m=.7473 T=7.189
3SLS	-.0957	.8068	.5149+ i.7475	.5149- i.7475	m=.9077 T=6.490
FIML	.0320	.8762	.5074+ i.6528	.5074- i.6528	m=.8268 T=6.900

Dall'esame della Tav. 4, per i moltiplicatori d'impatto, si nota una certa costanza, dal punto di vista del segno, nel passaggio da un metodo all'altro, mentre si hanno sensibili variazioni nei valori numerici.

Nel caso del metodo LISE, in corrispondenza alle variabili esogene X2, PAF, DUS70 si notano variazioni, anche nel segno, per i moltiplicatori relativi a CPN, M, RNLCF. I valori estremi si verificano quasi esclusivamente in corrispondenza dei metodi OLS, LISE e FIML.

Da questo punto di vista, 3SLS e soprattutto 2SLS, possono essere considerati come i metodi che danno risultati intermedi.

In Tav. 5, per quanto riguarda i moltiplicatori di equilibrio, si riscontrano ancora discordanze di segno per il metodo LISE.

In generale, la struttura dei moltiplicatori totali, pur presentando certe analogie con quella dei moltiplicatori di impatto, ne differisce per taluni aspetti. Per esempio, i moltiplicatori totali relativi ad

Tavola 4

Dispersione dei valori dei moltiplicatori di impatto

		CPN	M	WIT	PIT	RNLCF
WG	Min.	.9463 LISE	.3700 LISE	.0562 FIML	.4451 LISE	1.5634 FIML
	Max.	1.2315 OLS	.5201 3SLS	.1811 OLS	.5762 3SLS	1.7401 OLS
X2	Min.	-.0776 LISE	-.0303 LISE	-.2384 LISE	-.8089 LISE	-.0473 LISE
	Max.	.3063 FIML	.1389 FIML	-.0831 FIML	-.6470 OLS	.1673 FIML
PAF	Min.	-.0773 OLS	-.0308 OLS	-.2560 OLS	-.9169 FIML	-.0464 OLS
	Max.	.0229 LISE	.0089 LISE	-.1016 FIML	-.7616 LISE	.0139 LISE
DUS70	Min.	-93.101 LISE	-36.404 LISE	913.024 LISE	-969.721 LISE	-56.697 LISE
	Max.	389.636 FIML	176.751 FIML	1166.33 FIML	-858.839 2SLS	212.886 FIML
X1	Min.	.7248 FIML	.3388 FIML	.1393 FIML	1.2061 OLS	1.3960 FIML
	Max.	1.0621 3SLS	.4595 3SLS	.3907 OLS	1.3537 3SLS	1.6236 LISE
T	Min.	147.612 LISE	-142.137 FIML	29.495 FIML	180.769 LISE	234.048 LISE
	Max.	199.387 3SLS	-86.436 LISE	59.607 OLS	266.137 FIML	300.855 3SLS

Tavola 5

Dispersione dei valori dei moltiplicatori di equilibrio

		CPN	ILIT	M	WIT	PIT	RNLCF
WG	Min.	1.0307 LISE	.0696 FIML	.4384 LISE	.4350 LISE	.2077 FIML	1.6827 LISE
	Max.	1.3703 OLS	.1233 OLS	.5960 OLS	.5635 OLS	.3340 OLS	1.8976 OLS
X2	Min.	-.2309 LISE	-.1643 LISE	-.1545 LISE	-.7905 LISE	-.4501 LISE	-.2407 LISE
	Max.	.0778 OLS	-.1028 FIML	-.0259 OLS	-.6523 OLS	-.3070 FIML	-.0387 FIML
PAF	Min.	-.4181 OLS	-.1874 OLS	-.2416 OLS	-.8639 FIML	-.5075 OLS	-.3639 OLS
	Max.	.1252 LISE	-.1215 FIML	-.0030 LISE	-.6402 LISE	-.3626 FIML	-.0047 LISE
DUS70	Min.	-1622.47 LISE	-2943.54 FIML	-1085.62 LISE	1471.30 LISE	-8785.88 FIML	-1690.75 LISE
	Max.	917.03 FIML	-976.23 OLS	-177.05 OLS	7678.65 FIML	-2644.43 OLS	-266.63 OLS
X1	Min.	1.1846 FIML	.1725 FIML	.5929 LISE	1.2097 3SLS	.5148 FIML	1.7415 FIML
	Max.	1.2941 2SLS	.2661 OLS	.6219 OLS	1.2267 FIML	.7207 OLS	1.9397 2SLS
T	Min.	181.87 LISE	36.53 FIML	-81.39 FIML	176.67 LISE	100.59 LISE	277.27 LISE
	Max.	250.87 FIML	40.59 OLS	-57.60 2SLS	259.77 FIML	112.63 3SLS	368.79 FIML

X2 e DUS70 e ad M e RNLCF sono negativi, mentre i corrispondenti moltiplicatori di impatto sono positivi: gli effetti di lungo periodo sono quindi di segno opposto a quelli di breve periodo.

In generale i valori dei moltiplicatori totali sono piccoli, se paragonati alla somma dei valori assoluti dei corrispondenti moltiplicatori d'impatto e di ritardo: se ne deve dedurre una notevole compensazione algebrica degli effetti nei diversi anni.

La dispersione è maggiore che nel caso dei moltiplicatori di impatto, anche se, in generale, i valori estremi si hanno ancora per i metodi LISE e OLS.

5 - ESECUZIONE DEGLI ESPERIMENTI DI SIMULAZIONE STOCASTICA

L'effettuazione di esperimenti di simulazione stocastica richiede la generazione di errori pseudostrutturali che godano delle stesse proprietà statistiche (in termini di media, di varianza e covarianza tra equazioni e di correlazione seriale) di cui gode la struttura del modello: in altri termini, essi debbono provenire dalla stessa distribuzione multivariata.

La generazione richiede tre distinti passi. Dapprima vengono generati numeri pseudocasuali indipendenti con distribuzione uniforme (in questo lavoro, a questo scopo, è stato utilizzato il metodo della congruenza moltiplicativa[11]).Successivamente vengono prodotti numeri indipendenti con distribuzione normale (nel corso del presente lavoro in questa fase si è fatto ricorso ad una trasformazione logaritmico-trigonometrica [12]). Infine, utilizzando i risultati del secondo passo, si generano gli errori pseudostrutturali con il vincolo dell'eguaglianza tra la matrice di varianza-covarianza degli errori pseudostrutturali e quella del campione, calcolata utilizzando i residui della regressione (in questa fase si è utilizzato l'algoritmo di McCarthy [13]).

Una volta generati gli errori pseudostrutturali, considerando che nel caso di un modello lineare la struttura presenta additività degli errori, si procede ad aggiungere tali errori ad ognuna delle equazioni strutturali del modello e si effettua una soluzione simultanea del sistema così ottenuto.

a) Simulazioni stocastiche nel periodo campionario

Alcuni risultati delle simulazioni stocastiche nel periodo campionario (1952-1971) relative al modello considerato, stimato con il metodo OLS, utilizzando l'algoritmo di McCarthy per la generazione degli errori pseudostrutturali ed effettuando 20 replicazioni, sono riportati nella Tav. 6.

Nella tavola, oltre ai valori osservati ed alla soluzione deterministica e alla media stocastica, vengono anche riportati i seguenti valori:
- valore minimo e massimo della soluzione stocastica in 20 replicazioni;
- deviazione standard della soluzione stocastica;
- confronto tra variazione percentuale annua dei valori osservati, di quelli calcolati deterministicamente e di quelli della media stocastica.

I valori minimo e massimo, che definiscono l'intervallo della simulazione stocastica, forniscono una valutazione immediata dell'appartenenza dei valori campionari alla popolazione descritta dal modello.

Le deviazioni standard delle soluzioni stocastiche permettono di associare un intervallo di confidenza alla soluzione del modello. Tale intervallo costituisce il risultato principale della simulazione stocastica. Nel caso di modelli lineari, tale misura è una costante per ogni variabile endogena, determinabile a priori, in base ad una trasformazione lineare della matrice di varianza-covarianza degli errori strutturali. L'esame della colonna relativa alla deviazione standard nella tabella mostra peraltro una forte variabilità sperimentale che dipende dal piccolo numero di replicazioni adottato. La soluzione più opportuna è, in questo caso, associare ad ogni singola variabile endogena, la media delle deviazioni standard, calcolata sul periodo campionario o, meglio ancora, stimare la varianza su tutti i dati campionari.

Tavola 6

Risultati per la variabile CPN dall'anno 1952 all'anno 1971 con 20 replicazioni

	Valore osservato	Soluz. det.	Media stoc.	Deviaz. standard	Minimo	Massimo	Var.% osserv.	Var.% deter.	Var.% media stoc.
1952	12017.40	11634.22	11612.20	294.00	10964.11	12192.93	0.0	0.0	0.0
1953	12664.60	12188.90	12416.72	341.12	11935.22	13152.20	5.89	4.77	6.93
1954	12895.00	12528.79	12406.59	417.78	11693.45	13263.78	1.82	2.79	-0.08
1955	13365.80	13445.03	13368.93	298.91	12782.93	13898.83	3.65	7.31	7.76
1956	14117.70	13859.36	13856.51	346.60	13346.94	14564.16	5.63	3.08	3.65
1957	14612.50	14718.54	14598.43	441.69	13673.16	15315.31	3.50	6.20	5.35
1958	15124.60	15105.08	15217.39	607.99	14096.82	16517.25	3.50	2.63	4.74
1959	15840.20	15806.39	16057.07	515.04	15239.32	17138.88	4.73	4.64	5.52
1960	16694.00	17212.83	17393.18	332.71	16697.04	17920.12	5.39	8.90	8.32
1961	17727.20	18232.17	18243.02	373.42	17664.91	18957.11	6.19	5.92	4.89
1962	18751.90	19215.82	19244.20	390.25	18370.99	20128.07	5.78	5.40	5.49
1963	20090.00	19901.48	19685.74	468.33	18900.43	20791.66	7.14	3.57	2.29
1964	20422.80	21022.27	20950.50	479.36	20068.56	22012.95	1.66	5.63	6.42
1965	21045.30	21767.98	21823.55	455.75	20802.37	22843.21	3.05	3.55	4.17
1966	22565.10	22533.97	22580.52	432.80	21713.74	23310.70	7.22	3.52	3.47
1967	24279.40	23564.32	23466.39	502.58	22645.86	24384.09	7.60	4.57	3.92
1968	25416.70	24916.39	24763.15	323.19	24133.19	24415.47	4.68	5.74	5.53
1969	26549.10	26819.14	26789.93	484.37	25801.91	27882.04	4.46	7.64	8.18
1970	28288.40	27544.01	27643.78	419.50	27066.80	28379.92	6.55	2.70	3.19
1971	28428.07	28866.67	29147.38	450.42	28289.56	30014.31	0.49	4.80	5.44

Nei modelli non lineari, invece, la variabilità della deviazione standard è intrinseca e costituisce uno dei risultati più utili della simulazione stocastica.

Analogamente, il terzo indice, relativo alle variazioni percentuali annue, che è rilevante anche per l'analisi dei punti di svolta del ciclo economico, non è di grande importanza per la simulazione stocastica di modelli lineari (in tal caso non è che una misura della discrepanza sperimentale tra soluzione deterministica e media stocastica), ma diventa essenziale nella soluzione dinamica dei modelli non lineari.

In base all'esame degli indici, c'è poco da aggiungere sulla verifica globale del modello utilizzato. Si tratta di una struttura già ampiamente testata (*). Gli intervalli di confidenza messi in luce dalla simulazione stocastica sono troppo ampi per poter essere utilizzati in una qualche applicazione di politica economica. Ciò è anche conseguenza della struttura fortemente aggregata dal modello ma non diminuisce il valore di esempio degli esperimenti riportati.

Ciò che appare evidente dai risultati è che, se è necessario limitare il numero delle replicazioni per esigenze di costo, occorre anche una certa cautela nell'utilizzazione dei risultati di simulazione stocastica. Data l'importanza di questo problema, nel prossimo paragrafo si presentano alcuni risultati, sia in termini di media che di varianza, relativi a prove in cui il numero delle replicazioni varia tra 20 e 300.

b) Analisi dei risultati di simulazione stocastica al variare del numero di replicazioni

In questo paragrafo vengono presentati alcuni risultati preliminari, ottenuti al variare del numero di replicazioni da un minimo di 20 ad un massimo di 300.

(*) Si vedano, a questo proposito, i primi quattro paragrafi di questa relazione.

Per ragioni di semplicità e di compattezza, i risultati vengono presentati in termini di confronto tra RMSE [14] (Tav. 7) e tra coefficienti di diseguaglianza di Theil [15] (indicati con T_1 e T_2 in Tav. 8) della soluzione deterministica e analoghi indici della soluzione media stocastica.

Per quanto riguarda il RMSE, per un basso numero di replicazioni, i valori relativi alla media stocastica sono più alti di quelli relativi alla soluzione deterministica. In corrispondenza di 200 e 300 replicazioni, i diversi RMSE della media stocastica sono più bassi di quelli della soluzione deterministica. Analogamente vanno le cose per i coefficienti di diseguaglianza di Theil.

Dall'esame delle Tavv. 7 e 8 si può concludere che effettivamente occorre effettuare un numero molto elevato di replicazioni per rendere trascurabile l'errore sperimentale.

C'è da osservare però che, per un corretto uso statistico del modello, è sufficiente che l'errore sperimentale sia mantenuto di un ordine di grandezza inferiore al valore del RMSE della soluzione deterministica e, come è evidente, tale risultato si ottiene anche con le 20 replicazioni scelte a titolo di esemplificazione.

Analoghi risultati si ottengono in termini di varianza. In proposito, è stato compiuto il seguente esperimento relativo al valore della deviazione standard della soluzione stocastica per la variabile y_1 (CPN) per l'anno 1953, generando i numeri con l'algoritmo di McCarthy (cfr. Tav. 6 1^a riga sulla colonna standard deviation).

Si sono effettuate prove con 20, 50, 100, 200, 300 replicazioni in corrispondenza di 4 diversi valori del seme (si intende con questo nome il valore numerico iniziale adottato per la generazione dei numeri a distribuzione uniforme) dei numeri casuali.

Il valore asintotico della varianza del consumo, calcolato in base alla relazione $A^{-1}\Sigma(A^{-1})'$ è 437.

Anche in questo caso occorrono circa 300 replicazioni per rendere trascurabile l'errore sperimentale. L'esame della Tav. 9 (in cui sono riportati questi risultati) mostra l'influenza del seme di generazione dei numeri casuali uniformi sulla dispersione della deviazione standard della variabile CPN. Nel caso di 20 replicazioni, ad esempio, la dispersione (294-395-453-519) dovuta al seme è praticamente eguale a quella (294-341-417-....450) ottenuta con il primo seme, per 20 replicazioni su tutto il periodo campionario, vedi Tav. 6 colonna 4.

Tavola 7

Valori del RMSE per la soluzione deterministica e per la media stocastica al variare del numero di replicazioni

		Media stocastica				
	Determinist.	20	50	100	200	300
CPN	.0221	.0245	.0234	.0223	.0215	.0218
ILIT	.0587	.0623	.0607	.0599	.0608	.0594
M	.0526	.0604	.0554	.0533	.0531	.0530
WIT	.0224	.0254	.0235	.0225	.0225	.0222
KOCC	.0269	.0281	.0283	.0273	.0280	.0268
PIT	.0302	.0301	.0317	.0312	.0297	.0301
RNLCF	.0125	.0133	.0130	.0128	.0122	.0124

Tavola 8

Valori di T1 per la soluzione deterministica e per la media stocastica al variare del numero di replicazioni

Media stocastica

	Determinist.	20	50	100	200	300
CPN	.535	.588	.609	.543	.508	.536
ILIT	.644	.735	.711	.703	.672	.665
M	.698	.829	.720	.705	.718	.705
WIT	.408	.488	.435	.418	.406	.408
KOCC	.922	1.029	1.022	.938	.961	.929
PIT	.610	.597	.670	.637	.601	.609
RNLCF	.336	.351	.368	.350	.327	.339

Valori di T2 per la soluzione deterministica e per la media stocastica al variare del numero di replicazioni

Media stocastica

	Determinist.	20	50	100	200	300
CPN	1.037	1.142	1.183	1.053	.986	1.041
ILIT	.717	.819	.792	.783	.748	.741
M	.582	.692	.601	.588	.599	.587
WIT	.869	1.038	.925	.889	.863	.869
KOCC	.706	.788	.783	.719	.736	.712
PIT	.936	.915	1.027	.977	.921	.934
RNLCF	1.033	1.046	1.096	1.045	.976	1.010

Tavola 9

Valori della deviazione standard della variabile CPN al variare del seme e del numero di replicazioni

	20	50	100	200	300
Seme 1	294.	367.	363.	429.	440.
Seme 2	519.	502.	475.	481.	455.
Seme 3	395.	369.	432.	439.	420.
Seme 4	453.	454.	400.	426.	408.

Referenze

1. Klein, L.R., Forecasting and policy evaluation using large scale econometric models: the state of the art, in *Frontiers of quantitative economics*, Intrilligator M.D., Editor, North Holland, Amsterdam, 1971.
2. Engle, R.F., Liu, T.C., Effects of aggregation over time on dynamic characteristics of an econometric model, in *Econometric models of cyclical behaviour*, Hickman, B.G., Editor, N.B.E.R., New York, 1972.
3. Klein, L.R., *Economic fluctuation in the U.S., 1921-1941*, J.Wiley, New York, 1950.
4. Dhrymes, P.J., *Econometrics*, Harper & Row, New York, 1970.
5. Baumol, W.J., *Economic dynamics*, The Macmillan Company, New York, 1959.
6. Howrey, E.P., Stabilization policy in linear stochastic systems, *Review of Economics and Statistics*, 49, 404, 1967.
7. Seaks, T.G., Simulations with econometric models and alternative methods of estimation, *Southern Economic Journal*, 41, 1, 1974.
8. Mori, K., Generalized eigenvalue problem of an econometric model, ciclostilato, Second World Congress of the Econometric Society, Cambridge, England, 1970.
9. Theil, H., Boot, J.C.G., The final form of econometric equation systems, *Review of the International Statistical Institute*, 30, 136, 1962.
10. Goldberger, A.S., *Econometric theory*, J. Wiley, New York, 1964.
11. Lewis, P.A., Goodman, A.S., Miller, J.M., A pseudo-random number generator for the system/360, *IBM System Journal*, 2, 136, 1969.
12. Box, G.E.P., Müller, M.E., A note on the generation of random normal deviates, *Annals of Mathematical Statistics*, 29, 610, 1958.
13. McCarthy, M.D., Some notes on the generation of pseudo-structural errors for use in stochastic simulation studies, in *Econometric models of cyclical behaviour*, Hickman, B.G., editor, N.B.E.R., New York, 1972.
14. Sowey, E.R., Stochastic simulation of macroeconometric models : methodology and interpretation, in *Econometric studies of macro and monetary relations*, Powell, A.A., and Williams R.A., Editors, North Holland, Amsterdam, 1973.
15. Theil, H., *Applied economic forecasting*, North Holland, Amsterdam, 1966.