



Munich Personal RePEc Archive

A three-factor model with a market sensitivity parameter to estimate the dynamics of the short rate: An application for the Mexican government funding rate

Ruiz-Porras, Antonio and Perez-Sicairos, Rene Benjamin

Universidad de Guadalajara, CUCEA, Universidad Autonoma de Sinaloa

12 November 2010

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/26631/>

MPRA Paper No. 26631, posted 14 Nov 2010 16:05 UTC

UN MODELO DE TRES FACTORES CON UN PARAMETRO DE SENSIBILIDAD DE MERCADO PARA ESTIMAR LA DINÁMICA DE LA TASA CORTA: UNA APLICACIÓN PARA LA TASA DE FONDEO GUBERNAMENTAL DE MEXICO *

(Esta versión: Noviembre 12, 2010)

Antonio Ruiz Porras **
y
Rene Benjamin Pérez Sicairos ***

Resumen

En este estudio desarrollamos un modelo de tres factores de la estructura temporal de tasas de interés que incluye un parámetro de sensibilidad de mercado. En el modelo, la tasa corta futura depende de la tasa corta corriente, la media de corto plazo de la tasa corta corriente y la volatilidad corriente de dicha tasa. El parámetro mide el impacto de la volatilidad sobre la tasa corta. El modelo se usa para estimar la dinámica de la tasa corta mexicana. La metodología para estimar la estructura de plazos usa estimaciones de mínimos cuadrados en tres etapas (3SLS) y de máxima verosimilitud con información completa (FIML) y simulaciones Monte Carlo. Los resultados sugieren que el modelo ajusta mejor que el modelo CIR para describir y predecir la tasa de fondeo gubernamental mexicana.

PALABRAS CLAVE: Estructura temporal, tasa corta, sensibilidad de mercado, tasa de fondeo gubernamental, México

Abstract

In this study we develop a three-factor model of the term structure of interest rates that includes a market sensitivity parameter. In the model the future short-rate depends on the current short-rate, the short-term mean of the short rate and the current volatility of the short-rate. The parameter measures the impact of the volatility on the short rate. The model is used to estimate the dynamics of the Mexican short rate. The methodology to estimate the term structure uses three-stage least squares (3SLS) and full-information maximum likelihood (FIML) estimations and Monte Carlo simulations. The results suggest that the model fits better than the CIR one to describe and predict the Mexican government funding rate.

KEYWORDS: Term structure, short rate, market sensitivity, government funding rate, Mexico

JEL: E43, C15

* Los autores agradecen a Francisco Ortiz Arango (Universidad Panamericana) por su apoyo para publicar este trabajo. Asimismo le agradecen a Nancy García Vázquez (El Colegio de Jalisco) por su lectura a los borradores del mismo. También le agradecen a Rogelio Rolando Rico Huerta por su ayuda en la transcripción de fórmulas y cuadros.

** Departamento de Métodos Cuantitativos. Universidad de Guadalajara, CUCEA.

*** Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Universidad Autónoma de Sinaloa.

UN MODELO DE TRES FACTORES CON UN PARAMETRO DE SENSIBILIDAD DE MERCADO PARA ESTIMAR LA DINÁMICA DE LA TASA CORTA: UNA APLICACIÓN PARA LA TASA DE FONDEO GUBERNAMENTAL DE MEXICO

Introducción

Las tasas de interés están entre las variables más estrechamente monitoreadas y analizadas en la economía y los mercados financieros. Las mismas se utilizan en la valoración de instrumentos financieros, en la obtención de medidas de riesgos y cobertura y en el análisis de políticas monetarias. Por esta razón, los estudios que explican el comportamiento y evolución de las tasas de interés tienen gran relevancia para los profesionales, académicos y hacedores de políticas. Particularmente, los modelos de la estructura temporal de tasas se usan para describir la dinámica y estructuras de plazo de dichas tasas.¹

En este capítulo desarrollamos un modelo de tres factores de la estructura temporal para estimar la dinámica de la tasa corta (tasa de interés de corto plazo).² El mismo es una generalización de aquel desarrollado por Chen (1997). Concretamente, el modelo añade al original un “parámetro de sensibilidad del mercado”, γ , que captura el impacto (amplificador o amortiguador) que tiene la volatilidad sobre la tasa corta. Además, y en concordancia con el modelo original, las medias de corto plazo y volatilidad de la tasa corta son estocásticas. Asimismo se asume reversión a la media de corto plazo.

¹ Véase Dodds (1982), Dai y Singleton (2000), Sundaresan (2000), Hull (2006) y Lin y Wu (2010) para algunas revisiones de las teorías y estudios empíricos que analizan las estructuras temporales de tasas.

² Formalmente la tasa corta es la tasa de interés asociada a un bono de vencimiento instantáneo [Venegas Martínez (2006)]. Se define como $r_t = \lim_{T \rightarrow t} R(t, T)$.

La sensibilidad de mercado se introduce en el modelo porque hay evidencia de que la misma define la estructura temporal de las tasas de interés [Koedijk et. al. (1997), Ball y Torous (1999), Antoniou, Bernales y Beuermann (2005)]. Incluso hay quienes sostienen que esta sensibilidad es la característica más importante entre los modelos de tasas [Chan et. al, (1992)]. Intuitivamente, esta sensibilidad mide la respuesta de los mercados financieros ante choques transitorios. En la práctica, estos choques son resultado de anuncios de los bancos centrales o de noticias económicas y financieras.

El modelo aquí propuesto incluye tres factores, en añadidura al factor de sensibilidad de mercado, para describir la dinámica de la tasa corta (v.g. cómo los mercados anticipan los eventos futuros). Concretamente, los factores que determinan la tasa corta futura r_{t+1} , son la tasa corta corriente r_t , la media de corto plazo de la tasa corta Θ_t y la volatilidad de la tasa corta σ_t . Por esta razón el modelo se integra mediante un sistema de tres ecuaciones diferenciales estocásticas, en donde cada factor se correlaciona con su fuente de incertidumbre (Browniano).

El modelo de estructura temporal se usa para describir la dinámica de la tasa de fondeo gubernamental y estimar la estructura de plazos de renta fija de México. Esta tasa de fondeo es representativa de las operaciones de mayoreo realizadas por la banca y casas de bolsa.³

Particularmente es idónea para modelar la tasa corta por ser la de menor tiempo disponible

³ La tasa de fondeo gubernamental se define como la tasa promedio ponderada por el monto de las operaciones realizadas en reporto al plazo de un día hábil que se realizan con títulos de deuda gubernamental que hayan sido liquidados en el sistema de entrega contra pago del INDEVAL. Los títulos de deuda gubernamental incluyen a aquellos emitidos por la TESOFE, el IPAB y el Banco de México.

en el mercado y la de menor plazo (un día). Asimismo es conveniente porque se utiliza para valorar y administrar portafolios que incluyen instrumentos como CETES y bonos de tasa fija de largo plazo (M3, M5 y M10)

La metodología para estimar la estructura de plazos de la tasa corta incluye un estudio econométrico y simulaciones de Monte Carlo. El estudio econométrico se utiliza para calcular los parámetros del modelo mediante las técnicas 3SLS y FIML (Mínimos Cuadrados en Tres Etapas e Información Completa de Máxima Verosimilitud). Las simulaciones de Monte Carlo se usan para estimar la estructura de plazos de la tasa de fondeo. Además se comparan los resultados del modelo propuesto con aquellos obtenidos mediante el modelo CIR [Cox, Ingersoll y Ross (1985)].

La estimación de la estructura de plazos sugiere que el modelo de tres factores es capaz de capturar las tendencias de mercado de renta fija mexicana. Particularmente la dinámica de la tasa de fondeo gubernamental es descrita y pronosticada de manera satisfactoria. Los errores porcentuales de predicción no llegan al uno por ciento. En este contexto, resulta de interés señalar que las estimaciones sugieren que la sensibilidad del mercado mexicana es muy pequeña. Además, el ejercicio comparativo sugiere que el modelo de tres factores es más adecuado y ajusta mejor que el CIR.

Esta investigación hace varias contribuciones a la literatura. Teóricamente, la inclusión del parámetro de sensibilidad en el modelo generaliza al propuesto por Chen (1997). Metodológicamente, se muestra cómo aplicar el modelo para describir la dinámica de la tasa corta y estimar la estructura de plazos de renta fija en México. Asimismo, se justifica

empíricamente la pertinencia del modelo con base en un ejercicio comparativo. La serie de la tasa de fondeo usada en la aplicación empírica comprende datos diarios entre el 11 de agosto de 2005 y el 11 de agosto de 2006.

El capítulo está dividido en seis secciones. En la primera se plantea el modelo de estructura temporal y se plantean las técnicas de estimación del mismo. En la segunda se muestra el estudio econométrico. En la tercera se vinculan el modelo y la metodología de Monte Carlo con fines de estimación de la estructura de plazos. En la cuarta se presentan las simulaciones de la dinámica de la media de corto plazo y de la volatilidad. Asimismo se muestra la estructura de plazos estimada mediante el modelo propuesto. En la quinta se comparan los resultados del modelo de tres factores con aquellos del CIR. En la última sección se sintetizan y discuten los resultados. En los apéndices se presentan las regresiones y pruebas de normalidad que sustentan el ejercicio empírico.

1. Modelo teórico y técnicas de estimación econométrica

El modelo de la estructura temporal de las tasas propuesto generaliza aquel desarrollado por Chen (1997). Por esta razón, en ambos modelos, la media de corto plazo y la volatilidad de la tasa corta son estocásticos. Asimismo existe reversión a la media de corto plazo. En el modelo original, implícitamente, se asume que el parámetro de sensibilidad del mercado es unitario. En el modelo aquí desarrollado, este parámetro, γ , no es necesariamente unitario en concordancia con los hallazgos de diversos estudios [Chan et. al, (1992) y Koedijk et. al. (1997)].

Los supuestos básicos del modelo propuesto se justifican con base en la flexibilidad que tiene el original para describir distintas dinámicas de la tasa corta. Particularmente, la volatilidad y a la media de corto plazo se asumen como estocásticas. Si bien la reversión a la media de la tasa se justifica de la misma manera; debe reconocerse que la evidencia contemporánea es un tanto débil [véase Chan et. al. (1992) y Jones (2003)]. Los factores del modelo, al igual que en el modelo original, se justifican con base en los estudios de Litterman y Scheinkman (1991) y Litterman, Scheinkman y Weiss (1991).

El modelo propuesto incluye tres factores para describir la estructura temporal de las tasas de interés. Como ya se ha indicado, los factores que determinan la tasa corta futura r_{t+1} , son la tasa corta corriente r_t , la media de corto plazo de la tasa corta Θ_t y la volatilidad actual de la tasa corta σ_t . Cada uno de estos factores posee una dinámica definida por una ecuación estocástica. El conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales del modelo es el siguiente:

$$dr_t = k(\Theta_t - r_t)dt + \gamma\sqrt{\sigma_t}\sqrt{r_t}dW_t \quad k > 0, \gamma > 0 \quad (1)$$

$$d\Theta_t = v(\bar{\Theta} - \Theta_t)dt + \varsigma\sqrt{\Theta_t}dV_t \quad \bar{\Theta} > 0, v > 0, \varsigma > 0 \quad (2)$$

$$d\sigma_t = \mu(\bar{\sigma} - \sigma_t)dt + \eta\sqrt{\sigma_t}dU_t \quad \bar{\sigma} > 0, \mu > 0, \eta > 0 \quad (3)$$

Los parámetros y variables estocásticas del sistema de ecuaciones son, respectivamente, $(\gamma, k, \mu, \bar{\Theta}, \bar{\sigma}, \varsigma, \eta)$ y (W_t, V_t, U_t) . El parámetro de sensibilidad del mercado, γ , captura el impacto que tiene la volatilidad, σ_t , sobre la tasa corta r_t . Las constantes k , v y μ

son factores de aceleración en el modelo. La media y la volatilidad de largo plazo son $\bar{\Theta}$ y $\bar{\sigma}$. Las volatilidades de Θ_t y σ_t son, respectivamente, ζ y η . El subíndice t denota al tiempo, por tanto $t \geq 0$. Matemáticamente $\{W_t\}_{t \geq 0}$, $\{V_t\}_{t \geq 0}$ y $\{U_t\}_{t \geq 0}$ se definen como movimientos brownianos sobre un espacio de probabilidad fijo con filtración aumentada.

En el modelo se hacen algunos supuestos adicionales. Concretamente se asume que los procesos W_t, V_t y U_t , son procesos de Wiener estandarizados. Por tanto $dW_t \sim N(0, dt)$, $dV_t \sim N(0, dt)$ y $dU_t \sim N(0, dt)$. Asimismo se asume que los brownianos están correlacionados. Así $Cov(dW_t, dV_t) = p_{WV} dt$, $Cov(dW_t, dU_t) = p_{WU} dt$ y $Cov(dV_t, dU_t) = p_{VU} dt$. Los parámetros $k, \bar{\Theta}, \nu, \zeta, \bar{\sigma}, \mu, \eta$ se presuponen constantes y positivos. Esto mismo ocurre con el parámetro de sensibilidad de mercado γ . Particularmente, esta caracterización permite considerar efectos no unitarios de la volatilidad sobre la tasa corta.

La metodología de estimación de la estructura de plazos usa linealizaciones de las ecuaciones diferenciales del modelo, estimaciones econométricas y simulaciones de Monte Carlo. La linealización define el sistema de regresiones a estimar econométricamente. Los parámetros $(k, \gamma, \bar{\Theta}, \nu, \zeta, \bar{\sigma}, \mu, \eta)$ se calculan con base en las estimaciones que se obtienen por medio de técnicas econométricas de información completa para sistemas de regresiones simultáneas. Las simulaciones de Monte Carlo se usan para estimar la estructura de plazos con base en los estimadores y parámetros calculados.

La linealización de las ecuaciones del modelo aísla los términos de incertidumbre de cada ecuación y define el sistema de regresiones a ser estimado. Para ello se realiza, como paso previo, una discretización en el tiempo de cada una de las ecuaciones diferenciales del modelo. Para discretizar se toma un día como unidad de referencia. La linealización consiste en aislar el término browniano de cada ecuación discretizada para que este término no sea afectado por ninguna variable. Esto se hace dividiendo cada ecuación discretizada entre el término asociado al error de la misma.

Concretamente, para discretizar y linealizar la ecuación diferencial de la tasa corta se usa la ecuación (1). Cuando a esta ecuación diferencial se le discretiza en el tiempo (a un día), la misma queda como $r_t - r_{t-1} = k(\Theta_{t-1} - r_{t-1})(t - (t-1)) + \sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}\sqrt{t - (t-1)}\varepsilon_{(t-1)_1}$, donde $\varepsilon_{(t-1)_1}$ es un error estocástico que distribuye normalmente $\varepsilon_{(t-1)_1} \sim N(0, \gamma^2)$. Esta ecuación simplificada queda como: $r_t - r_{t-1} = k(\Theta_{t-1} - r_{t-1}) + \sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}\varepsilon_{(t-1)_1}$. Despejando r_t , se obtiene la siguiente ecuación no lineal en el término de error $r_t = k\Theta_{t-1} + (1-k)r_{t-1} + \sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}\varepsilon_{(t-1)_1}$.

La linealización de la ecuación no lineal es necesaria para estimarla económicamente. Esta linealización se hace considerando que el término asociado al error estocástico de la misma es $\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}$. Si se divide a la ecuación no lineal entre este último término, se obtiene la siguiente ecuación linealizada:

$$\frac{r_t}{\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}} = k \frac{\theta_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}} + (1-k) \frac{r_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}} + \varepsilon_{(t-1)_1} \quad t \geq 1, k > 0 \quad (4)$$

La ecuación (4) define la primera regresión del sistema usado para estimar el modelo.

Un proceso similar se sigue para definir la segunda ecuación del sistema de regresiones.

Esta ecuación es una linealización de la ecuación diferencial de la media de corto plazo de la tasa corta. Cuando a la ecuación diferencial (2) se le discretiza en el tiempo (a un día), la

misma al ser simplificada queda como $\Theta_t - \Theta_{t-1} = v(\bar{\Theta} - \Theta_{t-1}) + \sqrt{\Theta_{t-1}} \varepsilon_{(t-1)_2}$

donde $\varepsilon_{(t-1)_2} \sim N(0, \zeta^2)$. Despejando Θ_t y considerando que el término asociado al error

estocástico a esta ecuación es $\sqrt{\Theta_{t-1}}$; se obtiene la siguiente ecuación linealizada:

$$\frac{\Theta_t}{\sqrt{\Theta_{t-1}}} = \frac{v\bar{\Theta}}{\sqrt{\Theta_{t-1}}} + (1-v) \frac{\Theta_{t-1}}{\sqrt{\Theta_{t-1}}} + \varepsilon_{(t-1)_2} \quad t \geq 1, \bar{\Theta} > 0, v > 0 \quad (5)$$

El sistema de tres ecuaciones se completa con la ecuación linealizada de la volatilidad de la tasa corta. Esta ecuación se obtiene con la ecuación diferencial (3). Cuando a esta ecuación diferencial se le discretiza en el tiempo, la misma queda como

$\sigma_t = \mu\bar{\sigma} + (1-\mu)\sigma_{t-1} + \sqrt{\sigma_{t-1}} \varepsilon_{(t-1)_3}$ donde $\varepsilon_{(t-1)_3} \sim N(0, \eta^2)$. Si se divide esta ecuación

entre el término asociado al error, $\sqrt{\sigma_{t-1}}$, se obtiene la ecuación linealizada. Esta última es

la siguiente:

$$\frac{\sigma_t}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} = \frac{\mu\bar{\sigma}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} + (1-\mu) \frac{\sigma_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}} + \varepsilon_{(t-1)_3} \quad t \geq 1, \bar{\sigma} > 0, \mu > 0 \quad (6)$$

Las ecuaciones (4), (5) y (6) definen al modelo de tasas propuesto. Estas ecuaciones definen el sistema de regresiones a estimar económicamente. Este sistema de regresiones lo reescribimos como:

$$y_{t1} = \delta_1 + \delta_2 z_{t2} + \varepsilon_{t1} \quad (7)$$

$$y_{t2} = \delta_3 z_{t3} + \delta_4 z_{t4} + \varepsilon_{t2} \quad (8)$$

$$y_{t3} = \delta_5 z_{t5} + \delta_6 z_{t6} + \varepsilon_{t3} \quad (9)$$

El sistema (7), (8) y (9) redefine las variables y coeficientes del modelo de tasas. Así las

variables del lado derecho están definidas como $y_{t1} = \frac{r_t}{\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}}$, $y_{t2} = \frac{\Theta_t}{\sqrt{\Theta_{t-1}}}$ y

$y_{t3} = \frac{\sigma_t}{\sqrt{\sigma_{t-1}}}$. Las variables del lado izquierdo están definidas como $z_{t1} = \frac{\Theta_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}}$,

$z_{t2} = \frac{r_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}}$, $z_{t3} = \frac{1}{\sqrt{\Theta_{t-1}}}$, $z_{t4} = \frac{\Theta_{t-1}}{\sqrt{\Theta_{t-1}}}$, $z_{t5} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_{t-1}}}$ y $z_{t6} = \frac{\sigma_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}}}$. Los errores son

$\varepsilon_{t1} = \gamma\varepsilon_{(t-1)_1}$, $\varepsilon_{t2} = \zeta\varepsilon_{(t-1)_2}$ y $\varepsilon_{t3} = \eta\varepsilon_{(t-1)_3}$, donde asumimos $\varepsilon_{t1} \sim N(0, \gamma^2)$, $\varepsilon_{t2} \sim N(0, \zeta^2)$

y $\varepsilon_{t3} \sim N(0, \eta^2)$. Los coeficientes son $\delta_1 = k$, $\delta_2 = (1 - k)$, $\delta_3 = v\bar{\Theta}$, $\delta_4 = (1 - v)$, $\delta_5 = \mu\bar{\sigma}$

y $\delta_6 = (1 - \mu)$.

Los coeficientes $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$ y δ_6 asociados a los sistemas de regresiones, como el integrado por (7), (8) y (9), idealmente se deben estimar mediante técnicas econométricas de información completa. Este es el enfoque de estimación adoptado en este trabajo.⁴

Concretamente, las técnicas que usadas aquí son 3SLS y FIML (Mínimos Cuadrados en Tres Etapas e Información Completa de Máxima Verosimilitud). La primera técnica, 3SLS,

⁴ En el enfoque técnicas de información completa se estiman todas las ecuaciones del sistema de manera simultánea. Un enfoque alternativo, y más sencillo de estimar, es el de técnicas de información limitada. En este enfoque se estima cada ecuación de manera individual sin considerar las restricciones que pudieran haber en las otras ecuaciones del sistema (como la exclusión de variables endógenas). La no consideración de estas restricciones puede conducir a problemas de identificación econométrica de los parámetros. En esta investigación justificamos el uso de técnicas de información completa para evitar dicha posibilidad.

se basa en los principios de mínimos cuadrados generalizados y variables instrumentales. La segunda, FIML, se usa para obtener directamente estimadores de máxima verosimilitud.

Los estimadores obtenidos mediante técnicas 3SLS y FIML tienen varias características econométricamente deseables. Los estimadores 3SLS son relativamente sencillos de estimar. Los estimadores FIML son asintóticamente eficientes entre todos los estimadores posibles [Greene (2008)]. En particular, si los errores están distribuidos normalmente, tal como aquí se asume, los estimadores 3SLS tienen asintóticamente la misma distribución que los estimadores FIML. Sin embargo, pese a estas similitudes, cabe hacer notar que los estimadores de 3SLS y FIML no son necesariamente equivalentes.

Las técnicas 3SLS y FIML tienen requerimientos muestrales diferentes para efectos de estimación. Particularmente 3SLS requiere de muestras grandes. Esto ocurre debido a que las propiedades de 3SLS son asintóticas. De hecho, en muestras pequeñas los estimadores 3SLS no convergen a los estimadores FIML [Dhrymes (1973)]. Estos requerimientos suscitan controversias prácticas sobre cuando usar unas u otras técnicas. Estas controversias suelen plantearse en términos de los supuestos y tamaños de muestra que deben satisfacerse. Por ello es difícil justificar una técnica única de estimación.⁵

En esta investigación calculamos los parámetros del modelo usando las estimaciones econométricas asociadas a ambas técnicas por complementariedad. Estas estimaciones son usadas para calcular algebraicamente los parámetros del modelo de tres factores. En la

⁵ Véase Golob (2003) para una revisión de los métodos de estimación de sistemas de ecuaciones estructurales y de sus requerimientos para efectos de estimación.

siguiente sección se describe el estudio econométrico realizado. En la misma se describen los datos y su tratamiento para efectos del análisis estadístico. Asimismo se muestran los parámetros calculados con base en las estimaciones 3SLS. Esto con el objetivo de proveer los elementos necesarios para estimar la estructura de plazos para el mercado de renta fija.

2. Estudio econométrico: Series de datos, estimaciones econométricas y valores paramétricos

En esta sección describimos el estudio econométrico realizado. La sección se divide en dos apartados. En el primer apartado se describen los datos usados para definir la tasa corta corriente r_t , la media de corto plazo de la tasa corta Θ_t y la volatilidad de la tasa corta σ_t . En el segundo, se incluyen las estimaciones de los coeficientes del sistema de regresiones integrado por las ecuaciones (7), (8) y (9) y se muestran los estimadores de los parámetros del modelo de la estructura temporal de las tasas. Asimismo se validan los supuestos que justifican el uso de las técnicas 3SLS y FIML.

2.1 Series de datos

Para efectos de este estudio, aquí consideramos como tasa corta r_t a la tasa mexicana de fondeo gubernamental al cierre. Esta tasa es la de menor tiempo disponible en el mercado mexicano y la de menor plazo (un día hábil bancario). La misma se define como la tasa promedio de las operaciones que se realizan con títulos de deuda gubernamental que han sido liquidados en el sistema de entrega contra pago del INDEVAL. La serie utilizada consta de 285 datos comprendidos entre el 11 de agosto de 2005 y el 11 de agosto de 2006 (no incluye días festivos). Esta serie ha sido usada previamente por Pérez Sicaños (2007).

El mercado no provee información acerca de la media de corto plazo Θ_t ni de la volatilidad σ_t de la tasa corta. Por esta razón, y al igual que Pérez Sicaños (2007) aquí usamos estimadores para calcular las series de la media de corto plazo y de la volatilidad con base en la información disponible. Así el estimador muestral usado para calcular la media de corto plazo en el tiempo t es $\Theta_t = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t r_s$. Asimismo, el estimador de la volatilidad es $\sigma_t = \sqrt{\sum_{s=1}^t (r_s - \bar{r}_t)^2 / t}$ donde $\bar{r}_t = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t r_s$. Ambos estimadores son estadísticamente consistentes. Más aún, el estimador muestral para la media de corto plazo $\bar{\Theta}_t$ es insesgado.

2.2 Estimaciones econométricas

En este apartado se muestran los resultados sintetizados asociados a la estimación del sistema integrado por (7), (8) y (9). Las regresiones estimadas se incluyen en los Apéndices A y B. Concretamente, en la Tabla 1 se muestran los coeficientes estimados econométricamente mediante ambas técnicas, $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$ y δ_6 . La importancia de estos coeficientes es que permiten calcular algebraicamente los parámetros del modelo definido por las ecuaciones (1), (2) y (3). Estos parámetros definen las sensibilidades y aceleradores del modelo de estructura temporal de las tasas.

Tabla 1. Coeficientes Estimados Econométricamente

Método	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6
3SLS	0.151545	0.828704	0.000087	0.998256	0.000085	0.990442
FIML	0.151299	0.828930	0.000090	0.998226	0.000086	0.990325

Los parámetros para estimar la dinámica de la tasa corta en el modelo de estructura temporal se incluyen en la Tabla 2. Particularmente, los parámetros k y ζ determinan la dinámica de la tasa corta y la estructura de plazos. Asimismo es de interés hacer notar que el parámetro de sensibilidad de mercado estimado γ es aproximadamente 0.0523 bajo ambas técnicas econométricas. Este resultado sugiere que el impacto que tiene la volatilidad, σ_t , sobre la tasa corta tiende a diluirse en el mercado de tasas. Por tanto, los resultados sugieren que la respuesta de los mercados ante choques transitorios es pequeña.

Tabla 2. Parámetros Estimados del Modelo de Tres Factores

Método	k	γ	ν	$\bar{\theta}$	ζ	μ	σ	η
3SLS	0.151545	0.052276	0.001744	0.0500000	0.00011	0.009558	0.0088721	0.000237
FIML	0.151299	0.052262	0.0017740	0.0506764	0.00011	0.009675	0.0089096	0.000237

Los resultados obtenidos vía 3SLS sugieren que estas estimaciones son adecuadas para calcular los parámetros del sistema integrado por (4), (5) y (6). De hecho, algunos de los supuestos de esta técnica de regresión se cumplen de manera satisfactoria. Esto puede verificarse considerando los estimadores de δ_1 y δ_2 se aproximan a la unidad. Por otra parte, dos supuestos en que se basan las técnicas 3SLS y FIML sostienen que las matrices de esperanza y de varianza-covarianza de los errores son iguales a cero. Particularmente, aquí mostramos los estimadores de dichas matrices estimados mediante la técnica 3SLS:

$$E[\varepsilon] = E \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0017480 \\ 0.0000033 \\ 0.0000046 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E[\varepsilon\varepsilon'] = \begin{bmatrix} 0.00272323 & 0.0000024 & 0.0000123 \\ 0.00000224 & 0.0000001 & 0.0000002 \\ 0.00000123 & 0.0000002 & 0.0000006 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

¿Por qué no mencionamos los estimadores asociados a la técnica FIML? La razón estriba en la potencial no normalidad de los residuales y su similitud con los obtenidos vía 3SLS. Particularmente la prueba gráfica Q-Q (Quantile & Quantile) sugiere la existencia de no normalidad en los residuales de las regresiones (véase el Apéndice C). Por esta razón, de aquí en adelante nos enfocaremos en las estimaciones obtenidas vía 3SLS. No obstante, creemos que los parámetros estimados son válidos como una aproximación inicial para efectos de simulación, indistintamente de la técnica usada.

3. El modelo de estructura temporal y la metodología de Monte Carlo

En esta sección mostramos las relaciones entre el modelo de estructura temporal y el método de Monte Carlo para efectos de la estimación de la estructura de plazos para el mercado de renta fija de México. La sección se divide en dos apartados. En el primero se estima la fórmula discreta de la estructura a plazos en términos de la tasa corta. Esto con fines de realizar las simulaciones de la dinámica de la tasa mexicana de fondeo gubernamental a un día. En el segundo se detalla cómo obtener la estructura de plazos con base en las estimaciones econométricas y el uso de la metodología de Monte Carlo.

3.1 Estructura de plazos y tasa corta

En este apartado estimamos la fórmula discreta de la estructura de plazos usando la tasa de interés de corto plazo (tasa corta), r_s . Para ello se considera que la fórmula de valuación discreta al tiempo t de un bono cupón cero, $B(t, T)$ con vencimiento en T , viene dada por:

$$B(t, T) = \frac{VN}{\left[1 + \left[\frac{T}{360} \right] * r_t \right]}$$

Donde:

$B(t, T)$, es el valor del bono en el tiempo t y maduración T ,

VN , es el valor nominal del bono (\$10 pesos para el caso de México),

T , es el plazo o maduración del bono,

r_t , es la tasa de interés del bono en el tiempo t .

La expresión anterior aproxima la fórmula de valuación continua $B(t, T) = e^{-R(t, T) * (T-t)}$; donde $R(t, T)$ es la estructura de plazos de la tasa de interés. Particularmente, cuando la tasa corta, r_s , es estocástica, esta fórmula se expresa

como $B(t, T) = e^{-\left[\frac{1}{T-t} \int_{s=t}^T r_s ds \right] (T-t)}$. Estas fórmulas nos permiten definir la estructura de

plazos en términos de la tasa corta como $R(t, T) = \frac{1}{T-t} \int_{s=t}^T r_s ds$. Aquí, y para efectos

de realizar las simulaciones, usamos la siguiente formulación discreta de dicha estructura:

$$R(t, T) = \frac{1}{T-t} \sum_{s=t}^T r_s .$$

3.2 Simulación de Monte Carlo y estructura de plazos

En este apartado usamos el método Monte Carlo para simular la dinámica de la tasa corta.

Particularmente lo usamos para generar una muestra aleatoria de valores de la tasa corta r_t ,

la media Θ_t y la volatilidad σ_t . La simulación de Monte Carlo se plantea, en principio,

con el sistema de ecuaciones no lineales definido en la sección 1.

$$\begin{aligned} r_t &= k\Theta_{t-1} + (1-k)r_{t-1} + \sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}\varepsilon_{(t-1)_1} & \varepsilon_{(t-1)_1} &\sim N(0, \gamma^2) \\ \Theta_t &= v\bar{\Theta} + (1-v)\Theta_{t-1} + \sqrt{\Theta_{t-1}}\varepsilon_{(t-1)_2} & \varepsilon_{(t-1)_2} &\sim N(0, \zeta^2). \\ \sigma_t &= \mu\bar{\sigma} + (1-\mu)\sigma_{t-1} + \sqrt{\sigma_{t-1}}\varepsilon_{(t-1)_3} & \varepsilon_{(t-1)_3} &\sim N(0, \eta^2) \end{aligned}$$

Este sistema debe expresarse en términos de brownianos y de los parámetros estimados econométricamente para efectos de simulación. Así, el sistema a simular queda como:

$$r_t = r_{t-1} + (\Theta_{t-1} - r_{t-1})k + \gamma\sqrt{\sigma_{t-1}}\sqrt{r_{t-1}}W_{t-1} \quad (10)$$

$$\Theta_t = \Theta_{t-1} + (\bar{\Theta} - \Theta_{t-1})v + \zeta\sqrt{\Theta_{t-1}}V_{t-1} \quad (11)$$

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} + (\bar{\sigma} - \sigma_{t-1})\mu + \eta\sqrt{\sigma_{t-1}}U_{t-1} \quad (12)$$

En las simulaciones, los brownianos $W_{t-1} \sim N(0,1)$, $V_{t-1} \sim N(0,1)$ y $U_{t-1} \sim N(0,1)$, se generan a partir de números aleatorios que se distribuyen normalmente con media cero y varianza uno. Los números aleatorios se generan mediante el algoritmo de Inversión Moro.

Finalmente, sintetizamos la metodología para determinar la estructura de plazos $R(t,T)$, en los siguientes pasos:

- Simulamos el comportamiento de la media de corto plazo, Θ_s con base en (11).
- Simulamos el comportamiento de la volatilidad, σ_s con base en (12).
- Simulamos el comportamiento de la tasa corta, r_s , usando (10), proponiendo como valor inicial el valor actual de la tasa corta, r_0 continuando hasta la fecha del plazo deseado $T = 1825$. Esto nos da una realización de una trayectoria de la tasa corta.
- Repetimos $n = 100,000$ veces las realizaciones del paso anterior.
- Calculamos el promedio sobre todas las realizaciones de la tasa corta de un mismo plazo y obtenemos la estructura de plazos de 1825 días (cinco años).

4. Simulación del modelo de tres factores

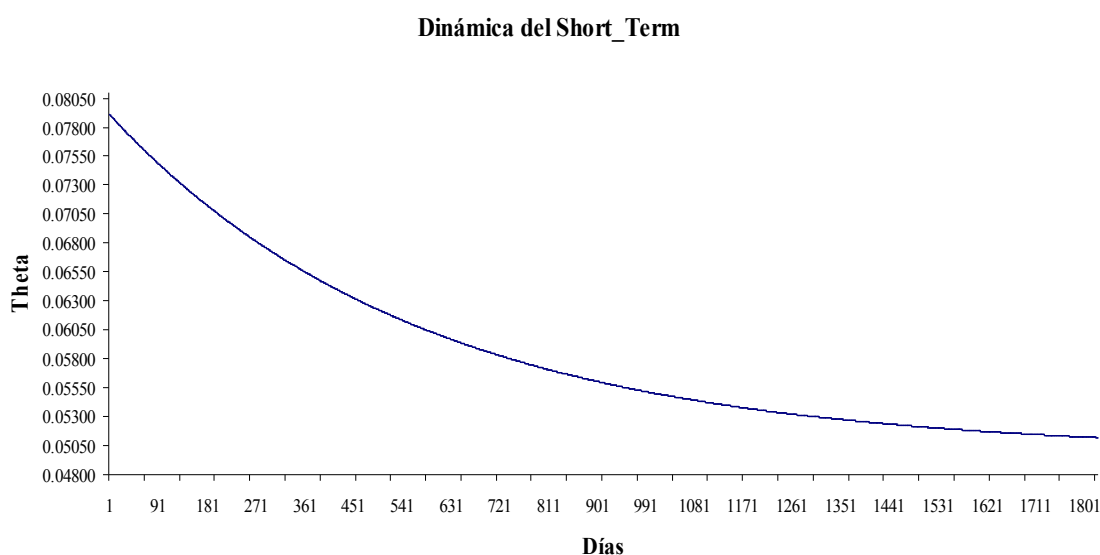
En esta sección se muestran las simulaciones asociadas al sistema de ecuaciones (10), (11) y (12). Particularmente se presenta la estructura de plazos estimada con base en dichas simulaciones y los datos del periodo analizado. En la simulaciones, los valores iniciales de la tasa corta r_t , la media de corto plazo Θ_t y la volatilidad σ_t son $r_0 = 0.07020$, $\Theta_0 = 0.07912$ y $\sigma_0 = 0.01658$. Estos son los valores de dichas variables para el día 11 de

agosto de 2006. Los valores de los parámetros usados en el modelo de la estructura temporal son aquellos estimados mediante la técnica 3SLS.

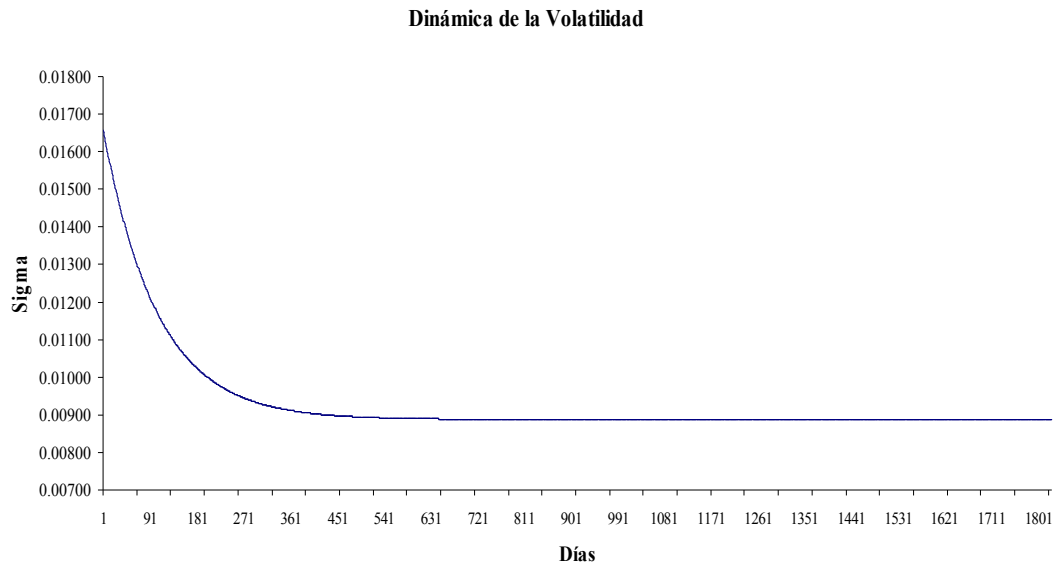
4.1 Simulaciones de la media de corto plazo y de la volatilidad

En este apartado se muestran las simulaciones de la dinámica de la media de corto plazo y de la volatilidad de la tasa corta durante el periodo analizado. Concretamente, la Gráfica 1 muestra el promedio de las realizaciones de la dinámica de la media de corto plazo Θ_t . Análogamente, la Gráfica 2 muestra el promedio de las realizaciones de la dinámica de la volatilidad σ_t . En ambos casos, las simulaciones confirman que hay reversión a la media. Por tanto, las variables tienden dinámicamente a converger a los valores medios estimados $\bar{\Theta} = 0.0500000$ y $\bar{\sigma} = 0.0088721$ [véase Tabla 2].

Gráfica 1. Simulación de la Dinámica de la Media de Corto Plazo



Gráfica 2. Simulación de la Dinámica de la Volatilidad

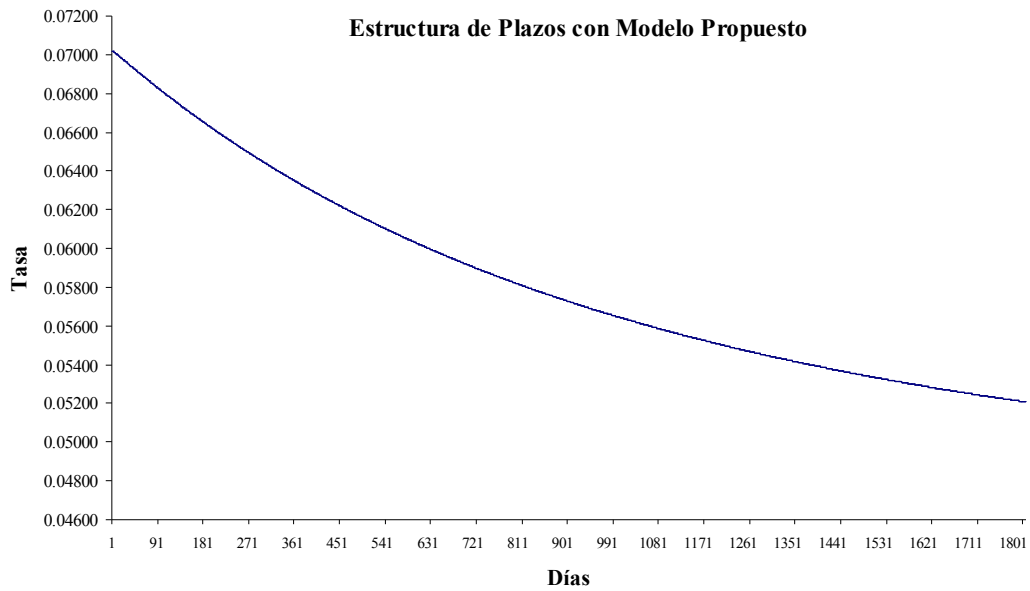


4.2 Estructura de plazos estimada

En este apartado se muestra la estructura de plazos para el mercado de renta fija de México durante el periodo analizado y un ejercicio de la capacidad predictiva del modelo. Concretamente, la Gráfica 3 muestra la estructura estimada con base en el modelo. En este contexto, no sobra mencionar que las formas de las estructuras de equilibrio tienden a cambiar dependiendo de los datos disponibles.⁶ Por otra parte cabe destacar que la estructura estimada muestra que hay una condición de “equilibrio”, pero no de “reversión” de la tasa corta. Esto es consistente con el planteamiento de la ecuación (10) del modelo.

⁶ Tradicionalmente las estructuras de plazos son crecientes. Por esta razón es válido cuestionarse la estructura de plazos obtenida en el modelo. La repetición del ejercicio con datos de la tasa de fondeo gubernamental para el período comprendido entre el 25 de noviembre de 2004 al 18 de enero de 2006, muestra una estructura de plazos creciente. Este resultado sugiere que el modelo es altamente flexible para efectos de estimación y simulación.

Gráfica 3. Estructura de Plazos Estimada



La validez del modelo puede ser evaluada empíricamente mediante su capacidad predictiva. Por esta razón, en la Tabla 3 se comparan las predicciones del modelo con los datos reales durante los primeros nueve días subsecuentes al 11 de agosto de 2006. En la tabla el signo negativo (positivo) representa el porcentaje de subestimación (sobreestimación) del valor real de la tasa de fondeo gubernamental. Como puede advertirse, los errores porcentuales no llegan al uno por ciento. Estos datos validan la pertinencia del modelo de tres factores para estimar la dinámica de la tasa de fondeo gubernamental mexicana.

Tabla 3. Capacidad Predictiva del Modelo

Día Subsecuente	r_t estimada (Porcentaje)	r_t real (Porcentaje)	Diferencia (Porcentaje)
1	7.0200	7.0500	-0.42735
2	7.01866	7.0700	-0.731437
3	7.01706	6.9500	0.955602
4	7.01531	7.0000	0.218291
5	7.01319	7.0100	0.045509
6	7.01099	7.0300	-0.271198
7	7.00889	7.0300	-0.301140
8	7.00670	7.0000	0.095686
9	7.00462	7.0200	-0.219627

5. Ejercicio comparativo entre el modelo propuesto y el modelo CIR

En esta sección se comparan las estructuras de plazo estimadas mediante los modelos de tres factores y el CIR [Cox, Ingersoll y Ross (1985)]. Se utiliza como referencia este último en virtud de que el mismo es comúnmente utilizado para evaluar las tasas cortas. Para efectos comparativos, aquí se usan los mismos datos de la tasa de fondeo gubernamental. La única diferencia metodológica se refiere a la técnica usada para estimar los parámetros (Mínimos Cuadrados Ordinarios, OLS). Dicha diferencia ocurre en virtud de que el modelo CIR es un modelo de un solo factor.

Matemáticamente, el modelo CIR es un proceso de Markov con trayectorias continuas definidas por $dr_t = k(\bar{\Theta} - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t$, donde los parámetros $k, \bar{\Theta}, \sigma$, son constantes. Este modelo, para efectos de simulación, se plantea en términos de un

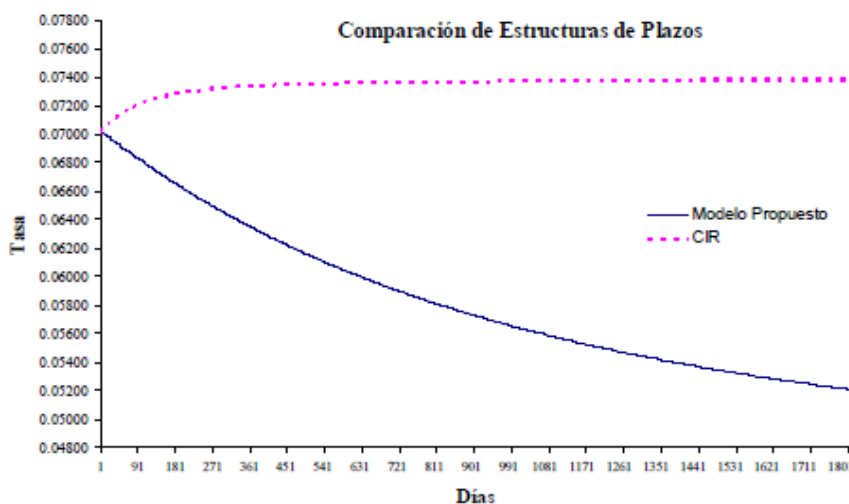
conjunto de parámetros estimados y un browniano $W_{t-1} \sim N(0,1)$,. Así la ecuación a simular queda como: $r_t = k\bar{\Theta} - (1 - k)r_{t-1} + \sigma\sqrt{r_{t-1}}W_{t-1}$, Los parámetros estimados vía OLS se incluyen en la Tabla 4.

Tabla 4. Parámetros Estimados del Modelo CIR

Método	$k\bar{\theta}$	$1 - k$	k	$\bar{\theta}$	σ_t
OLS	0.00136	0.98161	0.01839	0.073953	0.005338

El análisis comparativo de ambos modelos de la tasa corta se muestra en la Grafica 4. Dicha gráfica muestra las estructuras de plazos obtenidas mediante el modelo propuesto y el CIR. Evidentemente las estimaciones son muy diferentes. El modelo CIR, a diferencia del modelo propuesto, define una estructura de plazos creciente. Además, la convergencia al equilibrio de largo plazo en el modelo CIR es más rápida que en el modelo propuesto. Estas consideraciones sugieren que el modelo con tres factores y un parámetro de sensibilidad de mercado, es más adecuado y ajusta mejor que el modelo CIR.

Gráfica 4. Ejercicio Comparativo de las Estructuras de Plazos



6. Conclusiones y discusión

En este trabajo hemos desarrollado un modelo de tres factores para estimar la dinámica de la tasa corta. El mismo es una generalización del modelo de Chen (1997). Concretamente, a este último le hemos añadido un “parámetro de sensibilidad del mercado”, γ , el cual captura el impacto que tiene la volatilidad, σ_t , sobre la tasa corta. Así en el modelo desarrollado se asume que la media de corto plazo y la volatilidad de la tasa corta son estocásticas. Asimismo se asume que existe reversión a la media de corto plazo. El modelo se usa para describir la estructura de plazos para el mercado de renta fija de México.

Metodológicamente la modelación de la estructura de plazos se basa en linealizaciones de las ecuaciones que integran al modelo, estimaciones econométricas y simulaciones de Monte Carlo. Las linealizaciones se usan para aislar el término de incertidumbre de las ecuaciones diferenciales del modelo. Las estimaciones econométricas se usan para estimar sus parámetros. Las simulaciones de Monte Carlo se usan para generar la estructura de

tasas. Las técnicas econométricas usadas fueron mínimos cuadrados en tres etapas (3SLS) y máxima verosimilitud con información completa (FIML).

La estimación de la estructura de plazos sugiere que el modelo de tres factores es capaz de capturar adecuadamente las tendencias de mercado. Particularmente la dinámica de la tasa mexicana de fondeo gubernamental es descrita y pronosticada de manera satisfactoria. Los errores porcentuales de predicción no llegan al uno por ciento. En este contexto, resulta de interés señalar que las estimaciones sugieren que la sensibilidad del mercado mexicano es pequeña $\gamma = 0.0523$. Empíricamente, cabe señalar que el ejercicio comparativo sugiere que el modelo de tres factores ajusta mejor que el CIR.

Teóricamente este trabajo tiene implicaciones para efectos de modelación de la dinámica de la tasa corta y eventualmente para la estimación de estructuras de plazo. Estas se refieren a la necesidad de estimar explícitamente el parámetro γ en los modelos de tasas. El asumir que este parámetro es unitario, tal como se hace comúnmente, induce a prever de manera inadecuada la respuesta de los mercados ante choques transitorios. Por comparación, un parámetro unitario supone una sensibilidad de mercado casi veinte veces mayor a la estimada econométricamente.

Finalmente no sobra mencionar algunas vetas de investigación futura. Una se refiere a la relevancia de la sensibilidad de mercado γ . Si bien hay quienes sostienen que esta sensibilidad es la característica más importante en los modelos de tasas, justo es reconocer que todavía no hay consensos acerca de esta hipótesis. Otra veta está asociada a las técnicas

usadas para efectos de estimación de los parámetros. Es nuestra creencia que el Método Generalizado de Momentos (GMM) podría ser muy útil. Estas vetas son importantes, pero sin duda no son las únicas.⁷ Por estas razones consideramos este trabajo como una aproximación inicial y perfectible para el estudio de la dinámica de las tasas de interés.

⁷ Véase el libro de Nawalkha, Beliaeva y Soto (2007) para una revisión de las técnicas de modelación de las estructuras de plazos de las tasas de interés.

APÉNDICE A

Estimación de Parámetros del Modelo mediante 3SLS

Método de Estimación: Iterative Three-Stage Least Squares

Muestra: 09/11/2005 a 08/11/2006

Observaciones Incluidas: 285

Observaciones en el sistema: 855

Simultaneous weighting matrix & coefficient iteration

Convergence achieved after: 11 weight matrices, 12 total coef iterations

		Coefficiente	Error Estd.	z-Estadístico	Prob.
C(1)	(= k)	0.151545	0.017249	8.785665	0.0000
C(2)	(= $1 - k$)	0.828704	0.019378	42.76556	0.0000
C(3)	(= $v\bar{\theta}$)	8.72E-05	2.12E-05	4.124387	0.0000
C(4)	(= $1 - v$)	0.998256	0.000242	4123.732	0.0000
C(5)	(= $\mu\bar{\sigma}$)	8.48E-05	5.95E-06	14.26790	0.0000
C(6)	(= $1 - \mu$)	0.990442	0.000499	1985.740	0.0000

Determinante de la covarianza de residuales 2.78E-19

Ecuación: $R/((\text{SIGMA}(-1)^{(0.5)} * (R(-1))^{(0.5)})) = C(1) * \text{THETA}(-1) / ((\text{SIGMA}(-1)^{(0.5)} * (R(-1))^{(0.5)}) + C(2) * R(-1) / ((\text{SIGMA}(-1)^{(0.5)} * (R(-1))^{(0.5)}))$

Instrumentos: C R(-1) THETA(-1) SIGMA(-1)

Observaciones: 285

R-cuadrado	0.825483	Media var. depend.	0.312213
R-cuadrado Ajustado	0.824866	Desv. est. var. Dep.	0.005850
Suma Errores de regresión	0.052398	Suma resid. cuadrados	3.45E-06
Estadístico Durbin-Watson	2.547560		

Ecuación: $\text{THETA} / (R(-1))^{(0.5)} = C(3) / (R(-1))^{(0.5)} + C(4) * \text{THETA}(-1) / (R(-1))^{(0.5)}$

Instrumentos: C R(-1) THETA(-1) SIGMA(-1)

Observaciones: 285

R-cuadrado	0.999645	Media var. depend.	0.312213
R-cuadrado Ajustado	0.999644	Desv. est. var. Dep.	0.005850
Suma Errores de regresión	0.000110	Suma resid. cuadrados	3.45E-06
Estadístico Durbin-Watson	1.210321		

Ecuación: $\text{SIGMA} / (\text{SIGMA}(-1))^{(0.5)} = C(5) / (\text{SIGMA}(-1))^{(0.5)} + C(6) * \text{SIGMA}(-1) / (\text{SIGMA}(-1))^{(0.5)}$

Instrumentos: C R(-1) THETA(-1) SIGMA(-1)

Observaciones: 285

R-cuadrado	0.999593	Media var. depend.	0.109184
R-cuadrado Ajustado	0.999591	Desv. est. var. Dep.	0.011750
Suma Errores de regresión	0.000238	Suma resid. cuadrados	1.60E-05
Estadístico Durbin-Watson	1.212196		

APÉNDICE B

Estimación de Parámetros del Modelo mediante FIML

Método de Estimación: Full Information Maximum Likelihood (Marquardt)

Muestra : 09/11/2005 a 08/11/2006

Observaciones Incluidas: 285

Observaciones en el sistema: 855

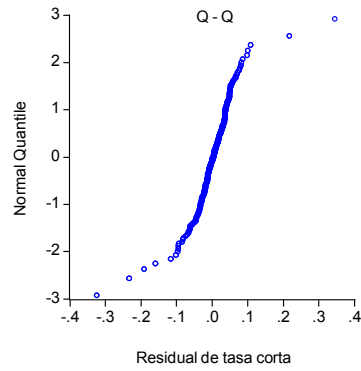
Convergencia alcanzada después de 4 iteraciones

	Coefficiente	Error Estd.	z-Estadístico	Prob.
C(1) (= k)	0.151299	0.026545	5.699694	0.0000
C(2) (= $1 - k$)	0.828930	0.030151	27.49289	0.0000
C(3) (= $\nu \bar{\theta}$)	8.99E-05	3.67E-05	2.448551	0.0143
C(4) (= $1 - \nu$)	0.998226	0.000409	2438.981	0.0000
C(5) (= $\mu \bar{\sigma}$)	8.62E-05	1.33E-05	6.504997	0.0000
C(6) (= $1 - \mu$)	0.990325	0.001046	946.4948	0.0000
Log Likelihood		6864.638		
Determinante de la covarianza de residuales		2.78E-19		
Ecuación: $R/((\text{SIGMA}(-1)^{(0.5)} * (R(-1))^{(0.5)})) = C(1) * \text{THETA}(-1) / ((\text{SIGMA}(-1)^{(0.5)} * (R(-1))^{(0.5)})) + C(2) * R(-1) / ((\text{SIGMA}(-1)^{(0.5)} * (R(-1))^{(0.5)}))$				
Observaciones: 285				
R-cuadrado	0.825550	Media var. depend.	2.575884	
R-cuadrado Ajustado	0.824933	Desv. est. var. Dep.	0.125207	
Suma Errores de regresión	0.052388	Suma resid. cuadrados	0.776694	
Estadístico Durbin-Watson	2.549230			
Ecuación: $\text{THETA} / (R(-1))^{(0.5)} = C(3) / (R(-1))^{(0.5)} + C(4) * \text{THETA}(-1) / (R(-1))^{(0.5)}$				
Observaciones: 285				
R-cuadrado	0.999645	Media var. depend.	0.312213	
R-cuadrado Ajustado	0.999644	Desv. est. var. Dep.	0.005850	
Suma Errores de regresión	0.000110	Suma resid. cuadrados	3.45E-06	
Estadístico Durbin-Watson	1.209238			
Ecuación: $\text{SIGMA} / (\text{SIGMA}(-1))^{(0.5)} = C(5) / (\text{SIGMA}(-1))^{(0.5)} + C(6) * \text{SIGMA}(-1) / (\text{SIGMA}(-1))^{(0.5)}$				
Observaciones: 299				
R-cuadrado	0.999592	Media var. depend.	0.109184	
R-cuadrado Ajustado	0.999590	Desv. est. var. Dep.	0.011750	
Suma Errores de regresión	0.000238	Suma resid. cuadrados	1.60E-05	
Estadístico Durbin-Watson	1.209236			

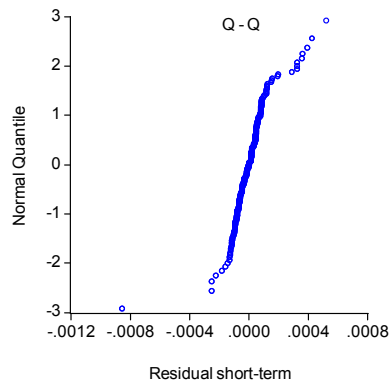
APÉNDICE C

Pruebas Gráficas de Normalidad Q-Q

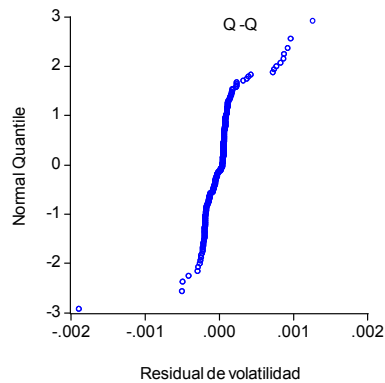
Gráfica A.1. Prueba para los Residuales de la Tasa Corta, ε_{t1} .



Gráfica A.2. Prueba para los Residuales de la Media de Corto Plazo, ε_{t2} .



Gráfica A.3. Prueba para los Residuales de la Volatilidad ε_{t3} .



REFERENCIAS

- Antoniou, Antonios, Alejandro Bernales y Diether Beuermann, (2005). "The dynamics of the short-term interest rate in the UK", *Working Paper 670503*, Social Science Research Network
- Ball, Clifford A. y Walter N. Torous, (1999). "The stochastic volatility of short-term interest rates: Some international evidence", *Journal of Finance*, 54(6), 2339-2359
- Chan, K. C. et. al., (1992). "An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate", *Journal of Finance*, 47(3), 1209-1227
- Chen, Lin (1997), *Interest Rate Dynamics, Derivatives Pricing and Risk Management*, Estados Unidos, Nueva York, Springer Verlag, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 435
- Cox, John C., Jonathan E. Ingersoll y Stephen A. Ross, (1985). "A theory of the term structure of interest rates", *Econometrica*, 53(2), 385-408
- Dai, Qiang y Kenneth J. Singleton, (2000). "Specification analysis of affine term structure models", *Journal of Finance*, 55(5), 1943-1978
- Dhrymes, Phoebus J., (1973). "Small sample and asymptotic relations between maximum likelihood and three stage least squares estimators", *Econometrica*, 41(2), 357-364
- Dodds, J. Colin, (1982). "The term structure of interest rates: A survey of the theories and empirical evidence", *Managerial Finance*, 8(2), 22-31
- Golob, Thomas F., (2003). "Structural equation modeling for travel behavior research", *Transportation Research*, 37(1), 1-25
- Greene, William H. (2008), *Econometric Analysis*, Sexta edición, Estados Unidos, Upper Saddle River, Pearson Education/Prentice Hall

- Hull, John C. (2006), *Options, Futures and Other Derivatives*, Sexta edición, Estados Unidos, Upper Saddle River, Pearson Education/Prentice Hall
- Jones, Christopher S., (2003). “Nonlinear mean reversion in the short-term interest rate”, *Review of Financial Studies*, 16(3), 793-843
- Koedijk, Kess G. et. al., (1997). “The dynamics of short-term interest rate volatility reconsidered”, *European Finance Review*, 1(1), 105-130
- Lin, Hai y Chinchu Wu, (2010), “Term structure of default free and defaultable securities: Theory and empirical evidence” en CF. Lee, y J. Lee, eds., *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*, (Springer, Nueva York), 979-1006
- Litterman, Robert B., José A. Scheinkman y Laurence Weiss, (1991). “Volatility and the yield curve”, *The Journal of Fixed Income*, 1(1), 49-53
- Litterman, Robert B. y José A. Scheinkman, (1991). “Common factors affecting bond returns”, *The Journal of Fixed Income*, 1(1), 54-61
- Pérez Sicairos, Rene B., (2007). “Determinación de una estructura de plazos para el mercado de renta fija en México mediante un modelo de tres factores para la dinámica de la tasa corta”, *Revista de Administración, Finanzas y Economía*, 1(2), 169-182
- Nawalkha, Sanjay K., Natalia A. Beliaeva y Gloria M. Soto (2007), *Dynamic Term Structure Modeling*, Estados Unidos, Hoboken, John Wiley & Sons, Wiley Finance
- Sundaresan, Suresh M., (2000). “Continuous-time methods in finance: A review and an assessment”, *Journal of Finance*, 55(4), 1569-1622
- Venegas-Martinez, Francisco (2006), *Riesgos Financieros y Económicos. Productos Derivados y Decisiones Económicas Bajo Incertidumbre*, México, México DF, Thomson