



Munich Personal RePEc Archive

# **Estimated Changes in Prices of Coffee and Cocoa: Kalman Filter, Hodrick-Prescott Filter and Modeling from Markov Switching**

Bationo, Rakissiwinde and Hounkpodote, Hilaire

Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée  
(ENSEA)

May 2009

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/26980/>

MPRA Paper No. 26980, posted 25 Nov 2010 14:01 UTC

***ESTIMATION DES CHANGEMENTS DES COURS DU CAFE ET DU CACAO : FILTRE DE KALMAN,  
FILTRE DE HODRICK-PRESCOTT ET MODELISATION A PARTIR DE PROCESSUS MARKOVIEN***

***PAR :  
BATIONO RAKISSIWINDE\*  
&  
HOUNKPODOTE HILAIRE\****

***MAI 2009***

**Résumé**

Cette étude tente de procéder à une estimation des cours du café et du cacao en utilisant une méthodologie basée le filtre d'Hodrick-Prescott, le filtre de Kalman et un modèle à changement de régimes markoviens qui, contrairement aux modèles linéaires, autorise les paramètres à varier en fonction de la situation conjoncturelle ; les transitions entre les régimes étant gouvernées par une chaîne de Markov. Les résultats montrent que le filtre d'Hodrick-Prescott ne donne qu'une tendance générale des cours alors que le filtre de Kalman approche mieux les deux séries en donnant leur vraie tendance. Le modèle à changement de régimes markoviens quant à lui décompose la série en des régimes puisqu'une tendance linéaire n'est pas adaptée. Ainsi, ce dernier modèle donne les probabilités de transition entre un régime et un autre puis donne les durées moyennes de séjour dans un régime donné.

*Mots clés : filtre d'Hodrick-Prescott, filtre de Kalman, modèle à changement de régimes markoviens*

Code JEL : C13, C22, C51

**Abstract**

This aim of this study is to estimate the price of coffee and cocoa using a methodology based on Hodrick-Prescott filter, Kalman filter and a Markov Switching Model which, unlike linear models, allows the parameters to vary depending on the economic situation, the transitions between regimes are governed by a Markov chain. Our results show that the Hodrick-Prescott filter gives only the general trend of the series while the Kalman filter approach the best real trend of the series. The Markov Switching Model breaks the series in the regimes. Thus, this latter model gives the probability of transition from one regime to another and then gives the average length of stay in a particular regime.

*Keywords: Hodrick-Prescott filter, Kalman filter, Markov Switching Model*

JEL code : C13, C22, C51

\*Ingénieur Statisticien Economiste, Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée (ENSEA-Abidjan)

## LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Evolution de la série des prix du cacao et du café.....	12
Figure 2 : Série brute du cacao VS Filtre de Hodrick-Prescott ( $\lambda = 14\ 400$ ).....	14
Figure 3 : Série brute du café VS Filtre de Hodrick-Prescott ( $\lambda = 14\ 400$ ) .....	14
Figure 4 : Série brute du cacao, filtre d'Hodrick-Prescott VS filtre de Kalman .....	15
Figure 5 : Série brute du cacao VS filtre de Kalman .....	15
Figure 6 : Tendances issues du filtre d'Hodrick-Prescott VS filtre de Kalman pour le cacao .....	16
Figure 7 : Tendances issues du filtre d'Hodrick-Prescott VS filtre de Kalman pour le café.....	16
Figure 8 : Probabilités filtrées, lissées, moyenne et écart-type conditionnelle de la série cacao. 19	
Figure 9 : Probabilités filtrées, lissées, moyenne et écart-type conditionnelle de la série café... 19	

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Statistiques descriptives de la série des prix du cacao et du café.....	13
Tableau 2 : Estimation du modèle issu du filtre de Kalman pour le cacao .....	14
Tableau 3 : Détermination du nombre de retard optimal .....	17
Tableau 4 : Estimation du modèle à changement de régimes markoviens.....	18

## **1. Introduction générale**

Les exportations des matières premières constituent une première source de revenus pour la plupart des pays africains. Mais force est de constater que les cours de ces différentes matières premières ne sont pas toujours connus à l'avance par les pays africains ou même parfois le niveau de ces cours est déterminé par les différents chocs d'offre ou de demande intervenus sur le marché mondial. Pour des fins de prévision contre les différents chocs sur le marché de ces matières premières, une connaissance de leur estimation s'avère nécessaire.

Il existe une multitude de méthodes d'estimation des cours des matières premières comme le cacao. Parmi elles, on trouve celle utilisant le filtre HP (Hodrick et Prescott, 1981), des filtres « multivariés » (Laxton et Tetlow, 1992), des modèles à composantes non observables (filtre de Kalman), et des vecteurs autorégressifs structurels (SVAR). Ces méthodes ont toutes des forces et des faiblesses. Par exemple, les filtres ont tendance à générer des résultats biaisés en fin d'échantillon et les SVAR donnent un résultat trop volatile.

Cette étude se propose donc d'estimer et d'étudier les changements des cours du cacao par l'utilisation des filtres de Kalman et d'Hodrick-Prescott puis par l'usage des modèles de changements de régimes markoviens.

La suite du document est organisée de la façon suivante. La section 2 passe en revue quelques travaux empiriques portant sur les filtres de Kalman, d'Hodrick-Prescott et des changements de régimes markoviens. La section 3 définit les variables et en précise les sources statistiques puis présente la méthodologie de l'étude. Les résultats des estimations font l'objet de la section 4 et la discussion de ces résultats est présentée dans la section 5. Finalement, la section 6 revient en conclusion sur les principaux résultats de l'étude et en tire les implications nécessaires.

## 2. Revue de littérature

Dans la littérature, les filtres de Kalman, d'Hodrick-Prescott et la modélisation à changements de régimes markoviens ont été utilisés pour modéliser l'évolution de certaines séries. Pour cela, nous aborderons dans cette section les travaux empiriques ayant été réalisés par certains auteurs en rapport avec ces différentes méthodes.

### 2.1-La méthode du filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est une approche statistique, d'assimilation de données, dont le principe est de corriger la trajectoire du modèle en combinant les observations avec l'information fournie par le modèle de façon à minimiser l'erreur entre l'état vrai et l'état filtré. Le filtre de Kalman a été utilisé dans un certain nombre d'études pour analyser la variabilité des paramètres dans le temps : dans ce cadre, Carraro (1986) a fait une analyse comparative de la méthode de régression et de la méthode du filtre de Kalman ; Lii-Tarn et al. (2000) ont fait appel au modèle « espace d'état » ainsi qu'au filtre de Kalman pour étudier l'impact des bulles et de la variabilité des primes de risque sur les prix des titres. Ils ont conclu à la pertinence de la prime de risque dans l'explication des mouvements des titres.

Racicot et Théoret (2005) ont eu recours au filtre de Kalman pour prévoir deux variables financières : la volatilité des taux d'intérêt et de rendements boursiers et le rapport « cours-bénéfice » de l'indice S&P 500. La forme « espace d'état » et l'algorithme du filtre de Kalman qui lui est associé ont permis de tenir compte de la variabilité des paramètres du modèle. Notons en outre que c'est un des rares modèles dans lequel la covariance (ou la pente de la régression) peut être présentée sous sa forme conditionnelle en la modélisant soit par un processus AR(1), soit par un processus de marche au hasard.

Randriamiarana (2007) dans son étude, a mis en exergue la pertinence de l'utilisation d'un modèle dynamique qu'est « le filtre de Kalman » pour évaluer le risque systématique  $\beta$  en l'appliquant à trois principales régions émergentes : l'Asie, l'Amérique latine et l'Europe de l'Est. Les résultats ont permis de tester deux hypothèses : celle d'un choc ponctuel à effets transitoires qui se traduit par un retour vers la moyenne du coefficient  $\beta$ , et celle d'un choc indéfini à effets permanents dans laquelle le coefficient  $\beta$  suit une marche au hasard.

L'utilisation des filtres de Kalman s'effectue dans maints domaines. C'est ainsi que Lemoine et Pelgrin (2003) ont procédé à une application de ce filtre de Kalman notamment pour les décompositions tendance-cycle, l'extraction d'indicateurs coïncidents d'activité, l'estimation

d'un taux de chômage d'équilibre pouvant varier avec le temps (TV-Nairu) et l'évaluation du contenu informatif de la courbe des taux sur l'inflation future.

## **2.2-La méthode du filtre d'Hodrick-Precott (HP)**

Le filtre d'Hodrick-Prescott (HP) est une des méthodes privilégiées pour extraire la composante tendancielle d'une série macroéconomique. Une littérature abondante montre qu'il possède des propriétés statistiques satisfaisantes. Par ailleurs, même s'il donne lieu à des effets de bord, le filtrage des derniers points de l'échantillon est relativement peu sensible aux prévisions utilisées pour prolonger les séries à moyen terme. D'où son utilisation courante dans un grand nombre de travaux empiriques d'organisations nationales ou internationales. Son emploi a depuis été rationalisé et il est maintenant utilisé comme un filtre passe-bande approximatif. Un filtre passe-bande isole les mouvements d'une série se situant entre une limite supérieure et une limite inférieure données d'une fréquence ou durée; les mouvements hors de la bande de fréquence désirée sont éliminés. Les études menées dans le sens du filtrage des séries par la méthode H-P sont nombreuses mais quelques unes seront passées en revue dans cette section.

Van Norden (2004) fait une étude des filtres pour l'analyse courante. Il montre comment les techniques actuelles de filtrage peuvent servir à estimer des tendances et des cycles courants. Il examine les applications de ce filtre aux problèmes que pose l'estimation de la croissance de la productivité, de l'inflation de base et de l'écart de production observés.

Le Ministère de l'Economie et des Finances du Maroc (1996) utilise le filtre H-P pour extraire la croissance tendancielle de l'économie marocaine. Les résultats montrent que la détermination de la composante tendancielle de la croissance de l'économie marocaine fait apparaître les effets des grands chocs sur la croissance et souligne les différentes modes de croissance durant la période étudiée.

Bentoglio et al comparent des estimations du cycle obtenues à partir d'un modèle à composantes inobservables, d'un filtre de Baxter-King et d'un filtre de Hodrick-Prescott. Ladiray et Soarès (2001) comparent les cycles de la zone euro obtenus à partir d'une analyse factorielle dynamique, d'un filtre de Baxter- King et d'un filtre de Hodrick-Prescott appliqués aux données des enquêtes de conjoncture, à l'indice de la production industrielle et au produit intérieur brut. Toutes ces études arrivent à la même conclusion : les estimations des cycles sont cohérentes et présentent la même allure, racontent la même histoire économique en termes de périodes de croissance et de récession. Enfin, Giorno et Suyker (1997) procèdent aux estimations de l'écart de production de l'OCDE. A partir de la fonction de production

potentielle, l'OCDE définit le résidu de Solow, en fixant, conformément au modèle de croissance néo-classique et à l'hypothèse de rémunération des facteurs de production à leur productivité marginale, les paramètres aux parts moyennes respectives de la rémunération du travail et du capital dans le PIB. La productivité totale des facteurs est ensuite lissée selon le filtre Hodrick-Prescott.

### **2.3-La méthode de modélisation à partir de processus markovien**

La modélisation à changements de régimes markoviens cherche à étudier les changements de régime intervenus sur une série. L'utilisation de modèles à changements de régimes en macroéconomie s'est largement développée à la suite d'Hamilton (1989) qui distingue un régime de récession et d'expansion dans la dynamique de la croissance du PIB américain.

Ces modèles ont été popularisés dans la littérature économétrique afin de prendre en compte un certain type de non-stationnarité présente dans de nombreuses séries à caractère économique et financier. Depuis le travail de Hamilton, un grand nombre d'études théoriques et empiriques ont été proposées en économétrie sur ce type de modèle, en particulier dans le cas de variables qualitatives (Grégoir et Lengart, 1998, 2000). Ce type de modèle est intéressant car il permet d'obtenir à tout moment une probabilité d'occurrence d'une certaine variable inobservable à valeurs dans l'ensemble  $\{1, \dots, K\}$ , qui est supposée suivre une chaîne de Markov à K états.

Ainsi, Ferrara et Anas (2002) présentent un indicateur économique coïncident permettant de détecter en temps réel les dates d'entrée et sortie de récession pour les Etats-Unis. Cet indicateur est basé sur un modèle à changement de régimes markoviens proposé par Hamilton (1989) et appliqué sur différentes séries représentatives du cycle classique américain, choisies de manière adéquate. Les probabilités filtrées obtenues à partir de ces séries sont combinées en tenant compte du risque de faux signaux pour fournir en sortie une probabilité instantanée de récession.

Ferrara (2008) présente deux indicateurs développés par la Banque de France, afin de suivre sur un rythme mensuel les fluctuations de l'activité économique française. Le premier est un *indicateur probabiliste du cycle d'accélération* (IPCA) destiné à détecter les phases d'accélération et de ralentissement du PIB. Le second est un *indicateur probabiliste de récession industrielle* (IPRI) dont l'objectif est d'estimer l'occurrence d'une période de

récession dans le secteur industriel, au sens d'une baisse du niveau de l'activité industrielle. Chaque indicateur est construit à partir d'un modèle à changements de régimes markoviens et n'utilise comme information que les enquêtes mensuelles dans l'industrie réalisées par la Banque de France. Une validation historique depuis 1998 de ces deux indicateurs souligne leur apport et leur complémentarité pour le diagnostic conjoncturel.

Keho (2009) s'intéressant à l'effet de la politique budgétaire sur l'activité économique en Côte d'Ivoire, utilise une approche par les modèles à changements de régimes markoviens. Il ressort ainsi des résultats que les déficits sont favorables dans les périodes de récession seulement à très court terme. En dehors de ce régime conjoncturel, la politique budgétaire n'exerce aucun effet significatif sur l'activité économique. Ces résultats permettent de conclure que les réformes introduites pour contrôler les dérives budgétaires et restaurer la crédibilité de la politique monétaire ne pénalisent pas la croissance économique.

### 3. Données et méthodologie

#### 3.1-Données

La présente étude procède à une estimation des changements des cours du café et du cacao. Les données nécessaires pour cette estimation concernent donc les cours du cacao et du café. Elles proviennent essentiellement des données conjoncturelles du site d'Afristat et sont des séries mensuelles. Par ailleurs, elles couvrent la période 1989-2008.

#### 3.2-Méthodologie

Une multitude d'approches sont utilisées dans le domaine de la statistique pour estimer le changement des séries chronologiques.

##### 3.2.1-Filtre de Hodrick-Prescott

Le filtre de Hodrick-Prescott (H-P) estime la tendance par lissage. Soit  $y_t$   $t = 1, 2, \dots, T$ , le logarithme d'une série.  $y_t$  peut être décomposé en une composante tendanciel,  $\tau_t$  et en une composante cyclique,  $c_t$  soit  $y_t = \tau_t + c_t$ . Pour un  $\lambda$  bien choisi et positive, la tendance est solution du programme suivant :

$$\min_{\{\tau_t\}_1^T} \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \quad (1)$$



$\lambda$  est un paramètre de pénalité. Le premier terme mesure l'écart de la tendance à la série brute. Le second terme, qui peut être perçu comme une dérivée seconde de la tendance, mesure l'ampleur des inflexions de la tendance.

La solution du problème de minimisation de l'objectif quadratique de Hodrick-Prescott se fait de façon récurrente :

$$\begin{cases} \tau_0 = y_0 \\ \tau_1 = y_1 \\ \tau_{t+1} = (y_{t+1} + \lambda(\tau_t + (\tau_t - \tau_{t-1}))) / (1 + \lambda) \end{cases} \quad (2)$$

Le choix de  $\lambda$  est laissé au statisticien. Une valeur très faible de ce paramètre donne une tendance qui épouse la série brute des données. Une valeur importante du paramètre  $\lambda$  donne une tendance linéaire. Dans la pratique, les valeurs retenues pour le paramètre  $\lambda$  dépendent de la périodicité de la série initiale. Hodrick et Prescott ont proposé de retenir une valeur de  $\lambda$  égale à 14400 pour les séries mensuelles, 1600 pour les séries trimestrielles, 400 pour les séries semestrielles et 100 pour les données annuelles.

Les valeurs de ce paramètre peuvent être dérivées du rapport des variances des composantes tendancielle et cyclique de la série initiale.

Le filtre de Hodrick-Prescott possède un certain nombre d'inconvénients. Il est optimal sous deux conditions majeures :

Premièrement, les données doivent exister dans un I(2) tendance. Si la constante jette un choc ou dédoubleait, des taux de croissance se produisent. Le filtre produira des variations dans la tendance qui n'existent pas réellement. Deuxièmement le bruit dans les données est approximativement normal et blanc. Un autre inconvénient est le fait que le paramètre de lissage est choisi de façon arbitraire. En dehors des inconvénients précitées, le filtre de H-P n'est pas le meilleur filtre car il a tendance à privilégier les données à chaque extrémité de l'échantillon de sorte que toutes dernières observations s'inscrivent dans le cadre d'un redressement conjoncturel, la tendance estimée sera biaisée à la hausse (French, 2001). Cette limite est levée par les modèles espace-états notamment le filtre de Kalman (Hamilton, 1994). Selon l'auteur, le filtre de Kalman estime plus efficacement le changement de la variable observée parmi tous les filtres, linéaire et non linéaire, de surcroît si l'erreur du modèle espace-état est gaussienne.

### 3.2.2-Filtre de Kalman

A partir de la littérature, nous optons pour un modèle « *Tendance plus Cycle* ». Dans le cadre de ce modèle, la série étudiée est décomposée de manière additive en une tendance  $\tau_t$ , un cycle  $c_t$  et une composante irrégulière  $\varepsilon_t$ , inspiré par (Harvey, 1989). Nous supposons que ces

trois composantes sont mutuellement non corrélées entre elles. La variable  $Y_t$  représentant la dynamique d'évolution du prix du cacao, s'écrit alors sous la forme suivante :

$$Y_t = \tau_t + c_t + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\tau_t = \tau_{t-1} + \beta_t + \eta_t \quad (4)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \zeta_t \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} c_t \\ c_t^* \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos \lambda_c & \sin \lambda_c \\ -\sin \lambda_c & \cos \lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{t-1} \\ c_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t \\ k_t^* \end{bmatrix} \quad (6)$$

La composante irrégulière  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc.  $c_t^*$  est un paramètre technique nécessaire à la formulation du cycle  $c_t$ .

Les équations (4) et (5) sont la représentation en une tendance linéaire stochastique de  $\tau_t$  (Maurer, 1999), où  $\eta_t$  et  $\zeta_t$  sont deux bruits blancs orthogonaux entre eux et de variances respectives  $\sigma_\eta^2$  et  $\sigma_\zeta^2$  non nulles. Le bruit  $\eta_t$  permet au niveau de la tendance de fluctuer, tandis que  $\zeta_t$  a pour effet de faire varier la pente de la tendance. Les variances de ces deux bruits déterminent la nature stochastique de la tendance. Ainsi, les mouvements stochastiques dans la tendance sont importants d'autant que les variances sont élevées. Il faut noter que les équations (4) et (5) définissent le modèle *Local linear trend* (Harvey, 1989). Si seule la variance  $\sigma_\eta^2$  est nulle, la tendance est alors intégrée d'ordre deux et s'écrit :

$$\Delta^2 \tau_t = v_t \quad (7)$$

On a dans ce cas une tendance stochastique et stationnaire en différence à l'ordre deux. Elle évolue en fonction de  $v_t$ . Cette formulation définit une tendance du type *Slowly Moving Smooth Trend*<sup>1</sup>. Cette hypothèse correspond à la modélisation que nous avons adoptée dans ce document<sup>2</sup>. Quant à l'équation (6), elle correspond à la modélisation stochastique du cycle de la série. En somme, les équations (3) à (6) définissent un modèle structurel univarié à composantes inobservables. En supposant  $\sigma_\varepsilon^2 \geq 0$  et la restriction  $\{\sigma_\eta^2 = 0\}$ <sup>3</sup>, le modèle général pour la série est baptisé *Slowly Moving Smooth Trend plus stochastic cycle*, défini précédemment.

Puisque seul  $Y_t$  est observée, alors nous avons un modèle structurel à composantes inobservables. Par conséquent il nous faut une représentation espace-état pour pouvoir l'estimer (Maurer, 1999).

<sup>1</sup> Nous empruntons la traduction proposée par Maurer [1999] «*modèle additif à tendance régulière de rythme lent et cycle stochastique*»

<sup>2</sup> Pour avoir les raisons de ce choix il faut se référer à Maurer [1999], p.3.

Nous posons  $Z_t$ , le vecteur d'état,  $Z_t = \begin{bmatrix} \tau_t \\ \beta_t \\ c_t \\ c_t^* \end{bmatrix}$  et  $\mu_t$ , le vecteur des innovations,  $\mu_t = \begin{bmatrix} \eta_t \\ \zeta_t \\ \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix}$ .

Les équations d'état (8) et de mesure (9) déterminent la représentation espace-état du modèle « Tendance plus Cycle » suivante :

$$[\tau_t \quad \beta_t \quad c_t \quad c_t^*]' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho \cos \lambda_c & \rho \sin \lambda_c \\ 0 & 0 & -\rho \sin \lambda_c & \rho \cos \lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{t-1} \\ \beta_{t-1} \\ c_{t-1} \\ c_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t \\ \zeta_t \\ \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Y_t = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} \tau_t \\ \beta_t \\ c_t \\ c_t^* \end{bmatrix} + \varepsilon_t \quad (9)$$

$\varepsilon_t$  est l'erreur de mesures.

Après cette spécification du modèle sous sa forme espace-état, nous pouvons, en utilisant le filtre de Kalman, désagréger la série observée  $Y_t$ .

Le filtre de Kalman est un estimateur qui permet de reconstituer les états d'un système perturbés en utilisant des mesures. La méthode du filtre de Kalman repose, dans notre cas, sur l'identification des diverses composantes inobservables (tendance, cycle et irrégularité) à partir de la série observée  $Y_t$ . La technique du filtre de Kalman est un outil privilégié de l'estimation des modèles structurels à composantes inobservables. Elle consiste en un ensemble d'équations récursives et procède d'abord par un filtrage qui permet d'obtenir la meilleure approximation de l'état  $Z_t$  du système à la date  $t$ , conditionnellement à l'information disponible jusqu'en  $t$  et ensuite par un lissage qui donne l'approximation optimale du vecteur d'état à l'instant  $t$ , conditionnellement à toute l'information disponible sur l'ensemble de la période, de 1 à  $T$ . Le lissage permet d'estimer la tendance, le cycle et l'irrégularité de la série initiale. Il est important de noter que dans les modèles espace-état en général, les problèmes de stationnarité et de racine unitaire trouvent leurs solutions. En particulier, les résultats du filtre de Kalman restent valides en présence de séries non-stationnaires. Par ailleurs, ce cadre permet également de relâcher l'hypothèse d'une distribution gaussienne pour les bruits (Lemoine et Pelgrin, 2003).

Certaines études empiriques sont arrivées à la conclusion que le filtre de Kalman, bien qu'il soit optimal, ne donne pas de résultats aussi satisfaisants. D'où l'introduction des modèles à changement de régimes.

### 3.2.3-Processus à changement de régimes markoviens

Ce travail utilise le modèle à changement de régimes markoviens pour estimer le changement des prix du cacao et du café. Les modèles à changement de régimes markoviens ont été introduits par Hamilton (1989) afin de prendre en compte un certain type de non-stationnarité présente dans de nombreuses séries macroéconomiques et financières (Keho, 2009). Ayant observé que ce type de séries présentait souvent des ruptures dans leur moyenne, l'idée d'Hamilton fut de modéliser cette non stationnarité à l'aide d'un processus linéaire par morceaux.

Dans un modèle à changement de régimes markoviens, la dynamique des variables change potentiellement de régime à chaque période de temps en fonction de l'état conjoncturel qui se réalise. Pour la spécification, nous retenons la forme suivante :

$$y_t = \mu(s_t) + \sum_{i=1}^p \phi_i(s_t)y_{t-i} + \sigma_{s_t}\varepsilon_t \quad (10)$$

où  $y_t$  est une mesure stationnaire du prix du cacao éventuellement le prix du café. Il est important de remarquer que les paramètres du modèle dépendent d'une variable  $s_t$  inobservable reflétant l'état de l'économie.

Dans les modèles à changement de régimes markoviens, on suppose que la variable d'état  $s_t$  suit un processus de Markov de premier ordre à  $M$  états à probabilités de transition constantes<sup>4</sup>. La probabilité que  $s_t = j$  sachant  $I_{t-1}$  (l'ensemble d'information disponible à la date  $t - 1$  ayant un pouvoir prédictif sur  $s_t$ ) est donc déterminée uniquement par la valeur courante de  $s_{t-1}$ . Plus formellement,  $s_t$  vérifie la propriété suivante :

$$\Pr(s_t = j \mid s_{t-1} = i, I_{t-1}) = \Pr(s_t = j \mid s_{t-1} = i) = p_{ij} \quad \forall i \text{ et } j = 1, 2, \dots, M \quad (11)$$

où  $p_{ij}$  est la probabilité d'être à l'état  $j$  à la date  $t$  sachant que l'on était dans l'état  $i$  à la date  $t - 1$ .

Ces probabilités de transition vérifient la relation suivante :

$$\sum_{j=1}^M p_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, M \quad (12)$$

En macroéconomie, la variable inobservable, que l'on note  $(s_t)_t$ , est supposée représenter l'état courant de l'activité économique et le nombre  $M$  de régimes est généralement supposé égal à deux ou à trois.

---

<sup>4</sup>Toutefois, certains auteurs (Filardo et Gordon, 1994 ; Durland et McCurdy, 1994) ont proposé une extension du modèle MS dans laquelle les probabilités de transition sont autorisées à varier au cours du temps. Ces modèles sont connus dans la littérature anglo-saxonne sous l'appellation MS-TVTP (Markov-Switching with Time-Varying Transition Probabilities).

Dans le cas de deux régimes (M=2), le modèle s'écrit:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_1 + \sum_{i=1}^p \phi_{1i} y_{t-i} + \sigma_1 \varepsilon_t \text{ quand } s_t = 1 \\ y_t &= \mu_2 + \sum_{i=1}^p \phi_{2i} y_{t-i} + \sigma_2 \varepsilon_t \text{ quand } s_t = 2 \end{aligned} \quad (13)$$

Dans ce cas, la matrice de transition est de la forme:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & 1 - p_{11} \\ 1 - p_{22} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

A partir des mesures de la persistance des régimes,  $p_{11}$  et  $p_{22}$ , on peut obtenir une estimation de la durée moyenne des régimes. Si on note  $d_t^i$  la variable aléatoire représentant la durée du séjour du processus dans le régime  $i$ , sachant que le régime initial est  $i$ , alors cette variable aléatoire suit une loi géométrique de paramètre  $(1 - p_{ii})$ , c'est-à-dire pour tout  $n > 0$  :

$$Prob(d_t^i = n) = p_{ii}^{n-1} (1 - p_{ii}) \quad (15)$$

Par conséquent, la durée de vie moyenne du régime  $i$  est donnée par  $E(d_t^i) = 1/(1 - p_{ii})$ .

On montre que (Hamilton, 1994):

$$\begin{aligned} P(s_t = 1) &= (1 - p_{22}) / (2 - p_{22} - p_{11}) \\ P(s_t = 2) &= (1 - p_{11}) / (2 - p_{22} - p_{11}) \end{aligned} \quad (16)$$

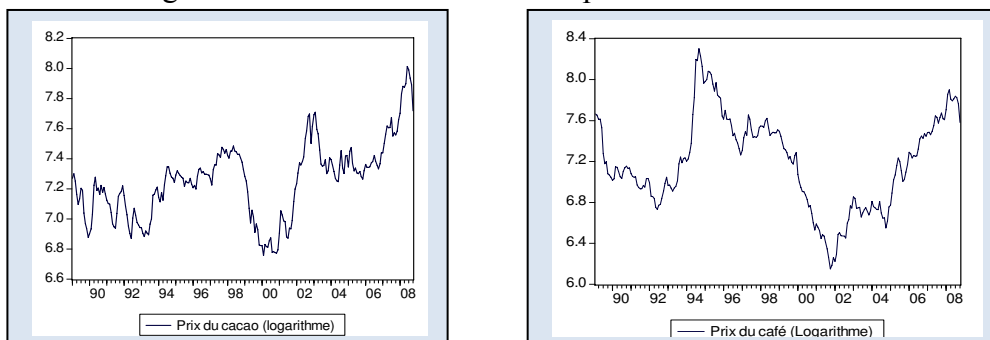
Pour l'estimation du modèle à changement de régimes markoviens, il sera utilisé le package « fMarkovSwitching » du logiciel R.

## 4. Résultats empiriques

### 4.1-Analyse descriptive

Cette analyse est consacrée à une simple description de la série sur le cacao et le café. Elle nous permettra de connaître l'évolution des cours du cacao et du café sur la période considérée (1989-2008). La figure 1 retrace l'évolution de la série sur les cours du cacao et du café.

Figure 1: Evolution de la série des prix du cacao et du café



Comme on peut le constater à travers la figure 1, le cours du cacao et du café présente une évolution erratique avec des chutes remarquables qui s'étendent de Novembre 98 à Février 2000 et des hausses entre Août 2001 et Février 2003 puis entre Août 2007 et Septembre 2008 avant de chuter à nouveau en Octobre 2008 pour le cacao. Tandis que pour le café, on note d'abord une hausse spectaculaire au cours du mois de Septembre 1994 et une chute remarquable en Août 2002 avant de remonter de façon erratique jusqu'au mois d'Août 2008 et de recommencer une chute. Il est à noter donc que ces deux séries n'ont pas du tout une tendance linéaire sur la période d'étude.

Tableau 1: Statistiques descriptives de la série des prix du cacao et du café

	Café (logarithme)	Cacao (logarithme)
Moyenne	7,189	7,255
Médiane	7,183	7,278
Maximum	8,303	8,014
Minimum	6,150	6,758
Std, Dev,	0,450	0,253
Skewness	0,053	0,289
Kurtosis	2,472	3,160
Jarque-Bera	2,875	3,576
Probabilité	0,238	0,167
Somme	1711,085	1726,824
Somme Sq, Dev,	48,092	15,213
Observations	238	238

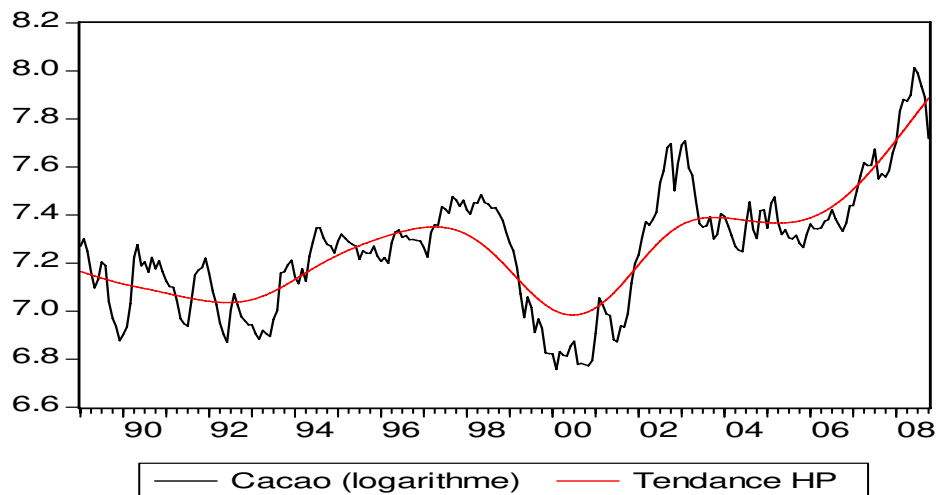
Source : Calculs des auteurs à partir des données d'Afristat

## 4.2-Résultats des estimations

### 4.2.1-Filtre d' Hodrick-Prescott

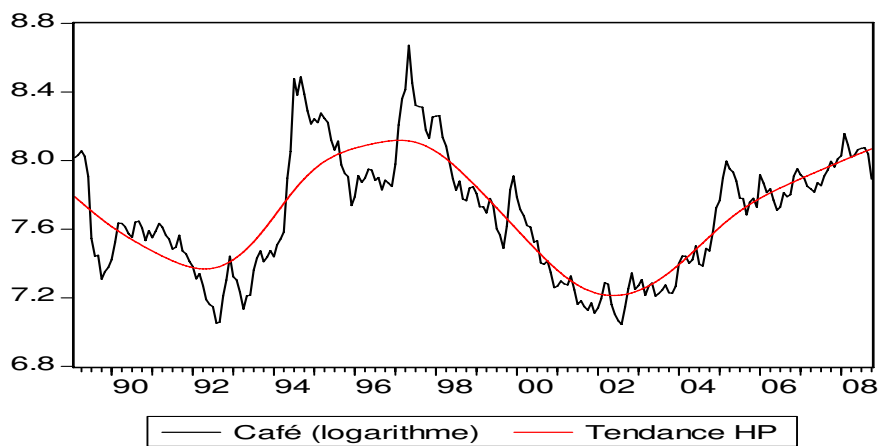
La figure 2 et la figure 3 retracent respectivement l'évolution du cours du cacao et du café ainsi que leur tendance obtenue grâce au filtre HP. L'évolution obtenue grâce au filtre HP est une tendance globale de la série initiale mais cette évolution cache des pics obtenus à certaines dates.

**Figure 2** : Série brute du cacao VS Filtre de Hodrick-Prescott ( $\lambda = 14\ 400$ )



**Source** : Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

**Figure 3** : Série brute du café VS Filtre de Hodrick-Prescott ( $\lambda = 14\ 400$ )



**Source** : Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

#### 4.2.2-Filtre de Kalman

Pour l'estimation du cours du cacao et du café, le filtre de Kalman a été également utilisé. Les résultats des estimations pour le cacao sont présentés dans le tableau 2.

Tableau 2 : Estimation du modèle issu du filtre de Kalman pour le cacao

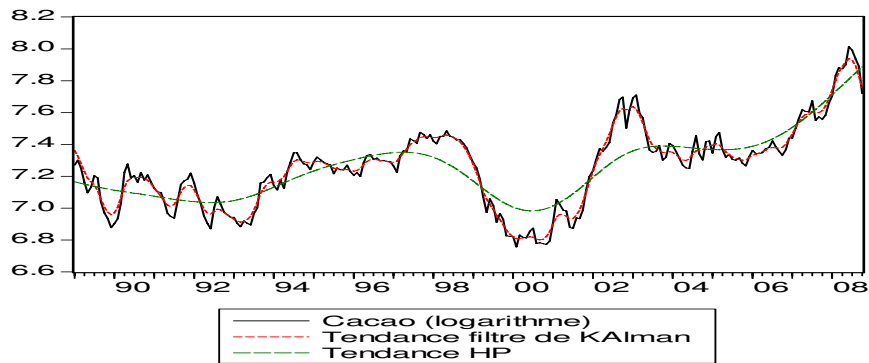
Tendance		Cycle stochastique			Terme irrégulier
Pente $\tilde{\sigma}_\zeta^2 (*10^3)$	Facteur d'amortissement $\tilde{\rho}$	Fréquence $\tilde{\lambda}_c$	Période $2\pi/\lambda_c$	Perturbation $\tilde{\sigma}_K^2 (*10^3)$	$\tilde{\sigma}_\varepsilon^2 (*10^3)$
0,648 (-24,50)	0,747 (6,05)	-	-	1,918 (-17,75)	0,166 (2,09)

*Notes : Les valeurs entre parenthèses représentent les T-stat.*

**Source** : Estimations des auteurs sur la base des données d'Afristat

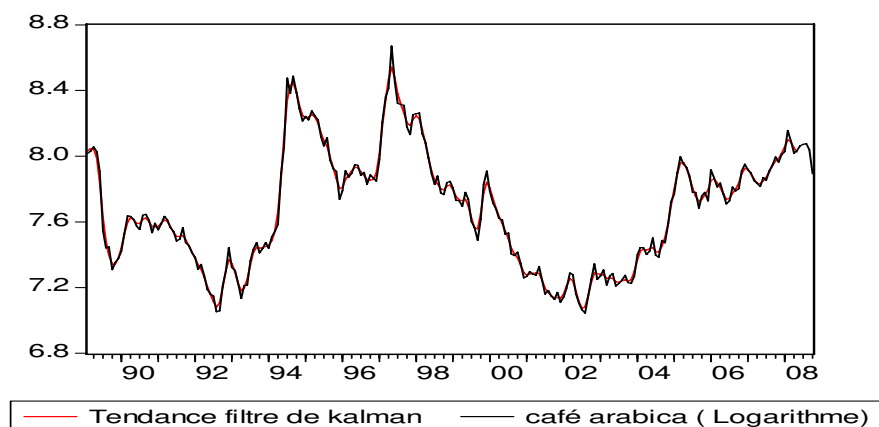
A partir des résultats de ces estimations, il est à remarquer que tous les coefficients sont significatifs, que ce soit la pente et le facteur d'amortissement pour la tendance, la perturbation du cycle stochastique et le terme irrégulier.

**Figure 4 :** Série brute du cacao, filtre d'Hodrick-Prescott VS filtre de Kalman



**Source :** Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

**Figure 5 :** Série brute du cacao VS filtre de Kalman



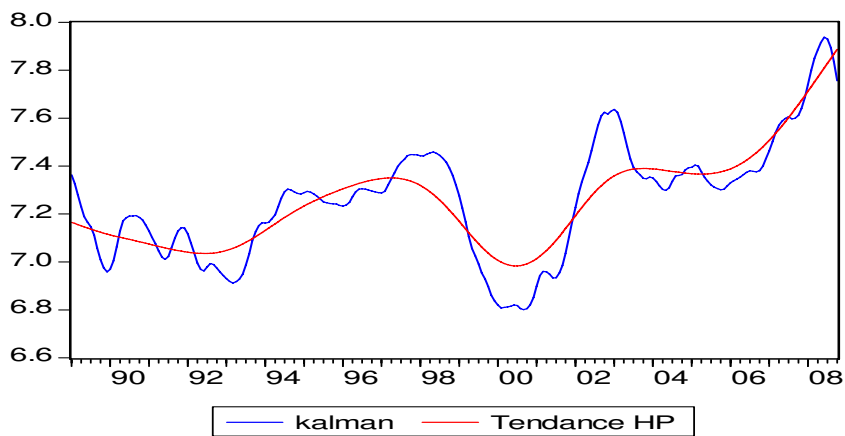
**Source :** Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

Les figures 4 et 5 montrent respectivement une comparaison entre la série brute du cours du cacao et du café, leur tendance obtenue par le filtre d'Hodrick-Prescott et celle obtenue par le filtre de Kalman. Il faut remarquer que si le filtre d'Hodrick-Prescott donne une tendance globale de la série brute initiale, le filtre de Kalman ajuste beaucoup plus à quelques erreurs près la série brute en donnant une vue détaillée de certains pics et points de retournement.

Le filtre de Kalman approche donc mieux la série brute initiale. Les figures 6 et 7 comparent respectivement la tendance obtenue par le filtre de Kalman et celui d'Hodrick-Prescott pour les séries sur le cacao et le café.

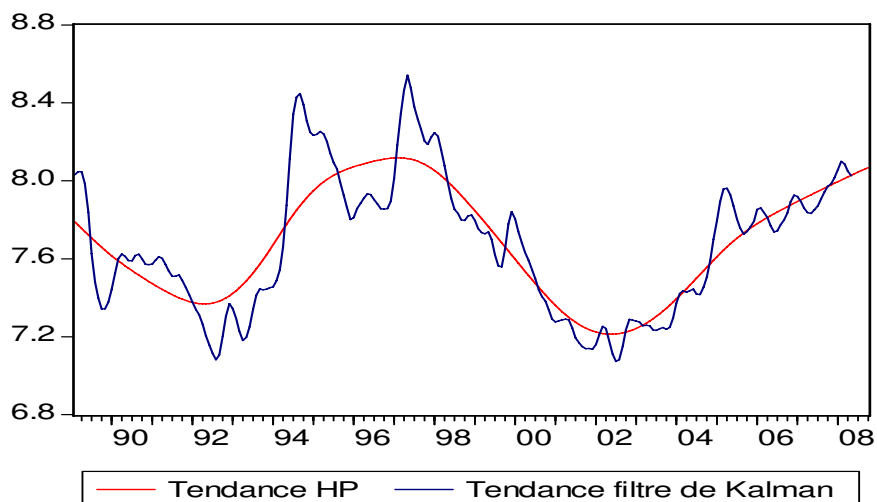


**Figure 6 :** Tendence issu du filtre d'Hodrick-Prescott VS filtre de Kalman pour le cacao



**Source :** Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

**Figure 7 :** Tendence issu du filtre d'Hodrick-Prescott VS filtre de Kalman pour le café



**Source :** Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

#### 4.2.3-Modèle à changement de régimes markoviens

Le premier travail à faire est de trouver le nombre de retard optimal pour chaque série. Il ressort que le nombre de retard à inclure dans un modèle avec changement de régime est un problème difficile à résoudre. Plusieurs chercheurs ont proposé de trouver le modèle AR(p) acceptable par les critères connus, soit par AIC ou par BIC. Il s'agit de considérer p comme le nombre de retards approprié pour les deux régimes en (13).

D'autres chercheurs considèrent que ce choix n'est pas adéquat et ont essayé d'adapter le critère AIC ou BIC pour les modèles avec changement de régime. Nous considérons la première démarche. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3 : Détermination du nombre de retard optimal

Nombre de retards	Cacao		Café	
	AIC	SC	AIC	SC
1	-2,767	-2,753	-2,32	-2,29
2	-2,780	-2,770*	-2,41*	-2,37*
3	-2,799	-2,755	-2,40	-2,34
4	-2,811*	-2,752	-2,39	-2,32

*Note* : \* indique la plus petite valeur.

**Source** : Estimation des auteurs sur la base des données d'Afristat

Les deux critères (AIC et SC) permettent de retenir deux retards ( $p=2$ ) pour la série café.

Quant à la série cacao, nous avons le choix entre deux retards et quatre retards. Mais pour des raisons de parcimonie et compte tenu du fait que le programme à compiler sous le logiciel R pour estimer le modèle déconseille à ce que l'on estime les modèles de plus de quatre variables explicatives (pour cause de convergence), nous retenons donc  $p=2$  pour le nombre de retards de la série cacao.

La suite de ce travail sera donc consacrée à l'estimation d'un modèle MS(2)-AR(2) pour la série café et cacao. Autrement dit, dans ce papier, il est procédé à l'estimation d'un modèle à deux régimes avec comme variables explicatives, la variable dépendante retardée d'ordre 1 et 2.

Les résultats issus de la compilation de notre programme sous le logiciel R sont présentés dans le tableau 4.

Tableau 4 : Estimation du modèle à changement de régimes markoviens

Paramètres	Régime1		Régime2	
	Cacao		Café	
Constante	0,007 (0,005)	-0,019* (0,004)	0,007 (0,013)	-0,007 (0,006)
$y_{t-1}$	-0,085* (0,080)	-0,116* (0,076)	0,370* (0,164)	-0,226* (0,080)
$y_{t-2}$	0,229* (0,078)	0,063* (0,088)	0,613* (0,229)	0,175* (0,073)
Durée du régime	10,13	2,66	1,39	2,60
Probabilités de transition	0,90	0,38	0,28	0,38
	0,10	0,62	0,72	0,62
$\sigma_{s_t}$	0,064* (0,004)	0,016* (0,003)	0,090* (0,010)	0,047* (0,006)
$LnL$	339,485		299,554	

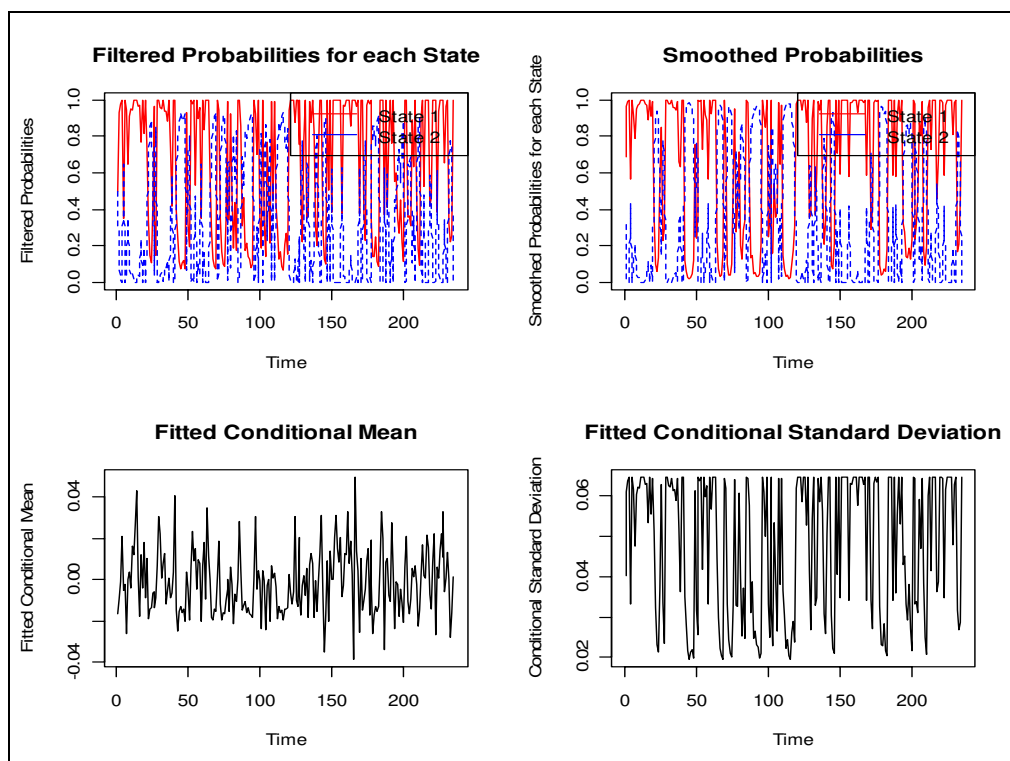
*Notes : Les valeurs entre parenthèses représentent les écart-types. \* indique la significativité au seuil de 5%.*

**Source** : Estimations des auteurs à partir du logiciel R

La dernière ligne de ce tableau donne la log-vraisemblance pour chaque modèle relatif à chaque série. Ainsi, comme il apparaît dans le tableau, la log-vraisemblance du modèle sur le cacao est de 339,485 et celle du modèle sur le café est de 299,554.

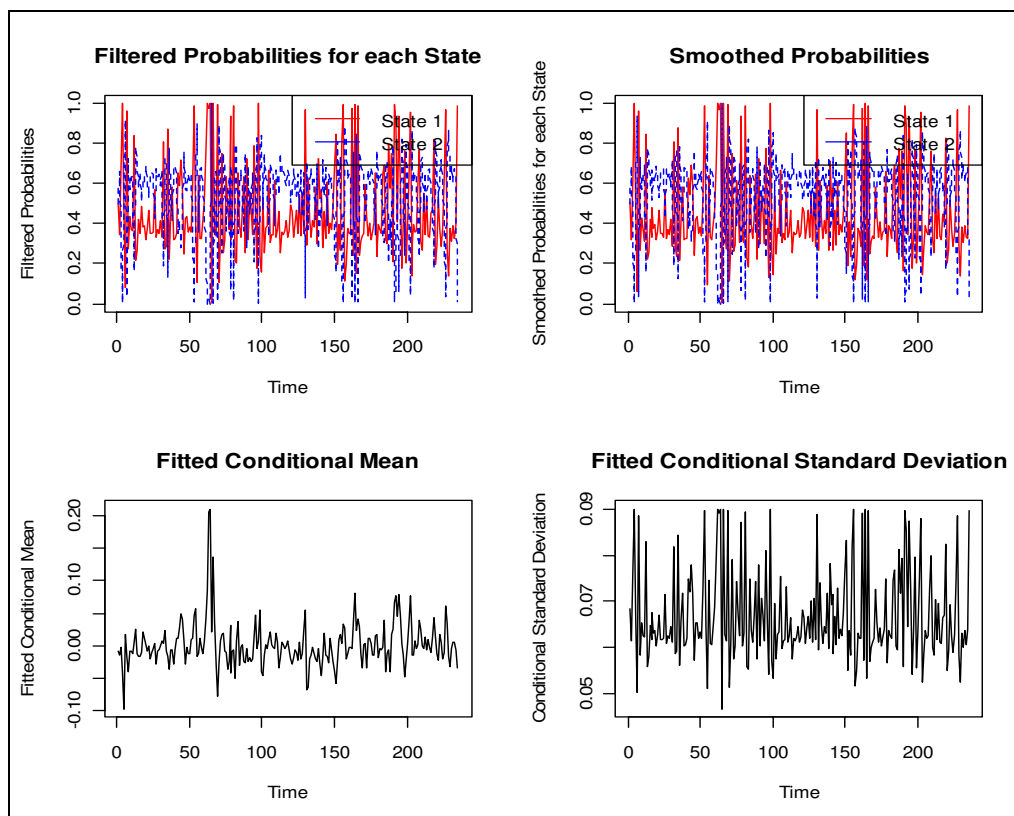
Les figures 8 et 9 présentent respectivement les graphiques sur les probabilités filtrées, lissées, les moyennes conditionnelles ainsi que les écart-types conditionnelles pour le cacao et le café.

**Figure 8 :** Probabilités filtrés, lissés, moyenne et écart-type conditionnelle de la série cacao



**Source :** Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

**Figure 9 :** Probabilités filtrés, lissés, moyenne et écart-type conditionnelle de la série café



**Source :** Compilations des auteurs sur la base des données d'Afristat

## 5. Discussion des résultats

La spécification du modèle à changement de régimes markoviens suivant deux régimes permet de faire quelques commentaires.

Pour ce qui concerne le cacao, la matrice de transition met en évidence une faible persistance du régime 2 et une forte persistance du régime 1. En effet, la probabilité d'être dans le régime 1 à la date  $t$  sachant qu'on était dans le même régime à  $t-1$  est très élevée et est de 0,90. Par contre, la probabilité d'être dans le régime 2 à la date  $t$  sachant qu'on était dans le même régime à  $t-1$  n'est pas très élevée et est de 0,62.

Ainsi, un mois de baisse des cours du cacao est suivi dans 90% des cas par un mois de baisse des cours et un mois de hausse des cours du cacao est suivi dans 62% des cas par un mois de hausse des cours du cacao. De même, le passage du régime 1 au régime 2 s'opère avec une probabilité de 10%, ce qui explique que la durée moyenne du régime de baisse des cours soit environ de 10 mois. Par contre le passage du régime de hausse des cours au régime de baisse des cours s'opère avec une probabilité de 38%, ce qui explique que la durée moyenne du régime de hausse soit courte (environ trois mois). L'examen des coefficients autorégressifs estimés par régime fait apparaître un processus autorégressif de l'écart des cours du cacao propre à chaque régime.

Pour ce qui est du café, la matrice de transition met en évidence une faible persistance des deux régimes. En effet, la probabilité d'être dans un régime à la date  $t$  sachant qu'on était dans le même régime à  $t-1$  n'est pas très élevée (0,28 pour le régime 1 et 0,62 pour le régime 2).

Ainsi, un mois de baisse des cours du cacao est suivi dans 28% des cas par un mois de baisse des cours et un mois de hausse des cours du cacao est suivi dans 62% des cas par un mois de hausse des cours du cacao. De même, le passage d'un régime à un autre s'opère avec des probabilités de plus de 37%, ce qui explique que la durée moyenne du régime de baisse des cours soit environ de 10 mois. Par contre le passage du régime de hausse des cours au régime de baisse des cours s'opère avec une probabilité de 38%, ce qui explique que la durée moyenne des régimes soit courte (environ trois mois). De plus, lorsqu'on examine les coefficients autorégressifs estimés par régime il est à remarquer qu'ils font apparaître un processus autorégressif de l'écart des cours du café propre à chaque régime.

L'estimation des cours du cacao et du café selon la méthode du filtre de Kalman, d'Hodrick-Prescott et par un modèle de changement de régimes markoviens a permis d'extraire une tendance au niveau de la première méthode, une tendance, un cycle stochastique et un terme irrégulier au niveau de la deuxième méthode puis enfin, des probabilités de transition, des coefficients autorégressifs, des durées de régime ainsi que leur volatilité dans le cas de la troisième méthode.

Il faut noter que le filtre de Kalman permet de mieux approcher les séries brutes que le filtre d'Hodrick-Prescott et les modèles à changement de régimes markoviens permettent d'analyser les ruptures de tendance et ainsi, de décomposer la série entière en des régimes afin de mieux appréhender ce qui se passe au niveau de chaque régime.

## 6. Conclusion

L'estimation des cours des matières premières comme le café et le cacao ne constitue pas une activité courante dans les pays les moins avancés. Souvent, il s'agit de prendre connaissance de ces cours qui prévalent sur le plan mondial alors que des méthodologies bien rigoureuses peuvent permettre d'estimer ces cours afin d'anticiper les bonnes décisions politiques et économiques.

Cette étude constitue une tentative d'estimation des cours du café et du cacao. Dans cette perspective, elle a utilisé une méthodologie basée sur trois méthodes à savoir le filtre d'Hodrick-Prescott, le filtre de Kalman et un modèle à changement de régimes markoviens qui, contrairement aux modèles linéaires, autorise les paramètres à varier en fonction de la situation conjoncturelle ; les transitions entre les régimes étant gouvernées par une chaîne de Markov.

Les résultats auxquels cette étude aboutit montrent que le filtre d'Hodrick-Prescott ne donne qu'une tendance générale de la série que l'on étudie alors que le filtre de Kalman approche mieux la série en donnant sa vraie tendance c'est-à-dire qu'il permet de voir les creux et les pics. Le modèle à changement de régimes markoviens quant à lui décompose la série en des régimes puisqu'une tendance linéaire n'est pas adaptée. Ainsi, ce modèle donne les probabilités de transition entre un régime et un autre puis donne les durées moyennes de séjour dans un séjour donné. Mais le modèle MS(2)-AR(2) estimé dans ce papier n'est pas le meilleur de tous les modèles.

Compte tenu des difficultés rencontrées pour estimer un MSVAR, il a été préféré ce modèle qui s'exécute très facilement sous le logiciel R.

## 7. Bibliographie

- [1] Baghli, M. et al (2002) « PIB potentiel et écart de PIB : Quelques évaluations pour la France », Banque de France, Notes d'études et de recherche.
- [2] Boone, L. (1997), « Estimation du cycle à l'aide d'un modèle à tendance stochastique et application au Royaume-Uni », CEPII, document de travail n° 97-11
- [3] Ferrara, L. (2008), « L'apport des indicateurs de retournement cyclique à l'analyse conjoncturelle », Bulletin de la Banque de France N° 171, Mars 2008
- [4] Hamilton J.D. [1994], Time series analysis, Princeton University Press.
- [5] Keho, Y. (2009), « Effet de la Politique Budgétaire sur l'Activité Economique en Côte d'Ivoire Une Approche par les Modèles à changement de Régimes Markoviens », ENSEA
- [6] Mark W. French « Estimating changes in trend growth of total factor productivity: Kalman and H-P filters versus a Markov-switching framework
- [7] Matthieu Lemoine et Florian Pelgrin, 2003, « Introduction aux modèles espace-état et au filtre de Kalman », Revue de l'OFCE 86
- [8] Maurer, F. (1999), « Une analyse des cycles de l'indice d'actions AFFI-SBF (1986-1990) », cahiers de recherche, Université Montesquieu – Bordeaux 4.
- [9] Ndongo, O. et Francis, Y. (2006), « Datation du Cycle du PIB Camerounais entre 1960 et 2003 », MPRA Paper No. 552, posted 07.
- [10] Racicot, F. et Théorêt, R. (2005), « Quelques applications du filtre de Kalman en finance : Estimation et prévision de la volatilité stochastique et du rapport cours-bénéfices », cahiers de recherche N°15-2005, Université de Québec
- [11] Randriamiarana, J. (2007), « L'évaluation du risque par le filtre de Kalman: application aux marchés émergents », Communication présentée à la « 4th International Finance Conference », Hammamet, Tunisie, 15&17 mars 2007
- [12] Randriamiarana, J. (2007), « L'évaluation du risque  $\beta$  par le filtre de Kalman: application aux marchés émergents », Communication présentée à la « 4th International Finance Conference », Hammamet, Tunisie, 15&17 mars 2007.