



Munich Personal RePEc Archive

## **Rodolfo Benini: the beginnings of applied economics in Italy.**

Sitzia, Bruno

Università Bocconi Milano

1998

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/29418/>  
MPRA Paper No. 29418, posted 11 Mar 2011 07:45 UTC

## **Rodolfo Benini e gli inizi dell'economia applicata in Italia**

Bruno Sitzia  
Ottobre 1998

C. F. Christ<sup>1</sup> nel saggio dedicato al centenario della American Economic Association dà credito a Rodolfo Benini, che fu professore di Statistica Metodologica e Statistica Economica a Roma e presso l'Università Bocconi,<sup>2</sup> di aver usato per primo il metodo delle regressioni multiple per lo studio empirico di una curva di domanda. Il lavoro di Benini fu pubblicato nel 1907 sul Giornale degli Economisti (numero di dicembre) negli atti dei lavori del congresso della Società Italiana per il Progresso delle Scienze tenuto a Parma dal 23 al 28 settembre dello stesso anno. Tale congresso fu il primo di questa società appena costituita che nel tempo doveva fissare alcune caratteristiche dell'organizzazione della ricerca in Italia. (Permane ancora per esempio nel C.N.R. l'organizzazione divisa in 14 comitati disciplinari). Nello stesso volume compaiono anche i resoconti della sezione in cui il lavoro fu presentato ed alcuni interventi di discussione del lavoro che testimoniano l'interesse con cui la novità del lavoro fu percepita all'atto stesso della sua presentazione.

Un interesse odierno per la conoscenza dell'opera del Benini si giustifica, oltre la curiosità storica, nell'utilità di fissare un punto di riferimento significativo per le conoscenze e il clima intellettuale a partire dalle quali si è sviluppata in Italia e in questo secolo la ricerca di economia applicata.

L'interesse che anima questa rivisitazione dell'opera del Benini è quindi lo stesso che aveva spinto l'A.E.A. con riferimento agli Stati Uniti a promuovere il già citato volume per il centenario nel 1985.

L'opera del Benini è particolarmente utile da questo punto di vista perchè l'A. non si limitò a presentare la sua curva di domanda relativa al consumo nazionale del caffè nel periodo 1880-1905 come un'applicazione di metodi quantitativi già utilizzati in altre scienze fisiche, ma come esempio paradigmatico dei metodi da seguire nell'ambito di un "programma" che egli chiama di *Economia induttiva* teso a "ridurre le scienze economiche al tipo delle scienze sperimentali". Su questo tema Benini tornerà ancora più diffusamente in un articolo sempre sul Giornale degli Economisti del 1908 di cui diremo in seguito.

In questa nostra presentazione moderna dell'opera del Benini considereremo quindi dapprima la sua equazione di domanda e l'analisi di specificazione che l'autore ne fa nell'articolo del 1907. Valuteremo quindi il contributo del 1908 alla luce degli sviluppi successivi dell'economia applicata nel nostro paese.

Dalla rilettura del saggio di Benini ho tratto l'impressione che lo stato delle conoscenze e la dignità degli studi in Italia per quello che riguarda l'economia applicata (per altre discipline economiche ciò è sufficientemente accertato) tra la fine del secolo

---

<sup>1</sup> C.F.Christ, *Early Progress In Estimating Quantitative Economic Relationships In America*, A.E.R. 1985. Anche E. Malinvaud alla voce Econometria dell'Enciclopedia delle Scienze Sociali cita Benini come precursore del metodo econometrico. Cfr. ibidem, p.297.

<sup>2</sup> Cenni biografici: Rodolfo Benini, (Cremona 1862-Roma 1956) Iniziò la carriera accademica a Bari (1889-1896), indi a Perugia (1897) per l'economia quindi a Pavia per la cattedra di Statistica dal 1897 al 1907. Nello stesso periodo ricoprì l'insegnamento di statistica alla Bocconi dal 1905 al 1909. A Roma dal 1908 ove insegnò statistica fino al 1918 e quindi economia politica.



In compenso vi è una descrizione accurata dei dati e dei problemi di misurazione ad essi connessi che può fare invidia a molti studi contemporanei.

I problemi di "elaborazione preliminare delle serie greggie [...] richiede le più attente cure dello statistico", come dice lo stesso Benini. Poiché il modo con cui Benini ha condotto tali operazioni preliminari ha importanza per il riesame che faremo in seguito dell'equazione con metodi moderni è utile riprodurre qui per esteso questo ammirabile pezzo di accuratezza primi di secolo:

*"I dati sul consumo assoluto, in mancanza di notizie sulle riserve son desunti da quelli dell'importazione netta; solo per mezzo di interpolazioni parziali or lineari, or paraboliche, abbiamo cercato di distribuire su uno o parecchi anni successivi gli approvvigionamenti straordinari determinati da mutazioni di tariffa, anche semplicemente temute per voci corse.*

*Il prezzo interno è desunto dal valore doganale accresciuto del dazio e del cambio, tenuto conto per qualche anno della probabile influenza degli approvvigionamenti straordinari dell'anno prima.*

*Per il calcolo del consumo per abitante si è ammesso che fino al 1900-1 (compreso) la popolazione italiana sia cresciuta annualmente di 210.000 abitanti e dopo il 1900-1 solo di 100.000 perché di più non pareva doversi concedere atteso l'enorme aumento dell'emigrazione."*<sup>6</sup>

In più Benini avverte che ha usato per mancanza di dati prezzi all'ingrosso quando sarebbe stato più opportuno usare prezzi al minuto. Avverte ancora che nel caso del caffè i prezzi all'ingrosso "hanno una variabilità molto maggiore dei prezzi al minuto" ciò che può avere influenza sul valore dei coefficienti interpolati.

*Metodo di calcolo.* Benini usa per la sua regressione multipla le equazioni normali dei minimi quadrati. Scritta l'equazione da stimare nella forma di scarti dalla media

$$(p_c - \bar{p}_c)\beta_1 + (p_z - \bar{p}_z) = (c_{pa} - \bar{c}_{pa}),$$

moltiplica l'equazione per le variabili esogene  $p_c$  e  $p_z$  e somma sopra le osservazioni ottenendo un sistema di due equazioni in  $\beta_1$  e  $\beta_2$  che risolve con i normali metodi dell'algebra.<sup>7</sup>

$$\sum p_c (p_c - \bar{p}_c)\beta_1 + \sum p_c (p_z - \bar{p}_z) = \sum p_c (c_{pa} - \bar{c}_{pa}),$$

$$93264 \beta_1 + 2970.20 \beta_2 = -57668$$

---

1914 interpreta tale rapporto come capacità esplicativa dell'equazione ed è indotto a valutare con  $\sqrt{1-r^2}$  la percentuale di variabilità non spiegata dalla relazione ed ad introdurre quindi una misura pari a  $z = 1 - \sqrt{1-r^2}$  come misura di associazione tra i due fenomeni. Prontamente C. Bresciani Turrone, *Sul significato logico del coefficiente di correlazione*, Giugno 1914 fa notare a Mortara che il rapporto tra la varianza spiegata e la varianza totale non è z, ma semplicemente  $r^2$ . Con questa nota di B.T. possiamo dire che nasce l' R2 nella statistica economica italiana. Il suo uso sistematico si impone ovviamente molto più tardi.

<sup>6</sup>*ibidem*, p.1055

<sup>7</sup>Abbiamo risolto il sistema indicato da Benini con metodi moderni di calcolo e il risultato risulta identico a quello indicato da Benini. Non otteniamo invece lo stesso identico risultato ma solo approssimato alle prime tre cifre usando l'algoritmo per il calcolo dei MQO con EVIEWS. Vedi la stima moderna dell'equazione.

$$\sum p_z(p_c - \bar{p}_c)\beta_1 + \sum p_z(p_z - \bar{p}_z) = \sum p_z(c_{pa} - \bar{c}_{pa})$$

$$2970.20 \beta_1 + 1734.54 \beta_2 = -9183.40$$

## 2. I dati per l'equazione di Benini

anni	CPA	PIC	PIZ	CLI	WPI	PIM/PX	YNI
1880	475.0000	305.0000	120.0000	990.0000	933.0000	1.000000	10561.00
1881	493.0000	280.0000	115.5000	926.0000	873.0000	0.983240	9489.000
1882	517.0000	270.0000	110.5000	904.0000	896.0000	1.000000	10240.00
1883	529.0000	265.0000	100.5000	875.0000	839.0000	1.000000	9630.000
1884	584.0000	254.0000	93.000000	858.0000	804.0000	1.000000	9490.000
1885	580.0000	267.0000	94.000000	877.0000	847.0000	0.984127	10167.00
1886	518.0000	315.0000	101.2500	876.0000	852.0000	1.000000	10585.00
1887	482.0000	345.0000	103.9000	874.0000	794.0000	1.000000	9767.000
1888	469.0000	355.0000	111.7500	885.0000	808.0000	1.000000	9675.000
1889	466.0000	365.0000	111.7500	900.0000	854.0000	1.005988	9848.000
1890	463.0000	370.0000	111.2500	932.0000	876.0000	1.005556	10765.00
1891	456.0000	378.0000	111.7500	929.0000	853.0000	1.000000	11329.00
1892	428.0000	392.0000	115.5000	921.0000	810.0000	1.000000	10131.00
1893	385.0000	410.0000	122.5000	901.0000	760.0000	1.005882	10280.00
1894	393.0000	402.0000	119.6000	897.0000	738.0000	1.012346	9933.000
1895	401.0000	390.0000	121.0000	892.0000	776.0000	1.000000	10350.00
1896	408.0000	344.0000	121.0000	888.0000	782.0000	1.006024	10353.00
1897	414.0000	287.0000	121.0000	886.0000	766.0000	1.011834	10086.00
1898	422.0000	259.0000	122.0000	892.0000	787.0000	1.011299	11393.00
1899	432.0000	263.0000	121.0000	878.0000	808.0000	1.011236	11410.00
1900	476.0000	253.0000	119.0000	882.0000	845.0000	1.005525	12151.00
1901	493.0000	233.0000	114.0000	883.0000	841.0000	1.000000	12502.00
1902	524.0000	217.0000	110.5000	877.0000	813.0000	1.000000	11918.00
1903	533.0000	222.0000	114.0000	903.0000	806.0000	1.011494	13050.00
1904	559.0000	234.0000	115.5000	914.0000	760.0000	1.022857	12857.00

CPA, *consumi per abitante in grammi*  
 PIC, *prezzo all'ingrosso del caffè L/q*  
 PIZ, *prezzo all'ingrosso dello zucchero L/q*  
 YNI, *reddito nazionale interno a prezzi correnti*  
 PYNI, *deflatore di YNI*  
 CLI, *indice del costo della vita*

nella tabella sopra abbiamo riportato i valori delle tre serie usate da Benini cui abbiamo aggiunto alcune serie macroeconomiche che useremo nel corso di un'analisi di specificazione dell'equazione originale. I dati sul reddito nazionale netto e il costo della vita sono stati tratti dal cap. 3 di F. Spinelli e M. Fratianni, *Storia Monetaria d'Italia*, Mondadori 1991.

### 3. La stima moderna dell'equazione di Benini

Ripetendo la stima con metodi moderni otteniamo:

CPA = C(1) + C(2)*(PIC-307) + C(3)*(PIZ-112.87)			
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic
C	476.0000	4.367298	108.9919
PIC-307	-0.472859	0.073548	-6.429257
PIZ-112.87	-4.488375	0.539311	-8.322421
<hr/>			
R-squared	0.867090	Mean dependent var	476.0000
Adjusted R-squared	0.855007	S.D. dependent var	57.34690
S.E. of regression	21.83649	Akaike info criterion	6.279332
Sum squared resid	10490.31	Schwarz criterion	6.425597
Log likelihood	-110.9651	F-statistic	71.76284
Durbin-Watson stat	0.661362		

Come si vede l'equazione ha un ottimo adeguamento ai dati con la sola evidente correlazione seriale dei residui probabilmente dovuta all'assenza di altre variabili esplicative previste dalla teoria. I test standard riportati nella tabella seguente non evidenziano altri segnali di scorretta specificazione.

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:			
<hr/>			
F-statistic	11.31702	Probability	0.002935
Obs*R-squared	8.754690	Probability	0.003088
White Heteroskedasticity Test:			
<hr/>			
F-statistic	1.719164	Probability	0.185279
Obs*R-squared	6.396496	Probability	0.171430
Ramsey RESET Test:			
<hr/>			
F-statistic	0.559498	Probability	0.462758
Log likelihood ratio	0.657351	Probability	0.417497

#### 4. L'analisi di specificazione di Benini

Nel commentare le sue stime B. osserva che la stima dell'elasticità di domanda al prezzo dello zucchero è palesemente eccessiva e congettura che questo sia dovuto all'assenza di ulteriori variabili prevedibili in base alla teoria: La concezione della specificazione è chiara e moderna. B. scrive:

*“Resta dunque inteso che non bisogna fermarsi alla correlazione semplice, e nemmeno alla doppia, ma possibilmente spingersi alla tripla o quadrupla, se si vuole acquistare un'idea adeguata del sistema da cui dipendono le variazioni di un fenomeno. Regole assolute non si possono dare quanto agli elementi da chiamare in calcolo, e un granello di arbitrio è inevitabile. Il consumo di una merce è certo influenzato anzitutto dal prezzo di essa; ecco la prima variabile. Vien poi l'influenza delle merci d'uso strettamente complementare delle quali si potrebbe fare un gruppo; seconda variabile. Seguitando potrebbe tornar utile di considerare le oscillazioni dei prezzi generali, ossia del potere di acquisto della moneta per una larga categoria di beni; meglio ancora il rapporto tra gli index numbers all'importazione e all'esportazione che rispecchia in qualche modo il maggior o minor profitto che il paese ha tratto dagli scambi internazionali. Ché se la statistica perfezionata ci desse un giorno le variazioni del reddito complessivo del paese, potrebbe la serie di queste entrare in calcolo addirittura come prima variabile, prima anche di fronte alla serie dei prezzi propri della merce in esame”*

Noi viviamo oggi in tempi di “statistica perfezionata” e le misure delle variabili desiderate da Benini sono state in qualche modo ricostruite anche per il periodo della sua equazione e siamo quindi in grado di verificare i suoi suggerimenti. Per questa indagine ci siamo serviti dalle serie pubblicate nella Storia monetaria d'Italia di Spinelli e Fratianni che includono:

YNI, stima del Reddito nazionale netto a prezzi correnti 1861-1960 di fonte ISTAT(1976)  
CLI, indice del costo della vita 1913=100, 1961-1976 di fonte ISTAT(1979)  
PX/PIM, rapporto tra gli indici dei prezzi impliciti delle esportazioni e delle importazioni, 1938=100. Fonte Ercolani(1975)  
WPI, indice dei prezzi all'ingrosso 1913=100. Fonte ISTAT(1979).

## 5. Una ricerca moderna di specificazione

Allo scopo di confrontare meglio le specificazioni ulteriori che esamineremo trasformeremo prima l'equazione di Benini in forma logaritmica in modo che i valori delle elasticità appaiano esplicitamente.

1) L'equazione riformulata in logaritmi è la seguente:

LOG(CPA)=C(1)+C(2)*LOG(PIC)+C(3)*LOG(PIZ)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	
C(1)	12.67980	0.608970	20.82169	
C(2)	-0.310006	0.049443	-6.269957	
C(3)	-1.006090	0.127970	-7.861939	
R-squared		0.853982	Mean dependent var	6.158460
Adjusted R-squared		0.840708	S.D. dependent var	0.120435
S.E. of regression		0.048067	Akaike info criterion	-5.958147
Sum squared resid		0.050830	Schwarz criterion	-5.811882
Log likelihood		42.00337	F-statistic	64.33327
Durbin-Watson stat		0.599170		

2) Inserendo la variabile costo della vita si ottiene:

LOG(CPA)=C(1)+C(2)*LOG(PIC)+C(3)*LOG(PIZ)+C(4)*LOG(CLI)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	5.387994	1.693471	3.181628	0.0045
C(2)	-0.343107	0.037002	-9.272719	0.0000
C(3)	-1.178527	0.101467	-11.61485	0.0000
C(4)	1.220007	0.273313	4.463771	0.0002
R-squared		0.925074	Mean dependent var	6.158460
Adjusted R-squared		0.914370	S.D. dependent var	0.120435
S.E. of regression		0.035242	Akaike info criterion	-6.545372
Sum squared resid		0.026082	Schwarz criterion	-6.350352
Log likelihood		50.34368	F-statistic	86.42525
Durbin-Watson stat		1.070939		



3) Inserendo la variabile rapporto degli indici dei prezzi delle ragioni di scambio (PIM/PX)

LOG(CPA)=C(1)+C(2)*LOG(PIC)+C(3)*LOG(PIZ)+C(4)*LOG(CLI) +C(5)*LOG(PIM/PX)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	5.239683	1.710087	3.063986	0.0061
C(2)	-0.338247	0.037586	-8.999323	0.0000
C(3)	-1.238261	0.122095	-10.14181	0.0000
C(4)	1.278819	0.282523	4.526423	0.0002
C(5)	0.928486	1.043649	0.889653	0.3842
R-squared		0.927926	Mean dependent var	6.158460
Adjusted R-squared		0.913511	S.D. dependent var	0.120435
S.E. of regression		0.035419	Akaike info criterion	-6.504183
Sum squared resid		0.025089	Schwarz criterion	-6.260408
Log likelihood		50.82882	F-statistic	64.37320
Durbin-Watson stat		1.219661		

4) Inserendo il valore del reddito netto nominale (YNI)

LOG(CPA)=C(1)+C(2)*LOG(PIC)+C(3)*LOG(PIZ)+C(4)*LOG(CLI) +C(5)*LOG(PIM/PX)+C(6)*LOG(YNI)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	4.397972	1.838675	2.391925	0.0273
C(2)	-0.298591	0.050215	-5.946291	0.0000
C(3)	-1.273654	0.124620	-10.22033	0.0000
C(4)	1.209945	0.285897	4.232098	0.0005
C(5)	0.402116	1.126360	0.357005	0.7250
C(6)	0.135035	0.114744	1.176841	0.2538
R-squared		0.932823	Mean dependent var	6.158460
Adjusted R-squared		0.915145	S.D. dependent var	0.120435
S.E. of regression		0.035083	Akaike info criterion	-6.494541
Sum squared resid		0.023385	Schwarz criterion	-6.202011
Log likelihood		51.70830	F-statistic	52.76678
Durbin-Watson stat		1.293818	Prob(F-statistic)	0.000000

Commento:

Confrontando le specificazioni possiamo osservare che le variabili suggerite da Benini in genere appaiono significative e il grado di correlazione seriale si riduce. La variabile ragioni di scambio non è significativa. Sulla base della ricerca di specificazione effettuata si può scegliere come migliore la seguente regressione:

LOG(CPA)=C(1)+C(2)*LOG(PIC)+C(3)*LOG(PIZ)+C(4)*LOG(CLI)+C(6)*LOG(YNI)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	4.350681	1.793447	2.425877	0.0249
C(2)	-0.295587	0.048413	-6.105578	0.0000
C(3)	-1.256127	0.112015	-11.21393	0.0000
C(4)	1.180193	0.267450	4.412771	0.0003
C(6)	0.151302	0.102986	1.469144	0.1573
R-squared		0.932372	Mean dependent var	6.158460
Adjusted R-squared		0.918847	S.D. dependent var	0.120435
S.E. of regression		0.034309	Akaike info criterion	-6.567855
Sum squared resid		0.023542	Schwarz criterion	-6.324080
Log likelihood		51.62473	F-statistic	68.93402
Durbin-Watson stat		1.254867	Prob(F-statistic)	0.000000

Notiamo che in questa specificazione standard i coefficienti soddisfano la restrizione di omogeneità :

Wald Test: Null Hypothesis: C(2)+C(3)+C(4)+C(6)=0			
F-statistic	0.805497	Probability	0.380132
Chi-square	0.805497	Probability	0.369455

Una variazione equiproporzionale di tutte le quantità nominali (prezzi e reddito) lascia quindi invariata la quantità domandata. Tale proprietà dovrebbe essere soddisfatta da un'equazione di domanda ben specificata possiamo quindi giudicare favorevolmente l'equazione trovata.

Rimane il punto che aveva osservato il Benini: l'elasticità di prezzo rispetto allo zucchero appare troppo elevata e sproporzionata rispetto a quella del caffè. La congettura di Benini che l'inserimento di nuove variabili suggerite dalla teoria avrebbe ridotto tale coefficiente non è suffragata dalla nostra analisi anzi la stima puntuale di detto coefficiente appare persino più alta di quella base.

In sostanza Benini fa l'ipotesi che il coefficiente dello zucchero sia distorto dall'omissione di variabili rilevanti. Se applichiamo a tale ipotesi la formula approssimata per valutare tale distorsione

$$E(\hat{c}(2)) = c(2) + c(J)f(r_{2j}),$$

ove C(2) , C(J) sono valori veri dei parametri e  $r_{2j}$  è il coefficiente di correlazione tra la variabile 2 (il prezzo dello zucchero) e la variabile J omessa, siamo portati a considerare la matrice di correlazione tra la variabile prezzo dello zucchero e quella del costo della vita, delle ragioni di scambio e del reddito

	PIZ	CLI	PIM/PX	YNI
PIZ	1.000000	0.398337	0.486540	0.286327
CLI	0.398337	1.000000	-0.010852	0.064213
PIM/PX	0.486540	-0.010852	1.000000	0.475759
YNI	0.286327	0.064213	0.475759	1.000000

Perché l'ipotesi di Benini sia verificata occorre che le variabili omesse (con segno positivo) siano correlate negativamente con il prezzo dello zucchero. Ciò non avviene in questo campione e quindi questa non sembra essere la spiegazione della stima troppo alta dell'elasticità in questione. Possiamo peraltro osservare che rispetto ad una specificazione standard della curva di domanda nell'equazione manca ancora una variabile che rappresenti il gruppo dei beni direttamente alternativi al caffè come sarebbero in genere le altre bevande eccitanti. Benini stesso riporta di aver fatto dei tentativi con il prezzo dell'alcool. Resta quindi la possibilità che effettivamente la stima di tale coefficiente sia distorta dall'omissione di una variabile di tale tipo.

Benini in altro scritto riporta anche che un problema è dato dall'uso per il caffè del prezzo all'ingrosso e non di quello al minuto come nel caso dello zucchero. Benini afferma che una stima approssimativa del prezzo al consumo del caffè comporterebbe in media un aumento di L.100 al quintale. Con tale ipotesi il valore dell'elasticità al prezzo del caffè diviene effettivamente più elevata senza peraltro alterare la stima delle altre.

LOG(CPA)=C(1)+C(2)*LOG(PIC+100)+C(3)*LOG(PIZ)+C(4)*LOG(CLI)+C(6)*LOG(YNI)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	4.967955	1.819619	2.730217	0.0129
C(2)	-0.389346	0.064074	-6.076494	0.0000
C(3)	-1.257093	0.112330	-11.19112	0.0000
C(4)	1.171425	0.267993	4.371104	0.0003
C(6)	0.161558	0.102263	1.579836	0.1298
R-squared		0.931951	Mean dependent var	6.158460
Adjusted R-squared		0.918341	S.D. dependent var	0.120435
S.E. of regression		0.034415	Akaike info criterion	-6.561650
Sum squared resid		0.023688	Schwarz criterion	-6.317875
Log likelihood		51.54717	F-statistic	68.47669
Durbin-Watson stat		1.245045		

Il test di Wald per l'omogeneità è ancora soddisfatto

Wald Test: Null Hypothesis: C(2)+C(3)+C(4)+C(6)=0			
F-statistic	1.603154	Probability	0.220007
Chi-square	1.603154	Probability	0.205457

imponendo la restrizione si ottiene:

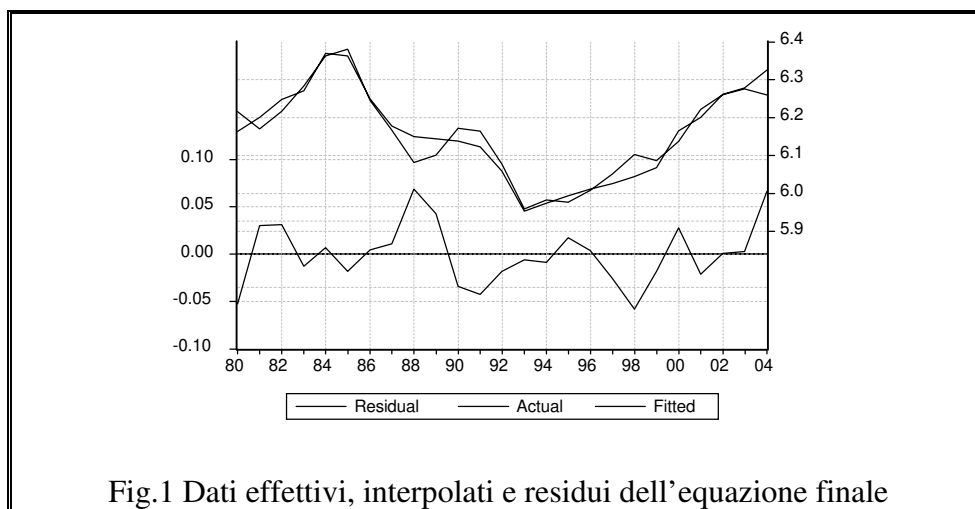


Fig.1 Dati effettivi, interpolati e residui dell'equazione finale

L'equazione finale è quindi:

$$\text{LOG(CPA)} = C(1) + C(2) * \text{LOG}((\text{PIC} + 100) / \text{CLI}) + C(3) * \text{LOG}(\text{PIZ} / \text{CLI}) + c(6) * \text{LOG}(\text{YNI} / \text{CLI})$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.713481	0.380319	7.134743	0.0000
C(2)	-0.379291	0.064487	-5.881691	0.0000
C(3)	-1.279118	0.112557	-11.36420	0.0000
C(6)	0.196105	0.099961	1.961823	0.0632
R-squared		0.926497	Mean dependent var	6.158460
Adjusted R-squared		0.915996	S.D. dependent var	0.120435
S.E. of regression		0.034906	Akaike info criterion	-6.564543
Sum squared resid		0.025587	Schwarz criterion	-6.369523
Log likelihood		50.58333	F-statistic	88.23365
Durbin-Watson stat		1.347878	Prob(F-statistic)	0.000000

equazione che possiamo porre a termine della nostra ricerca di specificazione.

## 6. Il programma di Benini e lo sviluppo successivo dell'economia applicata in Italia.

Benini pubblicò l'anno successivo (1908) sempre sul Giornale degli Economisti un intervento dedicato all'illustrazione del suo programma anticipato dalla relazione alla Società Italiana per il Progresso delle Scienze dai cui atti abbiamo tratto i dati e le osservazioni relative alla sua regressione multipla. Il testo dell'intervento costituiva la sua prolusione al corso di Statistica all'Università di Roma cui era stato appena chiamato. Il titolo della prolusione è interessante: "Una possibile creazione del metodo statistico: L'economia politica induttiva". In base ad esso vi si potrebbe vedere una anticipazione del programma che sarà dell'Econometric Society, ma il contenuto è più deludente: Benini insiste poco sugli aspetti di metodo statistico che rendono così sorprendentemente innovativo il suo intervento dell'anno precedente e si concentra piuttosto nel riportare una

serie di regolarità statistiche, prima tra tutte la curva della distribuzione dei redditi del Pareto, che così non fanno procedere l'A. molto oltre il punto di vista che ci sono leggi empiriche nell'andamento degli aggregati economici, che vi è molto lavoro da fare, che tale fare "richiederà anni di tempo, consenso di molte energie e materiali di studio nuovi o dissepolti dagli archivi e dalle biblioteche" di modo che "Quando saremo in possesso di molte e buone formule empiriche che cosa non potremo ricavare dalle loro combinazioni? Che è in fondo tutta la scienza se non un sapiente combinazione di cose semplici?" C'è indubbiamente entusiasmo nelle parole di Benini, con la convinzione che vi siano "strutture conformi da paese a paese, da tempo a tempo" che sussista "nonostante la molteplicità delle variabili una relativa semplicità di disegno del tessuto sociale". Tutto ciò permette di ricostruire nella misurazione di relazioni che si riferiscono a comportamenti medi delle "leggi" che appaiono fondate e questo è il punto più importante per Benini su un procedimento induttivo che risulta indipendente da quello deduttivo della teoria che ipotizza un homo economicus astratto mentre le misurazioni possibili si riferiscono "all'uomo complesso della realtà". Vi è in queste osservazioni di Benini un forte spirito pratico, un abbozzo di critica al concetto di agente rappresentativo, una certa insofferenza per il paradigma utilitaristico in economia, ma manca ovviamente al Benini il modo di collegare i procedimenti di statistica descrittiva che immagina con un effettivo procedimento inferenziale cioè con un modello probabilistico dei dati. Naturalmente non si può fare colpa a B. di non possedere gli elementi della statistica matematica moderna e gli strumenti della teoria dell'inferenza statistica che furono sviluppati in ambiente anglosassone negli anni 20 e 30, ma il carattere alquanto discorsivo del suo argomentare spiegano forse perché i suggerimenti del B. non ebbero un forte seguito immediato nell'ambiente italiano. Il programma di Benini chiamava per una raccolta ed esame ampio di dati che partiva dall'esame della distribuzione dei redditi, del collegamento di questa con la spesa dei consumatori e la tassazione, dei legami tra reddito e patrimonio e infine all'esame del credito e del risparmio.

Su questa strada si mossero in pochi, si possono ricordare il Bachi e il Mortara, che iniziarono nel nostro paese lo studio sistematico della congiuntura.<sup>8</sup> Anche attraverso l'opera dei suoi allievi possiamo forse però attribuire anche alle sollecitazioni di Benini il merito della decisione governativa del 1926 di addivenire alla costituzione dell'Istituto Centrale di Statistica (ISTAT).

Per ultimo ricordiamo che nel numero di novembre 1929 il Giornale degli Economisti pubblicò una serie di saggi in onore di Rodolfo Benini che permettono di valutare l'influenza dei contributi di Benini a 20 anni di distanza dalla pubblicazione dell'articolo sulle formule empiriche. Il compito di commentare sulle "regolarità statistiche nel pensiero di Rodolfo Benini" fu assunto da Giorgio Mortara<sup>9</sup>. Leggendo lo scritto di Mortara si percepisce chiaramente che il programma di Benini non aveva avuto particolare seguito tra i discepoli. Le regolarità statistiche vengono percepite come troppo mutevoli e imprecise, a causa del "*variare delle condizioni influenti sulla manifestazione dei fenomeni*", per poter essere d'utilità nelle decisioni o nelle previsioni. Il fatto è che Mortara, come tutti gli statistici italiani dell'epoca è completamente legato ad una impostazione descrittiva. Non vede particolare merito nella proposta di Benini di usare la regressione multipla per

---

<sup>8</sup> Bachi iniziò nel 1909 la sua raccolta di *Italia Economica* che continuò sino al 1921. Mortara pubblicò dal 1914 a 1916 sul G.d.E. le serie degli indici mensili delle condizioni economiche e cominciò nel 1921 la serie delle *Prospettive economiche*. Benini può anche essere considerato precursore delle tecniche di analisi per indicatori della congiuntura si veda il suo articolo del 1892.

<sup>9</sup> G. Mortara, Le regolarità statistiche nel pensiero di Rodolfo Benini, *Giornale degli Economisti*, Novembre 1929.

scomporre la spiegazione di un fenomeno nelle sue varie determinanti. Ritiene infatti che “*il risultato migliore dell’interpolazione come procedimento investigativo e non come semplice procedimento descrittivo è forse quello ottenuto nella scissione delle diverse specie di variazioni cronologiche dei fenomeni, corrispondenti a diverse categorie di cause ( variazioni evolutorie, oscillatorie, cicliche, periodiche, saltuarie, ecc.)*”. Questa affermazione è come una manifestazione *ante litteram* del dibattito su “measurement without theory” che verrà suscitato da Koopmans. negli anni 50 proprio in polemica con gli statistici degli anni 20 e 30 che avevano sviluppato l’analisi della congiuntura su basi puramente descrittive. L’economia induttiva di Benini è invece strutturale guidata dalla formulazione sintetica di proposizioni di teoria come quella che verrà affermata dalla Cowles Commission trenta anni dopo. Diamo in conclusione la parola a Benini stesso su questo punto :

“*Altri dirà che val meglio una buona osservazione diretta di qualunque calcolo fondato su ipotesi. Ben lo sapevamo; ma ci diano le osservazioni dirette! Forse i bilanci di famiglia [ad.es.] colmeranno un giorno molte lacune; però la scienza non può aspettare inerte fine a quel giorno. Sono anzi le sue ipotesi che provocano le osservazioni e la orientano per direzioni definite fra le infinite direzioni che potrebbe prendere.*” Citazione che mostra come Benini concepisse il rapporto tra teoria ed osservazione in modo più moderno di molti suoi contemporanei.

### **Bibliografia**

Rodolfo Benini, *Il totalizzatore applicato agli indici del movimento economico*, Giornale degli Economisti, serie II, vol IV, 1892.

\_\_\_\_\_, *Principi di Statistica Metodologica*, Torino 1906.

\_\_\_\_\_, *Sull'uso delle formule empiriche nell'economia applicata*, in *Giornale degli Economisti*, novembre 1907, pp.1053-1063.

\_\_\_\_\_, *Una possibile creazione del metodo statistico: L'Economia politica induttiva*, in *Giornale degli Economisti*, gennaio 1908., pp.11-34.

## Nota sull'anticipazione del trattamento algebrico del problema econometrico dell'identificazione apparsa in un articolo di L. Amoroso del 1929.

Bruno Sitzia  
Ottobre 1998

La brillante anticipazione che vogliamo segnalare in questa nota si trova nell'articolo di Luigi Amoroso<sup>10</sup>, *Le equazioni differenziali della dinamica economica*<sup>11</sup>, pubblicato nel Giornale degli economisti nel numero di febbraio del 1929. In esso in polemica con il trattamento dei problemi del ciclo fatto da Henry Moore in un articolo pubblicato poco addietro nel Quarterly Journal of Economics<sup>12</sup> l'A. scrive:

"Il Moore parte dall'osservazione, ormai familiare a tutti, che nell'alterna fluttuazione dei fenomeni economici, occorre distinguere il movimento secolare dalle fluttuazioni cicliche intorno al primo. Anche lui scrive le equazioni della dinamica partendo dalle classiche equazioni dell'equilibrio di Walras e sostituisce in esse, al posto delle coordinate che individuano in ogni istante la configurazione del sistema, il rapporto tra queste coordinate e quelle che esprimono il movimento secolare nello stesso istante."

L'A. si riferisce al metodo dei rapporti con il trend (*method of trend ratios*) descritto da Moore in un articolo del 1922 e utilizzato successivamente più volte. Secondo questo metodo si calcola separatamente mediante una interpolazione lineare o parabolica il trend dei dati sia del prezzo che della quantità della singola merce sotto esame. Si calcolano quindi i rapporti con il trend e la curva della domanda è dedotta dalla regressione degli scarti dal trend del prezzo sugli scarti dal trend della produzione<sup>13</sup>.

A tal metodo si può obiettare come appunto osserva Amoroso che :

*".. il movimento secolare è determinato empiricamente interpolando i dati osservati con una linea retta o con una parabola. In tal modo non può aversi la rilevazione di una tendenza generale, ma solo la rappresentazione contingente del fenomeno, quale fu in media in un certo periodo del passato e quale non si potrebbe sic et simpliciter essere proiettata nell'avvenire. Viene quindi a mancare lo strumento per ogni previsione.."*

---

<sup>10</sup> Cenni Biografici: Luigi Amoroso ( Napoli 1886 – Roma 1965) Professore di economia politica a Napoli dal 1921 al 1926 e successivamente a Roma fino al 1956. Essenzialmente un economista matematico fu tra i fondatori dell'Econometric Society.

<sup>11</sup>L. Amoroso, *Le equazioni differenziali della dinamica economica*, in Giornale degli economisti, Feb. 1929 (Testo della conferenza tenuta al Congresso internazionale dei Matematici il 6 settembre 1928)

<sup>12</sup>Henry I. Moore, *A theory of economic oscillations*, The Quarterly Journal of Economics, vol XLI, nov.1926.

<sup>13</sup>Dagli stessi dati si ottiene la curva dell'offerta regredendo il gli scarti dal trend del prezzo del periodo precedente sugli scarti dal terend della produzione. E evidente che questo metodo risolve in qualche modo in problema dell'identifcazione adottando uno schema *cobweb* per il modello del mercato. Cfr. H. L. Moore, *A moving equilibrium of Demand and Supply*, Quarterly Journal of Economics, vol.39, 1925. ristampato in D.F.Hendry e M.S.Morgan (ed.s), *The foundations of Economic Analysis*, Cambridge University press, 1995.

Sviluppando quindi l'argomento Amoroso costruisce un esempio che chiarisce la sostanza della sua critica a Moore e contiene l'anticipazione della teoria algebrica dell'identificazione econometrica cui ci siamo riferiti all'inizio di questa nota.

Amoroso esamina il caso di due fasci di curve di domanda e di offerta entrambe parametrizzate sul tempo. L'evoluzione del punto di equilibrio, rappresenta nel piano "la traiettoria storica. Le sue equazioni parametriche rispetto a  $t$  ci danno le fluttuazioni dei prezzi e delle quantità: cioè la legge del moto economico"

Ma qui interviene l'osservazione fondamentale:

"La conoscenza della traiettoria storica, anche se espressa sotto la forma parametrica ora indicata **non sufficit** per determinare i due fasci delle curve di domanda e offerta. L'asserto geometricamente evidente risulta anche tale algebricamente ove si rifletta che se il movimento dei prezzi e delle quantità è espresso per esempio dalle equazioni

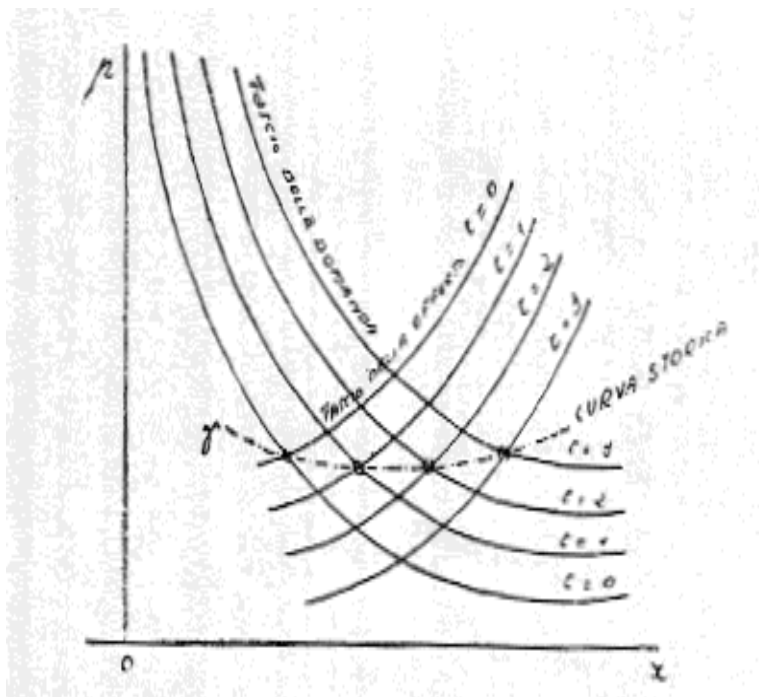


Fig.1 Riproduzione del diagramma di Amoroso

$$[1] \quad x = 100 + 2t$$

$$[2] \quad p = 200 - t$$

esistono infinite leggi di domanda e di offerta che possono produrre questo movimento. Tali sono, per esempio,

$$[3] \quad x + hp = 100(2h + 1) + (2 - h)t$$

$$[4] \quad hx - p = 100(h - 2) + (2h + 1)t$$



qualunque sia il parametro  $h$ <sup>14</sup>

E' facile render conto del procedimento seguito da Amoroso in termini contemporanei. Avendo stabilito che quella che oggi chiamiamo forma ridotta è osservabile e parametrizzabile in funzione di variabili esogene (il tempo nel suo caso), l'A. la riparametrizza come modello strutturale premoltiplicandola per una matrice  $A(h)$ . per una matrice cioè che esprime il concetto di dipendenza simultanea tra domanda e offerta. Per amore di semplicità e per rendere la dimostrazione ancor più chiara l'A. parametrizza sia la domanda e che l'offerta in funzione del solo parametro  $h$ .

Formalmente

$$\begin{vmatrix} x \\ p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 100 & 2 \\ 200 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ t \end{vmatrix} = \Pi \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ t \end{vmatrix} = \mathbf{A}(h)^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ t \end{vmatrix}$$

$$\Pi = \mathbf{A}(h)^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad \mathbf{A}(h) \cdot \Pi = \mathbf{B}$$

Scegliendo per  $\mathbf{A}(h)$  la parametrizzazione

$$[5] \quad \mathbf{A}(h) = \begin{vmatrix} 1 & h \\ h & -1 \end{vmatrix}$$

che chiaramente individua un sistema di domanda e offerta in cui le curve hanno la stessa pendenza assoluta e premoltiplicandola per le [1-2] l'A. ottiene le [3-4]. A. ha quindi dimostrato algebricamente l'equivalenza all'osservazione delle strutture che si ottengono dalla [3-4] al variare di  $h$ . Cioè che il parametro  $h$  non è identificato. Da cui segue la conclusione di Amoroso:

*"ogni tentativo per ricavare la legge della domanda basandosi **unicamente** sulla conoscenza del movimento empirico dei prezzi e delle quantità non può non essere fallace".*

La citazione mostra che Amoroso è a conoscenza o raggiunge indipendentemente l'intuizione grafica del trattamento dell'identificazione quale era sta data da Lenoir in una oscura pubblicazione del 1913. Ciò è però altamente improbabile. Amoroso avrebbe potuto invece essere a conoscenza del lavoro di Working pubblicato sul *Quarterly Journal of Economics* nel numero di Febbraio 1927. Amoroso cita infatti il lavoro di Moore pubblicato sullo stesso giornale nel novembre dell'anno precedente il 1926 ( si tratta del numero precedente della rivista). Ciò mostra che Amoroso seguiva tempestivamente le pubblicazioni di quella rivista. Al quesito della originalità non possiamo quindi rispondere con certezza. Possiamo però osservare, sulla base della ricostruzione dalla storia della soluzione del problema dell'identificazione, che la trattazione di Working non fu compresa nè ebbe diffusione tra i contemporanei e che Wright nel 1929 e Tinbergen nel 1930

---

<sup>14</sup>Amoroso , cit.p. 74.

tornarono sull'argomento senza nominare lo scritto di Working.<sup>15</sup> Il che rende plausibile che A. abbia sviluppato l'argomento in polemica con Moore semplicemente formalizzando il metodo dei *trend ratios* e valendosi dell'apparato disponibile a tutti gli economisti matematici dell'epoca.

Due sono le anticipazioni contenute nel paragrafo dell'articolo citato. La prima riguarda la distinzione tra forma strutturale e forma ridotta del modello di cui non mi risultano formalizzazioni precedenti. La seconda riguarda il concetto di equivalenza all'osservazione che in questa forma algebrica fu esposto solo nei lavori della Cowles Commission.

La limitazione del valore di questa anticipazione di Amoroso sta nel fatto che egli si ferma, come molti anticipatori, particolarmente gli italiani, a questa prima intuizione. Non ha proseguito sul tema, non si è chiesto quali condizioni algebriche avrebbero dovuto essere soddisfatte per il passaggio della forma ridotta osservabile alla forma strutturale ipotizzata dalla teoria, ma come spesso avviene ha spostato il discorso al tema a lui caro la dinamica economica cercando una sua soluzione in questo ambito.

La soluzione di Amoroso su cui tornò in un articolo del 1930 è presto detta.

Per la domanda sulla base di una da tempo “statisticamente accertata” correlazione possiamo semplicemente scrivere

$$\frac{\dot{p}}{p} + \alpha \frac{\dot{q}}{q} = \gamma \quad \alpha < 0.$$

Per l'offerta A. si rifà invece alla teoria ed impone che il prezzo come in concorrenza debba adeguarsi al costo marginale. Si tratta però di costi marginali dinamici A. quindi scrive una funzione di costo quadratica in  $q$ ,  $q^2$ ,  $\dot{q} = dq/dt$  che derivata rispetto a  $q$  gli permette di scrivere il costo marginale (dinamico) come una combinazione lineare di  $q$  e  $\dot{q}$ . Tale costo marginale viene eguagliato non al prezzo effettivo ma al valore atteso del prezzo previsto

$$p_{t+\tau} e^{-i\tau}$$

che per  $\tau$  sufficientemente piccolo può essere scritto come combinazione lineare di  $p$  e  $\dot{p}$ .  
In conclusione

costo marginale dinamico = valore attuale del prezzo atteso a  $t+\tau$

$$a + bq + c\dot{q} = mp + n\dot{p} \quad (b, c, m, n) > 0$$

Se discretizziamo l'espressione di Amoroso e la riscriviamo in termini moderni otteniamo

$$\Delta p_t = -hp_{t-1} + a + bq_{t-1} + c\Delta q_t \quad (h, b, c) > 0$$

---

<sup>15</sup> Tuttavia sul Giornale degli Economisti nel numero di Luglio 1929 si legge un articolo di tal Vincenzo Moretti allora al Regio istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali di Genova in cui il contributo di Working è ampiamente esposto e commentato in modo esauriente.

cioè un ECM in cui tutti i coefficienti sono positivi. In sostanza attraverso le aspettative e il concetto di costo marginale dinamico anche Amoroso risolve il problema dell'identificazione attraverso una funzione di offerta dinamica da accompagnare ad una curva di domanda statica. Si noti che questa formulazione annida la formulazione di Moore per  $c=0$ .

Volendo si può rendere ancora più moderna la formulazione di A. scrivendola

$$p_t = hp_{t+1}^a + bq + cq_{t-1}$$

dopo di che sono possibili diverse soluzioni a seconda dell'ipotesi che si fa sul meccanismo di formazione delle aspettative. In ogni caso si tratta di una razionalizzazione del ben noto modello *cobweb*. Per questa ragione non riteniamo questa parte del lavoro di A. così interessante come la precedente.

### ***Alcune altre riflessioni di Amoroso che aiutano a comprenderne la personalità.***

Sono peraltro interessanti nello stesso scritto di Amoroso alcuni spunti metodologici che vengo espressi senza molta argomentazione, come era nello stile dell'epoca, ma come convinzioni profonde dell'autore. Anch'essi offrono spunti anticipativi di moderne controversie:

Sul principio di parsimonia:

"Non è vero che le formule non abbiano un costo. Il loro costo si esprime in termini della loro applicabilità ai fenomeni concreti, e questa applicabilità è tanto minore, quanto maggiore è il numero dei segni, in cui esse si rappresentano. In generale, e non solo nel campo dell'economia, una formula è tanto più feconda quanto più è semplice".

Sul rapporto tra economia applicata e teoria economica:

*"Non so se [vi] sia giunta l'eco dell'esistenza di istituti quali quelli dell'Harvard Economic Service, del London Economic Service, dell'Institut for Konjunkturforschung, ecc. che sono veri e propri osservatori economici che hanno lo scopo di seguire il movimento economico generale (movimento degli affari) di misurarne le correnti, di indurre dall'esperienza del passato previsioni per il prossimo avvenire. [...] Queste previsioni, che possono essere oggi e saranno ancora domani largamente approssimative e spesse volte fallaci sono nondimeno espressione di qualche cosa di vivo e vitale, nata dalla pratica, impregnata di vita pratica. In esse vedo il **fundamentum sperimentale** della dinamica, quale si andrà piano piano costituendo. Compito dei teorici oggi, non è quello di costruire a freddo, a tavolino, teorie generali, ma di fiancheggiare questo movimento pratico, piano piano, senza squilli di tromba, per interpretare e per guidare".*

E sorprendente questa modestia del teorico e dell'economista matematico<sup>16</sup> se confrontata con la superbia formalistica di molti attuali nostri contemporanei. Ma in questo

---

<sup>16</sup> Amoroso fu uno studioso di ottima fama con significativi collegamenti internazionali. Fu tra i fondatori della Econometric Society nel 1930 e venne eletto tra primi Fellow. Contrariamente a quanto si potrebbe oggi congetturare fu significativa all'inizio la partecipazione di studiosi italiani a questa eminente società

Amoroso si colloca in un'epoca in cui la superiorità del metodo sperimentale come metodo scientifico regna ancora indisturbata.

### **Bibliografia**

Luigi Amoroso, *Le Equazioni Differenziali Della Dinamica Economica*, Giornale degli Economisti, 1928.

Henry Moore, *A Theory of Economic Oscillations*, The Quarterly Journal Of Economics, Nov. 1926.

Elmer J. Working, *What Do Statistical Demand Curves Show*, The Quarterly Journal of Economics, Feb. 1927.

---

scientifica. Ben cinque di loro vennero eletti al ruolo di Fellow; oltre Amoroso essi furono Corrado Gini, Gustavo Del Vecchio, Umberto Ricci e Felice Vinci.

## Appendice

### **Il metodo dei rapporti dal trend di H. Moore e la sua soluzione (particolare) del problema dell'identificazione**

Henry L. Moore nell'articolo del 1925 intitolato «**A Moving Equilibrium Of Supply And Demand**» apparso sul QJE<sup>17</sup> ripropone un metodo che aveva già avanzato in un articolo del 1922 per individuare dai dati di mercato sia le elasticità di domanda che quelle di offerta.

#### **Il metodo proposto comporta due passi**

- a) interpolare con un opportuno trend temporale (lineare o quadratico nelle applicazioni) sia i dati pertinenti al prezzo che alla quantità e calcolare i residui di regressione
- b) regredire i residui dell'equazione del prezzo sui residui della quantità. Il coefficiente di regressione fornisce una stima dell'elasticità di domanda
- c) regredire i residui del prezzo ritardati di un periodo sui residui delle quantità. Il coefficiente di regressione fornisce una stima dell'elasticità dell'offerta.

In termini moderni la procedura di Moore è accettabile quasi completamente sia dal punto di vista dell'identificazione che della stima se si ipotizza il seguente meccanismo generatore dei dati (assumiamo le variabili misurate in logaritmi):

$$\begin{aligned}p_t &= a_{10} + \eta_d q_t + a_{11}t + u_t \\q_t &= a_{20} + \eta_s p_{t-1} + a_{21}t + v_t \\E(u_t, v_t) &= 0\end{aligned}$$

Nelle ipotesi indicate il sistema è perfettamente identificato e, data la struttura ricorsiva, le singole equazioni possono essere stimate con i minimi quadrati ordinari. Il trend temporale  $t$  rappresenta ovviamente le variabili di scala presumibilmente omesse dalle equazioni. Dal punto di vista numerica è indifferente nella stima minimi quadrati introdurre il trend nell'equazione o eseguire la regressione tra variabili prima detrendizzate. Questo è il noto teorema di Frisch e Waugh che fu pubblicato nel 1933 sul primo numero di *Econometrica*. Moore non poteva ovviamente conoscere il teorema con questo nome e giunse a concepire la procedura ragionando dal punto di vista geometrico secondo quello che chiama un equilibrio mobile di domanda e offerta come dice il titolo dell'articolo. Amoroso seguendo il ragionamento di Moore giustamente fa osservare che il semplice equilibrio mobile non permette di identificare entrambe le curve. Il fatto è che Moore introduce senza rendersene conto il valore del prezzo a  $t-1$  nella forma ridotta ed è ovviamente l'inclusione di tale variabile nell'equazione di offerta e l'esclusione della quantità dall'equazione del prezzo che rendono identificato il sistema di Moore.

---

<sup>17</sup> H.L. Moore, *A Moving Equilibrium Of Demand And Supply*, *Quarterly Journal of Econometrics*, vol. 39, 1925 ripubblicato in parte su *The Foundations of Econometric Analysis*, D.F. Hendry e Mary S. Morgan, ed., Cambridge University Press 1995.

Anche così però Moore stima come equazione di offerta l'equazione inversa. Regredisce cioè il prezzo ritardato sulla quantità e non viceversa. Poiché i due coefficienti di regressione sono legati dalla relazione

$$\eta_s \tilde{\eta}_s = \rho^2 < 1$$

ove  $\rho$  è il coefficiente di correlazione tra le due variabili, si ottiene che la stima di Moore  $\tilde{\eta}_s$  non è pari a  $1/\eta_s$  ma è ad essa superiore.

Allo scopo di permettere al lettore di rendersi conto del procedimento riportiamo i dati forniti da Moore che si riferiscono al mercato delle patate mettendo in rapporto il prezzo di produzione (FPRICE) con la produzione (PROD).

Tav.1 Dati relativi al mercato delle patate

Nota:

Fprice: prezzi alla produzione (cents per bushel)

Prod: produzione (millions of bushels)

	FPRICE	PROD
1900	43.10000	211.0000
1901	76.70000	188.0000
1902	47.10000	285.0000
1903	61.40000	247.0000
1904	45.30000	333.0000
1905	61.70000	261.0000
1906	51.10000	308.0000
1907	61.80000	298.0000
1908	70.60000	279.0000
1909	54.10000	389.0000
1910	55.70000	349.0000
1911	79.90000	293.0000
1912	50.50000	421.0000
1913	68.70000	332.0000

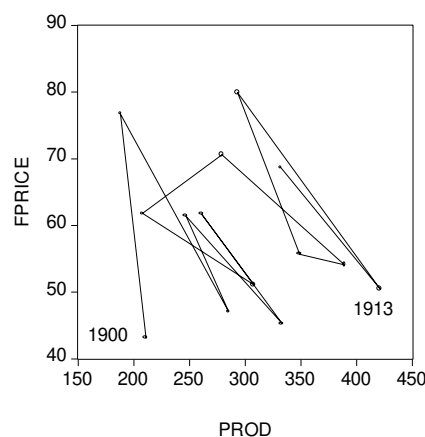


Fig.1 Scatter dei dati di Moore

(Nota: Si osservi il tracciato della successione dei punti caratteristico dei modelli a ragnatela)

**Esprese le variabili in logaritmi abbiamo stimato con FIML<sup>18</sup> il sistema strutturale  
prima ipotizzato**

$$\begin{aligned}\log(\text{prod}) &= c(10) + c(11) * \log(\text{fprice}(-1)) + c(12) * \text{trend} + c(13) * \text{trend}^2 \\ \log(\text{fprice}) &= c(20) + c(21) * \log(\text{prod}) + c(22) * \text{trend} + c(23) * \text{trend}^2\end{aligned}$$

ottenendo le stime di Tav.2

Tav.2 Stima FIML del sistema di domanda e offerta di Moore

Estimation Method: Full Information Maximum Likelihood  
(Marquardt)

Sample: 1901 1913

Included observations: 13

Total system (balanced) observations 26

Convergence achieved after 1 iterations

	Coefficien t	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(10)	3.094181	1.605345	1.927424	0.0699
C(11)	0.567945	0.386655	1.468867	0.1591
C(12)	0.069765	0.092753	0.752161	0.4617
C(13)	-0.002798	0.008156	-0.343095	0.7355
C(20)	10.49434	2.110022	4.973567	0.0001
C(21)	-1.194340	0.390461	-3.058796	0.0068
C(22)	0.066773	0.038399	1.738921	0.0991
C(23)	-0.000986	0.002878	-0.342585	0.7359
Log Likelihood		-91.32600		
Determinant covariance	residual	1.36E-05		
Equation:	LOG(PROD)=C(10)+C(11)*LOG(FPRICE(-1))+C(12)*TREND +C(13)*TREND^2			
Observations:	13			
R-squared	0.824503	Mean dependent var	5.70584	5
Adjusted squared	R- 0.766004	S.D. dependent var	0.20637	6
S.E. regression	of 0.099831	Sum squared resid	0.08969	5
Durbin-Watson stat	2.172532			

<sup>18</sup> Se il sistema è ricorsivo il metodo di stima adeguato è fornito dai MQO. Abbiamo utilizzato FIML per non fare l'ipotesi di errori non correlati. Invero, poiché il sistema è perfettamente identificato le stime TSLS avrebbero fornito risultati identici. Le stime OLS sono comunque assai vicine confermando per questa via l'adeguatezza del modello ragmatela a questi dati. L'elasticità della domanda vale -1.25 invece che -1.19.

Equation:  
 $\text{LOG(FPRICE)} = C(20) + C(21) * \text{LOG(PROD)} + C(22) * \text{TREND} + C(23) * \text{TREND}^2$

Observations: 13

R-squared	0.932800	Mean dependent var	4.08486
			2
Adjusted squared	R- 0.910400	S.D. dependent var	0.18199
S.E. of regression	0.054478	Sum squared resid	0.02671
Durbin-Watson stat	2.328859		0

**Moore riporta i valori pari a :**

(in forma lineare) Demand:  $p_d = -1.425q + 2.425$   
Supply:  $p_s = 1.224q - 0.2224$   
(in forma logaritmica) Demand:  $p_d = q^{-1.231}$   
Supply:  $p_s = q^{1.0828}$

vediamo quindi che la stima dell'elasticità di domanda è molto prossima a quanto indicato da Moore mentre la stima dell'elasticità di offerta è di poco superiore alla metà.  
L'esempio vale ad indicare soprattutto quanto sia diversa un'analisi econometrica da una semplice analisi di interpolazione..