



Munich Personal RePEc Archive

## **Price Volatility of the Mexican Export Crude Oil Blend**

Javier Dávila-Pérez and Jose Antonio Nuñez-Mora and  
Antonio Ruiz-Porras

Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México

21. March 2007

Online at <http://mpa.ub.uni-muenchen.de/3562/>  
MPRA Paper No. 3562, posted 14. June 2007

# Volatilidad del precio de la mezcla mexicana de exportación<sup>♥</sup>

Esta versión: Marzo 21, 2007

*Javier Dávila Pérez*<sup>\*</sup>  
*José Antonio Núñez Mora*<sup>♦</sup>  
*Antonio Ruiz Porras*<sup>\*</sup>

Tecnológico de Monterrey  
Campus Ciudad de México.

## Resumen

Se propone un modelo para estimar la volatilidad del precio de la Mezcla Mexicana de Exportación. El análisis se basa en desviaciones estándar condicionales obtenidas de un modelo GARCH. Los datos comprenden precios diarios del petróleo entre el 2 de enero de 1998 y el 14 de febrero de 2007. El modelo seleccionado es de tipo GARCH(1,1). No se detectan efectos asimétricos en la volatilidad. Asimismo, los resultados se comparan con una estimación de la volatilidad histórica basada en rendimientos pasados. Dicha comparación confirma la convergencia de la varianza condicional estimada con el modelo GARCH a su varianza no condicional.

## Abstract

We propose a model to estimate the price volatility in of the Mexican Export Crude Oil Blend. The analysis relies on the conditional standard deviations obtained from a GARCH model. Data includes diary oil prices between January 2nd, 1998 and February 14<sup>th</sup>, 2007. The chosen model is of the GARCH (1,1) type. Asymmetric volatility effects are not detected. Furthermore, the results are compared with an estimate of the historic volatility based on previous returns. Such comparison confirms the convergence of the estimated GARCH conditional variance to its own non conditional one.

*Clasificación JEL: C22, C53*

*Palabras clave: Volatilidad, Petróleo, Modelos ARCH-GARCH*

---

<sup>♥</sup> Las opiniones expresadas en este trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente la opinión o políticas de las instituciones de afiliación de los autores..

<sup>\*</sup> Candidato a Doctor en Ciencias Financieras del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México. Email [jdp3293@yahoo.com](mailto:jdp3293@yahoo.com) Dirección: Secretaría de Energía. Insurgentes Sur No.890, Col. del Valle, Del. Benito Juárez, C.P. 03100, D.F. Tel. +52(55) 5000-6091.

<sup>♦</sup> Director de Programas Doctorales del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México. Email: [janm@itesm.mx](mailto:janm@itesm.mx) Dirección: Departamento de Contabilidad y Finanzas. Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México. Calle del Puente 222, Ejidos de Huipulco, 14380 Tlalpan, México DF, México. Tel: ++ (52) (55) 5483 2240.

<sup>\*</sup> Profesor Investigador del Departamento de Contabilidad y Finanzas del Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México. Email: [ruiz.antonio@itesm.mx](mailto:ruiz.antonio@itesm.mx) Dirección: Departamento de Contabilidad y Finanzas. Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México. Calle del Puente 222, Ejidos de Huipulco, 14380 Tlalpan, México DF, México. Tel: ++ (52) (55) 5483 2238.

## Volatilidad del precio de la mezcla mexicana de exportación

### 1. Introducción

Pronosticar la volatilidad es una tarea fundamental en la administración de riesgos. En los años recientes se ha vuelto común el uso de modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva (GARCH-ARCH) para capturar las características de las series de rendimientos financieros como las colas anchas, el exceso de curtosis y los *clusters* de volatilidad.<sup>1</sup> En este trabajo usamos la metodología GARCH-ARCH para modelar la varianza condicional para estimar la volatilidad del precio de la Mezcla Mexicana de Exportación (MME).

Creemos que la modelación de la volatilidad del precio de la MME es relevante por varias razones: En primer lugar, por la gran participación que los ingresos petroleros tienen en los ingresos del Gobierno Federal (Véase Tabla 1). En segundo, por la importancia que en la decisión de cobertura de los ingresos petroleros tiene la estimación del comportamiento de los precios futuros de los crudos marcadores. Finalmente, por la necesidad de predecir la volatilidad y el precio mismo de la MME para el proceso anual de planeación del ingreso-gasto público del país.

En los años recientes los ingresos petroleros han representado casi una tercera parte de los ingresos del Gobierno Federal (Véase Gráfica 1). Los ingresos petroleros, incluyendo el Impuesto Especial sobre Producción y Servicios (IEPS) sobre gasolinas y diesel, han pasado de \$284,555 millones de pesos en el año 2000 a \$541,007 millones de pesos en 2005 y \$492,032 en 2006. La participación relativa de tales ingresos en los ingresos totales del Gobierno Federal también ha experimentado un aumento considerable al pasar de 32.77% a 38.3% y 36.7% en los mismos años.

**Tabla 1. Ingresos petroleros en los ingresos del Gobierno Federal**  
millones de pesos @ precios corrientes

Año	Ingresos del Gobierno Federal <sup>a</sup>	Ingresos petroleros <sup>b</sup>	Ingresos petroleros + IEPS <sup>c</sup>	Participación de los ingresos petroleros en los ingresos del Gobierno Federal	
	(A)	(B)	(C)	B/A	C/A
2000	868,267.7	218,344.2	284,555.1	25.15%	32.77%
2001	939,114.5	195,866.6	283,055.1	20.86%	30.14%
2002	989,353.4	147,784.7	260,006.1	14.94%	26.28%
2003	1,132,985.1	270,064.7	357,644.1	23.84%	31.57%
2004	1,270,211.1	393,253.9	446,588.2	30.96%	35.16%
2005	1,412,505.0	525,821.0	541,007.4	37.23%	38.30%
2006 <sup>p</sup>	1,339,787.1	473,462.6	492,032.3	35.34%	36.72%

a/ Incluye ingresos extraordinarios provenientes de la venta de empresas.

b/ Incluye los derechos por hidrocarburos y los aprovechamientos sobre rendimientos excedentes.

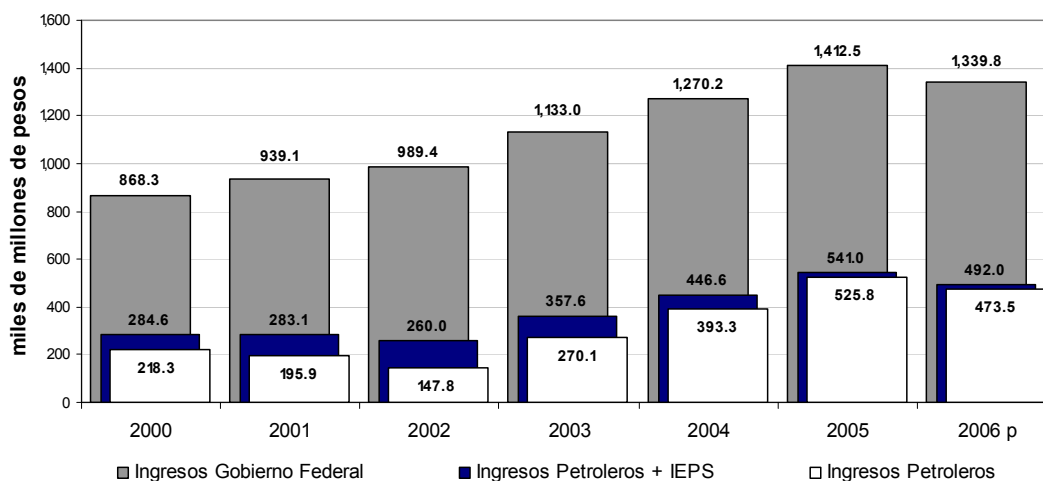
c/ Incluye los derechos por hidrocarburos, los aprovechamientos sobre rendimientos excedentes y IEPS sobre gasolina y diesel.

p/ Cifras preliminares.

**Fuente:** INEGI y Dirección General Adjunta de Estadística de la Hacienda Pública, Unidad de Planeación Económica de la Hacienda Pública, SHCP, varios años.

<sup>1</sup> Véase por ejemplo Goriéroux (1997).

**Gráfica 1. Participación de los ingresos petroleros en los ingresos del Gobierno Federal**



p/ Cifras preliminares.

**Fuente:** INEGI y Dirección General Adjunta de Estadística de la Hacienda Pública, Unidad de Planeación Económica de la Hacienda Pública, SHCP, varios años.

La segunda razón para estudiar el comportamiento del precio de la MME esta asociado a la importancia que en la decisión de cobertura de los ingresos petroleros tiene la estimación del comportamiento de los precios futuros de los crudos marcadores (Véase Tabla 2). Los bajos precios observados en 1998 y 1999 y su alta volatilidad hicieron que el gobierno mexicano constituyera un fondo petrolero. Esto a fin de *i*) ahorrar y permitir participar a las generaciones futuras de los beneficios de la explotación de un recurso natural no renovable; *ii*) ahorrar para enfrentar contingencias, y para *iii*) estabilizar los ingresos fiscales.

**Tabla 2. Volatilidad anual del precio de la MME y crudos marcadores**

	2001	2002	2003	2004	2005	2006
<b>MME</b>						
DESV. ESTÁNDAR	0.032	0.022	0.024	0.026	0.021	0.017
VOLATILIDAD	50.5%	34.8%	38.3%	40.6%	34.0%	27.6%
<b>DUBAI</b>						
DESV. ESTÁNDAR	0.030	0.023	0.023	0.026	0.021	0.017
VOLATILIDAD	48.3%	35.8%	36.9%	40.9%	34.1%	27.4%
<b>BRENT</b>						
DESV. ESTÁNDAR	0.030	0.022	0.022	0.024	0.020	0.021
VOLATILIDAD	47.4%	35.3%	35.4%	38.6%	32.0%	33.5%
<b>WTI</b>						
DESV. ESTÁNDAR	0.027	0.021	0.026	0.023	0.020	0.018
VOLATILIDAD	43.4%	33.1%	41.4%	36.5%	31.6%	28.4%

**Fuente:** Elaboración propia con datos de la Secretaría de Energía y del NYMEX.

Es necesario predecir la volatilidad del precio del petróleo para estimar de la mejor manera posible el precio de la MME para efectos de planeación pública durante cada nuevo ejercicio fiscal. El riesgo derivado de la volatilidad del precio del petróleo tiene consecuencias económicas de interés general, debido a que éste puede afectar decisiones de inversión en proyectos energéticos y, desde el punto de vista del gobierno, puede conducir a provocar recortes al presupuesto y de programas sociales.

Durante muchos años, la estimación del precio de la MME ha sido motivo de debate en el medio académico, pero también en el político y gubernamental. El debate se ha centrado no sólo en la certeza del pronóstico, sino principalmente en la forma de acceder a él. Es por ello que con mayor frecuencia se recurre al uso de modelos econométricos y al estudio formal de la evolución del mercado petrolero.

Diversos autores han estimado la volatilidad de los precios de energéticos tales como el petróleo, gas natural y combustóleo. Day y Lewis (1993) comparan el poder predictivo de los pronósticos de volatilidad implícita y la obtenida con los modelos tipo ARCH para los futuros de los precios del petróleo. Un estudio similar de Xu y Taylor (1996) examina la eficiencia informacional de un mercado de opciones en la predicción de la volatilidad. Duffie y Gray (1995) comparan la precisión de los pronósticos obtenidos con un modelo tipo ARCH, un modelo de cambio de régimen de Markov y las volatilidades implícitas de los mercados de gas natural, combustóleo y petróleo crudo. Pindick (2003) examina el comportamiento de la volatilidad de los precios del petróleo crudo y el gas natural utilizando los precios diarios de los contratos de futuros, y mide la persistencia de los *shocks* de volatilidad. Kuper (2002) mide la incertidumbre del precio del petróleo a partir de un modelo univariado tipo GARCH.

En este trabajo proponemos un modelo para estimar la volatilidad del precio de la Mezcla Mexicana de Exportación. El análisis se basa en desviaciones estándar condicionales obtenidas de un modelo GARCH. Los datos comprenden precios diarios del petróleo entre el 2 de enero de 1998 y el 14 de febrero de 2007. El modelo seleccionado es de tipo GARCH(1,1). No se detectan efectos asimétricos en la volatilidad. Asimismo, los resultados se comparan con una estimación de la volatilidad histórica basada en rendimientos pasados. Dicha comparación confirma la convergencia de la varianza condicional estimada con el modelo GARCH a su varianza no condicional.

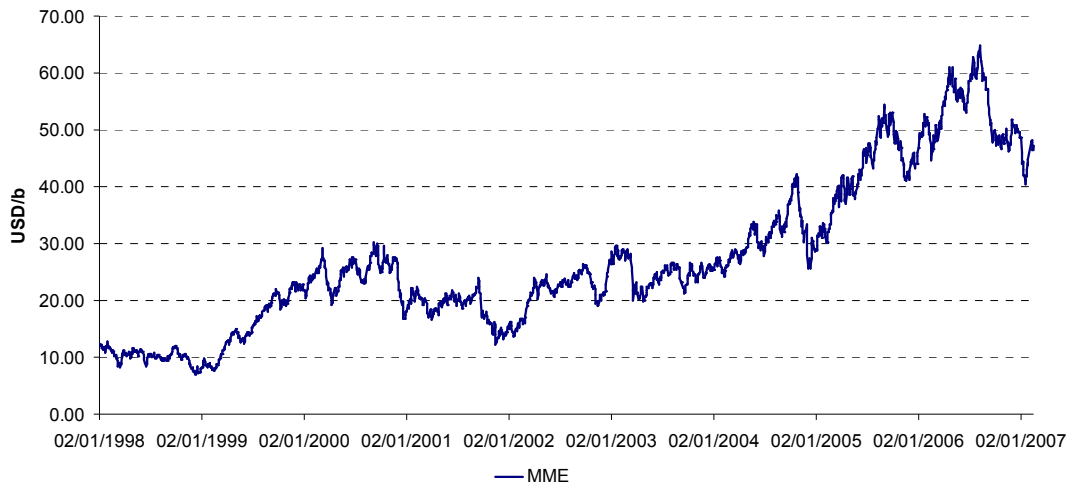
## **2. Datos**

Nuestra atención se centra en el precio del petróleo crudo mexicano de exportación, una mezcla de tres diferentes tipos de aceite: Olmeca, Maya e Istmo, en un período comprendido entre el 2 de enero de 1998 y el 14 de febrero de 2007, en el que se incluyen 2,379 observaciones. La Gráfica 2 muestra la serie del precio diario de la MME.

En México la canasta de crudos de exportación denominada MME incluye tres variedades de producto: el Olmeca, un crudo superligero de 39° API; el Istmo, de 32° API, y el Maya, de 22° API. Si bien la composición de la MME es variable, el crudo de mayor participación es el Maya, que a lo largo 2006 representó 83% de la mezcla. Le siguen el Olmeca, con 13% y el Istmo, con sólo 4%.

El precio de la MME se determina mediante fórmula, en la que el principal componente lo constituyen los crudos marcadores WTI y Brent, Así, los precios de los crudos mexicanos de exportación dependen de las condiciones propias de los mercados regionales hacia donde se exportan y de su competitividad con respecto al resto de los crudos competidores en cada región.

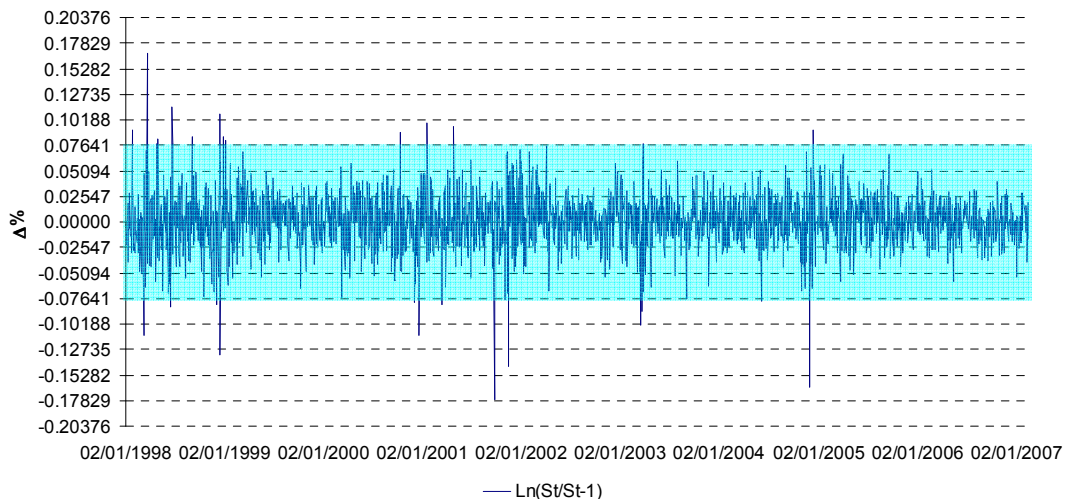
**Gráfica 2. Precio diario de la Mezcla Mexicana de Exportación, 02/01/98-14/02/07**



**Fuente:** Elaboración propia con datos de la Secretaría de Energía.

Los rendimientos diarios del precio de la MME se calcularon como la diferencia del logaritmo de los precios en días de negociación sucesivos. La serie correspondiente se identifica como DLOGMME. El pronóstico de la varianza se realiza para el periodo del 15 de febrero de 2007 al 14 de agosto de 2007. La volatilidad diaria histórica se construye a partir del estadístico descrito en el punto 3 de este artículo e incluye la totalidad de las observaciones del 2 de enero de 1998 al 14 de febrero de 2007. Véase Gráfica 3.

**Gráfica 3. Rendimientos de los precios diarios de la MME, 02/01/98-14/02/07**

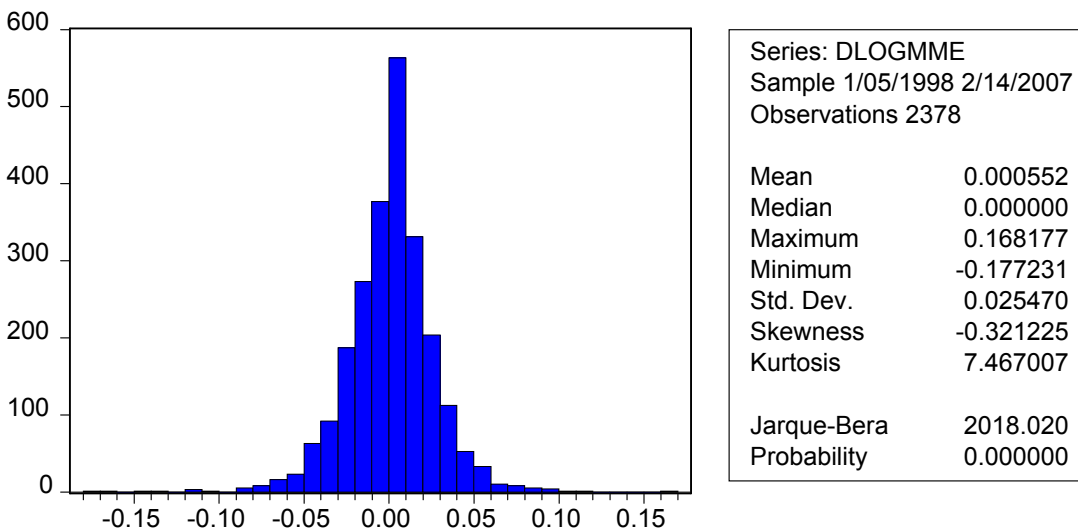


**Fuente:** Elaboración propia con datos de la Secretaría de Energía.

En el análisis, las series de rendimientos son preferidas a las de los precios debido a que aquéllas presentan propiedades estadísticas atractivas, como la estacionariedad. Para fines de modelación, el supuesto de rendimientos normalmente distribuidos implica una distribución lognormal de los precios, lo que garantiza que los precios nunca serán negativos.

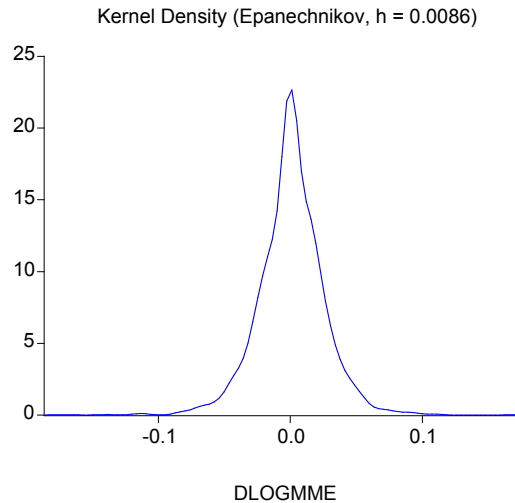
Como puede observarse en la Gráfica 4, el estadístico Jarque-Bera rechaza la hipótesis nula de normalidad. En este mismo gráfico se aprecia la presencia de *clusters* de volatilidad en los rendimientos de los precios, es decir períodos de alta volatilidad seguidos por períodos de relativa calma.

**Gráfica 4. Histograma y estadísticas descriptivas de la serie DLOGMME**



En la Gráfica 4, también se observa que la distribución de los rendimientos diarios de la MME presenta exceso de curtosis comparada con una distribución normal. Un valor de 7.467 para la curtosis en la distribución de los rendimientos de los precios diarios de la MME para el período del 2 de enero de 1998 al 14 de febrero de 2007 confirma la presencia de las colas anchas en la distribución. La distribución leptocúrtica de la serie DLOGMME nos hace pensar que estamos en presencia de la existencia de rendimientos grandes con mayor frecuencia de la esperada. Los mismos resultados se confirman en la gráfica de densidad de Kernel de la Gráfica 5.

**Gráfica 5. Densidad de Kernel de la serie DLOGMME**



### 3. Análisis econométrico

El uso de modelos de promedios móviles o de la simple volatilidad histórica es un hecho más común de lo que pudiera pensarse en la estimación del precio del petróleo, particularmente de la MME. Lo anterior se confirma con la forma en que la Ley Federal de Presupuesto y Responsabilidad Hacendaria dispone para hacer el cálculo del precio estimado de la MME en cada ejercicio fiscal.

Al aplicar la prueba de Dicky Fuller Aumentada para verificar la estacionariedad de la serie a nivel del precio de la MME, se pudo comprobar la existencia de al menos una raíz unitaria, por lo que se le aplicó una diferencia para estabilizar la media a la serie de logaritmos de los precios. Por tratarse de una serie de tiempo con datos diarios, ésta no se desestacionaliza. La serie resultante es identificada como DLOGMME.

Una vez estabilizada la serie y aplicarse la prueba de Dicky Fuller Aumentada a la nueva serie transformada DLOGMME, los rendimientos de los precios de la MME, se obtuvo un valor crítico de -21.45, que nos permite afirmar que para ninguno de los intervalos para los que se evalúa el resultado la serie tiene raíces unitarias. Véase Tabla 3.

**Tabla 3. Prueba de raíces unitarias de Dickey-Fuller Aumentada a las series de precios y rendimientos de la MME**

ADF Test Statistic	<b>-1.109372</b>	1% Critical Value*	-3.4361
Serie: MME		5% Critical Value	-2.8633
		10% Critical Value	-2.5677
ADF Test Statistic	<b>-21.45482</b>	1% Critical Value*	-3.4361
Serie: DLOGMME		5% Critical Value	-2.8633
		10% Critical Value	-2.5677

\*Mackinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.



Toda vez que la serie presenta *clusters* de volatilidad, inicialmente corremos una regresión con solamente una constante para la ecuación de la media y probar la pertinencia de usar un modelo tipo ARCH para la estimación de los parámetros de la ecuación de la varianza. Una vez que corremos la regresión por mínimos cuadrados ordinarios probamos la existencia de efectos ARCH en los residuales con la prueba ARCH-LM. Véase Tabla 4.

**Tabla 4. Prueba de efectos ARCH de la serie DLOGMME**

ARCH Test:				
F-statistic	<b>17.53110</b>	Probability	<b>0.000000</b>	
Obs*R-squared	<b>68.25208</b>	Probability	<b>0.000000</b>	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 03/11/07 Time: 23:34				
Simple(adjusted): 1/09/1998 2/14/2007				
Included observations: 2374 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000475	4.06E-05	11.71603	0.0000
RESID^2(-1)	0.122782	0.020532	5.979901	0.0000
RESID^2(-2)	0.019910	0.020606	0.966252	0.3340
RESID^2(-3)	0.089217	0.020607	4.329361	0.0000
RESID^2(-4)	0.035659	0.020535	1.736499	0.0826

Tanto el estadístico  $TR^2$  como el  $F$  exceden el valor crítico de la distribución Ji cuadrada con cuatro grados de libertad ( $\chi_4^2$ ), el número de rezagos para el que probamos la existencia de efectos ARCH, por lo que rechazamos la hipótesis nula de no existencia de efectos ARCH, y concluimos que es adecuado usar un modelo tipo ARCH para modelar el comportamiento de la varianza de la serie DLOGMME.

Una vez hecha la revisión visual de los valores para las funciones de autocorrelación (FAC) y de autocorrelación parcial (FACP) del correlograma de la serie DLOGMME, y habiendo rechazado la hipótesis nula de que los residuos sean ruido blanco, se propone un modelo autorregresivo para la media, buscando filtrar con ello toda dependencia lineal. Se concluye, con base en el correlograma y en los criterios de información de Schwartz y de Akaike, que el que mejor ajusta los datos de la serie es un modelo ARMA(1,1). Los coeficientes del modelo propuesto son significativamente diferentes de cero y el correlograma de residuales muestra ahora que todos los valores de las FAC y FACP para los 36 rezagos están entre bandas, por lo que a un nivel de 95% de confianza podemos esperar que la serie de residuales sea completamente ruido blanco.

Al aplicar nuevamente la prueba ARCH-LM para este modelo, a fin de verificar la existencia de efectos ARCH, obtenemos valores de los estadísticos  $TR^2$  y  $F$  mayores a los del valor crítico de la distribución Ji cuadrada con 4 grados de libertad ( $\chi_4^2$ ), lo que confirma su presencia, como se muestra en la Tabla 5.

**Tabla 5. Prueba de efectos ARCH de la serie DLOGMME en el modelo ARMA(1,1)**

ARCH Test:				
F-statistic	<b>17.95632</b>	Probability	<b>0.000000</b>	
Obs*R-squared	<b>69.85802</b>	Probability	<b>0.000000</b>	
Test Equation:				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 03/12/07 Time: 00:23				
Sample(adjusted): 1/12/1998 2/14/2007				
Included observations: 2373 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000471	4.01E-05	11.74175	0.0000
RESID^2(-1)	0.124775	0.020534	6.076474	0.0000
RESID^2(-2)	0.021871	0.020616	1.060859	0.2889
RESID^2(-3)	0.086666	0.020618	4.203460	0.0000
RESID^2(-4)	0.038689	0.020536	1.883991	0.0597

Se comprueba que el modelo que mejor ajusta es un GARCH(1,1), en el que para la estimación de los parámetros se usa el algoritmo de optimización Marquardt y, toda vez que conforme a las pruebas estándar se rechaza normalidad en los errores, se usa el método de Bollerslev y Wooldrige (1992) de cuasi-máxima verosimilitud, en vez del de máxima verosimilitud. La Tabla 6 muestra los resultados de la regresión. Asimismo se puede comprobar dicho ajuste mediante la prueba de efectos ARCH sobre los residuales. Véase Tabla 7.

**Tabla 6. Resultados del modelo GARCH(1,1), 06/01/98-14/02/07**

Dependent Variable: DLOGMME				
Method: ML – ARCH		Date: 03/12/07 Time: 00:34		
Sample(adjusted): 1/06/1998 2/14/2007				
Included observations: 2377 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 27 iterations		Backcast: 1/05/1998		
Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.600203	0.178099	-3.370051	<b>0.0008</b>
MA(1)	0.653046	0.168785	3.869105	<b>0.0001</b>
Variance Equation				
C	1.46E-05	5.45E-06	2.684004	<b>0.0073</b>
ARCH(1)	0.052017	0.017430	2.984337	<b>0.0028</b>
GARCH(1)	0.925908	0.021109	43.86267	<b>0.0000</b>
R-squared	0.003113	Mean dependent var		0.000561
Adjusted R-squared	0.001432	S.D. dependent var		<b>0.025471</b>
S.E. of regression	0.025453	Akaike info criterion		<b>-4.586616</b>
Sum squared resid	1.536672	Schwarz criterion		<b>-4.574471</b>
Log likelihood	5456.193	F-statistic		1.851967
Durbin-Watson stat	2.000136	Prob(F-statistic)		0.116226
Invertid AR Roots	-.60			
Invertid MA Roots	-.65			

Para el modelo GARCH(1,1) estimado el correlograma de residuales al cuadrado exhibe valores de las FAC y FACP para los 36 rezagos dentro de las bandas de confianza al 95%. Una vez que comprobamos que la serie de residuales ya es ruido blanco, de acuerdo con la metodología Box-Jenkins seguida, sólo resta probar si no existen efectos ARCH remanentes, lo que se verifica aplicando nuevamente la prueba ARCH-LM, pero esta vez a los residuales obtenidos de la regresión. En este caso los valores de los estadísticos  $TR^2$  y  $F$  obtenidos son menores a los del valor crítico de la distribución Xi cuadrada con 4 grados de libertad ( $\chi_4^2$ ) y aún con un sólo grado de libertad ( $\chi_1^2$ ), lo que nos permite asegurar que no existen ya efectos ARCH que pudieran afectar la estimación.

**Tabla 7. Prueba de efectos ARCH en los residuales del modelo GARCH(1,1)**

ARCH Test 4 lags included:			
F-statistic	0.329670	Probability	0.858166
Obs*R-squared	1.320729	Probability	0.857849

ARCH Test 1 lags included:			
F-statistic	0.307797	Probability	0.579087
Obs*R-squared	0.308017	Probability	0.578900

Así, en virtud de los modelos estimados, tenemos, para la media el modelo ARMA(1,1):

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

esto es,

$$DLOGMME_t = 0.00 - 0.600203 DLOGMME_{t-1} + 0.653046 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Mientras que para la varianza tenemos el siguiente modelo GARCH(1,1):

$$\sigma_{\varepsilon t}^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{\varepsilon t-1}^2$$

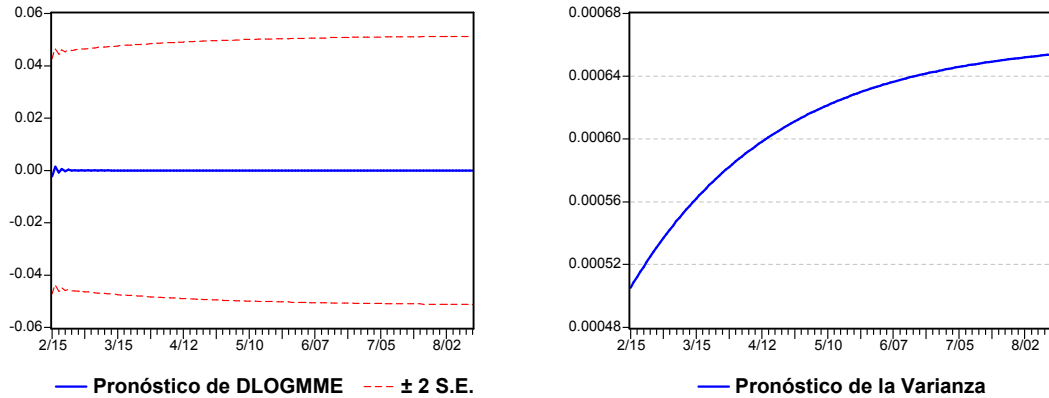
esto es,

$$\sigma_{\varepsilon t}^2 = 0.0000146 + 0.052017 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.925908 \sigma_{\varepsilon t-1}^2$$

En este caso, la suma de los coeficientes ARCH y GARCH ( $\alpha_1 + \beta_1$ ) es cercana a uno, lo que indica una alta persistencia en los *shocks* de volatilidad. Este resultado normalmente se observa en datos financieros de alta frecuencia.

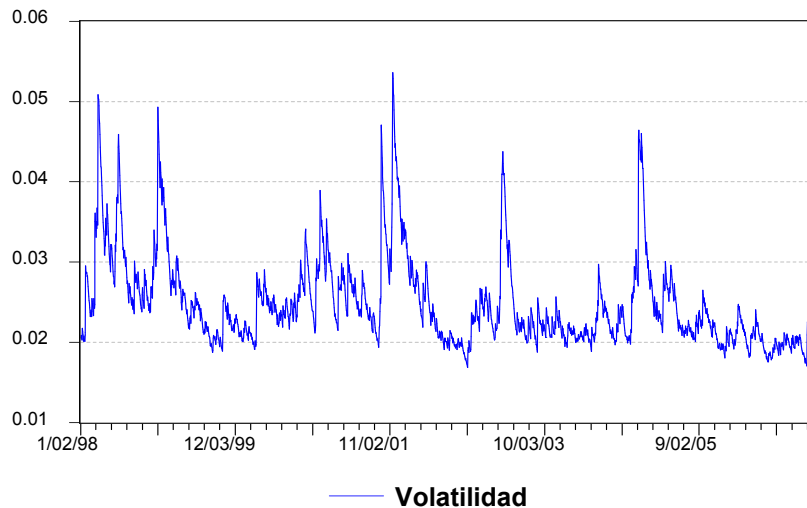
En la Gráfica 6 podemos observar que el pronóstico de la serie DLOGMME converge rápidamente a cero, lo que era de esperarse ya que en modelos de esta naturaleza la mejor estimación para la media es cero. En el caso de la varianza vemos que también ésta converge a un valor estable aunque no en el corto plazo, sino para valores hacia el mes de agosto, cuando alcanza un valor de 0.000654.

**Gráfica 6. Predicciones del modelo GARCH(1,1)**



Como puede apreciarse, en el corto plazo la varianza condicional aumenta rápidamente, pero tiende a aplanarse conforme aumenta el tiempo. En la Gráfica 7 se muestra la volatilidad de la serie MME, en la que además se exhibe la desviación estándar condicional del modelo GARCH(1,1).

**Gráfica 7. Volatilidad observada y pronosticada a partir del modelo GARCH(1,1)**



Al comparar la volatilidad condicional estimada a partir del modelo GARCH(1,1) con la volatilidad histórica de los rendimientos del precio de la MME en el período del 2 de enero de 1998 al 14 de febrero de 2007 observamos que el valor de la primera se aproxima al de la segunda.<sup>2</sup> Mientras que la volatilidad histórica tiene un valor de 0.02547 y una varianza de 0.0006487, el modelo GARCH(1,1) proporciona valores que convergen a 0.02562 y 0.000654, respectivamente.

<sup>2</sup> Véase apéndice para el cálculo de la volatilidad histórica.

Se comprueba que en los primeros días del pronóstico la volatilidad estimada es menor que la volatilidad histórica. No obstante, cuando la varianza condicional alcanza un valor estable, hacia el mes de agosto, ésta converge a su valor histórico, no condicional. De esta forma, al 14 de agosto el estimador de la varianza histórica es  $V_t^2 = 0.000648$ , mientras que el de la varianza condicional es  $\sigma_{t=14/08}^2 = 0.000654$ , lo que claramente nos permite concluir que

$$V_t^2 = Var[\varepsilon_t] = \frac{\omega}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)} \approx \sigma_{\varepsilon}^2.$$

Este resultado es posible porque la varianza es estacionaria, esto es, porque se cumple la condición de que  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ . Recuérdese que en presencia de no estacionariedad los pronósticos para la varianza condicional no convergen a su propio valor no condicional cuando el horizonte de tiempo aumenta.

Los resultados y datos pronosticados obtenidos confirman que la elección del modelo fue la adecuada.

#### 4. Conclusiones

Los resultados de las pruebas aplicadas, de las regresiones y de los pronósticos, tanto para la serie como para la varianza, son congruentes con otros estudios similares existentes en la literatura sobre series de tiempo y pronósticos. Se confirma la convergencia de la varianza condicional pronosticada para los rendimientos de la MME a partir de un modelo GARCH con su propio valor no condicional cuando el horizonte de tiempo aumenta.

Las comparaciones de los pronósticos de volatilidad y varianza realizados son consistentes con los resultados que comúnmente se exhiben en la literatura, los que sugieren que la volatilidad histórica en períodos de plazo muy grandes supera el pronóstico realizado con otros estimadores. Comparadas *vis-a-vis* la volatilidad obtenida a partir del modelo GARCH(1,1) y la volatilidad histórica de la serie estudiada, se comprueba también que la primera pareciera haber sido sobreestimada.

Los modelos GARCH, no obstante, producen pronósticos que, al ser resultado de un promedio de las volatilidades recientes y de la subyacente media de la volatilidad, obtienen mejores resultados para el corto plazo que los alcanzados con otros estimadores. El incremento en la eficiencia del pronóstico de corto plazo obtenido con el modelo GARCH es, en cierta medida, resultado de utilizar un mayor período muestral para estimar los parámetros que el requerido por otras metodologías.

Una posible extensión al presente estudio consiste en comparar la volatilidad obtenida con el modelo GARCH(1,1) con otras metodologías o modelos de pronóstico, más allá de la volatilidad histórica. Una segunda posibilidad consiste en calcular la velocidad de convergencia de la varianza condicional de los rendimientos de la MME a su valor no condicional.

### Apéndice: Volatilidad histórica

Se puede afirmar que en diversas series de tiempo existen razones para suponer que la varianza del término de error varía a lo largo del tiempo con la volatilidad de los errores en períodos pasados. Estos *clusters* de perturbaciones pueden apreciarse en series de tiempo de tipos de cambio, rendimientos de activos financieros, precios de opciones, precios de energéticos, entre otros. La principal implicación de la existencia de *clusters* de volatilidad es que los *shocks* de hoy influyen sobre las expectativas que sobre la volatilidad se tengan en períodos futuros.

La volatilidad diaria del precio de la MME es la desviación estándar del cambio porcentual en su precio. La desviación estándar es una medida de qué tan concentrados están los cambios porcentuales de los precios diarios alrededor del cambio porcentual promedio de los precios. Para una distribución normal, aproximadamente 67% de todos los cambios porcentuales de los precios estarán dentro de una desviación estándar del cambio porcentual promedio. La volatilidad es normalmente expresada en base anual, donde un año es entendido como el número de días hábiles, normalmente 252, en un año calendario. La volatilidad anual de la MME se calcula multiplicando la volatilidad diaria por 15.6844, la raíz cuadrada de 246<sup>3</sup>.

La volatilidad diaria de los precios de la MME,  $V_{MME_t}$ , es la desviación estándar de sus rendimientos, y se calcula como:

$$V_{MME_t} = \left[ \left( \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

O en términos de los rendimientos,

$$V_{MME_t} = \left[ \left( \frac{\sum (R_t - \bar{R})^2}{N-1} \right) \right]^{\frac{1}{2}},$$

donde  $R$  es la diferencia del logaritmo de los precios diarios de la MME.

Suponiendo que  $\varepsilon_t$  es el término de perturbación en la media de los rendimientos del precio de la MME, el estimador más simple de la volatilidad histórica al tiempo  $t$  está dado por:

$$V_{MME_t} = \left[ \left( \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \varepsilon_{t-i}^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

<sup>3</sup> Aunque es común en Finanzas multiplicar la desviación estándar por la raíz cuadrada de 252, el número de días hábiles en los principales mercados financieros, dado que la fórmula para la determinación del precio del petróleo en el caso de México incluye referencias de los mercados norteamericano (NYMEX) y europeo (IPE), la raíz cuadrada de  $T$  está dada por 15.6844, toda vez que  $T=246$ .

Esta volatilidad histórica calculada sobre los  $N$  días previos puede ser más precisamente definida como una volatilidad promedio móvil. El estimador supone que la volatilidad es constante a lo largo del período de estimación y del período pronosticado.

Un estimador adicional derivado del uso de rendimientos históricos es la volatilidad de largo plazo o volatilidad no condicional. Este estimador también supone volatilidad constante a lo largo de todo el período. Las variaciones en la estimación se deben solamente a variaciones aleatorias en los precios.

## **Referencias**

- Bollerslev T., Wooldridge J. (1992). "Quasi-maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances". *Econometric Review*. (11), pp. 143-172.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M. (1970): *Time Series Analysis: Forecasting and control*. Holden-Day.
- Day T.E. and C.M. Lewis. (1993). "Forecasting Futures Markets Volatility", *The Journal of Derivatives*, Winter 1993, pp. 33-50.
- Duffie D. and S. Gray. (1995). "Volatility in Energy Prices", *Managing Energy Price Risk*, Risk Publications, London, pp. 39-55.
- Gouriéroux, C. (1997): *ARCH Models and Financial Applications*. Springer Series in Statistics.
- Kuper, Gerard H. (2002). *Measuring oil Price Volatility*. University of Groningen. The Netherlands.
- Pindyck, Robert S. (2003). *Volatility in Natural Gas and Oil Markets*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- Xu X. and S.J. Taylor. (1996). "Conditional Volatility and Informational Efficiency of the PHLX Currency Options Market", *Forecasting Financial Markets*, (ed C. Dunis), John Wiley & Sons, Chichester.