Positive benefit, Euler's theorem and the problem of distribution in neoclassical economics

Galvis Ciro, Juan Camilo

Universidad Nacional de Colombia

2 February 2012

Positive benefit, Euler's theorem and the problem of distribution in neoclassical economics

Galvis Ciro, Juan Camilo

Universidad Nacional de Colombia – sede Medellín.

ABSTRACT

This document tries to show the requirements for the process of profit maximization in the microeconomic analysis and show their relation to those with Euler's theorem. The aim is to recognize the importance of decreasing returns to scale and give a possible explanation for the positive profits they entail. The result is that the distribution problem has not been resolved in the neoclassical theory because the positive profits involves value judgments about the product distribution.

Key words: positive profit, decreasing returns, product distribution.

JEL: B000, B210, D330, D000

Beneficio positivo, teorema de Euler y el problema de la distribución en la economía neoclásica

Juan Camilo Galvis Ciro[1]

RESUMEN

Este documento trata de mostrar los requerimientos necesarios para el proceso de maximización del beneficio en el análisis microeconómico y evidenciar la relación que guardan aquellos con el teorema de Euler. Se pretende con ello dar a conocer la importancia de los rendimientos decrecientes a escala y dar una posible explicación al beneficio positivo que ellos implican. El resultado al que se llega es que la coherencia que debe tener todo análisis, coherencia donde la teoría neoclásica es robusta, evidencia que el problema de la distribución no ha sido resuelto debido a que el beneficio positivo implica juicios de valor en torno a la distribución del producto.

Palabras claves: maximización del beneficio, rendimientos decrecientes, distribución del producto.

[1] Magíster en ciencias económicas de la Universidad Nacional de Colombia – sede Medellín. Correo: jcgalvis@unal.edu.co. Dirección postal: Departamento de Economía, Facultad de Ciencias Humanas Económicas, Universidad Nacional de Colombia, calle 59A No. 63-20, bloque 46. Medellín - Colombia.

1. Introducción

El estudio de la forma en que se organiza y coordina la producción e intercambio de bienes y recursos *escasos* constituye un objetivo fundamental del análisis económico neoclásico, poniendo especial atención a la eficiencia de la asignación resultante como propiedad importante y deseable de la misma.

El énfasis en la eficiencia se debe a la forma misma en que se define una economía en la visión neoclásica. Esta se define como un conjunto de agentes, un marco institucional, una tecnología y unas dotaciones de recursos cuya distribución inicial entre los agentes está *dada* siendo el tema de la eficiencia el núcleo del análisis, donde se busca hacer lo mejor posible con lo que se toma como dato (Segura, 1986:21).

Pareciera ser entonces que no hay margen para hacer juicios de valor en la misma teoría neoclásica ya que la asignación resultante, ya sea en el intercambio o en la producción, es eficiente, lo cual es, ante todo, un concepto técnico más que de valor. Sin embargo, no hay que olvidar que la asignación eficiente lo es *dada* una distribución de las dotaciones iniciales por lo que debiera ser posible hacer juicios de valor si se alteran las dotaciones iniciales, se buscan las asignaciones (eficientes) resultantes y se comparan con las dotaciones no alteradas y sus correspondientes asignaciones.

O sea, cualquier asignación de la economía puede analizarse también desde el punto de vista de la distribución de la riqueza y desde esta perspectiva considerar una asignación eficiente como mejor o más justa o equitativa que otra, también eficiente, sí implica la formulación de juicios valorativos. A pesar de existir esta posibilidad, este documento no pretende indagar las comparaciones que podrían resultar de tal posibilidad sino más bien trata de mostrar que aún, con una distribución de recursos tomada como dada, sí es posible hacer juicios de valor a las asignaciones resultantes.

Para ello, el documento va a tratar de mostrar las condiciones bajo las cuales es posible la maximización del beneficio en el análisis neoclásico del productor y tratar de evidenciar que la única posibilidad de maximizar el beneficio, en concreto los rendimientos decrecientes a escala y la posibilidad de una asignación con beneficio positivo, es susceptible de tener juicios de valor. Es decir, el objetivo es mostrar bajo qué condiciones se maximiza el beneficio y además tratar de dar una explicación coherente de cómo surge, ya que esta última parte normalmente se deja afuera de los manuales microeconómicos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el documento está dividido de la siguiente forma. En una primera parte se dan los requerimientos de las funciones de producción para que se pueda realizar el proceso de maximización del beneficio. Después, mediante la ayuda de la forma general del teorema de Euler se complementa la explicación y en la siguiente parte se dan las explicaciones al beneficio positivo y los problemas que surgieron en perspectiva histórica. A continuación, se trata de dar una explicación al beneficio con base en las herramientas analíticas de la teoría de la firma neoclásica y por último, se dan las conclusiones.

2. Requerimientos para el proceso de maximización del beneficio

Considérese el problema de una empresa que toma los precios como dados tanto en el mercado de sus productos como en el de sus factores, es decir es precio –aceptante y sea p el vector de dichos precios, positivo para el producto y negativo para los factores. El problema de la empresa es entonces maximizar su beneficio, en términos de precios de productos y factores, es decir:

$$\pi(p) = max\, p.y$$

Donde y es un plan de producción perteneciente al conjunto de producción Y. Dicho problema del empresario puede expresarse en forma más simple para una empresa que produce sólo un bien y utiliza dos factores de la siguiente manera:

$$\pi(p, w_{1,2}) = max \quad p.f(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

Siendo p el precio del producto, $f(\cdot)$ es la función de producción, la cual está en relación a los factores de producción $x_{1,2}$ y $w_{1,2}$ es el precio de dichos factores de producción. Es decir, la empresa trata de maximizar sus ingresos totales, $p.f(x_1, x_2)$, menos sus costos totales, $w_1 x_1 - w_2 x_2$. Para que esta función de beneficios esté bien definida la tecnología no puede presentar rendimientos constantes ni crecientes a escala ya que los beneficios no estarían acotados, veamos cada caso.

Para el caso de una tecnología con rendimientos constantes supongamos que es posible encontrar algún par $(p, w_{1,2})$ que generan unas demandas de factores ${x_{1,2}}^*$ para el que los beneficios óptimos sean positivos. Es decir:

$$p. f({x_1}^*, {x_2}^*) - w_1 {x_1}^* - w_2 {x_2}^* > 0$$

Supongamos ahora que se aumenta la escala de producción, aumentando cada factor de producción por un t > 1. Los beneficios serán entonces:

$$p. f(t{x_1}^*, t{x_2}^*) - w_1 t{x_1}^* - w_2 t{x_2}^* = t\pi^* > \pi^*$$

Esto significa que si los beneficios son positivos, en el caso de rendimientos constantes, siempre pueden aumentarse y no están acotados, por lo que no existe un punto de beneficio máximo. Es evidente entonces que para una empresa con rendimientos constantes a escala, la única posición maximizadora del beneficio plausible es aquella en la que el beneficio es cero y si la empresa está operando en un nivel de beneficio cero le será indiferente su nivel de producción . Por tanto, hay varias combinaciones de demandas de insumos que maximizan el beneficio y no es posible encontrar una demanda maximizadora del beneficio ni una oferta de la empresa bien definida[2]. (Varian, 1992:84)

Para el caso de que haya rendimientos crecientes a escala, a cada combinación posible de demanda de factores ${x_{1,2}}^* = f(p, w_{1,2})$ que genere un beneficio positivo será siempre posible encontrar otra combinación ${x_{1,2}}^{**} = t{x_{1,2}}^*$, con $t > 1$, que genere un producto mayor a unos costos unitarios menores y por tanto un beneficio más altos.

[2] Para el caso de una empresa con dos factores de producción, que produce un solo bien y con una tecnología tipo Cobb-Douglas, $y = {x_1}^{\alpha} x_2^{\beta}$, la demanda de insumos que maximizan el beneficio sería para el caso del factor 1 igual a: $x_1 = \left[\left(\frac{\alpha}{w_1}\right)^{1-\beta} \left(\frac{\beta}{w_2}\right)^{\beta} (P)\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$ Donde se puede verificar que si $\alpha + \beta = 1$, es decir si hay rendimientos constantes a escala, la demanda es infinita. Lo que significa que si es posible encontrar una demanda de insumos que maximizan el beneficio, es posible encontrar unas demandas iguales a t veces la anterior que también maximicen el beneficio y sería posible encontrar una t veces esta última que también lo haga y así sucesivamente. Es decir, hay infinitas demandas que maximizan el beneficio.

Así las funciones de demandas de insumos que maximizan el beneficio, y la oferta de la empresa, no estarán tampoco bien definidas. Más específicamente, si hay rendimientos crecientes a escala la oferta de la empresa es infinita. Formalmente esto se puede demostrar como sigue.

Supongamos que existen unas demandas de factores ${x_1}^*(p,w)$ y ${x_2}^*(p,w)$ que maximizan el beneficio tal que:

$$\pi({x_1}^*, {x_2}^*) = \quad p.f({x_1}^*, {x_2}^*) - w_1{x_1}^* - w_2{x_2}^* > 0$$

Si la tecnología presenta rendimientos crecientes se tiene que al multiplicar la función de producción por un t $>$ 1 los rendimientos crecientes implican:

$$f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)$$

Con respecto a la función de beneficios esto se materializa como sigue. Sea:

$$\pi(t{x_1}^*, t{x_2}^*) = \quad p.f(t{x_1}^*, t{x_2}^*) - w_1t{x_1}^* - w_2t{x_2}^*$$

Y sea:

$$t\pi({x_1}^*, {x_2}^*) = \quad p.tf({x_1}^*, {x_2}^*) - w_1t{x_1}^* - w_2t{x_2}^*$$

Recordando que $f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)$ se tendría que $pf(tx_1, tx_2) > tpf(x_1, x_2)$ y así: $\pi(t{x_1}^*, t{x_2}^*) > t\pi({x_1}^*, {x_2}^*)$. Además ya que t $>$ 1, $t\pi({x_1}^*, {x_2}^*) > \pi({x_1}^*, {x_2}^*)$ lo que trae como resultado (por transitividad):

$$\pi(t{x_1}^*, t{x_2}^*) > \pi({x_1}^*, {x_2}^*).$$

Es decir, si la tecnología presenta rendimientos crecientes a escala y existe cierta demanda de factores que maximiza el beneficio, siempre es posible encontrar unas demandas de factores t veces la demanda inicial que proporcionan un beneficio mayor y por lo tanto, ni las demandas están bien definidas ni los beneficios están acotados.

Se tiene, entonces, cómo única posibilidad para tener una función de beneficios y unas demandas maximizadoras del beneficio bien definidas, el caso en que se presenten rendimientos decrecientes a escala. Debido a que en el corto plazo algunos factores están fijos lo normal es que la empresa tenga rendimientos decrecientes a escala con respecto a los factores variables y así el proceso de maximización del beneficio y el análisis del empresario en la teoría neoclásica cobra sentido.

3. Beneficio positivo y teorema de Euler

Se trató de mostrar anteriormente que la única posibilidad de encontrar unas demandas maximizadoras del beneficio bien definidas es en el caso donde haya una tecnología con rendimientos decrecientes a escala, aunque es posible ampliar la demostración mediante el teorema de Euler. Veamos.

Supongamos una empresa que produce sólo un bien y utiliza dos factores de producción, en un ambiente de competencia perfecta, es decir que es precio aceptante y/o presenta comportamiento paramétrico respecto a los precios. La empresa tiene como objetivo maximizar la siguiente función de beneficios.

$$\pi(p, w_{1,2}) = \max \quad p.f(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

Definiendo el factor x_1 como algún factor que se denominará capital, es decir $x_1 = K$ y el precio de dicho factor, w_1, como la tasa de interés r .De igual forma el factor x_2 se definirá como el factor trabajo L y su precio w_2 como el salario w. Se tiene así que la función de beneficios, definida como ingresos totales menos costos totales, se puede expresar como:

$$\pi(p, r, w) = \max \quad p.f(K, L) - rK - wL$$

Las condiciones de primer orden (CPO) para encontrar un máximo se encuentran de derivar parcialmente con respecto a cada factor e igualar a cero. Es decir:

$$\partial\pi(p, r, w)/\partial K = 0 \quad \partial\pi(p, r, w)/\partial L = 0$$

Mediante estas condiciones se llega a:

$$pmg_k = r/p \qquad\qquad pmg_L = w/p$$

Definiéndose $pmg_K = \partial F/\partial K$, $pmg_L = \partial F/\partial L$ las productividades marginales del capital y del trabajo respectivamente. Se interpretan a r/p como el pago real al capital y w/p como el salario real del trabajo[3]. La segunda condición para la maximización de beneficio es que la matriz hessiana de segundas derivadas parciales de la función de producción sea

[3] Los factores sólo se pagan por su productividad si se supone competencia perfecta y una economía que está cerca del pleno empleo y/o plena capacidad.

definida negativa para lo cual se supone que sí el conjunto de producción es convexo, al igual que también lo es el conjunto de requerimiento de factores productivos[4], necesariamente se tendrá que la función de producción es cuasi cóncava y por tanto, se cumplen las condiciones de segundo orden.

Es necesario, entonces, indagar por las consecuencias que traen las condiciones primer orden en términos de la maximización beneficio. Anteriormente se evidenció que para llevar a cabo el proceso de maximización del beneficio y encontrar una demanda de factores, y una oferta de producto, era necesaria una tecnología con rendimientos decrecientes a escala. Sin embargo, las condiciones de primer orden de maximización del beneficio son independientes del tipo de tecnología que presente la empresa y dichas condiciones son un caso especial de la igualdad necesaria para un óptimo de cualquier actividad a_i, que exige que el ingreso marginal de dicha actividad ($Img(a_i)$) sea igual a su costo marginal ($Cmg(a_i)$). Es decir, $Img(a_i) = Cmg(a_i)$

El problema que surge en el proceso de maximización del beneficio, es que de cumplirse las condiciones de primer orden, las cuales son independientes del tipo de tecnología, hay varias implicaciones en el beneficio. Es decir, de presentarse las condiciones de primer orden y una tecnología con rendimientos constantes a escala es posible demostrar que el beneficio será nulo mientras que para el caso de rendimientos crecientes a escala el beneficio será negativo. Para demostrar esto es necesario hacer uso de la forma general del teorema de Euler y ayudarse de él para evidenciar más claramente que la única posibilidad para que el beneficio sea positivo, y estén presente la condición de primer orden de optimización, es que los rendimientos sean decrecientes.

Es decir, los rendimientos constantes y crecientes a escala no sólo no permiten encontrar funciones de demanda de factores y una oferta bien definida, sino que además son inconsistentes con las condiciones de primer orden de maximización del beneficio debido a que generan un beneficio nulo o negativo. Veamos.

Teorema de Euler

[4] El conjunto de requerimiento de factores productivos, $V(Y)$ es el conjunto que incluye todas las combinaciones de factores que permiten producir cómo mínimo y unidades de producto. Es decir, es un subconjunto del conjunto de producción. En términos gráficos es el conjunto contorno superior de la isocuanta. Si el conjunto de producción es convexo, también lo es $V(Y)$ pero la inversa no es cierta.

Aclaremos algunos conceptos iniciales con base en Lozano (2009). Por definición una función $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es homogénea de grado r si $f(tx) = t^r f(x)$ para todo $t > 0$.

Definiendo $f(\cdot)$ como una función de producción y se postula lo siguiente en relación a ella:

a) La función $f(\cdot)$ exhibe rendimientos crecientes a escala si $f(tx) > tf(x)$ para todo $t > 1$ y $f(tx) < tf(x)$ para todo $t \epsilon (0,1)$.

b) La función $f(\cdot)$ exhibe rendimientos decrecientes a escala si: $f(tx) < tf(x)$ para todo $t > 1$ y $f(tx) > tf(x)$ para todo $t \epsilon (0,1)$.

c) La función $f(\cdot)$ exhibe rendimientos constantes a escala si: $f(tx) = tf(x)$ para todo $t \geq 0$.

Es decir, si la función es homogénea de grado mayor a uno, entonces $r > 1$ y $t > 1$. Entonces $f(tx) = t^r f(x)$ implica que $f(tx) > tf(x)$ y así una función de producción con un grado mayor a uno implica que tiene rendimientos crecientes a escala. De igual forma se llega a que si la función es de grado menor a uno tiene rendimientos decrecientes a escala y si es de grado uno exhibe rendimientos constantes a escala (Lozano, 2009).

Teniendo en cuenta esto, veamos cómo dependiendo del grado de homogeneidad que tenga la función o los rendimientos a escala que exhiba, el teorema de Euler tiene aplicaciones importantes en términos económicos. Para el caso que nos ocupa, el teorema de Euler se puede utilizar de la siguiente manera.

Sea:

$$Y = f(K, L) \qquad [1]$$

Una función de producción en función de dos factores, que llamaremos capital y trabajo respectivamente, continua y diferenciable. El teorema de Euler asegura que dicha función se puede expresar en forma general como sigue:

$$f(K, L) > K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L} \qquad [2]$$

$$f(K, L) < K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L} \qquad [3]$$

$$f(K,L) = K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L} \qquad [4]$$

Según sea la función:

$$tf(K,L) > f(tK,tL) \qquad [5]$$

$$tf(K,L) < f(tK,tL) \qquad [6]$$

$$tf(K,L) = f(tK,tL) \qquad [7]$$

Donde t > 1 en cada caso.

Es decir, por una parte en términos económicos los rendimientos de la función de producción permiten expresar la función en diversas formas. Por otra, en términos matemáticos, el grado de homogeneidad de la función es lo importante. Veamos el caso de la función Cobb-Douglas, una de la más utilizadas en el análisis económico, y contextualicemos en forma más clara lo que implica el teorema de Euler.

Sea la función Cobb-Douglas para el caso de dos factores definida como:

$$Y = f(K,L) = K^{\alpha}L^{\beta} \qquad [8]$$

Dependiendo entonces de los rendimientos a escala de la función[5], el teorema de Euler asegura que para el caso de rendimientos crecientes se tiene que:

$$f(K,L) < K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L} \qquad [9]$$

Lo cual es cierto ya que:

$$f(K,L) < K\frac{\alpha K^{\alpha}L^{\beta}}{K} + L\frac{\beta K^{\alpha}L^{\beta}}{L} \qquad [10]$$

$$f(K,L) < \alpha K^{\alpha}L^{\beta} + \beta K^{\alpha}L^{\beta} \qquad [11]$$

---

[5] Para hallar los rendimientos (a escala) de la función que tenemos se procede como sigue:

$f(tK,tL) = (tK)^{\alpha}(tL)^{\beta} = t^{\alpha+\beta}f(K,L)$ Siendo t una constate mayor a uno. Si $t^{\alpha+\beta}f(K,L)$ es mayor, menor o igual a $tf(K,L)$ la función de producción presenta rendimientos crecientes, decrecientes o constantes a escala. Si se presentan, por ejemplo, rendimientos crecientes deberá presentarse que:

$t^{\alpha+\beta}f(K,L) > tf(K,L)$ sí y sólo sí $(\alpha+\beta) > 1$. Es decir, al incrementar cada factor en una proporción t, la producción crece más que t veces la producción inicial.

$f(K,L) < (\alpha+\beta)K^{\alpha}L^{\beta}$ [12]

$f(K,L) < (\alpha+\beta)f(K,L)$ [13]

$Y < (\alpha+\beta)Y$ [14]

Condición ésta última que se cumplirá sólo en el caso de que $(\alpha+\beta) > 1$, lo cual sucede si hay rendimientos crecientes a escala, que era el punto de partida.

Para el caso de rendimientos decrecientes, el caso es:

$t^{\alpha+\beta}f(K,L) < tf(K,L)$ [12]

$t^{\alpha+\beta}Y < tY$, lo cual se cumple si $(\alpha+\beta) < 1$ [13]

El teorema de Euler asegura que:

$f(K,L) > K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L}$ [14]

Lo cual es cierto porque:

$f(K,L) > K\frac{\alpha K^{\alpha}L^{\beta}}{K} + L\frac{\beta K^{\alpha}L^{\beta}}{L}$ [15]

$f(K,L) > (\alpha+\beta)K^{\alpha}L^{\beta}$ [16]

$f(K,L) > (\alpha+\beta)f(K,L)$ [17]

$Y > (\alpha+\beta)Y$ [18]

Condición ésta última que se cumplirá sólo en el caso de que $(\alpha+\beta) < 1$. Esto sucede si hay rendimientos decrecientes, que es de donde se partió.

Finalmente, para el caso de rendimientos constantes, que es el caso de

$t^{\alpha+\beta}f(K,L) = tf(K,L)$ [19]

$t^{\alpha+\beta}Y = tY$, valido sólo si $(\alpha+\beta) = 1$. [20]

El teorema de Euler asegura que:

$f(K,L) = K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L}$ [21]

Lo cual es cierto ya que:

$$f(K,L) = K\frac{\alpha K^{\alpha}L^{\beta}}{K} + L\frac{\beta K^{\alpha}L^{\beta}}{L} \qquad [22]$$

$$f(K,L) = (\alpha + \beta)K^{\alpha}L^{\beta} \qquad [23]$$

$$f(K,L) = (\alpha + \beta)f(K,L) \qquad [24]$$

$$Y = (\alpha + \beta)Y \qquad [25]$$

Condición ésta última que se cumplirá sólo en el caso de que $(\alpha + \beta) = 1$. Esto sucede si hay rendimientos decrecientes, que es de donde se parte.

Teniendo en cuenta la forma general del teorema de Euler, veamos las consecuencias que trae en el marco de las condiciones de primer orden de maximización del beneficio en materia de distribución. Esto es, si se sigue la regla: $pmg_k = r/p,\ pmg_L = w/p$ para el caso de dos factores de producción.

Si a cada factor se le remunera deacuerdo a su contribución al producto o a su productividad marginal y se presenta el caso de rendimientos crecientes, decrecientes o constantes, todos a escala, se tienen unos beneficios negativos, positivos o cero. Veamos:

Rendimientos crecientes a escala

Según se vio anteriormente, si la función de producción presente rendimientos crecientes se puede expresar como:

$$f(K,L) < K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L} \qquad [26]$$

Siendo $pmg_K = \partial F/\partial K$, $pmg_L = \partial F/\partial L$ se tiene:

$$f(K,L) < Kpmg_K + Lpmg_L \qquad [27]$$

Y empleando las condiciones de primer orden: $pmg_k = r/p,\ pmg_L = w/p$

$$f(K,L) < K\,(r/p) + L\,(w/p) \qquad [28]$$

$$Y < K\,(r/p) + L\,(w/p) \qquad [29]$$

$$pY < rK\ + wL \qquad [30]$$

Es decir, si se presentan rendimientos crecientes el ingreso total, que es el precio por la cantidad producida, es menor a los costos totales. Es decir, el beneficio es negativo. Esta situación se debe a que cuando hay rendimientos crecientes los costos medios son decrecientes y por tanto, los costos marginales se encuentran por debajo de aquellos[6] y dadas las condiciones de primer orden para maximizar beneficio en competencia perfecta, donde el precio es igual al costo marginal, se tendría pérdidas ya que el precio es menor que los costos medios.

A su vez, la situación anterior es una barrera de entrada a las empresas que quieren ingresar al mercado, por lo que se puede decir que los rendimientos crecientes a escala caen fuera de los supuestos de competencia perfecta, y son sinónimo de un monopolio natural, ya que es necesaria la intervención de un agente externo que fije un precio por encima del costo marginal.

Rendimientos decrecientes a escala

Mediante un procedimiento igual se llega a lo siguiente:

$$f(K,L) > K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L} \qquad [31]$$

$$Y > K\,(r/p) + L\,(w/p) \qquad [32]$$

$$pY > rK\ + wL. \qquad [33]$$

Es decir, en términos económicos se puede decir que el beneficio es positivo.

Rendimientos constantes a escala

Por último, en el caso de rendimientos constantes se tendría lo siguiente:

$$f(K,L) = K\frac{\partial f}{\partial K} + L\frac{\partial f}{\partial L} \qquad [34]$$

---

[6] Si los costos medios fueran crecientes sería a la inversa. Es decir, los costos marginales serían mayores a los costos medios.

$Y = K\ (r/p) + L\ (w/p)$ [35]

$pY = rK\ + wL.$ [36]

Es decir, el beneficio sería cero.

Es en torno a los rendimientos (a escala) constantes que ha existido más debate alrededor de las implicaciones que tiene en materia de distribución, ya que se puede demostrar que en el caso de rendimientos constantes, el producto se agota y no hay espacios para el beneficio, ó es cero como se acaba de evidenciar. El concepto de agotamiento del producto debe ser explicado más detalladamente ya que a menudo se presta para confusiones.

Como se vio antes, en el caso de rendimientos constantes la función de producción Cobb Douglas se puede expresar así:

$Y = (\alpha + \beta)Y$ [37]

$Y = \alpha Y + \beta Y$, siendo $\alpha + \beta = 1$ [38]

La renta que le corresponde a cada factor se define como:

Renta del capital = $pmg_k.K$ [39]

Es decir, la cantidad de capital que se utilizo multiplicada por su contribución a la producción. Esta renta también se puede expresar, en el caso de una función Cobb Douglas, de la siguiente manera:

$pmg_k.K = \frac{\alpha K^{\alpha} L^{\beta}}{K} K = \alpha K^{\alpha} L^{\beta} = \alpha f(K,L) = \alpha Y$. [40]

Siendo α la fracción de la renta o el producto que se queda el capital.

De otro lado, la renta que le corresponde al factor trabajo se define como:

Renta del trabajo = $pmg_L.L$ [41]

Es decir, la cantidad de trabajo que se utilizo multiplicado por su contribución a la producción. Esta renta también se puede expresar de la siguiente manera:

$pmg_L.L = \frac{\beta K^{\alpha} L^{\beta}}{L} L = \beta K^{\alpha} L^{\beta} = \beta f(K,L) = \beta Y$ [42]

Siendo β la fracción de la renta o el producto que se queda el trabajo

Es decir, cuando se presentan rendimientos constantes se dice que el producto se agota en pagar la parte de la renta que le corresponde al trabajo y al capital respectivamente o en otros términos, el producto se distribuye entre αY y βY. [7]

Se ha demostrado entonces la necesidad de que la tecnología presente rendimientos decrecientes a escala para que primero pueda estar bien definida la función de beneficios y las demandas de factores, y segundo para que pueda surgir un beneficio positivo que es la situación que más se corresponde con la realidad de una economía capitalista donde la ganancia es el motor que la jalona.

Hasta acá, se puede decir que no hay relativamente nada nuevo en el documento salvo especificar la necesidad que tiene el análisis del empresario desde el punto de vista neoclásico o marginalista de trabajar con rendimientos decrecientes a escala. El siguiente paso es tratar de darle contenido al beneficio positivo que implica dicha tecnología en materia de distribución, lo cual es lo que muchas veces se deja en silencio.

4. Rendimientos a escala y el problema de la distribución

Los teóricos marginalistas que desarrollaron la teoría de la productividad marginal, como J.B. Clark en Estados Unidos, Wicksteed en Inglaterra, Walras en Suiza y Francia, Wicksell en Suecia y Barone en Italia, pretendieron mostrar los avances a los que habían llegado como una refutación total a los problemas de la distribución del producto, evidenciados en las crítica de Marx por ejemplo. No obstante, después de la crítica de Sraffa (1975) no existe hoy un relativo consenso ya que la obra de este último revivió la debilidad de tener una teoría del capital independientemente de la distribución del producto.

[7] Cuando se introduce la tecnología en la función de producción Cobb-Douglass (ya sea de modo neutral, en el sentido de Hicks, aumentadora de trabajo -neutral en el sentido de Harrod- o aumentadora de capital) en presencia de rendimientos constantes hay un problema mayor pues el producto se agota en pagar los dos factores de producción y la tecnología se queda sin recursos para financiarse.
Es decir, se debe suponer que el progreso tecnológico es exógeno. Además, ya que la variable de cambio técnico (A_t) en los modelos de crecimiento (exógenos) debe crecer exógenamente al emplearse funciones homogéneas de primer grado o de rendimientos constantes, el resultado no puede ser otro que tanto el producto, el capital y el trabajo crezcan a una misma tasa. Esta es precisamente la consecuencia de imponer condiciones de primer grado en los modelos de crecimiento.

Con respecto a Clark es necesario ampliar las referencias. Dicho autor, por un lado, trata de poner sus desarrollos teóricos como una crítica a los economistas clásicos ingleses a pesar de las serias similitudes que tiene la teoría de la productividad marginal de Clark con respecto a la teoría clásica. Comentarios del autor dan muestra de ello:

‘‘La ley de la renta [ricardiana] se ha convertido en un obstáculo para el progreso científico: ha retardado el logro de una verdadera teoría de la distribución. Y sin, embargo, por sí misma es capaz de suministrar tal teoría. El principio que gobierna el ingreso derivado de la tierra en realidad gobierna los ingresos derivados del capital y del trabajo… (...). Estos ingresos son ‘ganancias diferenciales’, y son determinados en magnitud por la formula ricardiana’’ (Clark citado por Cuevas, 2007).

De otra parte, Clark mostraba una ingenua ética alrededor del concepto de las productividades marginales. Afirmaba que: *‘‘...cuando las leyes naturales entran en juego, la participación de la renta que corresponde a cualquier función productiva se mide por su producto efectivo. En otras palabras, la libre competencia tiende a dar al trabajo lo que el trabajo crea’’* (J.B. Clark citado por Jones 1997,36).

En la misma obra, afirmaba también que: ‘‘*lo que obtiene una clase social es, bajo la ley natural, lo que ella contribuye al producto general de la industria*’’ (J.B. Clark citado por Joan Robinson 1973, 321).

Es decir, los comentarios de Clark apuntaban a dar por resuelto el problema de la distribución. En su obra *filosofía de la riqueza* llegó a la conclusión de que: *‘‘el período de la diversidad irreconciliable, en torno a los principios fundamentales de la ciencia*[8] *parece cosa del pasado, y puede afirmarse que hemos llegado a una era de relativa unanimidad’’* (J.B. Clark, citado por Jones 1997,37).

Sin embargo, a pesar de las lagunas que hay no solo en los desarrollos de los conceptos marginales del lado del consumidor y productor en las distintas obras de Clark como *Distribution of Wealth (1899) y The essentials of economic theory (1907)* y que Veblen (2005) con su sagaz crítica trató de evidenciar, se puede demostrar que el beneficio positivo

---

[8] Debería decir de ‘‘la ciencia de los economistas ingleses’’ encabezados por Smith y Ricardo y que ahora dirigían los marginalistas.

en el análisis marginalista de competencia perfecta se debe precisamente a que la *ley natural no da a cada clase social lo que corresponde.*

Es decir, a pesar de que los marginalistas se encargaron de revelar cuando maximizaba beneficio el empresario también trataron de puntualizar la idea, en especial Clark, de que cada clase social era recompensada según su contribución al producto siendo ésto ante todo una asignación eficiente, carente de juicios de valor y que solucionaba el problema de la distribución. Sin embargo esto no es necesariamente cierto.

Antes de mostrar el surgimiento del beneficio en una economía de competencia perfecta, hay que dar cuenta de todo el debate que surgió en torno a los postulados de los marginalistas. En concreto, para finales del siglo XIX se suponía que los rendimientos constantes a escala eran la regla del mercado pero tiempo después se demostró mediante el teorema de Euler, al igual que se hizo en este documento, que en un mercado donde reinen dichos rendimientos y cada factor sea remunerado en relación a su productividad no existen beneficios. Es decir, se agota el producto (Landreth & Colander, 2002:242).

Fue en este momento donde surgió el debate en torno a qué generaba el beneficio en un mercado de competencia perfecta y rendimientos constantes. Wicksteed postuló que se modelara el empresario como un factor de producción y que la productividad de dicho factor era en cierta forma el beneficio, sin embargo había muchas ambigüedades en torno a esta solución que fue atacada posteriormente por Edgeworth. En el debate participan luego Walras y Pareto refutando el supuesto de rendimientos constantes como norma en el mercado mientras que, por otro lado, Wicksell aseguraba que un beneficio cero debía ser considerado como natural en un mercado de competencia perfecta (Robinson, 1973).

Después de esto, no fue posible demostrar coherentemente cómo surge el beneficio en un mercado de competencia perfecta y el debate, más tarde, fue a converger en torno al papel del empresario con Schumpeter a la cabeza haciendo todo un análisis dinámico del sistema capitalista y el papel de la innovación, siendo el beneficio consecuencia de esta, además de definir la actividad empresarial como la introducción y el desarrollo de la innovación[9]. En

[9] Hay que decir también brevemente, que en el debate de rendimientos constantes con un producto que se agotaba, surgió también todo un debate en torno, no sólo a la elaboración de una teoría de la beneficio, sino del interés. En el debate participaron Clark, Marshall, Shumpeter, Knight, Böhm-Bawerk y Fischer. Por el

términos generales, las conclusiones en torno al beneficio fueron que no se podían explicar en un mundo de competencia perfecta y en equilibrio estático (Schumpeter, 1957).

Tenemos entonces de que a pesar de que el debate terminó, luego de varios años de disputa, en que en un mercado de competencia perfecta con rendimientos constantes el beneficio cero era la regla, aún hoy existen otras explicaciones más refinadas y menos demostrables. Por ejemplo, se ha justificado comúnmente que la interpretación de un beneficio positivo debe hacerse en torno a la definición económica del costo de oportunidad, y se afirma que un beneficio cero equivale a que la empresa está en una situación en el que su costo de oportunidad es el menor posible o que está obteniendo los beneficios del sector. Es decir, si las ganancias del sector son el 20% y estas se están obteniendo, se puede decir que hay un beneficio cero en términos económicos[10] ya que el costo de oportunidad es el mismo del sector.

Otras explicaciones aseguran que aunque se están obteniendo ganancias, debido a que se está en una economía de competencia perfecta donde existen infinitas empresas, dichas ganancias comparadas con el agregado son desdeñables o casi cero y que esto explica el hecho de que el beneficio es (matemáticamente) cero. Friedman, en un pie de página de su famoso artículo sobre la metodología de la economía, afirma que los beneficios son un resultado de la incertidumbre y no pueden ser deliberadamente maximizados con anticipación. Más bien lo que buscan las empresas es maximizar los rendimientos esperados, que son la diferencia entre los resultados reales y los esperados (Friedman, 1935). Esta diferencia entre lo que se espera una empresa y lo que realmente (efectivamente) sucede son un tipo de beneficios que se explican por la incertidumbre. [11]

Después de varios debates, parece ser que la solución de Samuelson ha sido bien recibida por los que aceptan los rendimientos constantes o el beneficio nulo como regla. Este autor propone:

---

lado de la teoría de la tasa de interés los avances sí que fueron notables, en especial por los aportes de Fisher que concluyeron en la posterior teoría de la preferencia por la liquidez de Keynes.

[10] Aunque contablemente se estén obteniendo ganancias

[11] Según apunta Knight (1947) en toda su gran obra, en un mercado de competencia perfecta no existe tampoco el riesgo y es precisamente esto lo que imposibilita que surja el beneficio.

‘‘distinguir dos etapas en el comportamiento de las empresas que operan en condiciones de competencia perfecta. Se supone que en la primera etapa, estas hacen sus ofertas a precios dados y sus beneficios pueden ser positivos pero provisionales porque esta situación atrae nuevas empresas que hace que los beneficios se anulen. En la segunda etapa hay un beneficio tan pequeño que nadie desea entrar al mercado’’ (Samuelson citado por Pignol 1998, 47).

El problema, como afirma Pignol (1998) es resolver qué significa un beneficio pequeño en competencia perfecta con empresas también atomísticas. Todo parece indicar que a pesar de los aportes de varios autores, el problema del equilibrio competitivo donde haya rendimientos constantes y un beneficio nulo aún no se resuelve, siendo más coherente una explicación que no tome en cuenta ni los rendimientos crecientes y constantes sino más bien los rendimientos decrecientes y trate de darle contenido a los beneficios positivos que implican.

Se tiene así, que la causa del beneficio nulo que implican los rendimientos constantes a escala generó debate pero no llegó a una conclusión fuerte, y que además el caso de los rendimientos decrecientes a escala, que sí implican beneficio positivo, no han estado en el centro de debate.

Es necesario entonces tratar evidenciar cómo surge el beneficio positivo (que implican los rendimientos decrecientes a escala) en una economía de competencia perfecta donde se cumplan las condiciones de primer orden de maximización del beneficio y mostrar que el motivo de su ausencia en debate se debe a que en torno a su explicación se pueden generar fuertes juicios de valor.

5. El beneficio positivo en la economía neoclásica

Inicialmente se debe recordar que hay una necesidad en la economía neoclásica de trabajar con rendimientos que tiendan a ser decrecientes a escala o que prevalezcan tiempo después de pasar con rendimientos crecientes y constantes, no sólo para que el beneficio sea positivo sino también porque que estos son la causa de costos crecientes para la empresa y por lo tanto, los responsables de una curva de oferta con pendiente positiva que fundamentan no sólo la micro sino también la macroeconómica.

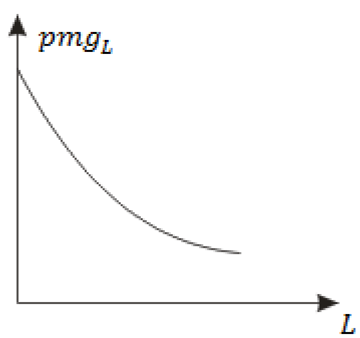
Además de ser necesarios rendimientos decrecientes a escala, la economía neoclásica también trabaja con rendimientos decrecientes a nivel de cada factor de producción explicados por la misma ley, enunciada desde antes que los marginalistas por Ricardo, quien afirmaba que manteniendo un factor constante, por ejemplo la tierra, y aplicando más unidades del otro factor, por ejemplo el trabajo, el producto de los dos factores tiende a crecer pero cada vez menos. Es decir, estamos en términos microeconómicos, en un mundo donde las productividades marginales de cada factor son decrecientes. En términos matemáticos:

$$\frac{\partial F}{\partial K} = pmg_K > 0 \qquad \frac{\partial pmg_L}{\partial K} < 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = pmg_L > 0 \qquad \frac{\partial pmg_L}{\partial L} < 0$$

En términos gráficos, para el caso del factor trabajo la productividad marginal decreciente se puede representar como:

Gráfico 1.

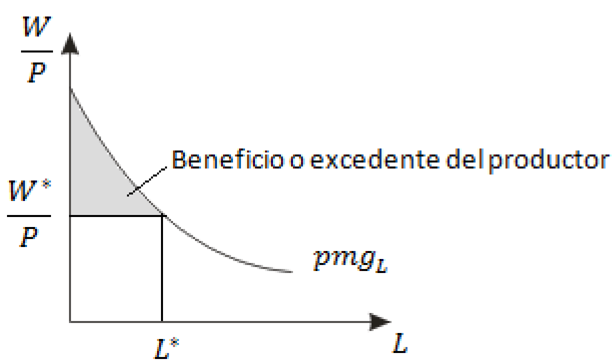


Ya que se está también en competencia perfecta, existen numerosas empresas que toman el precio del producto, P, como dado por el mercado al igual que el pago al factor trabajo o salario, W y el pago al capital denominado interés r. Con estos precios tomados como dados es que se puede decir que la empresa contrata factores hasta el punto donde la productividad marginal de cada insumo sea igual a su pago real, o sea $pmg_k = r/p$ y $pmg_L = w/p$. O en otros términos, hasta que el valor a precios de mercado de lo que produce cada insumo sea igual a su pago ($P.pmg_k = r$ y $P.pmg_L = w$).

Hay que aclarar, antes de pasar a las implicaciones, que el hecho de que se presenten productividades marginales decrecientes sólo se admite para un factor de producción ya que la misma economía neoclásica para conservar coherencia en su construcción macroeconómica de la oferta y la demanda a nivel agregado supone normalmente que en el corto plazo el único factor variable es el trabajo ya que el stock de capital –maquinas por ejemplo—se considera como constante o sin posibilidad de aumentarse en un período corto.

Ahora, las implicaciones que trae el supuesto de productividad marginal decreciente (del trabajo), son varias. En concreto, las llamadas condiciones de primer orden se puede decir que afirman indirectamente el hecho de que el beneficio surge debido a que *es sólo a la última unidad contratada* del factor a la que se le paga su rendimiento y ya que se presentan rendimientos decrecientes, se puede decir que en las anteriores unidades, para el caso del factor trabajo (único factor variable), ocurre que: $pmg_L > w/p$ (también igual a $p * pmg_L > w$). Es decir, el beneficio surge porque las unidades anteriores a la última rinden más a su pago. Gráficamente para un salario W* y un precio P establecido por el mercado se puede mostrar lo anterior como:

Gráfico 2.



Se tiene, entonces, que para llevar a cabo el proceso de maximización del beneficio (en competencia perfecta) son necesarios rendimientos decrecientes a escala. Además dicha tecnología implica un beneficio positivo como se evidencia con el teorema de Euler. Finalmente, el beneficio positivo se explica por las productividades marginales decrecientes del único factor variable, es decir el trabajo, y la existencia de un salario tomado como dato que hace que unidades anteriores a la última tengan un rendimiento superior a su costo.

Hay que agregar que posiblemente el hecho de que el factor fijo sea el capital lo convierte en un factor escaso y puede, por tanto, recibir rentas el propietario de aquel.

El resultado es que el llamado problema de la distribución no fue resuelto a pesar de los comentarios que hace Clark en torno a los conceptos de productividad marginal que el ayudo a crear. Para cólera de Clark, los beneficios sólo son explicables, en la misma lógica neoclásica, por la presencia de rendimientos decrecientes a escala con los cuales se pueden realizar juicios de valor ya que exhiben el hecho de que el único factor variable, el trabajo, no se le paga realmente el rendimiento o su contribución a la producción y que dicha parte del producto es la que se apropia, por descarte, quien dirige la producción[12]. Es decir, el análisis en términos de juicios de valor en torno a los pagos que reciben las clases que intervienen en la producción todavía no está resuelto.

6. Comentario final

Los requerimientos necesarios para realizar la maximización del beneficio, que la economía neoclásica supone como regla paramétrica del empresario, imponen la necesidad de una tecnología con rendimientos decrecientes a escala.

La necesidad de una tecnología con dicho supuesto, hace posible encontrar unas demandas óptimas de factores y unas asignaciones de ellos para producir de manera eficiente. Sin embargo, además de ser eficientes las asignaciones resultantes son susceptibles de realizárseles juicios de valor para tener una explicación coherente al beneficio positivo que surge de ellas.

El beneficio positivo se explica porque el rendimiento del único factor variable es superior a su costo, en torno a lo cual se pueden hacer toda una serie de críticas y plantear

[12] Keynes en su teoría general aceptó el hecho de que las ganancias pueden surgir debido a esa explicación. *''de n hombres empleados, el enésimo añade un quintal diario a la cosecha y los salarios tienen un poder adquisitivo de un quintal diario. El enésimo-más-un hombre, sin embargo, añadiría solamente 0.9 de quintal por día y el empleo ni puede, por tanto, aumentar a n+1 hombres, a menos que el precio del grano suba con relación a los salarios hasta que los que se pagan diariamente tengan un poder adquisitivo de 0.9 de quintal. El total de los salarios montaría entonces a 9/10 (n+1) quintales, en comparación con n quintales a que se llegaba previamente. De este modo, el empleo de un hombre más, en caso de efectuarse, supondrá necesariamente una transferencia de ingresos de los que antes estaban empleados a los empresarios''.*

posiciones sobre las revelaciones que ello implica. Por ejemplo, se puede decir que la crítica de Marx alrededor del concepto de plusvalía encuentra sustento teórico, paradójicamente, en el análisis neoclásico.

El beneficio positivo en la economía neoclásica, como se trato de evidenciar en este documento, sí es susceptible de juicios de valor y posiblemente esta paradoja se deba al hecho de que la medición de lo que la economía neoclásica llama 'capital' presente serías inconsistencias. Es decir, la crítica de Sraffa (1975) de que una teoría del capital no debe definirse independientemente de una teoría de la distribución cobra sentido.

Sería deseable que se retomara el debate en torno al problema de la distribución del producto para avanzar en explicaciones alternativas del surgimiento de la ganancia en una economía capitalista, para lo cual de ser necesario, se debe abandonar los paradigmas neoclásicos de competencia perfecta para analizar las firmas (Cuevas, 2008). Es posible que explicaciones que tomen en cuenta el poder de mercado y que modelen al empresario como un agente activo en el mercado, que busca consolidar posiciones, brinde explicaciones más claras sobre la existencia del beneficio positivo y que dicha conducta del empresario no tenga que ver mucho con los análisis marginales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cuevas, Homero. 2008. *La empresa y los empresarios en la teoría económica*. Bogotá: Editorial Universidad Externado de Colombia.

Cuevas, Homero. 2007. *Teorías económicas de mercado*. Bogotá: Editorial Universidad Externado de Colombia.

Friedman, Milton. 1935. *´´Essays in Positive Economics´´*, Disponible en *Microeconomía* de Breit, William y Hochman Harold. Madrid: Nueva editorial interamericana, Págs. 16-35.

Jones, Hywel. 1997. *Introducción a las teorías modernas del crecimiento económico*. Barcelona, España: Antoni Bosch, Segunda edición.

Keynes, J.M. 1936. *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. México: Fondo de cultura económica.

Knight, Frank (1947). *Riesgo, incertidumbre y beneficio.* Editorial Aguilar, Madrid.

Landreth, Harry y Colander, David. 2002. *Historia del pensamiento económico.* México: Compañía editorial continental.

Lozano, Francisco. 2009. *´´Un primer curso de teoría microeconómica´´*, working paper. Facultad de ciencias económicas. Universidad Nacional. Bogotá.

Pignol, Claire. 1998. *´´Rendimientos a escala y beneficio nulo en equilibrio competitivo´´*, Cuadernos de economía. Universidad Nacional. No.28. Bogotá. Páginas 43-52.

Ricardo, David. 1817. *Principios de economía política y tributación*. Mexico: Fondo de cultura económica, Edición revisada de Sraffa. 1959.

Robinson, Joan (1973): *´´El teorema de Euler y el problema de la distribución´´,* Disponible en *Microeconomía* de Breit, William y Hochman Harold. Madrid: Nueva editorial interamericana, *Pág.321-330.*

Sraffa, Piero. (1975). Producción de mercancías por medio de mercancías: preludio a una crítica a la teoría económica. España: Librería Oikos, Tercera edición.

Schumpeter, Joseph. 1957. *Teoría del desenvolvimiento económico: una investigación sobre ganancias, capital, crédito, interés y ciclo económico*, Bogotá: Fondo de cultura económica.

Segura, Julio. 1986. *Análisis microeconómico*. Madrid: Editorial alianza.

Sraffa, Piero. 1975. *Producción de mercancías por medio de mercancías: preludio a una crítica de la teoría económica*. Barcelona: Oikos-Tau. Segunda edición

Varian, Hal R. 1992. *Análisis microeconómico*. Barcelona: Antoni Bosch. 3a. edición

Veblen, Thorstein. 2005. *Fundamentos de economía evolutiva.* Ensayos escogidos por Supelano, Alberto, tr. y Hodgson, Geoffrey M. Bogotá: Universidad Externado..