



Munich Personal RePEc Archive

# **Anomalies on the Brazilian Stock Market: a Modification of the Fama and French Model**

Lucena, Pierre and Figueiredo, Antonio Carlos

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Universidade  
Federal de Pernambuco

September 2008

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/38127/>  
MPRA Paper No. 38127, posted 16 Apr 2012 13:18 UTC



Disponível em  
<http://www.anpad.org.br/rac-e>

RAC-Eletrônica, Curitiba, v. 2, n. 3, art. 9,  
p. 509-530, Set./Dez. 2008



## **Anomalias no Mercado de Ações Brasileiro: uma Modificação no Modelo de Fama e French**

### **Anomalies on the Brazilian Stock Market: a Modification of the Fama and French Model**

**Pierre Lucena \***

Doutor em Administração/Finanças pela PUCRio.  
Professor adjunto na UFPE, Recife/PE, Brasil.

**Antonio Carlos Figueiredo Pinto**

Doutor em Economia pela FGV/RJ.  
Professor e coordenador de pesquisa do IAG/PUCRio, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.

\* Endereço: Pierre Lucena

Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Av Prof Moraes Rego, s/n, Cidade Universitária, Recife/PE, 50670-901. E-mail: [pierrelucena@uol.com.br](mailto:pierrelucena@uol.com.br)

---

Copyright © 2008 RAC-Eletrônica. Todos os direitos, inclusive de tradução, são reservados.  
É permitido citar parte de artigos sem autorização prévia desde que seja identificada a fonte.

---

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar e testar uma modificação no tradicional modelo de Multifatores de Fama e French (1996), a partir das necessidades de adaptação para o caso brasileiro. Este modelo leva em consideração duas anomalias que devem ser acrescentadas ao Modelo CAPM, que são o tamanho e o índice *book-to-market*. Aqui fizemos uma aplicação aos resultados apresentados por 205 ações negociadas na BOVESPA, e também realizamos uma modificação no modelo original, a partir da verificação de problemas de pressupostos que necessitariam de correções. Incorporamos então parâmetros dos Modelos ARCH e GARCH. Os resultados encontrados demonstram que os modelos auto-regressivos heterocedásticos podem ser utilizados para a melhoria do modelo original de Fama e French (1996), quando aplicados ao mercado brasileiro. As conclusões do trabalho também indicam que essas modificações no modelo apresentam resultados estatisticamente significativos, na maioria dos casos, corroborando o que foi sugerido pelos testes realizados.

**Palavras-chave:** modelo de Fama e French; mercados emergentes, BOVESPA, modelo ARCH, eficiência de mercado.

## ABSTRACT

The aim of this paper is to present and to test a modification in the traditional Fama and French Multifactor Model (1996), from the necessities of adaptation for the Brazilian case. This model takes into consideration two anomalies, which have to be added to the CAPM Model: size and book-to-market. We made here an application with the results presented for the 205 stocks negotiated on BOVESPA (Brazilian Stock Market), and we also made a modification on the original model from the verification of the problems with the assumptions that need some corrections. Then, we incorporated some parameters of the ARCH and GARCH Models. The results demonstrate that the heteroscedasticity autoregressive models can be used to improve the original Fama and French Model when applied to the Brazilian market. The conclusion of the paper also indicated that the modifications of the model present statistically significant results, in the majority of cases, corroborating what was suggested by the tests.

**Key words:** Fama and French model; emerging markets; BOVESPA; ARCH model; market efficiency.

## INTRODUÇÃO

A hipótese de eficiência de mercado tem sido muito debatida nos meios acadêmicos nas últimas décadas. Particularmente a partir do trabalho apresentado por Fama (1970), em que se define um mercado eficiente como aquele cujos preços refletem de maneira completa a informação disponível, ou ainda aquele que se ajusta rapidamente a uma nova informação. Isto geraria um equilíbrio na relação entre risco e retorno dos ativos, formando a linha de mercado de títulos proposta por Sharpe (1964) no modelo CAPM.

Será realizada neste trabalho uma proposta de modificação no Modelo de Fama e French (1996), com aplicação empírica para o mercado brasileiro de capitais, através de testes na Bolsa de Valores de São Paulo [BOVESPA] em 205 ações negociadas, com dados referentes ao período compreendido entre julho de 1994 e agosto de 2004. Este é provavelmente o teste mais amplo já realizado, em termos de números de empresas no Brasil. Foram utilizadas 20 carteiras, formadas através de análise de *clusters*, agrupando-as através de suas características de tamanho e *book-to-market*, como Fama e French (1996), mas com metodologia diferenciada.

Este trabalho se divide em 4 partes, além da introdução. Na primeira parte, é apresentado o referencial teórico a respeito da ineficiência de mercado e dos diversos estudos que foram realizados, incluindo os testes empíricos feitos anteriormente no Brasil. Na segunda parte, a metodologia dos testes é descrita com as variáveis e amostra trabalhadas. Também são apresentados todos os seis testes de resíduos que foram utilizados: os de autocorrelação de Durbin-Watson e de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange; o teste RESET de especificação de Ramsey; o teste de Jarque-Bera para normalidade dos resíduos, o teste de White para heterocedasticidade e o teste LM de Resíduos ARCH. Nesta parte, serão apresentados também os Modelos ARCH e GARCH. Na parte seguinte, são detalhados os resultados dos testes e as estimações para a modificação do Modelo de Fama e French (1996), com o acréscimo da função de variância condicional, em duas simulações distintas: ARCH (2) e GARCH (1,1), e também uma análise de todos os resultados. Por fim, discorrem-se as conclusões deste trabalho.

## REFERENCIAL TEÓRICO

A previsibilidade de retornos de *portfólios* de ativos é provavelmente o assunto mais discutido na área acadêmica de finanças. Não sem razão, vista a importância na vida de investidores individuais e institucionais. Apesar da relevância do trabalho de Markowitz (1952), pode-se considerar o *Capital Asset Pricing Model* [CAPM], proposto por Sharpe-Lintner, como o arcabouço teórico inicial para este trabalho. Segundo Sharpe (1964), os ativos tendem a se alinhar no longo prazo em uma reta proveniente da seguinte equação:

$$E[R_i] - R_f = \beta_i (E(R_m) - R_f)$$

onde  $E(R_i)$  é o retorno que o investidor espera receber pelo ativo  $i$ ;  $R_f$  é o retorno livre de risco;  $\beta_i$ , o índice de co-movimento do ativo  $i$  com o mercado; e  $E(R_m)$ , o retorno médio do mercado, normalmente medido pelo IBOVESPA para aplicações no caso brasileiro. Essa equação é de uso comum na literatura financeira, mas cabe aqui seu registro, porquanto ela serve de base para modelagens posteriores. A discussão da validade do modelo CAPM dominou os trabalhos acadêmicos nas duas décadas posteriores à sua publicação, e não será objeto de estudo direto neste trabalho, a não ser pelo fato de que podem ser considerados como anomalia os fatores que não compõem o modelo, o que indiretamente remete a ele.

## Eficiência de Mercado

Um dos principais pressupostos do Modelo CAPM e de grande parte das teorias econômicas, a Hipótese de Eficiência de Mercado [HEM] vem gerando grande discussão nos últimos trinta anos. Em poucas palavras, pode-se definir um mercado eficiente como aquele cujos agentes rapidamente assimilam as informações disponíveis, não possibilitando ganhos anormais com os ativos de empresas, provenientes de tal informação (Fama, 1970). Esse conceito vai ao encontro de alguns pré-requisitos necessários para sua plenitude, como a fácil disseminação das informações entre os agentes, a convergência de objetivos de ganhos entre eles e a maximização da simetria de informações.

A disseminação de informação entre os agentes é ponto que vem ganhando forte impulso, devido à melhoria da qualidade das informações disponíveis no mercado financeiro nos últimos anos. A implantação de bancos de dados on-line, como o Bloomberg, Reuters e o CMA, ou ainda dos atualizados diariamente, como o Economática, que está sendo utilizado neste trabalho, vem auxiliando os operadores de bolsa e o público interessado a aumentar a eficiência do mercado. A facilidade do tráfego de informações com a Internet também deve ser ressaltada como benéfico à HEM. Não se espera que as informações disponíveis sejam totalmente simétricas; mas, caso fossem, haveria um mercado totalmente eficiente.

A idéia mais aceita no meio acadêmico é a de que existiriam vários níveis de eficiência de mercado. Parte-se neste caso de um pressuposto comum: de que o mercado tenderia no longo prazo a um determinado equilíbrio, o que o levaria a ter maior eficiência; porém, até chegar a este ponto, existiriam eficiências de diversas formas. Em outras palavras, nenhum mercado é totalmente eficiente nem ineficiente; o seu grau de eficiência seria derivado de vários fatores. Fama (1970) dividiu o mercado em três níveis de eficiência: fraco, semiforte e forte.

Segundo ele, um mercado é eficiente na forma fraca, quando não possibilita ganhos apenas com informações de retornos passados. Na verdade, espera-se que um mercado em razoável formação realmente não possibilite estas estratégias, pois a facilidade de obtenção destes dados já gerou os ganhos possíveis. Quando se fala nesta forma de eficiência, quer-se dizer também que não há possibilidades de modelagem econométrica de uma série de previsão de retornos através de modelos auto-regressivos da família ARIMA de Box e Jenkins. A série temporal de retornos seria dada por um comportamento *white noise*, em que as autocorrelações de ordem  $n$  seriam estatisticamente nulas. As informações sobre dados passados já foram devidamente assimiladas por todos e incorporadas aos preços dos títulos.

Em um mercado eficiente na forma semiforte, não haveria ganho anormal através de privilégio de informações públicas, como os dados referentes a publicações contábeis. Neste caso, além das informações dos preços anteriores, resultados referentes a lucros e receitas também foram incorporados aos títulos. Então, só seriam possíveis estratégias rentáveis de negociação através de informações privadas ou transmitidas por *insiders*, ou por melhorias operacionais da empresa. A maneira mais correta, segundo o próprio Fama (1991), de verificação desta forma de eficiência, são os testes de estudos de eventos.

O mercado eficiente na forma forte significaria a impossibilidade de ganhos com estratégias resultantes de qualquer tipo de informação, seja pública ou privada. Todos os agentes econômicos teriam acesso a elas, e seriam rapidamente incorporadas ao preço das ações das empresas. Neste caso, Fama (1991) acredita que um teste específico, sugerido como “teste para informações privadas”, seja o mais apropriado. Espera-se que nesse mercado os ganhos referentes aos títulos sejam provenientes apenas de ganhos operacionais ou aberturas de novos mercados.

Vários trabalhos no exterior testaram a eficiência do mercado norte-americano. O de maior repercussão, além dos trabalhos de Fama, foi o estudo realizado por DeBondt e Thaler (1985), que analisaram a persistência dos sinais de retornos ao longo do tempo. Chegaram à conclusão de que podem ocorrer ganhos através de estratégias contrárias, já que títulos com rentabilidades inferiores ou

superiores à média tenderiam a reverter estes resultados no longo prazo. Além disso, há indícios de *overreaction* em vários momentos. Esse comportamento irracional seria a leitura incorreta de informações por parte dos agentes econômicos, que estariam precificando equivocadamente os títulos.

Uma das hipóteses mais testadas é a da independência dos preços anteriores na determinação de preços futuros. Para maior precisão, é aquela entre os *logs* dos preços anteriores do título. A essa independência é dado o nome de passeio aleatório, *random walk*. Caso a curva de preços seguisse um *random walk*, a equação seria dada por:

$$\ln P_t = \mu + \ln P_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde  $P_t$  é o preço no período  $t$ ,  $\mu$  é um retorno ou ganho esperado e  $\varepsilon_t$  é o erro aleatório, que teria média zero e distribuição normal, no caso da teoria original.

Em trabalho recente, Torres, Bonomo e Fernandes (2002) rejeitaram a hipótese de *random walk* para a BOVESPA, em sua forma tradicional, citada acima, o que não descarta a possibilidade de estratégias de ganhos anormais e de um mercado ineficiente. A rejeição desta hipótese não necessariamente leva a um mercado ineficiente; mas reforça a idéia de que não há nem a comprovação de uma eficiência na forma fraca. Trabalhos semelhantes a esse, realizados nos Estados Unidos, chegaram a conclusões diversas. O teste de maior repercussão tem sido o realizado por Lo e MacKinlay (1999), que rejeitaram a hipótese de *random walk* para dados semanais do mercado de capitais americano.

## Modelo de Fama e French

As variáveis que são acrescentadas ao CAPM, no que é conhecido como APT, outros conceituaram como anomalias de mercado. Um dos trabalhos mais importantes nesta área foi formulado por Fama e French (1996), quando criaram o modelo de multifatores de explicações às anomalias que influenciam o preço dos ativos no mercado. Os autores partiram da premissa de que muito do que ocorre em relação aos preços dos ativos negociados no mercado tem origem não apenas com o comportamento de mercado, que já é medido pelo CAPM, mas também com duas outras variáveis: o tamanho e o *book-to-market* das empresas.

Fama e French (1996) dividiram as empresas em 5 grupos nestas duas variáveis (tamanho e *book-to-market*), e realizaram o cruzamento das mesmas, formando 25 carteiras de ativos. O modelo de multifatores de Fama e French (1996) foi formalizado como:

$$R_i - R_f = b_i[E(R_m) - R_f] + s_i.SMB + h_i.HML + \varepsilon_i$$

onde  $E(R_m)$  e  $R_f$  são o retorno médio de mercado e de ativo livre de risco, que já são modeladas no CAPM; *SMB* é a variável tamanho, medida pela diferença entre a carteira formada pelas empresas pequenas menos as empresas grandes (*small minus big*); e *HML*, a variável *book-to-market*, formada pela diferença entre as empresas de alto *book-to-market* menos as de baixo (*high minus low*).

Ao rodar o modelo, como foi explicitado acima, Fama e French (1996) dividiram as empresas de acordo com as duas variáveis, em 5 grupos, e realizou o cruzamento, formando 25 carteiras. Também rodou esta regressão para alguns grupos, formados pelas receitas e outras variáveis. O Modelo se mostrou eficaz, quando comparado com o CAPM tradicional, pois aumentou a explicabilidade do modelo de forma razoável, o que por certo já era esperado, pois os fatores se mostraram estatisticamente significantes nos testes iniciais.

O Modelo de Fama e French (1996) leva à conclusão de que existe um sério viés de mercado, e que este reforça a tese de que são possíveis estratégias de retornos excessivos através do estudo da assimetria dos retornos das diversas empresas. Explica de certa forma a ineficiência de alguns mercados; ainda mais, se for levado em consideração que os autores realizaram testes para um mercado de capitais mais desenvolvido, que é o norte-americano.

Fama e French (1996) concluíram que o modelo de multifatores é conveniente e que deve ser utilizado por três razões principais: apenas o APT simples (por exemplo, colocando apenas as variáveis tamanho), não explica adequadamente o comportamento dos títulos do mercado; é necessário capturar a diferença entre as empresas grandes e pequenas; as variações dos retornos entre as empresas de *book-to-market* alto e baixo são muito elevadas para serem explicadas apenas pela média do mercado, isto é, o comportamento é claramente irracional, ou não explicado pelo modelo; e que alguns problemas estatísticos podem ser atribuídos quando o CAPM puro é utilizado, pois podem apresentar diversos erros, causando o que é conhecido como regressão espúria. Normalmente são erros relacionados aos resíduos, e que serão trabalhados em detalhes adiante.

## Estudos Empíricos no Brasil

Diversos estudos vêm sendo realizados no Brasil com o objetivo de mensurar e identificar fatores que são responsáveis por resultados anormais no mercado de capitais. A maioria deles é testes com base no APT tradicional, tentando captar variáveis importantes na determinação do retorno de carteiras. Outros trabalham com estudos de eventos específicos, e a influência de decisões no preço das ações das empresas.

Desde a década de 70, a hipótese de eficiência de mercados vem sendo estudada no Brasil. Brito (1978) não encontrou resultados que comprovassem a hipótese de eficiência de mercado, mesmo na sua forma fraca, quando estão sob condição de inflação. Resultados diferentes foram encontrados, porém em períodos de tempo distintos, por Menezes (1981), que viu indícios de assimilação rápida de informações de retornos passados, comprovando a eficiência de mercado na forma fraca. Brito (1985) viu ganhos de eficiência no período de 1983 e 1984 no mercado brasileiro, utilizando testes de correlação serial.

Algumas anomalias de mercado foram estudadas durante os últimos anos, como as de efeito tamanho e efeito calendário. Lemgruber, Becker e Chaves (1988) observaram a existência do efeito fim de semana, quando estudaram os retornos diários de ações entre agosto de 1983 e de 1987. Bonomo e Agnol (2003) sugeriram que há um efeito tamanho no retorno das ações, quando trabalham com carteiras hipotéticas na BOVESPA. Este trabalho vai na mesma linha proposta por Fama e French (1996), quando os ativos foram agrupados segundo o tamanho da empresa e o seu *book-to-market*. Costa e Neves (2000) também estudaram o impacto de algumas variáveis fundamentalistas nos retornos das ações, e chegaram a conclusões semelhantes em relação ao tamanho das empresas e às variáveis índice preço/lucro e valor patrimonial da ação/preço.

Outros eventos específicos foram estudados, como o efeito das decisões de investimento sobre o preço das ações (Procianoy & Antunes, 2001), ou o anúncio do lançamento público de ações (Leal & Amaral, 1990). Nos dois casos específicos, foram comprovados efeitos de *overreaction* em função destes dois diferentes anúncios, o que reforça a hipótese de que não há um mercado eficiente no Brasil, como proposto por Fama (1970). Costa (2000) realizou um estudo semelhante ao de DeBondt e Thaler (1985) para o mercado brasileiro, entre 1970 e 1989, encontrando indícios de *overreaction*, mas de maneira homogênea em relação às carteiras perdedoras e ganhadoras, ao contrário do mercado americano, que apresenta resultados assimétricos para as duas carteiras. No estudo de Costa (2000), as carteiras não apresentam diferenças significativas.

A maioria dos trabalhos nos últimos anos, porém, visa testar a hipótese de *random walk* no mercado de capitais brasileiro. Enquanto Leal e Amaral (1990) e Ceretta (2001) não rejeitam a hipótese de *random walk* para o preço das ações no Brasil, Torres *et al.* (2002) encontraram indícios mais robustos de pouca eficiência e de alguma correlação serial entre os resultados passados dos ativos negociados na BOVESPA.

A grande dificuldade dos estudos no Brasil nesta área, violando um dos pressupostos naturais para um mercado eficiente, vem da baixa liquidez e do baixo número de empresas com títulos em negociação. Durante o quadrimestre maio/agosto de 2005, 56 empresas compunham o índice

IBOVESPA, o que acaba concentrando e viesando a análise, quando trabalhadas com modelos tradicionais, como o CAPM. Além disso, os modelos tradicionais trabalham com os pressupostos de normalidade nos retornos e ausência de autocorrelação nos seus resíduos, o que não ocorre na maioria dos casos na BOVESPA, conforme sugerido por Lucena, Andrés e Ness (2003).

Além da baixa liquidez, o mercado acionário brasileiro trabalha sob forte intervenção no controle das empresas, pois a grande maioria possui grande concentração acionária, podendo gerar conflitos entre o controlador, preocupado com seus próprios interesses, e o acionista minoritário, preocupado com a valorização das ações. Hage e Pagliarussi (2006) chegaram à conclusão, em estudo com 172 ações negociadas no Brasil, que o alto índice de concentração acionária impacta negativamente no valor das empresas. Isso acaba, de certa forma, transformando o mercado brasileiro em um caso peculiar, onde a modelagem tradicional pode precisar de modificações na sua formulação.

## METODOLOGIA

Com o objetivo de realizar algumas modificações no Modelo de Multifatores de Fama e French (1996), é necessário realizar um grande número de testes econométricos, principalmente de resíduos, e possivelmente acrescentar algumas variáveis heterocedásticas, como será visto mais adiante. Será utilizada também a formação de carteiras vista anteriormente, através da análise de *clusters*, ao invés da formação através de quintis, utilizada por Fama e French (1996), porque ela apresenta resultados mais satisfatórios.

## Dados e Informações Gerais

Como visto anteriormente, podem-se formar carteiras através de análises de *clusters*, divididos neste caso por tamanho e *book-to-market*. Serão utilizadas 205 ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo [BOVESPA], que é o máximo que se pode trabalhar, dada a falta de liquidez do restante dos papéis disponíveis para negociação. Estas 205 ações foram divididas por *clusters*, a partir de suas características de tamanho e *book-to-market* em 5 grupos, que teoricamente formariam 25 carteiras. Algumas carteiras (formadas pelos *clusters*) não tiveram ações da amostra selecionada, quando realizado o cruzamento dos *clusters*; então foram excluídas das tabelas que serão apresentadas no final deste trabalho.

Os dados foram coletados do Banco de dados da Economatica, e são referentes ao preço de fechamento mensal de 205 ações escolhidas. Foram escolhidos como período inicial o mês de julho de 1994 e final o mês de agosto de 2004. A data inicial teve como objetivo excluir períodos de turbulência inflacionária pré-Plano Real, o que poderia prejudicar a análise dos dados. Considerou-se como razoável a série de mais de 10 anos de negociação. Algumas ações não tiveram todos os períodos completos, pois começaram a ser negociadas posteriormente, como é o caso das empresas de telefonia, mas como as carteiras representam a média dos ativos negociados, este fator foi de certa maneira amortecido dentro da carteira. Os dados são deflacionados pelo IPCA/IBGE, com base em agosto de 2004, e representam o preço de fechamento da ação. Foi dado um período de tolerância de 15 dias para a última negociação do mês, isto é, aceitaram-se ações que tiveram alguma negociação pelo menos nos últimos 15 dias do mês. Os dividendos são ajustados pelo próprio banco de dados.

Como foram utilizados os preços de fechamento em reais para o cálculo do retorno mensal das ações, o conjunto de dados terá uma informação a menos. O cálculo dos retornos foi feito através da seguinte fórmula:

$$R_{it} = \ln\left(\frac{P_{it}}{P_{it-1}}\right)$$



onde  $P_t$  é o preço de fechamento do ativo  $i$  no mês  $t$  e  $P_{t-1}$  é o preço de fechamento no mês anterior a  $t$ .

### Formação dos *Clusters*

Para a formação dos grupos, optou-se pela análise de *clusters*, cruzando-se os dados referentes ao tamanho da empresa e ao seu *book-to-market*. A formação dos *clusters* se dá através das distâncias entre os resultados, enquadrando-se em cada grupo.

Parte-se de uma matriz inicial, que no nosso caso é representada pelas medidas de *book-to-market* médio e tamanho médio das empresas da amostra, conforme apresentado na seção de dados. Temos então uma matriz  $[n \times p]$ , sendo  $n$  o número de empresas, aqui tendo  $n = 205$ , e  $p = 1$ . É utilizada então a distância euclidiana, com o propósito de realizar os agrupamentos.

O número de *clusters* a serem utilizados não segue um padrão fixo, pois depende muito do objetivo do pesquisador. Não há um critério estatístico padrão para inferência, como testes ou coisas semelhantes. Um procedimento muito conhecido é a regra de parada, que examina alguma medida de similaridade ou distância entre agrupamentos em cada passo sucessivo, com a solução de *clusters* sendo definida quando a medida de similaridade excede a um valor especificado, isto é, quando a distância entre dois pontos ultrapassar um valor pré-definido pelo pesquisador. O procedimento utilizado neste artigo representa uma restrição prática, que é o de forçar um número pré-determinado de *clusters* como igual a 5 (cinco), mas que é bastante útil no processo de comparação que se pretende realizar. A escolha de 5 (cinco) grupos se deu pelo fato de Fama e French (1996) também utilizarem os quintis no seu trabalho original.

A medida de distância euclidiana, que é parte componente do *software* SPSS, utilizado neste trabalho, expressa o grau de similaridade que se pretende obter. A distância  $D$  entre dois pontos, cuja localização é especificada através de coordenadas cartesianas, é dada por:

$$D_{1,2} = \sqrt{(BM_1 - BM_2)^2 + (T_1 - T_2)^2}$$

sendo  $BM$  o *book-to-market* da empresa e  $T$  o tamanho. Neste trabalho não serão utilizados *clusters* conjuntos; então a equação sofre uma transformação, sendo apenas a distância entre dois pontos na mesma reta:

$$DBM_{1,2} = BM_1 - BM_2$$

sendo  $DBM$  a distância entre duas empresas na variável *book-to-market*. O mesmo procedimento se aplica para a variável tamanho.

Neste trabalho, os 25 *clusters* formados são feitos através do cruzamento entre os grupos individuais, conforme Tabela 1.

**Tabela 1: Definição dos *Clusters* e Estatísticas Descritivas das Carteiras**

<i>Cluster</i>	<i>Cluster Tamanho</i>	<i>Cluster BM</i>	Número de Ativos	BM Médio	Tamanho Médio (em milhares de R\$)
1	1	1	19	1,74	1.319.648,68
2	1	2	5	2,90	1.089.884,68
3	1	3	32	0,86	1.392.233,29
4	1	4	1	4,82	863.091,80

(conclusão)

**Tabela 1: Definição dos *Clusters* e Estatísticas Descritivas das Carteiras**

<i>Cluster</i>	<i>Cluster Tamanho</i>	<i>Cluster BM</i>	Número de Ativos	BM Médio	Tamanho Médio (em milhares de R\$)
5	1	5	2	4,28	1.093.993,45
6	2	1	35	1,89	255.155,26
7	2	2	13	2,94	181.820,86
8	2	3	22	0,86	312.088,36
9	2	4	6	7,39	73.970,37
10	2	5	6	4,07	195.007,11
11	3	1	8	1,78	3.171.789,64
12	3	2	1	3,23	2.853.508,00
13	3	3	11	0,78	3.282.573,50
14	3	4	3	5,47	3.066.412,27
15	3	5	Não	Não	Não
16	4	1	6	1,85	6.079.124,38
17	4	2	Não	Não	Não
18	4	3	9	0,73	6.323.247,31
19	4	4	Não	Não	Não
20	4	5	Não	Não	Não
21	5	1	7	1,87	10.468.445,10
22	5	2	1	3,20	23.446.230,60
23	5	3	17	0,69	20.175.840,15
24	5	4	Não	Não	Não
25	5	5	1	4,03	23.842.100,50

Conforme visto na tabela acima, o *cluster* é formado de acordo com o grupo de tamanho e de *book-to-market*. Por exemplo, se uma empresa caiu no grupo de tamanho 1, e no de *book-to-market* também igual a 1, ela fará parte do *cluster* geral 1, e assim os grupos foram sendo formados. Alguns grupos ficaram sem ativos na carteira, no momento do cruzamento, e foram retirados da amostra, como os grupos de número 15, 17, 22, e 24. Optou-se por manter aquelas carteiras com apenas um ativo na amostra, já que, de certa, forma a amostra era bem representativa do mercado.

### Testes de Resíduos para Determinação do Modelo

Os testes mais importantes na determinação de um modelo financeiro são realizados através da análise dos resíduos do próprio modelo. Os problemas normalmente são relacionados a eles através da sua autocorrelação e da heterocedasticidade. A violação destes pressupostos e a existência de variância condicional podem ser detectados nos testes que serão apresentados nas tabelas, e que foram realizados com todas as carteiras.

### Teste de Ramsey para Especificação Incorreta do Modelo

É razoável que alguém pergunte se o modelo que será utilizado aqui já é adequado ou se alguma modificação se faz necessária. Vários motivos podem levar um modelo a ser especificado de maneira incorreta. Entre os erros pode ser a forma funcional da equação, que pode estar especificada de maneira incorreta, a omissão de alguma variável explicativa importante, existência de resíduos correlacionados simultaneamente e outros erros que acabam por violar os pressupostos do modelo.

Será feito aqui um procedimento conhecido como Teste RESET (*Regression Specification Error Test*), formulado por Ramsey<sup>(1)</sup> para verificação da adequabilidade do modelo proposto. O teste apresentado neste tópico é descrito logo abaixo.

O Modelo de Fama e French é dado pela seguinte equação, já descrita anteriormente:

$$E(R_i) - R_f = \beta_1(E(R_M) - R_f) + \beta_2SMB + \beta_3HML + \varepsilon$$

Espera-se que o erro tenha valor esperado igual a zero. A equação pode ser reescrita como:

$$y = \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + u$$

O Teste de Ramsey exige a aproximação dos resíduos através da seguinte forma linear:

$$\hat{u} = \varphi_0 + \varphi_1v_1 + \varphi_2v_2 + \dots + e_t$$

onde  $v_j = y^{(l+j)}$ , para todo  $j = 0, 1, 2$  e  $3$ . O teste de Ramsey se dá então por:

$$H_0: \varphi_i = 0, \text{ para } i = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$H_1: \text{qualquer } \varphi_i \neq 0$$

Neste caso específico, testa-se a hipótese nula de que o modelo foi corretamente especificado. Precisa-se então especificar o número de termos para rodar a equação de regressão dos resíduos. Aqui foi utilizado  $i=2$  para todas as carteiras. Não há uma razão específica para esta escolha, apenas por ser o número de *lags* normalmente indicado, e por ser considerado neste trabalho como suficiente.

O teste para comparação é o *qui-quadrado*, com  $n-1$  graus de liberdade, sendo  $n$  neste caso igual a 2. Na tabela especifica-se o valor do *p-value*, que já é fornecido pelo resultado do *software eviws*.

### Teste de Jarque-Bera para Normalidade dos Resíduos

Um dos pressupostos importantes nos modelos de regressão linear é o da normalidade dos retornos dos resíduos, o que nem sempre acaba acontecendo, obrigando os modelos a terem algumas correções para obter-se consistência nos parâmetros do mesmo.

O teste que será realizado é o de verificação de normalidade na curva de resíduos do Modelo, diferente do que foi verificado anteriormente em outros trabalhos, como por Lucena *et al.* (2003), na verificação da normalidade dos retornos propriamente ditos. No primeiro, o teste é o mesmo, o de Jarque-Bera. No segundo, os autores utilizaram a estatística de Kolmogorov-Smirnoff, chegando à mesma conclusão, de que os retornos não são distribuídos normalmente. Ficou decidido anteriormente que os modelos seriam trabalhados mesmo com este problema, visto que qualquer ajuste na série de dados poderia modificar a estrutura das mesmas, piorando mais ainda a previsão através das modelagens financeiras tradicionais, como o CAPM, ou o Modelo de Fama e French.

O teste de Jarque-Bera mede a diferença entre a assimetria e a curtose de uma determinada distribuição de dados, que neste caso é a curva de resíduos do Modelo de Fama e French. A estatística de Jarque-Bera é dada por:

$$JB = n \left[ \frac{A^2}{6} + \frac{(C-3)^2}{24} \right]$$

onde  $n$  é o número de dados,  $A$  é a assimetria e  $C$  a curtose da curva de dados.

O que se deseja aqui é verificar se o pressuposto básico dos modelos, o de que os erros são distribuídos normalmente, está sendo atendido pelo Modelo de Multifatores de Fama e French. O teste de hipótese realizado neste caso é:

$H_0$ : a distribuição é normal.

$H_1$ : a distribuição não é normal.

O valor apresentado na tabela é justamente esta estatística, que é distribuída em uma curva de *qui-quadrado* ( $\chi^2$ ), com 2 graus de liberdade, o que equivale a dizer que o seu valor crítico, para um grau de significância de 5%, é igual a 5,99.

### Teste para Autocorrelação de Resíduos – Estatística de Durbin-Watson e Teste de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange

Uma maneira objetiva de detectar autocorrelação nos resíduos seria através da plotagem de um gráfico com os resíduos em função dos resíduos de primeira ordem, mas que na prática seria de pouca valia, pois é preciso uma maneira mais acurada de verificação. Dois testes serão realizados neste trabalho com este intuito, o de Durbin-Watson, para verificação de autocorrelação de resíduos de primeira ordem, e o de Breusch-Godfrey, para autocorrelação de resíduos de ordem  $n$ .

O Teste de Durbin-Watson é para verificação da existência de autocorrelação apenas no *lag* 1. Suponha a seguinte equação:

$$u_t = \varphi \cdot u_{t-1} + v_t$$

onde  $v_t$  é o erro, supondo que seja também distribuído normalmente com média zero e variância igual a  $v_t^2$ . O teste de Durbin-Watson seria um teste de primeira ordem do tipo:

$$H_0: \varphi = 0$$

$$H_1: \varphi \neq 0$$

Está testando-se neste caso a ausência de autocorrelação (hipótese nula). A maneira mais usual de se realizar este teste, no entanto, não é rodando a regressão acima, mas através da seguinte estatística:

$$DW = \frac{\sum_{t=1}^T \left( \hat{u}_t - \hat{u}_{t-1} \right)^2}{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}$$

com  $0 \leq DW \leq 4$ . O valor da estatística deve aproximar-se de 2 para que não se rejeite a hipótese nula de ausência de autocorrelação. Este teste é um pouco diferente dos testes de hipótese convencionais, pois se tem áreas de não rejeição, áreas inconclusivas e de rejeição da ausência de autocorrelação. Têm-se dois valores, o valor crítico mais alto e o mais baixo, e a comparação se dá como: entre  $0-D_L$ : autocorrelação positiva; entre  $D_L$  e  $D_U$ : Inconclusivo; entre  $D_L$  e  $(4 - D_U)$ : Não-rejeição de  $H_0$ ; entre  $(4 - D_U)$  e  $(4-D_L)$ : Inconclusivo; entre  $(4-D_L)$  e 4: autocorrelação negativa.

O valor tabelado é dado pelo número de observações  $T$  (neste caso mais de 100) e pelo número de parâmetros do modelo, que, como será visto a seguir, é igual a 3 (três). Os valores para  $D_L$  e  $D_U$  são, respectivamente, 1,48 e 1,60; o que leva aos intervalos para os casos apresentados acima como: 0-1,48; 1,48-1,60; 1,60-2,40; 2,40-2,52 e 2,52-4. Os resultados serão detalhados posteriormente para as carteiras encontradas.

Quando se deseja verificar a autocorrelação de resíduos para *lags* mais altos, deve-se utilizar outro teste, conhecido como Teste de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange. Na prática, está se testando se os parâmetros da seguinte função são estatisticamente significantes:

$$u_t = \varphi_1.u_{t-1} + \varphi_2.u_{t-2} + \varphi_3.u_{t-3} + \dots + \varphi_r.u_{t-r} + v_t$$

com as mesmas propriedades e variáveis da equação de apenas um parâmetro de Durbin-Watson, apenas permitindo auto-regressores de ordem 1 até  $r$ . Este teste permite a verificação de autocorrelação em *lags* maiores que um. O teste de hipótese neste caso é dado por:

$$H_0: \varphi_1 = 0, \varphi_2 = 0, \dots, \varphi_{12} = 0$$

$$H_1: \varphi_1 \neq 0 \text{ ou } \varphi_2 \neq 0 \text{ ou } \dots \varphi_{12} \neq 0$$

A estatística do teste é dada por  $T \times R^2$ . O  $R^2$  é o da regressão acima, com todos os parâmetros,  $T$  é o número de observações (neste caso 121). Acredita-se não haver razão para testes com mais parâmetros, pois aqui já são captados também os efeitos sazonais. A distribuição assintótica para comparação é a *qui-quadrado* com  $r$  graus de liberdade. Como se tem 12 *lags*, o valor crítico na *qui-quadrado* para comparação será de 21,026.

### Teste de White para Heterocedasticidade

Na Teoria Financeira, é comum encontrar referências à quebra do pressuposto da homocedasticidade na regressão estimada. Algumas sugestões são oferecidas para correções, mas a que mais vem encontrando adesão é a modelagem, através de modelos auto-regressivos heterocedásticos, como será visto mais adiante. O Teste de White com *cross terms* (1980) parece ser de grande valia, para que possa ser indicada a necessidade da modelagem ARCH no Modelo de Fama e French.

O Teste de White (1980) é uma regressão auxiliar, onde o erro ao quadrado é utilizado como variável dependente e as variáveis explicativas continuam iguais, com o acréscimo das mesmas ao quadrado e com a multiplicação entre elas. A regressão de Fama e French que será rodada é dada por:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + \varepsilon_i$$

e a regressão auxiliar do Teste de White (1980) é dada por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^2 = & \alpha_0 + \alpha_1(R_m - R_f) + \alpha_2(R_m - R_f)^2 + \alpha_3(R_m - R_f) \times SMB + \alpha_4(R_m - R_f) \times HML \\ & + \alpha_5.SMB + \alpha_6.SMB^2 + \alpha_7.SMB \times HML + \alpha_8.HML + \alpha_9.HML^2 + v_i \end{aligned}$$

onde  $v_i$  é normalmente distribuído, e as variáveis são as mesmas do Modelo de Fama e French. O  $C_i$  neste caso é o retorno da carteira  $i$ .

A estatística do Teste de White é dada por  $T \times R^2$  da regressão auxiliar, sendo  $T$  o número de observações (neste caso 121). O valor crítico para comparação é dado pela distribuição *qui-quadrado* com o número de coeficientes da regressão auxiliar, excluindo-se a constante, o que neste caso é uma *qui-quadrado* com 9 graus de liberdade, que apresenta valor igual a 16,919 para um grau de significância de 5%.

O teste de hipótese no caso é dado por:

$$H_0: \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \dots, \alpha_{12} = 0$$

$$H_1: \text{pelo menos um dos } \alpha_i \neq 0, i=1,2,\dots,12$$

A hipótese nula testada aqui é a de presença de homocedasticidade nos resíduos da função original.

### Teste de Multiplicador de Lagrange para Resíduos ARCH (ARCH LM Test)

Como se pretende verificar a possibilidade de acréscimo de parâmetros de modelos ARCH no Modelo de Fama e French, faz-se necessário realizar os testes para a incorporação de parâmetros auto-regressivos heterocedásticos. Engle (1995) sugere uma regressão com parâmetros defasados ao quadrado do erro da regressão original, tal como segue.

$$\varepsilon_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}^2 + v_t$$

com  $v_t$  normalmente distribuído. A estatística do teste é dada por  $T \times R^2$  da regressão acima.  $T$  é o número de observações, e novamente neste caso igual a 121 para todas as carteiras. O valor crítico é dado pela distribuição *qui-quadrado* com  $q$  graus de liberdade. Será utilizado  $q$  igual a 2, pois se pretende realizar, caso tenha necessidade, regressões com ARCH(2) e GARCH(1,1). Desta forma, o teste de hipótese é:

$$H_0: \beta_1 = 0 \text{ e } \beta_2 = 0 \text{ (ausência de resíduos ARCH)}$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ ou } \beta_2 \neq 0$$

Neste teste, verifica-se na hipótese nula se não há resíduos ARCH através da regressão auxiliar. O valor crítico para comparação, com grau de significância de 5%, é igual a 5,991.

### Modelagem Econométrica

Duas modelagens muito conhecidas no campo das finanças serão utilizadas neste trabalho, que é o Modelo de Multifatores de Fama e French (1996), que incorpora ao Modelo CAPM variáveis de tamanho e *book-to-market* das empresas, o que na prática se assemelha a um APT (*Arbitrage Pricing Theory*), visto anteriormente no referencial teórico; e o Modelo Auto-regressivo Heterocedástico (ARCH), de Engle (1995), e suas extensões (GARCH). Aproveita-se também para realizar as estimações para ARCH ( $n$ ) e GARCH (1,1) para todas as carteiras, com  $n$  sendo igual a 1 ou 2, dependendo do resultado do teste de resíduos.

### Modelo de Multifatores de Fama e French

Como visto anteriormente, o Modelo de Multifatores de Fama e French (1996) é uma espécie de extensão do Modelo CAPM, mas que captura o que os acadêmicos consideram como anomalias de mercado, que são as variáveis tamanho e *book-to-market*.

O Modelo de Fama e French foi explicado anteriormente em maiores detalhes; mas, em resumo, a sua regressão remete à seguinte equação:

$$R_i - R_f = b_i [E(R_m) - R_f] + s_i \cdot SMB + h_i \cdot HML + \varepsilon_i$$

onde  $E(R_m)$  e  $R_f$  são o retorno médio de mercado e o de ativo livre de risco, que já são modelados no CAPM; *SMB* é a variável tamanho, medida pela diferença entre a carteira formada pelas empresas pequenas menos as empresas grandes (*small minus big*); e *HML* a variável *book-to-market*, formada pela diferença entre as empresas de alto *book-to-market* menos as de baixo (*high minus low*).

O que será feito aqui é um teste inicial dos parâmetros e dos resíduos desse modelo, quando aplicado ao mercado de capitais brasileiro, e uma modificação substancial dele, incorporando variáveis relativas à variância condicional dos resíduos, possibilitada pelo Modelo ARCH, formulado por Engle (1995), explicado em detalhes a seguir.

## Modelos ARCH e GARCH

Uma grande parte das séries financeiras apresenta dificuldades de modelagem por violar um pressuposto básico da regressão, que é a sua homocedasticidade. Nos testes que serão realizados, será verificada a existência deste pressuposto nas carteiras que foram formadas através da análise de *clusters*, que possibilitarão indicar se o Modelo de Multifatores de Fama e French apresenta heterocedasticidade condicional nos erros da regressão, o que mostra a necessidade de ajuste no mesmo, para melhoria de resultados de previsão. Estes efeitos ARCH de forma alguma invalidariam o Modelo original de Fama e French (1996), apenas indicam que o mesmo pode ser aperfeiçoado.

Os modelos ARCH foram propostos inicialmente por Engle (1995), com o objetivo de estimação da variável da volatilidade<sup>(2)</sup>. A idéia principal do modelo, neste caso específico, é a de que o retorno de uma determinada carteira não é determinado apenas pelos retornos de mercado, tamanho e *book-to-market*, mas também pelo seu erro condicional. Na sua forma mais simples, o modelo ARCH é descrito como:

$$y_t = \beta_1 x_t + u_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$$

com a variância do erro sendo igual a 1. Esta generalização ( $y$  e  $x$  poderiam representar qualquer relação) seria o Modelo conhecido como ARCH de ordem 1, onde  $h_t$  é a variância condicional, que é função direta do erro do modelo ( $u_t$ ). O Modelo na prática pode ser descrito para ordem  $p$ , como segue:

$$y_t = \beta_1 x_t + u_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2$$

onde o erro é um conjunto de variáveis aleatórias em seqüência independentes e distribuídas de maneira idêntica, com média zero e variância igual a 1(um). Supondo-se por questões de praticidade que o erro possui uma distribuição normal de média zero e igual a um ( $\varepsilon \sim \text{normal}(0,1)$ ).

Para a construção deste modelo, primeiramente deve ser realizada a identificação do componente ARCH através dos testes desenvolvidos, e que foram descritos previamente, principalmente os testes de resíduos. Os estimadores dos parâmetros do modelo são encontrados pelo método de máxima verossimilhança, já computados no *software evIEWS*, que será utilizado neste trabalho.

A generalização desta modelagem, que na prática é muito mais utilizada por apresentar melhores resultados, é conhecida como GARCH, e foi proposta por Bollerslev (1986). A generalização do ARCH é definida como GARCH (p,s), e dada por:

$$y_t = \beta_1 x_t + u_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j}^2$$

As propriedades e pressupostos são os mesmos do modelo ARCH, porém o que este apresenta como acréscimo é a variância condicional, em função não apenas do componente auto-regressivo da variável dependente, mas também do quadrado de seu componente auto-regressivo. O GARCH também é estimado por máxima verossimilhança.

Lembrando que, neste caso,  $y$  é o prêmio pelo risco do ativo, calculado anteriormente para os 205 ativos e para todas as carteiras formadas através da análise de *clusters*. As demais variáveis são apenas as defasagens do erro e as variáveis componentes do Modelo ARCH.

Neste trabalho, incorporam-se elementos auto-regressivos heterocedásticos a um modelo já existente, o que na prática se transforma em modelo ARCH ou GARCH multivariado. O Modelo de Fama e French modificado fica então para o Modelo ARCH de *lag* 2:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + u_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2$$

onde  $C_i$  é o retorno da carteira  $i$ ;  $R_f$  é o retorno do ativo livre de risco;  $R_m$ , o retorno médio do mercado;  $SMB$ , a variável tamanho (*small minus big*), medida pelos retornos do *cluster* das empresas pequenas (*small*) menos os retornos do *cluster* das empresas grandes (*big*); e  $HML$  é a variável *book-to-market* (*high minus low*), medida pelos retornos do *cluster* das empresas de alto *book-to-market* (*high*) menos os retornos do *cluster* das empresas de baixo *book-to-market* (*low*). Os pressupostos são:

$$u_t \approx N(0, h_t)e$$

$$Var[u_t / u_{t-1}, u_{t-2}] = h_t$$

O Modelo de Fama e French com aplicação dos componentes GARCH (1,1) fica então:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + u_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-2}^2$$

com as variáveis sendo as mesmas, com exceção do componente da perturbação do erro auto-regressivo ( $h_t$ ) que é acrescentado no GARCH. Os dois modelos possuem as mesmas propriedades.

## RESULTADOS ENCONTRADOS

Antes de serem insertas as variáveis de variância condicional no Modelo de Fama e French (1996), acredita-se ser conveniente um amplo conjunto de testes, para a verificação da aplicabilidade desta formulação. Os testes de resíduos são os mais adequados, que foram detalhados anteriormente, e cujos resultados são apresentados na tabela a seguir. Seis testes foram realizados para todas as carteiras disponíveis, são eles: os testes de autocorrelação de resíduos de Durbin-Watson de ordem 1 e de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange de ordem  $n$  (neste caso foram utilizados 12 *lags*), o teste de Ramsey para Especificação Incorreta do Modelo, o Teste de Jarque-Bera para normalidade dos resíduos, o Teste de White com *cross terms* para heterocedasticidade e o Teste de Multiplicadores de Lagrange para resíduos ARCH. Os resultados destes testes foram encontrados através do *software eviews*, em sua versão 3.1, e são apresentados nas tabelas abaixo.

**Tabela 2: Testes de Durbin-Watson de Autocorrelação de Resíduos de lag 1, de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange de Ordem 12 e de Ramsey de Especificação Correta do Modelo**

Carteira	DW	Teste ( $H_0$ )	BG (12lags)	Teste ( $H_0$ )	Reset (2lags) <i>p-value</i>	Teste ( $H_0$ )
1	2,41	Inconclusivo	10,92	Não-rejeita	0,12	Não-rejeita
2	2,42	Inconclusivo	12,37	Não-rejeita	0,30	Não-rejeita
3	2,51	Inconclusivo	17,06	Não-rejeita	0,12	Não-rejeita
4	2,38	Não-rejeita	4,92	Não-rejeita	0,55	Não-rejeita
5	2,91	Rejeita	28,87	Rejeita	0,40	Não-rejeita
6	2,68	Rejeita	26,62	Rejeita	0,31	Não-rejeita
7	1,96	Não-rejeita	3,65	Não-rejeita	0,88	Não-rejeita
8	2,45	Inconclusivo	23,55	Rejeita	0,91	Não-rejeita



(conclusão)

**Tabela 2: Testes de Durbin-Watson de Autocorrelação de Resíduos de lag 1, de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange de Ordem 12 e de Ramsey de Especificação Correta do Modelo**

Carteira	DW	Teste ( $H_0$ )	BG (12lags)	Teste ( $H_0$ )	Reset (2lags) <i>p-value</i>	Teste ( $H_0$ )
9	2,18	Não-rejeita	13,43	Não-rejeita	0,24	Não-rejeita
10	2,41	Inconclusivo	11,33	Não-rejeita	0,86	Não-rejeita
11	2,30	Não-rejeita	13,81	Não-rejeita	0,18	Não-rejeita
12	2,19	Não-rejeita	8,79	Não-rejeita	0,16	Não-rejeita
13	2,21	Não-rejeita	14,46	Não-rejeita	0,47	Não-rejeita
14	2,61	Rejeita	25,42	Rejeita	0,43	Não-rejeita
16	2,31	Não-rejeita	10,03	Rejeita	0,73	Não-rejeita
18	2,42	Inconclusivo	13,62	Não-rejeita	0,81	Não-rejeita
21	2,46	Inconclusivo	16,81	Não-rejeita	0,51	Não-rejeita
22	1,83	Não-rejeita	10,73	Rejeita	0,81	Não-rejeita
23	2,59	Rejeita	16,06	Não-rejeita	0,26	Não-rejeita
25	1,84	Não-rejeita	17,02	Não-rejeita	0,79	Não-rejeita

O teste de Durbin-Watson para autocorrelação nos resíduos foi, assim como os outros testes, realizado para todas as carteiras disponíveis e formadas através da análise de *clusters*. Os resultados se mostraram muito diversificados para as carteiras, rejeitando a hipótese nula de ausência de autocorrelação em 4 carteiras, e com resultado inconclusivo em 7 delas. Os intervalos são dados por:

- . Entre 0 e 1,48: apresenta autocorrelação positiva
- . Entre 1,48 e 1,60: apresenta resultado inconclusivo
- . Entre 1,60 e 2,40: não rejeição da hipótese de ausência de autocorrelação
- . Entre 2,40 e 2,52: apresenta resultado inconclusivo
- . Entre 2,52 e 4: apresenta autocorrelação negativa

Em 9 casos não houve rejeição da hipótese de ausência de autocorrelação no *lag* 1. Este resultado mostra que, em grande parte das carteiras, um dos pressupostos básicos do modelo de regressão linear não é atendido, o que pode sugerir uma relação condicional entre os resíduos passados e futuros, o que deverá ser mais bem detalhado no teste a seguir.

Os resultados para o Teste de Breusch-Godfrey de Multiplicadores de Lagrange de ordem 12 são menos precisos do que o de Durbin-Watson, pois apenas foi rejeitada a hipótese de ausência de autocorrelação em 6 casos. A distribuição assintótica para comparação é a *qui-quadrado* com *r* graus de liberdade. Como se tem 12 *lags*, o valor crítico na *qui-quadrado* para comparação foi 21,026. Esses teoricamente deveriam coincidir com os resultados do teste anterior, pelo menos nos casos de rejeição; mas a flexibilização estatística da distribuição assintótica de *qui-quadrado* acabou causando um problema. Mas, de toda maneira, os resultados ainda são confusos, sugerindo que possa haver autocorrelações de resíduos em alguns casos, pelo menos no *lag* 1.

Quando verificado se a especificação do Modelo de Fama e French (1996) está correta ao utilizar os dados referentes às carteiras utilizadas neste trabalho, percebe-se que não há rejeição da hipótese nula no Teste RESET de Ramsey, em nenhum dos casos. Neste caso, conclui-se que, de maneira geral, o Modelo de Fama e French apresenta bons regressores, e que este trabalho está na direção correta, quando tenta realizar uma melhoria, a partir da variância condicional, pois o mesmo apresenta uma especificação que pode ser considerada como razoável.

**Tabela 3: Testes de White para Heterocedasticidade, de Jarque-Bera para Normalidade dos Resíduos, e de Multiplicadores de Lagrange para Resíduos ARCH**

Carteira	White	Teste ( $H_0$ )	JB RES	Teste ( $H_0$ )	ARCH(2lags)	Teste ( $H_0$ )
1	6,08	Não-rejeita	186,03	Rejeita	22,38	Rejeita
2	5,01	Não-rejeita	2.127,67	Rejeita	0,15	Não-rejeita
3	5,21	Não-rejeita	1.872,23	Rejeita	32,24	Rejeita
4	9,29	Não-rejeita	20,39	Rejeita	1,86	Não-rejeita
5	11,44	Não-rejeita	368,63	Rejeita	16,06	Rejeita
6	5,21	Não-rejeita	4635,12	Rejeita	39,27	Rejeita
7	7,05	Não-rejeita	268,66	Rejeita	34,63	Rejeita
8	6,61	Não-rejeita	78,88	Rejeita	14,04	Rejeita
9	9,33	Não-rejeita	9,23	Rejeita	1,34	Não-rejeita
10	5,04	Não-rejeita	413,39	Rejeita	25,59	Rejeita
11	4,70	Não-rejeita	337,77	Rejeita	17,37	Rejeita
12	8,34	Não-rejeita	69,12	Rejeita	0,28	Não-rejeita
13	5,94	Não-rejeita	506,21	Rejeita	21,85	Rejeita
14	5,00	Não-rejeita	1.588,65	Rejeita	28,22	Rejeita
16	3,97	Não-rejeita	178,41	Rejeita	19,09	Rejeita
18	13,80	Não-rejeita	69,50	Rejeita	15,79	Rejeita
21	4,84	Não-rejeita	1.707,65	Rejeita	36,14	Rejeita
22	2,24	Não-rejeita	18,69	Rejeita	2,67	Não-rejeita
23	5,30	Não-rejeita	3.522,51	Rejeita	39,01	Rejeita
25	1,74	Não-rejeita	15,15	Rejeita	3,35	Não-rejeita

O Teste de White para heterocedasticidade apresentou resultados bem definidos para todas as carteiras. Não se rejeita a hipótese nula de ausência de heterocedasticidade em nenhum dos casos, o que sugere que os resíduos apresentam comportamento explosivo em todos eles, indo de encontro à maioria dos testes financeiros realizados e à hipótese de que a heterocedasticidade dos resíduos é um problema quase que constante em séries financeiras. Foi rodada a regressão de Fama e French (as variáveis são as mesmas já apresentadas anteriormente) e a regressão auxiliar do Teste de White (1980) que é dada por:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1(R_m - R_f) + \alpha_2(R_m - R_f)^2 + \alpha_3(R_m - R_f) \times SMB + \alpha_4(R_m - R_f) \times HML + \alpha_5SMB + \alpha_6SMB^2 + \alpha_7SMB \times HML + \alpha_8HML + \alpha_9HML^2 + v_t$$

A estatística do teste dada na Tabela 3 é dada por  $T \times R^2$  desta regressão auxiliar. O valor para comparação neste caso é fornecido pela distribuição assintótica de *qui-quadrado* com o número de coeficientes da regressão auxiliar, excluindo-se a constante, ficando uma *qui-quadrado* com 9 graus de liberdade, que apresenta valor igual a 16,919 para um grau de significância de 5%.

O Teste de Jarque-Bera de normalidade nos resíduos apresentou, ao lado do Teste de White, resultado totalmente homogêneo. Em todas as carteiras, rejeitou-se a hipótese de normalidade nos resíduos. O valor crítico para comparação é o de *qui-quadrado* ( $\chi^2$ ), com 2 graus de liberdade. Com grau de significância de 5%, seu valor é igual a 5,99.

Os resultados para o Teste LM ARCH também se mostraram divididos, mas em grande parte apresentam a possibilidade de modelagem através da incorporação da variância condicional, pois houve rejeição da hipótese de ausência de resíduos ARCH em 14 das 20 carteiras. O valor crítico para comparação, com grau de significância de 5%, é igual a 5,991.

Como há fortes indícios para existência de variância condicional, deve ser estimado um modelo ARCH multivariado. A equação na qual os parâmetros são estimados é dada por:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + u_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2$$

onde  $h_t$  é a variância condicional. Os resultados são explicitados na Tabela 4. Quando os parâmetros para o ARCH de segunda ordem não forem significativos, roda-se um ARCH de ordem 1, e  $\alpha_2$  foi desconsiderado. Os resultados foram obtidos no *views* 3.1. Os valores em parênteses representam o *p-value* do teste *t* dos parâmetros.

**Tabela 4: Parâmetros do Modelo de Fama e French com Componentes de Variância Condicional – ARCH (2) ou ARCH (1) e seus respectivos *p-value***

Carteira	N	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1	1	0,84(0,00)	0,64(0,00)	-0,01(0,81)	0,003(0,00)	0,16(0,02)	Não
2	2	0,88(0,00)	0,72(0,00)	0,11(0,01)	0,004(0,00)	0,18(0,05)	1,82(0,00)
3	1	0,89(0,00)	0,70(0,00)	-0,11(0,20)	0,004(0,00)	0,17(0,00)	Não
4	1	0,39(0,02)	-0,13(0,61)	0,18(0,32)	0,007(0,00)	0,08(0,69)	Não
5	2	0,66(0,00)	0,15(0,34)	-0,08(0,09)	0,001(0,40)	0,46(0,27)	2,18(0,00)
6	1	0,61(0,00)	0,87(0,00)	-0,05(0,16)	0,001(0,00)	2,65(0,00)	Não
7	1	0,81(0,00)	0,95(0,00)	-0,01(0,84)	0,002(0,00)	0,22(0,03)	Não
8	2	0,95(0,00)	1,20(0,00)	-0,17(0,00)	0,003(0,00)	0,18(0,01)	-0,03(0,01)
9	1	0,84(0,00)	1,09(0,00)	1,24(0,00)	0,005(0,00)	0,75(0,00)	Não
10	2	0,91(0,00)	0,77(0,00)	-0,12(0,08)	0,003(0,00)	0,28(0,04)	0,78(0,00)
11	1	0,85(0,00)	0,36(0,01)	-0,02(0,74)	0,005(0,00)	0,18(0,00)	Não
12	1	0,92(0,00)	0,53(0,00)	-0,11(0,35)	0,01(0,00)	0,53(0,00)	Não
13	1	0,89(0,00)	0,58(0,00)	-0,13(0,09)	0,004(0,00)	0,19(0,04)	Não
14	2	0,93(0,00)	0,27(0,12)	0,48(0,00)	0,006(0,00)	0,24(0,01)	0,72(0,00)
16	1	1,05(0,00)	0,36(0,00)	0,02(0,67)	0,003(0,00)	0,66(0,00)	Não
18	1	0,88(0,00)	0,27(0,00)	-0,10(0,11)	0,003(0,00)	0,21(0,03)	Não
21	1	0,87(0,00)	0,08(0,54)	-0,04(0,63)	0,005(0,00)	0,17(0,01)	Não
22	1	1,05(0,00)	-0,36(0,02)	0,30(0,00)	0,009(0,00)	-0,08(0,00)	Não
23	1	0,71(0,00)	-0,15(0,03)	0,01(0,98)	0,001(0,00)	1,77(0,00)	Não
25	2	1,10(0,00)	-0,31(0,01)	0,27(0,00)	0,006(0,00)	-0,05(0,00)	0,23(0,03)

Estimou-se também a generalização do Modelo ARCH, conhecido como GARCH (Tabela 5), e dada pela seguinte fórmula:

$$C_i - R_f = \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2.SMB + \beta_3.HML + u_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-2}^2$$

**Tabela 5: Parâmetros do Modelo de Fama e French com Componentes de Variância Condicional – GARCH (1,1) e seus respectivos *p-value***

Carteira	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
1	0,83(0,00)	0,67(0,00)	0,02(0,73)	0,004(0,00)	0,16(0,02)	-0,24(0,46)
2	0,97(0,00)	1,16(0,00)	-0,04(0,71)	0,003(0,29)	0,29(0,00)	0,78(0,00)
3	0,94(0,00)	0,70(0,00)	-0,15(0,09)	0,005(0,00)	0,16(0,00)	-0,13(0,06)
4	0,57(0,00)	0,19(0,55)	0,14(0,28)	0,005(0,08)	-0,15(0,00)	1,07(0,00)
5	0,76(0,00)	0,27(0,26)	-0,18(0,03)	0,002(0,56)	1,90(0,02)	0,24(0,09)
6	0,64(0,00)	0,84(0,00)	-0,05(0,12)	0,000(0,77)	1,57(0,00)	0,42(0,00)
7	0,84(0,00)	0,92(0,00)	-0,03(0,34)	0,004(0,00)	0,21(0,03)	-0,37(0,13)
8	0,97(0,00)	1,14(0,00)	-0,11(0,01)	0,000(0,41)	0,21(0,01)	0,76(0,00)
9	0,79(0,00)	0,59(0,00)	1,27(0,00)	0,000(0,45)	0,23(0,04)	0,76(0,00)
10	0,88(0,00)	0,86(0,00)	0,11(0,29)	0,01(0,00)	0,22(0,04)	-0,12(0,50)

(conclusão)

**Tabela 5: Parâmetros do Modelo de Fama e French com Componentes de Variância Condicional – GARCH (1,1) e seus respectivos *p-value***

Carteira	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
11	0,86(0,00)	0,37(0,01)	-0,03(0,65)	0,002(0,27)	0,18(0,00)	0,43(0,23)
12	0,91(0,00)	0,50(0,00)	-0,13(0,26)	0,006(0,20)	0,51(0,00)	0,23(0,50)
13	0,87(0,00)	0,59(0,00)	-0,11(0,13)	0,005(0,00)	0,20(0,04)	-0,15(0,63)
14	0,94(0,00)	0,28(0,13)	0,45(0,00)	0,003(0,03)	0,52(0,02)	0,49(0,00)
16	1,05(0,00)	0,36(0,00)	0,03(0,69)	0,003(0,00)	0,65(0,00)	-0,00(0,98)
18	0,88(0,00)	0,28(0,01)	-0,10(0,13)	0,003(0,01)	0,21(0,04)	0,07(0,82)
21	0,89(0,00)	0,14(0,38)	-0,03(0,73)	0,007(0,00)	0,12(0,00)	-0,24(0,18)
22	1,02(0,00)	-0,40(0,03)	0,32(0,00)	0,005(0,08)	-0,08(0,00)	0,54(0,09)
23	0,73(0,00)	-0,07(0,43)	-0,02(0,65)	0,001(0,00)	1,03(0,00)	-0,00(0,81)
25	1,01(0,00)	-0,31(0,04)	0,29(0,00)	0,007(0,01)	-0,07(0,00)	0,26(0,40)

Como se pode ver nos dois conjuntos de regressões realizadas, os parâmetros se mostraram, em grande parte, dos casos significativos. O que se viu aqui, é que, além disso, outros fatores endógenos podem ser incorporados.

No caso do  $\beta_1$ , era esperado um valor positivo, não se afastando tanto de 1, já que representa o beta do Modelo CAPM, porém com as incorporações do modelo proposto. Neste caso o valor é modificado, pois outros parâmetros foram incorporados, como o *book-to-market* e o tamanho, além dos parâmetros da equação de variância condicional.

Nos resultados para o  $\beta_2$ , a maioria dos resultados deste parâmetro é positiva. Esta variável representa a diferença entre o *cluster* de empresas menores menos, o de empresas maiores. Este parâmetro mostra a diferença entre as menores empresas das maiores, ou da média de tamanho do grupo das menores empresas das maiores. Esperava-se neste caso um valor positivo, já que é especulada a idéia de que as empresas menores apresentam maiores retornos que as empresas maiores, o que acontece na maioria dos casos.

No  $\beta_3$ , os resultados são, na maioria dos casos, negativos, quando se esperavam positivos. A hipótese é de que os grupos com os maiores *book-to-market* oferecessem um retorno mais elevado, já que o valor contábil tenderia a se aproximar do valor de mercado. Então o grupo de menor *book-to-market* está oferecendo maior retorno, o que não seria plausível. O estudo dessa variável seria uma ótima oportunidade de pesquisa aplicada no Brasil.

Pode-se afirmar que uma modificação no Modelo de Fama e French se faz adequada ao caso brasileiro, visto que o mercado pode apresentar, além dos componentes de anomalia já estudados, como tamanho e *book-to-market*, efeitos em seus resíduos que podem levar a erros de especificação. Desta forma, se faz adequada uma adaptação ao modelo de multifatores que leve a uma melhoria, através da equação de variância condicionada fornecida pelos Modelos ARCH e GARCH.

## CONCLUSÕES

O estudo de anomalias no mercado de capitais tem sido amplamente realizado; ele mostra algumas características que confrontam diretamente a teoria tradicional de finanças, a qual, durante décadas, trabalhou com a hipótese restritiva de equilíbrio no mercado de ativos, a partir da equação do Modelo CAPM, como a influência de fatores que desequilibram a relação de eficiência no mercado de capitais.

Os dois trabalhos mais difundidos neste tema são o de DeBondt e Thaler (1985), de *overreaction* no mercado de capitais norte-americano, e o de Fama e French (1996), que desenvolve um modelo de multifatores que agrega ao Modelo CAPM duas variáveis que eles consideraram importantes: o tamanho e o *book-to-market* de algumas empresas, que negociam seus títulos no mercado aberto. Este modelo de Fama e French (1996) foi o que serviu de referencial neste trabalho.

A partir desta modelagem, realizou-se uma aplicação empírica no mercado de capitais brasileiro, especificamente com carteiras formadas a partir de 205 ações preferenciais e ordinárias negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo [BOVESPA], realizando uma modificação no modelo de multifatores proposto pelos autores. Após realizar vários testes de resíduos no modelo original, foi incorporada a equação da variância condicional, a partir de duas diferentes tentativas: o modelo ARCH ( $n$ ) e o modelo GARCH (1,1), sendo  $n=1$  ou 2, dependendo dos testes de aderência.

Os resultados, tanto dos testes de resíduos quanto da simulação destas duas modificações, sugerem que a utilização da equação da variância condicional se mostra adequada neste modelo de multifatores, pelo fato de os resíduos apresentarem comportamentos de autocorrelação e de heterocedasticidade. Viu-se também que, aparentemente, pelo teste de Ramsey de especificação correta do modelo, o Modelo de Fama e French (1996) se mostra adequado para previsão de retornos no mercado de capitais brasileiro, mas com a necessidade de algumas modificações, que foram realizadas neste trabalho.

Algumas limitações podem ser encontradas neste trabalho, e dizem respeito à aplicação empírica. A primeira delas é a utilização de dados de retornos que não necessariamente apresentam distribuições normais. Esta é uma característica que se mostrou presente neste trabalho, em se tratando de dados de retornos de ações negociadas na BOVESPA. Outra limitação é a utilização do índice IBOVESPA como *proxy* do retorno médio de mercado, e do CDI bancário como retorno de ativo livre de risco. O primeiro, por representar apenas os títulos mais líquidos do mercado; e o segundo, por apresentar uma situação aparentemente irreal, dada a elevada taxa de juros praticada no Brasil. Mesmo sabendo que estas limitações apresentam restrições reais à generalização posterior do modelo, foram opções de pesquisa que tiveram que ser feitas.

Além disso, no Brasil vários fatores ainda dificultam a análise do mercado de capitais através dos modelos tradicionais. A alta taxa de retorno dos ativos livres de risco nos primeiros anos do Plano Real é um fator que apresenta forte impacto na equação do Modelo CAPM e, por conseguinte, no Modelo de Fama e French, quando aplicado ao caso brasileiro.

As conclusões não diferem do que a linha de estudos em finanças comportamentais vem sugerindo, que é a necessidade de encontrar modelagens mais completas, ou mesmo flexíveis, que representem com maior eficácia as ineficiências que os mercados de capitais, principalmente os de países emergentes, apresentam. Para trabalhos posteriores é sugerida a incorporação de variáveis de corte para verificação de diferenciação entre períodos, ou seja, a verificação de determinadas anomalias em momentos específicos do tempo. O estudo do comportamento da variável *book-to-market* também seria muito interessante, já que não segue o padrão de comportamento esperado, conforme visto anteriormente.

Além disso, seria muito interessante a aplicação da modificação no Modelo em carteiras médias formadas por mercados emergentes, ao invés de carteiras formadas diretamente por ativos, ou ainda a utilização como *proxy* de mercado o IBX, ao invés do IBOVESPA, por conter maior número de ativos. Resultados importantes poderiam ser encontrados, e com possibilidade mais ampla de generalização do Modelo de Fama e French Modificado.

**Artigo recebido em 22.06.2007. Aprovado em 19.02.2008.**

## NOTAS

<sup>1</sup> Ver Ramsey, J. B., & Alexander, A. (1984). The econometric approach to business-cycle analysis. *Journal of Macroeconomics*, 6(3), 347-355, e Ramsey, J. B. (1969). Tests for specification errors in classical linear least-squares regression analysis. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 31(2), 350-371.

<sup>2</sup> Este não é o objetivo principal deste trabalho. Deseja-se aqui verificar a possibilidade de melhorar o Modelo de Fama e French, a partir de variáveis de variância condicional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedacity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- Bonomo, M., & Agnol, I. D. (2003). Retornos anormais e estratégias contrárias. *Revista Brasileira de Finanças*, 1(2), 165-215.
- Brito, N. R. O. (1978). Eficiência informacional fraca de mercados de capitais sob condições de inflação. *Revista Brasileira de Mercado de Capitais*, 4(10), 63-85.
- Brito, N. R. O. (1985) *A eficiência informacional fraca no mercado à vista da BVRJ no período 1980/1984* (Relatório Técnico n. 78/1985). Rio de Janeiro, RJ, COPPEAD, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Ceretta, P. S. (2001, setembro). Comportamento das variações de preços nos mercados da América Latina. *Anais do Encontro Nacional da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração*, Campinas, SP, Brasil, 25.
- Costa, N. C. A. da, Jr. (2000). Sobre-reação a longo prazo no mercado de capitais brasileiro. In N. C. A. da N. Costa Jr., R. P. C. Leal, & E. F. Lemgruber (Orgs.). *Mercado de capitais: análise empírica no Brasil*. São Paulo: Atlas.
- Costa, N. C. A. da, Jr., & Neves, M. B. E. (2000). Variáveis fundamentalistas e retornos das ações. In N. C. A. da N. Costa Jr., R. P. C. Leal, & E. F. Lemgruber (Orgs.). *Mercado de capitais: análise empírica no Brasil*. São Paulo: Atlas.
- Debondt, W. F. M., & Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact? *Journal of Finance*, 40(3), 793-805.
- Economática - Tools for Investment Analysis (n.d.). *Base de Dados*. Recuperado entre setembro, 2004, a fevereiro, 2005, de <http://www.economatica.com.br>
- Engle, R. F. (1995). *ARCH: selected readings*. Oxford: Oxford University Press.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Fama, E. F. (1991). Efficient capital markets II. *Journal of Finance*, 46(5), 1575-1617.
- Fama, E. F., & French, E. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *Journal of Finance*, 51(1), 55-84.
- Hage, A. T., & Pagliarussi, M. S. (2006). A influência da concentração do controle acionário no valor das empresas, calculado com base no Modelo de Ohlson. *Anais do Congresso USP de Controladoria e Contabilidade*, São Paulo, SP, Brasil, 6.

- Leal, R., & Amaral, A. S. (1990). Um momento para o “insider trading”: o período anterior ao anúncio de uma emissão pública de ações. *Revista Brasileira de Mercado de Capitais*, 15(41), 21-26.
- Lemgruber, E. F., Becker, J. L., & Chaves, T. B. S. (1988, setembro). O efeito fim de semana no comportamento dos retornos diários de índices de ações. *Anais do Encontro Nacional da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração*, Natal, RN, Brasil, 12.
- Lo, A. W., & Mackinlay, A. C. (1999). *A non-random walk down wall street*. USA: Princeton University Press.
- Lucena, P., Andrés, T., & Ness, W. L. (2003). Não-normalidade, autocorrelação dos retornos e existência de caudas densas: um estudo empírico na BOVESPA. In P. A. Tomei & U. Wetzel. (Orgs.). *Estudos em negócios II*. Rio de Janeiro: Mauad.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Menezes, J. C. F. (1981). *Mercado acionário brasileiro: a evolução recente e a sua eficiência informacional fraca*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Nakamura, W. T., & Camargo, A. S., Jr. (2005). Análise da validade dos modelos CAPM e APT no mercado brasileiro de ações. In J. N. A. Salazar (Org.). *Tópicos avançados em finanças no Brasil*. Campinas, SP: Alínea.
- Procianoy, J. L., & Antunes, M. A. (2001). Os efeitos das decisões de investimento das firmas sobre os preços de suas ações no mercado de capitais. *Anais do Encontro Brasileiro de Finanças*. São Paulo, SP, Brasil, 1.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442.
- Torres, R., Bonomo, M., & Fernandes, C. (2002). A aleatoriedade do passeio na BOVESPA: testando a eficiência do mercado acionário brasileiro. In M. Bonomo (Org.). *Finanças aplicadas ao Brasil*. Rio de Janeiro: Editora FGV.
- White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4), 817-838.