Strukturální modely růstu

Kyn, Oldrich

1967

Strukturální modely růstu

Oldřich Kýn

Převážná většina modelů, s kterými se setkáváme v teoriích růstu mají agregátní charakter. To znamená, že se v nich obvykle operuje, celkovými nestrukturovanými objemy spotřeby, investic, celkovým národním důchodem apod. Navazují tak přímo na metodologii Keynesova zkoumání. Také marxistické modely růstu vycházející z Marxovy teorie reprodukce mají v podstatě agregátní charakter, i když v dělení na prvou a druhou skupinu je jistý prvek strukturování ekonomiky. V podstatě totéž platí o neoklasických modelech růstu založených na Cobb-Douglasově produkční funkci.

Ačkoliv strukturální modely růstu ve skutečnosti nejsou o nic mladší, soustřeďovaly na sebe po delší dobu menší pozornost, nebo přesněji řečeno, soustřeďovaly pozornost poněkud jiné části ekonomické veřejnosti než agregátní modely růstu. Má to několik důvodů. Patrně velmi významný je fakt, že hlavní rozvoj teorií růstu je spojen s rozvojem keynesovské ekonomie a strukturální modely růstu nejdou úplně v duchu keynesovských koncepcí. Neméně důležitou úlohu sehrálo také to, že strukturální modely růstu jsou matematicky již natolik náročné, že se vymykaly z dosahu možností tradičně vychovaných ekonomů. Konečně faktem zůstává také to, že strukturální modely mohou sice zachytit reálněji četné vazby v ekonomice při procesu růstu, avšak v důsledku své složitosti se nestávají tak jasným a vhodným nástrojem analýzy zákonitostí makroekonomického růstu. Snaha po větší komplexnosti v matematických modelech je nutně doprovázena menší průzračností, a tím i mnohem obtížnější ekonomickou interpretací. Proto nelze očekávat, že by rozvoj strukturálních dynamických modelů zcela potlačil agregátní modely růstu. Půjde spíše o jistou dělbu práce. Agregátní modely zůstanou užitečné, poněvadž se k řešení některých otázek hodí lépe než strukturální modely. Význam strukturálních modelů roste zejména v souvislosti s plánováním a národohospodářskou optimalizací, na což opět agregátní modely nestačí. V této souvislosti existuje v poslední době až fantasticky bohatý vývoj. Je to dáno nejen teoretickou atraktivností, ale praktickými potřebami. Mnoho zemí dnes do využití strukturálních modelů při plánování a řízení ekonomiky vkládá velké naděje. Nejrůznějších modelů bylo již vytvořeno takové množství, že není možné zde o všech hovořit. Proto se omezíme pouze na výklad některých nejzákladnějších strukturálních modelů a to zejména z hlediska jejich souvislosti s dosud probíranými teoriemi růstu.

Pomineme-li Marxův dvouskupinový model, o němž jsme řekli, že má spíše agregátní než strukturální charakter (i když v současné době existuje řada prací zobecňujících Marxův model na více než dvě skupiny), dostaneme se jako první k Walrasovu modelu celkové rovnováhy. O Walrasovi se v poslední době hodně píše, vesměs však pouze v souvislosti s jeho modelem statickým. Málo se ví, že Walras pracoval již koncem minulého století na dynamizaci svého modelu.

Je známo, že Walrasův statický model se skládá ze čtyř soustav rovnic. Walras odlišuje výrobní faktory a hotové výrobky a zavádí technické koeficienty vyjadřující spotřebu jednotlivých výrobních faktorů na výrobu jednotlivých výrobků. Zároveň existuje ve Walrasově modelu všude zabudována funkční souvislost mezi množstvím a cenami (výrobních faktorů i hotových výrobků); je tedy založen na myšlence rovnováhy poptávky a nabídky ve všech odvětvích národního hospodářství.

První Walrasova soustava rovnic vyjadřuje závislost nabídky výrobních faktorů na cenách všech výrobků i faktorů; druhá soustava rovnic vyjadřuje závislost poptávky po výrobních faktorech na výrobě všech hotových výrobků; třetí soustava rovnic vyjadřuje ceny hotových výrobků jako sumu cen výrobních faktorů a konečně čtvrtá soustava rovnic vyjadřuje poptávku po hotových výrobcích v závislosti na cenách všech výrobků i faktorů. Jsou-li dány všechny technické koeficienty a tvary poptávkových a nabídkových funkcí, lze řešením těchto čtyř soustav rovnic nalézt (pokud řešení existuje) množství a ceny výrobních faktorů a hotových výrobků, které vyrovnávají poptávku s nabídkou ve všech odvětvích národního hospodářství.

V páté části Walrasovy knihy Élements d'économie politique pure je model, rozšířen o proces akumulace a tvorby kapitálu. V tomto modelu se Walrasovi především objevuje čistý zisk (ve statickém modelu se ceny rovnaly výrobním nákladům) a úspory. Celkové úspory jsou součtem přebytků individuálních důchodů nad spotřebou, a jsou připojovány ke kapitálu. Formálně je do modelu zavádí jako zvláštní typ zboží. Poptávka po tomto zvláštním zboží je určena, podobně jako poptávka po jiných zbožích, poptávkovou funkcí, v níž jsou nezávislými proměnnými ceny ostatních výrobků a „cena” zboží úspory, kterou je převrácená hodnota čisté míry zisku. Tato „poptávková funkce” reprezentuje vlastně proces utváření úspor a má podobnou roli jako rovnice sklonu k úsporám v keynesovských modelech. Na druhé straně se celkové úspory musí rovnat celkovým investicím, to jest sumě investovaných statků vynásobených jejich cenami. Ceny investičních statků odvozuje Walras od „ceny služeb” investičních statků a jednotné míry zisku.

K dosavadním rovnicím statického modelu tedy přibývají další rovnice, a to:

1. rovnice vyjadřující závislost tvorby úspor na cenách výrobků a jednotné míře zisku,
2. rovnice vyjadřující rovnost mezi prodejními cenami investičních statků a jejich výrobními náklady,
3. rovnice vyjadřující rovnost mezi sumou investic a úspor,
4. rovnice vyjadřující závislost cen investičních statků na cenách jejich služeb a jednotné míře čistého zisku.

Řešením tohoto rozšířeného modelu se dostane kromě již zmíněných veličin ještě: hodnota celkového přebytku důchodů nad spotřebou (úspory), množství vyráběných investičních statků, ceny investičních statků a velikost jednotné míry čistého zisku.

Walras sám ovšem nevidí smysl svého modelu v tom, že by se uvedené veličiny na základě empirických koeficientů dosazených do rovnic skutečně vypočetly — např. pro potřeby plánování výroby. Naopak považuje svůj model jen za analytický nástroj „čisté” teorie, který mu slouží k tomu, aby dokázal, že volná konkurence vede automaticky nejen k statické tržní rovnováze, ale také k rovnováze akumulačního procesu. Sám to formuluje v následujícím závěru: „Akumulace na trhu ovládaném svobodnou konkurencí je operace, jejíž pomocí může být přebytek důchodů nad spotřebou přeměněn na takové typy a množství nových investičních statků, které mohou přinášet největší možné uspokojení potřeb jak těch, jež individuálně tvoří úspory, tak celkově všem spotřebitelům služeb investičních statků.[1])

Na práci Walrasovu navazuje ve svých modelech Wassilly Leontief. Leontiefovy modely jsou dnes dobře známy. Platí to však více o jeho statickém otevřeném modelu než o původním modelu uzavřeném nebo pozdějším dynamickém. Soustava rovnic Leontiefova statického otevřeného modelu je obsahově chudší než Walrasův model. Neobsahuje ani poptávkové funkce po hotových výrobcích, ani nabídkové funkce výrobních faktorů. U Leontiefa jsou pouze výrobky, které slouží zčásti zpět ve výrobě jako výrobní prostředky (meziprodukt), zčásti jako tzv. konečný produkt k osobní spotřebě, společenské spotřebě a investicím. Rovnice modelu vyjadřují prostřednictvím technologicky daných technických koeficientů funkční vztah mezi celkovou produkcí jednotlivých odvětví (výrobků) a tzv. konečnou produkcí, která je tvořena osobní a společenskou spotřebou a investicemi. Exsituje také druhá soustava rovnic pro ceny, ta je však samostatná. Rovnice pro množství se řeší zvláště a rovnice pro ceny také zvlášť, i když v obojích se vyskytují tytéž technické koeficienty. V Leontiefově modelu může k téže naturální struktuře ekonomiky existovat řada různých cenových struktur v závislosti na podmínkách rozdělování. To se nemůže stát v modelu Walrasově.

Jestliže říkáme, že Leontiefův model je co do obsahu zachycených vztahů chudší než Walrasův, je naopak Leontiefův model vhodnější pro praktické aplikace než Walrasův. Pro Walrase měly matematické formulace charakter čistě logicky deduktivního nástroje teoretického rozboru. Naproti tomu, Leontiefův model je budován již od samého počátku jako model ekonometrický, jde mu tedy o kvantitativní analýzu konkrétního stavu v konkrétní ekonomice. Proto je vedle formulace matematického modelu důležitou součástí Leontiefovy metody sestavení šachovnicové národohospodářské bilance (tzv. tabulky meziodvětvových vztahů) za určitý rok na podkladě údajů ekonomické statistiky. Tento praktickoempirický aspekt Leontiefových prací je vidět i z toho, že podstatnou část jeho knih zabírají metodické pokyny pro postup při sestavování bilancí, pro volbu klasifikace odvětví, přesné vymezení používaných kategorií (přidané hodnoty, národního důchodu atd.) a konečně i vlastní konkrétní sestavení tabulek a propočty s tím spojené. A právě v tomto směru navazuje práce Leontiefa spíše než na Walrase na metodiku sestavování šachovnicové bilance SSSR za léta 1923-24, s kterou se seznámil v době, kdy ještě pobýval v SSSR. Schéma této bilance je do jisté míry podobné tabulkám meziodvětvových vztahů, jež jsou součástí Leontiefovy metody.

Hovoříme-li zde o strukturálních modelech v souvislosti s teoriemi růstu, je třeba poznamenat, že právě tímto svým ekonometrickým charakterem se Leontiefova metoda liší od postupu většiny jiných teoretiků růstu a přibližuje se spíše pracím Personse, Mitchela a dnes Kuznetse. To se ovšem netýká všech strukturálních modelů, existují i čisté matematicko-ekonomické strukturální modely, avšak Leontiefovy práce se vyznačují tím, že nehovoří jen jazykem „co by bylo, kdyby bylo", ale ukazují, jaký byl skutečný stav např. v USA 1919, 1929, 1939 a k jakým skutečným změnám během vývoje docházelo.

První Leontiefem sestavený model byl tzv. uzavřený statický model, jehož pomocí prováděl analýzu struktury ekonomiky USA za léta 1919 a 1929.[2]) Uzavřený model neobsahuje žádný autonomní vstup ani výstup, všechny proměnné jsou plně provázány zpětnými vazbami. Každý výrobek vystupuje jednak jako produkt některého z odvětví, jednak jako náklad spotřebovaný na výrobu v jiných odvětvích. To platí i o osobní spotřebě, která v modelu vystupuje jako „náklad" zvláštního odvětví „domácnosti", jehož produkcí jsou výrobní a nevýrobní služby poskytované obyvatelstvem. V modelu se předpokládá, že dodávky jednotlivých výrobků do určitého odvětví, v němž slouží jako náklad na výrobu jsou přímo úměrné rozsahu produkce tohoto odvětví. Koeficienty úměrnosti mají jasný ekonomický smysl, představují normy výrobní — u odvětví „domácnosti" osobní — spotřeby na jednotku produkce.

Takto pojatý model zobrazuje strukturu ekonomiky v určitém roce, je proto statický. Leontiefovi však již od počátku šlo o více než jen o zachycení statického stavu. Snažil se proto již v prvé variantě nějakým způsobem model dynamizovat, aby jeho pomocí mohl zkoumat, jak se struktura ekonomiky bude měnit při změně určitých parametrů.

Především vychází z toho, že technické koeficienty (normy spotřeby) nemohou být během vývoje neměnné. V důsledku technického rozvoje dochází k jejich změnám; normy spotřeby některých výrobních prostředků se snižují, jiných rostou. Tyto změny se pokouší v uzavřeném modelu zachytit tak, že zavádí tzv. koeficienty produktivity, kterými dělí technické koeficienty. Kromě toho rozšiřuje základní model o problém investic a úspor. Dříve předpokládal, že v každém odvětví se celkové výdaje přesně rovnají celkovým příjmům. Nyní zavádí tzv. koeficienty úspor, kterými dělí celkovou hodnotu produkce každého odvětví. Jestliže je příslušný koeficient úspor větší než jedna, pak odvětví vykazuje pozitivní úspory, je-li menší než jedna, jsou úspory negativní, což znamená, že z jiných odvětví se investuje do tohoto odvětví. Dále pak matematicky analyzuje, jak se změny produktivity a úspor, které jsou vyjádřeny příslušnými koeficienty produktivity a úspor, promítnou do vzájemných relací mezi produkcí jednotlivých odvětví a mezi cenami.

Tato cesta, kterou postupuje v prvé variantě svého modelu, však není zrovna nejvhodnější a nevede také ke skutečně dynamickému modelu, na kterém by bylo možno studovat zákonitosti tempa růstu.

V druhém vydání rozšířil Leontief svou prvou knihu o rozbor meziodvětvových vztahů v hospodářství USA za rok 1939. Přitom však opustil původní uzavřený model a přešel k tzv. otevřenému statickému modelu. V tomto modelu není již zahrnuto odvětví „domácnosti". Práce — čili služby poskytované obyvatelstvem — vystupují jako vstup modelu a konečná produkce (osobní a společenská spotřeba a investice) jako výstup.

Když zdůvodňuje přechod k otevřenému modelu, poukazuje Leontief zejména na to, že je tento model užitečnější z hlediska aktivní hospodářské politiky. Je zde jasná souvislost s rozvíjející se keynesovskou teorií aktivní hospodářské role státu. Další vývoj ukázal, že otevřený model může také být vhodným nástrojem pro plánování výroby za socialismu.

Možnost aktivního využití otevřeného modelu spočívá v tom, že v něm existují jisté stupně volnosti. V uzavřeném modelu byly všechny proměnné tak vzájemně propojeny, že jeho řešení dávalo jednoznačné výsledky. Tento model mohl tedy popisovat jen daný stav. V otevřeném modelu je možno analyzovat nejen existující stav, ale jsou-li dány technické koeficienty, lze rovněž vypočítat rozsah celkové produkce jednotlivých odvětví k libovolné zadané velikosti a struktuře konečné produkce. Jinak řečeno, model může sloužit k zjištění toho, jaká změna v celkové produkci jednotlivých odvětví nastane, změní-li se poptávka po konečných produktech. Souvislost s teoretickou analýzou účinků změn v efektivní poptávce je zde zřejmá. Leontief sám píše: „Je nutné interpretovat národní hospodářství spíše jako otevřený, než uzavřený systém . . . v otevřeném modelu je možné „fixovat" jistý počet proměnných libovolně, zatímco ostatní budou vyplývat z nutnosti neporušit strukturální vztahy. Obecná logika tohoto postupu je v podstatě totožná s tou, která vyplývá v poněkud méně přesné formě z různých modelů keynesovské analýzy multiplikátoru."[3])

Tato Leontiefova zmínka o multiplikátoru není náhodná. Existuje skutečně určitá zásadní shoda mezi Keynesovou koncepcí multiplikátoru a Leontiefovým otevřeným modelem. Tato shoda ovšem nejde do všech podrobností a v určitých rysech je mezi těmito dvěma modely značný rozdíl. Nicméně nebude na škodu provést paralelní srovnání obou modelů. Ukážeme přitom, že vztahy otevřeného statického modelu hrají v dynamické strukturální teorii růstu přibližně stejnou roli jako multiplikátor v agregátních modelech růstu.

Pro názornost odvodíme vedle sebe rovnice multiplikátoru a rovnice Leontiefova, uzavřeného modelu. Abychom věc zjednodušili a usnadnili srovnání, budeme při odvozování multiplikátoru předpokládat konstantnost sklonu ke spotřebě. Používáme obvyklé symboliky, přičemž u multiplikátoru jde o čísla, kdežto v leontiefovském modelu o vektory a matice.

Multiplikátor

Základní rovnice:
Národní důchod (konečný produkt) je roven součtu spotřeby a investic

$$Y = C + I$$

Spotřební funkce:
Spotřeba je úměrná důchodu podle sklonu ke spotřebě

$$C = cY$$

Odvození závislosti národního důchodu na investicích[4])

$$Y = (1 - c)^{-1} I$$

Leontiefův model

Základní bilanční rovnice:
Celková produkce se rovná součtu meziproduktu a konečného produktu

$$\mathbf{X = M + y}$$

Nákladová funkce:
Meziprodukt je úměrný celkové podukci a získáme jej vynásobením vektoru celkové produkce maticí technických koeficientů

$$\mathbf{M = AX}$$

Odvození závislosti celkové produkce na konečné produkci

$$\mathbf{X = (I - A)^{-1} y}$$

Podobnost matematických vztahů může být až zarážející. Avšak je to přirozené, uvědomíme-li si, že matematické vztahy v tomto případě zachycují prostě systémy se zpětnými vazbami. Rozdíl je pouze v tom, že v multiplikátoru je pouze jedna zpětná vazba, v leontiefském modelu celá řada. Proto jednou je zesilovací koeficient zpětné vazby vyjádřen číslem (multiplikační koeficient), podruhé celou maticí (matice koeficientů komplexní spotřeby).

Přes všechnu podobnost je ovšem přece jen vidět, že vztahy vyjadřují poněkud jiné souvislosti. V multiplikátoru je vyjádřena závislost národního důchodu (konečná produkce) na investicích, v leontiefském modelu závislost celkové produkce na konečné produkci. V tom je také rozdíl; je známo, že v keynesovských modelech se operuje pouze růstem národního důchodu, meziprodukt do nich vůbec nevstupuje. V leontiefském modelu se vyskytuje celková produkce, která je blízká našemu pojetí společenského produktu a zahrnuje také meziprodukt.

Podívejme se nyní blíže na možné interpretace uvedených rovnic. Rovnice obou modelů je možno kauzálně interpretovat dvojím způsobem. Tzv. klasická interpretace je celkem triviální. V agregátním modelu: je-li dán národní důchod a sklon ke spotřebě, plyne z toho, kolik zůstane na investice. Ve strukturálním modelu: je-li dána celková produkce a matice technických koeficientů, plyne z toho, kolik zůstává pro konečnou spotřebu. Keynesovská interpretace vycházející z úlohy efektivní poptávky v soudobém kapitalismu kauzální vztahy obrací. V agregátním modelu: objem investic a sklon ke spotřebě určuje úroveň národního důchodu. Ve strukturálním modelu: poptávka po konečném produktu a matice technických koeficientů určuje poptávku po celkové produkci. Poptávka po celkové produkci je větší než poptávka po konečném produktu. Toto zesílení poptávky je vyjádřeno právě koeficienty komplexní spotřeby.

Koeficienty komplexní spotřeby tedy kvantitativně zachycují jistý druh multiplikačního procesu, probíhajícího v národním hospodářství, jímž se zesiluje efektivní poptávka. Je to multiplikační proces poněkud jiný, ale koncepčně není v rozporu s pojetím investičního násobitele. Lze ho popsat takto. Dejme tomu, že vznikne dodatečná poptávka po textilu. Aby mohl být tento textil vyroben, musí být do textilních továren dodáno více uhlí, elektřiny, vlny, bavlny atd. Tedy dodatečná poptávka po textilu generuje poptávku po celé škále různých meziproduktů. Tím však proces nekončí. K tomu, aby v dolech (elektrárnách, zemědělství atd.) se mohlo vyrobit více uhlí (elektřiny, vlny atd.) pro zvýšení výroby textilu, je nutno do těchto odvětví dodat také více výrobních prostředků (uhlí, elektřiny, atd.) mezi nimi také textilu. Tak také celková vyvolaná poptávka po textilu bude větší než původní dodatečná poptávka. Celý proces postupuje takto dále. Koeficienty komplexní spotřeby vyjadřují stav, ke kterému se dospěje po úplném ‚vyčerpání" tohoto multiplikačního procesu. Podobnost i rozdíl proti Keynesovu multiplikátoru je zde zjevný. Zde je zachycen v celé strukturální bohatosti proces násobení poptávky po meziproduktech, který u Keynese nemůže být vůbec zachycen, protože ze svých vztahů meziprodukt vylučuje. V tomto smyslu je to vlastně jisté rozšíření, či prodloužení Keynesova multiplikátoru. Na druhé straně není zde vůbec zachycena jedna velmi podstatná věc, která je osou Keynesova multiplikačního procesu.

Totiž to, že dodatečná poptávka vedoucí k zvýšení výroby vyvolává zvýšení zaměstnanosti, důchodů a při daném sklonu ke spotřebě k zesilování poptávky po spotřebních předmětech. Toto zesilování poptávky po spotřebních předmětech v Leontiefově statickém otevřeném modelu není. Poptávka po celém konečném produktu je v něm prostě považována za daný exogenní vstup. O to je tento model chudší.

Ve strukturálním modelu je ovšem možno zachytit oboje. V tom případě je však nutno otevřený leontiefovský model rozšířit o zpětnou vazbu: celková výroba — zaměstnanost důchody - utváření poptávky po konečné produkci.. Tím se otevřený model znovu uzavírá, avšak poněkud jiným způsobem než v původní Leontiefově variantě. Aby uvedené vztahy byly reálné, musí být vyjádřeny pomocí koeficientů pracnosti produkce, mzdových sazeb a koeficientů pružnosti poptávky. Takovéto uzavření modelu provedl například Ragnar Frisch ve svém „modelu Oslo". Strukturální model pak zachycuje již poměrně reálně násobení poptávky po meziproduktech i spotřebních předmětech a zároveň i multiplikátor zaměstnanosti. Na druhé straně: agregátní modely mohou zachycovat násobení poptávky po meziproduktech, bude-li se v nich operovat s celkovou a nikoliv konečnou produkcí.

Strukturální model ovšem ukazuje proti Keynesovi jednu zajímavou okolnost. Z keynesovské teorie totiž plyne, že dodatečné zvýšení poptávky vyvolá vždy určitý přírůstek národního důchodu a zaměstnanosti. Protože multiplikátor je zde jen jedno číslo, je lhostejno na jaké výrobky byla tato dodatečná poptávka zaměřena a jak se tyto výrobky užívaly. Z hlediska leontiefovského statického modelu je to poněkud jinak. Zůstává sice stále lhostejno, jaké bude užití zkoumáme totiž pouze poptávkotvorný účinek konečné spotřeby a v modelu vůbec není zachyceno co se s ní dále děje — avšak přestává být lhostejno, po kterých výrobcích dodatečná poptávka vzniká. Koeficienty komplexní spotřeby jsou různé, proto dodatečná poptávka ve výši např. 1 mil. dolarů vyvolá jiný přírůstek celkové produkce a zaměstnanosti, bude-li vržena např. na automobily místo na textilní výrobky. Tento fakt je velmi významný pro hospodářskou politiku státu v soudobém kapitalismu. Sám Leontief na něj upozorňoval zejména v souvislosti s možnými důsledky odzbrojení. Pomocí tabulky za rok 1959 propočítal perspektivní důsledky přesunu státní poptávky ze zbrojního průmyslu na jiná odvětví.[5])

Všimněme si ještě jedné důležité okolnosti, v které existuje shoda mezi Keynesovým modelem multiplikátoru a otevřeným statickým modelem Leontiefovým. Máme zde ovšem na mysli tu Leontiefovu interpretaci, o které jsme dosud hovořili. Totiž v modelu multiplikátoru vystupují investice jen jako poptávkotvorný činitel a nebere se v úvahu jejich produkční funkce. Rovněž ve zkoumaném strukturálním modelu figurují investice pouze jako součást konečné poptávky, a je tedy sledován jen jejich poptávkotvorný efekt. V prvém ani v druhém modelu není zachycen proces investování, který vede k přírůstku výrobních kapacit společnosti. Proto při odvozování velikosti národního důchodu, investic, nebo celkové produkce z konečné spotřeby se musí předpokládat, že ve společnosti existuje dostatek výrobních kapacit, aby mohla být příslušná produkce vyrobena. Tato okolnost je velmi významná, neboť ukazuje statický charakter obou modelů. Jen z poměrně krátkodobého hlediska je možno předpokládat dostatek výrobních kapacit. Z dlouhodobého hlediska je nezbytné do modelu zabudovat podmínky zajišťující rovnováhu mezi přírůstkem poptávky a přírůstkem výrobních kapacit. Pro agregátní modely tuto okolnost výrazně zdůraznil E. D. Domar. Ve strukturálních modelech je situace o to obtížnější, že je rovnováhu mezi poptávkou a kapacitami třeba zajistit v celé škále odvětvového členění. Investiční proces se zde stává mnohonásobně složitější.

V modelech růstu Harrodova - Domarova typu jde pouze o to najít takové tempo růstu, při němž je přírůstek efektivní poptávky vyvolaný investicemi roven právě přírůstku kapacit, jež jsou těmito investicemi zajištěny. Ve strukturálních modelech růstu je třeba dosáhnout navíc vybilancovanosti investic podle odvětví původu a odvětví určení. To znamená asi tolik: abychom mohli zvýšit výrobní kapacity v těžbě uhlí, výrobě elektrické energie atd., musíme mít jistou přesně určenou strukturu dodávek investičních statků z odvětví, které investiční statky vyrábějí, do odvětví, v nichž se investice umísťují. Přitom však je struktura investic (podle původu) v každém odvětví jiná. Investice do jednotlivých odvětví tedy generují různým způsobem přírůstek objemu celkové poptávky v jednotlivých odvětvích. Zároveň však je nutné, aby byly investice do odvětví rozmístěny tak, aby vedly právě k takovým přírůstkům výrobních kapacit, které pokryjí přírůstek celkové poptávky vyvolaný investicemi a osobní a společenskou spotřebou. Nehledíme-li na větší složitost, je logika strukturálního dynamického modelu v podstatě shodná s logikou agregátních modelů multiplikátoru — akcelerátoru. Ke statickému otevřenému modelu musí být připojeny smyčky zpětných vazeb, zachycující strukturální závislosti investičního procesu. Je to vlastně strukturální akcelerátor. Místo jednoho investičního koeficientu se v něm vyskytuje celá matice investičních koeficientů. Jednotlivé koeficielity této matice pak vyjadřují množství investičních statků, jež je třeba dodat z jednotlivých odvětví do určitého odvětví, aby se v něm vytvořily kapacity nutné k zajištění jednotkového přírůstku výroby.

Strukturální dynamický model založený na těchto myšlenkách matematicky zpracoval Leontief ve své druhé knize "Studies in the Structure of American Economy."[6]) Obdobný model v jistém smyslu velmi zajímavě rozvinutý, najdeme také v knize Oskara Langeho „Teoria reprodukcji i akumulacji."[7])

Srovnáme zde opět tento dynamický strukturální model s agregátním dynamickým modelem růstu, založeným na principu multiplikátoru -- akcelerátoru. Proti předcházejícímu výkladu provedeme malé změny ve výchozích předpokladech. Především v základní rovnici agregátního modelu zavedeme vedle vyvolané spotřeby a vyvolaných investic ještě autonomní výdaje. Ve strukturálním modelu rozdělíme konečnou spotřebu na investice a spotřebu (rozuměj osobní a společenskou). Konečně musíme zavést další vztah pro určení investic; je to vztah akcelerátoru, podle něhož se investice musí rovnat přírůstku národního důchodu (resp. celkové produkce) násobenému investičním koeficientem (resp. matici investičních koeficientů). Oba modely zde budeme vyjadřovat pomocí diferenciálních rovnic. Smysl použitých symbolů plyne přímo z textu. Je pouze nutno upozornit, že v agregátním modelu jsou všechny symboly čísla, kdežto ve strukturálním modelu jsou A a B matice a ostatní sloupcové vektory.

Agregátní model	Strukturální model
Základní rovnice: Národní důchod (konečný produkt) je roven součtu spotřeby, investic a aoutonomnich vydaju $Y = C + I + A$	1) Základní bilanční rovnice: Celková produkce se rovná součtu meziproduktu, investic a spotreby. $X = M + I + C$
2) Spotřební funkce: Spotřeba je úměrná důchodu podle sklonu ke spotřebě $C = cY$	2) Nákladová funkce: Meziprodukt je úměrný celkové podukci a získáme jej vynásobením vektoru celkové produkce maticí technických koeficientů $M = AX$
3) Investiční funkce: Investice se rovnají přírůstku národního důchodu násobenému investičním koeficientem $I = b\ dY/dt$	3) Investiční funkce: Vektor investic se rovná vektoru přírůstků celkové produkce násobenému zleva maticí investičních koeficientů $I = B\ dX/dt$
4) Diferenciální rovnice modelu získaná dosazením vztahů 2 a 3 do vztahu 1. $Y - cY - b\ dY/dt = A$	4) Soustava diferenciálnich rovnic získaná dosazením vztahů 2 a 3 do vztahu 1. $X - AX - B\ dX/dt = C$

Opět můžeme pozorovat nápadnou analogii v matematickém popisu agregátního a strukturálního modelu. Zpětná vazba vyjádřená prvním a druhým vztahem zachycuje princip multiplikátoru, zpětná vazba vyjádřená prvým a třetím vztahem pak princip akcelerátoru. Ve strukturálním modelu jde však ve skutečnosti nikoliv o dvě zpětné vazby, ale o dva spletence zpětných vazeb. Výsledné diferenciální rovnice popisující chování modelů mají zcela analogický charakter. U agregátního modelu je to ovšem jedna lineární diferenciální rovnice prvého řádu, kdežto u strukturního modelu je to celá soustava lineárních diferenciálních rovnic prvého řádu.

O rozdílech mezi obsahem modelů platí totéž, co bylo řečeno již výše. Rešením agregátního modelu získáme růst národního důchodu (konečné produkce), kdežto u strukturálního modelu růst celkové produkce. Agregátní model nezachycuje multiplikaci poptávky po meziproduktech, strukturální model zase nezachycuje multiplikaci poptávky po spotřebních předmětech (rozumí se uvedený agregátní a uvedený strukturální model). Je zde také jistý rozdíl v koncepci investičních koeficientů, a to nejen v tom, že ve strukturálním modelu jsou rozděleny podle odvětví původu a určení, ale také v tom, že ve strukturálním modelu jsou investiční koeficienty chápány jako nutné množství investic na jednotkový přírůstek celkové (hrubé) výroby, kdežto v agregátním modelu vyjadřují nutné množství investic na jednotkový přírůstek národního důchodu.

Řešením diferenciálních rovnic obou modelů a dosazením počátečních podmínek za integrační konstanty získáme funkce vyjadřující růst národního důchodu, respektive celkové produkce jednotlivých odvětví v čase. Tvar řešení závisí na časovém průběhu autonomních výdajů u agregátního a spotřeby u strukturálního modelu. Přijmeme-li zjednodušující předpoklad, že autonomní výdaje a celková produkce jsou úměrné velikosti národního důchodu či celkové produkce, stanou se diferenciální rovnice homogenní. Takový předpoklad činí například Oskar Lange v citované knize. Budeme-li navíc předpokládat konstantnost koeficientů těchto rovnic, bude mít jejich řešení exponenciální charakter. To znamená, že pro agregátní model bude platit, že národní důchod roste stálým neustále stejným tempem růstu. Ve strukturálním modelu se budou také vyskytovat jisté dílčí křivky o stálém tempu růstu, v důsledku strukturální složitosti modelu však nastane vážené sčítání těchto dílčích křivek, takže pro celkovou produkci již nemusí platit konstantní neměnné tempo růstu. Jak uvidíme dále, může se zde objevit také cyklus.

Uveďme nyní vedle sebe, jak vypadá řešení diferenciálních rovnic obou modelů za výše uvedených předpokladů:

Agregátní model	**Strukturální model**
$Y(t) = Y_0 e^{\rho t}$	$X_i(t) = \Sigma_j h_j k_{ij} e^{\rho_j t}$

Opět vidíme jistou formální analogii, ovšem řešení strukturálního modelu dává v důsledku větší složitosti mnohem širší škálu možných výsledků. V agregátním modelu je konstantní tempo růstu, které se za předpokladu nulových autonomních výdajů rovná sklonu k úsporám lomenému investičním (kapitálovým) koeficientem tj. $\rho = (1 - c)/b$ Nebo vyjádřeno jinak je tempo růstu rovno míře akumulace násobené koeficientem efektivnosti investic. Ve strukturálním modelu dostáváme zvláštní růstovou křivku, pro každé z odvětví národního hospodářství. Každá z nich je při tom váženým součtem n exponenciál. Odvození koeficientů h_j, k_{ij} a ρ_j je zde poněkud složitější než u agregátního modelu. Uveďme alespoň, že koeficienty h_j se odvozují z počátečních podmínek, kdežto koeficienty k_{ij} a ρ_j závisí na technických a investičních koeficientech a na koeficientech vyjadřujících podíl spotřeby na celkové produkci. Výsledky strukturálního modelu ukazují především, že tempa růstu jednotlivých odvětví nemusejí být obecně stejná, a za druhé, že nemusí být ani stálá. Proměnlivost tempa růstu uvnitř odvětví plyne z toho, že v průběhu vývoje se váhy jednotlivých dílčích exponenciál mění. Je-li například mezi dílčími tempy růstu jedno nebo více ρ_j záporných, může produkce některých odvětví zpočátku klesat, po čase pak převáží vliv rostoucích dílčích exponenciál (je-li alespoň jedno ρ_j kladné) a produkce začne růst. Je také zjevné, že po dostatečně dlouhé době absolutně převáží vliv té dílčí exponenciály, která je spojena s největším ρ, ta pak určuje tzv. dominující trend, ke kterému se tempo růstu odvětví blíží. Jelikož ze vzorce je patrné, že dílčí tempa růstu ρ_i jsou pro všechna odvětví stejná, znamená to, že všechna odvětví mají týž dominující trend. Ačkoliv obecně mohou být tempa růstu jednotlivých odvětví různá, budou se postupně stále více blížit k témuž jednotnému a stálému tempu růstu určenému dominujícím trendem. To vše ovšem platí za předpokladu konstantnosti technických a investičních koeficientů. Technický pokrok by tyto koeficienty měnil, a tím by vedl k dalším proměnám v tempech růstu jednotlivých odvětví a k příslušným změnám ve struktuře ekonomiky.

Leontief a zejména pak Oskar Lange si všímají ještě jedné vlastnosti řešení strukturálního modelu. Je totiž dobře možné, že ne všechna ρ_i budou reálná čísla. Pak se ale mezi nimi objeví alespoň jedna dvojice čísel komplexně sdružených. Je známo, že v takovém případě se místo dvou dílčích exponenciál objeví v modelu jedna křivka sinusoidálního charakteru. Je-li více dvojic komplexně sdružených čísel, pak je více sinusoidálních křivek. Do dynamiky systému se tak dostává cyklus. Dynamické strukturální modely jsou tedy nejen teorií růstu, ale zároveň i cyklu. Přitom v závislosti na velikostech koeficientů rovnic mohou poskytnout různým způsobem spojené trendy a na ně naložené cykly. Zejména Oskar Lange věnuje pozornost možnosti existence několika vzájemné spojených cyklů o různé délce a uvádí tyto výsledky do souvislosti s teorií krátkých, středních a dlouhých cyklů v kapitalistickém hospodářství.

Uvedli jsme zde základní myšlenky strukturálních dynamických modelů leontiefovského typu. Poukázali jsme na jejich koncepční shodu s agregátními modely růstu typu Harroda-Domara, a na to, v čem jsou proti těmto modelům bohatší. Současné matematické vyvození růstového trendu a cyklu patří k přednostem strukturálních modelů. Nemohli jsme ovšem vyčerpat strukturální modely v celé jejich bohatosti. Ponechali jsme zcela stranou možnost zavedení časových zpoždění (zejména do investičního procesu), kterým věnuje pozornost Leontief, nebo problémům obnovy fixního kapitálu, kterým zase věnuje pozornost Lange.

Kromě strukturálních modelů leontiefovského typu existuje ještě mnoho dalších strukturálních modelů růstu, vycházejících z poněkud odlišných předpokladů a jiné konstrukce. Zmíníme se zde alespoň o modelu Johna von Neumanna a některých modelech na něj přímo navazujících. Tento model je z teoretického hlediska velmi zajímavý, pro praktické použití je však méně vhodný než modely leontiefovského typu. Pro nás může být jeho teoretická atraktivnost o to větší, že je založen na koncepcích a předpokladech v mnohém velmi příbuzných Marxově teorii reprodukce.

Významný matematik John von Neumann, je ekonomům dobře znám především jako zakladatel teorie her. Jeho poměrně krátká stat‘ z roku 1937,[8]) v které podal matematický důkaz existence rovnovážné trajektorie růstu v jednom strukturálním ekonomickém modelu, dala podnět k rozvoji jedné ze zajímavých oblastí současné matematicko-ekonomické teorie, a to zejména tzv. „věty o dálnici” (Turnpike Theorem). Jak je zřejmé z data, je von Neumannova práce zároveň nejen jedním z prvních strukturálních matematických modelů růstu, ale patří k prvním matematickým modelům růstu vůbec.

Popíšeme nejprve v základních rysech původní von Neumannovu verzi modelu. Jelikož je tento model u nás znám daleko méně než model Leontiefův, zdržíme se poněkud déle při jeho formulaci.

Ve von Neumannově modelu je celková výroba rozdělena podobně jako v modelu Leontiefově na odvětví (či obory). Je zde však řada rozdílů. Především v leontiefovském modelu jsou řádky i sloupce tvořeny týmiž odvětvími, a proto leontiefovské matice jsou čtvercové (výrobek na výrobek, či odvětví na odvětví). Naproti tomu matice von Neumannova modelu obecně nemusí být čtvercové, protože vyjadřují v jednom směru dělení národního hospodářství na výrobky a v druhém na výrobní procesy. Jestliže je dále technologická stránka výrobního procesu v leontiefovském modelu v zásadě charakterizována jednou maticí maticí technických koeficientů, pak ve von Neumannově modelu musí být dvě matice, matice *spotřebních koeficientů,* vyjadřujících spotřebu i-tého výrobku na jednotkovou intenzitu j-tého výrobního procesu a matici *produkčních koeficientů,* vyjadřujících množství i-tých výrobků vyprodukovaných jednotkovou intenzitou i-tého výrobního procesu.

Tento způsob zavedení umožňuje zachytit v modelu tzv. společnou produkci. Čistý leontiefovský model totiž předpokládá, že každé odvětví vyrábí jeden druh výrobků; von Neumannův model však připouští, že týž výrobní proces může produkovat současně několik různých výrobků (ovšem v proporcích daných produkčními koeficienty).

Další charakteristikou von Neumannova modelu je to, že v něm neexistují primární nereprodukovatelné výrobní faktory. Operuje tedy pouze s reprodukovatelnými výrobky, které na jedné straně jsou výsledkem minulého výrobního procesu, na druhé straně jsou předpokladem budoucího výrobního procesu. Již zde vidíme jistou analogii s Marxovými schématy reprodukce. Tato analogie, jak uvidíme, pokračuje ještě dále. Vyloučení primárních výrobních faktorů znamená skutečně pominout přírodní zdroje, neznamená však, že by se vylučoval z úvah kapitál a pracovní síla. Jednotlivé složky kapitálu (chápány naturálně) se skládají z výrobků některých předcházejících výrobních procesů, jde tedy výslovně o re-produkovatelnou podmínku výroby. Pracovní síla je do modelu zaváděna jen prostřednictvím spotřeby výrobků, které dělníci nakupují za svou mzdu. Na jednotkovou intenzitu každého výrobního procesu je třeba vynaložit jisté množství pracovní síly. Aby tato pracovní síla mohla být k dispozici, musí dělníci spotřebovat jistá množství spotřebních předmětů. Lze tedy zavést určité „spotřební koeficienty", které vyjadřují nutné množství i-tých výrobků spotřebovávaných dělníky zaměstnanými jednotkovou intenzitou j-tého výrobního procesu. Z toho je patrno, že von Neumann staví svůj model na předpokladu subsistenční úrovně mezd. Jinak řečeno, zavádí do modelu implicite mzdu (explicite v něm mzda vůbec není) určenou sumou cen spotřebních předmětů nezbytných k reprodukci pracovní síly.

Ve von Neumannově modelu jsou tedy dva typy spotřebních koeficientů: koeficienty výrobní spotřeby ukazující, jaké množství výrobků je nezbytné pro přímou výrobní spotřebu na jednotkovou intenzitu různých výrobních procesů a dále koeficienty dělnické spotřeby ukazující, jaké množství příslušných výrobků musí spotřebovat dělníci, aby bylo dosaženo jednotkové intenzity těchto výrobních procesů. Pro každý výrobní proces a výrobek můžeme tyto dva koeficienty sčítat, a tak dostaneme jednu matici spotřebních koeficientů, obsahující současně výrobní i dělnickou spotřebu. Budeme ji dále nazývat *augmentovanou* maticí spotřebních koeficientů, nebo prostě jen maticí spotřebních koeficientů.

Dalším zjednodušujícím předpokladem von Neumanna je, že kapitalisté nic nespotřebovávají na svou osobní spotřebu a celý svůj zisk investují na rozšíření výroby. Stručně řečeno, von Neumann fakticky rozděluje celý národní důchod na důchody dělníků a kapitalistů. Přitom dělníci nic nespoří a vše spotřebovávají, kdežto kapitalisté nic nespotřebovávají a vše akumulují. Z toho je zřejmo, že ve von Neumannově modelu se celkový akumulační fond rovná sumě všech zisků, tedy řečeno marxistickou terminologií celkové nadhodnotě.

Dynamiku zavádí von Neumann do modelu tak, že čas rozděluje na určité základní časové intervaly, které představují „výrobní takty" reprodukčního procesu. Přitom vždy platí, že výrobky vyprodukované výrobními procesy v „předcházejícím taktu" slouží jako výrobní prostředky (tedy na nákladové straně) v následujícím taktu. Základní myšlenkou, z níž se vychází při určení tempa růstu, je to, že v žádném období nemůže být spotřebováno více výrobků, než bylo v předcházejícím období vyrobeno. A protože v modelu neexistuje žádná jiná než výrobní spotřeba, je v systému dynamická rovnováha právě tehdy, když je v každém období vyrobeno právě tolik výrobků, kolik se v následujícím období spotřebuje k výrobě. Pojem výrobní spotřeba v této souvislosti používáme v širším smyslu, tj. jako augmentovaná výrobní spotřeba, tzn. včetně nutné spotřeby dělníků a investiční spotřeby.

Všimněme si konečně, že model zavedený von Neumannem, včetně jeho předpokladu, že dělníci nespoří a kapitalisté nespotřebovávají, je v pravém slova smyslu uzavřeným modelem, který nemá žádný nezávislý výstup ani nezávislý vstup. Je v tomto směru do jisté míry analogický původnímu Leontiefovu uzavřenému modelu, je však uzavřen jiným způsobem a navíc je to model dynamický.

Se zaváděním času do von Neumannova modelu je však spojen určitý problém. Princip, že výrobky vyrobené v předcházejícím období se spotřebovávají na výrobu v následujícím období, by bylo možno bez problému uplatnit jen ve výrobním systému, v němž by výrobní doba všech výrobků byla stejně dlouhá. Výrobní doby však ve skutečnosti nejsou stejně dlouhé a navíc se objevuje problém fixního kapitálu, to jest výrobních prostředků sloužících dlouhodobě, které se opotřebovávají pouze postupně. Tento problém je možno obejít takto: jelikož von Neumannův model připouští společnou produkci několika výrobků v témže výrobním procesu, je možno chápat neopotřebenou část základních prostředků, které zůstanou po ukončení reprodukčního taktu za „produkci" toho výrobního procesu, v němž jsou používány. V takovém případě je ve spotřebních koeficientech vyjádřeno, jakoby základní prostředky (fixní kapitál) byly v každém taktu spotřebovávány celé (a nejen amortizace), ale zároveň prostřednictvím produkčních koeficientů, jakoby byla jejich zůstatková část znovu vyprodukována a tak dodána jako výrobní prostředek pro následující časové období. Tento trik, jímž je ve von Neumannové modelu likvidován problém fixního kapitálu, amortizace a obnovy, je sice logicky elegantní, avšak ekonomicky je do značné míry problematický, a to zejména proto, že dále přijatý předpoklad konstantnosti koeficientů znemožňuje zkoumat vliv nerovnoměrnosti obnovy a morálního opotřebení na tempo růstu.

Žádný model však nemůže zachytit plně všechny složité vztahy reprodukčního procesu a toto zjednodušení je vlastně zcela ekvivalentní analogickým předpokladům, které Marx zavádí do svých reprodukčních schémat (tj. že doba obratu fixního kapitálu se rovná právě délce reprodukčního taktu). Podobným způsobem je ve von Neumannově modelu řešen i problém nestejné délky výrobní doby. Tam, kde je výrobní doba delší než zvolená délka reprodukčního taktu, jsou za produkty výrobního procesu považovány i polotovary a rozpracované výrobky, které pochopitelně ihned v následujícím období vstupují zpět do výrobního procesu.

Nyní přistupme k formulaci základních vztahů von Neumannova modelu. Omezíme se ovšem jen na zjednodušený výklad a nebudeme von Neumanna ani jeho následovníky sledovat ve složitých matematických důkazech.

Budeme dále používat těchto označeni:

A je agumentovaná matice spotřebních koeficientů, tj. součet matice koeficientů přímé výrobní spotřeby a nutné dělnické spotřeby. Poznamenejme na tomto místě, že matice **A** v důsledku specifického řešení problému spojených s fixním kapitálem a obnovou obsahuje vlastně také investiční koeficienty. Tedy i investice a rozšiřování výroby se uskutečňuje prostřednictvím této jediné matice.

B je matice produkčních koeficientů,

q je sloupcový vektor intenzit jednotlivých výrobních procesů,

p je řádkový vektor cen výrobků,

ρ je číslo vyjadřující tempo růstu,

μ je jednotná míra zisku (von Neumann říká úroková míra).

Uvědomme si dále, že z tohoto zavedení plyne:

Bq je sloupcový vektor produkce jednotlivých druhů výrobků,

pBq je celkové cenové vyjádření hodnoty společenského produktu (ke kterému je však v důsledku uvedených předpokladů přičten celkový stav rozpracované výroby a zůstatková hodnota fixního kapitálu),

pA je řádkový vektor nákladů na jednotku intenzity výrobních procesů,

pAq jsou celkové náklady na celý společenský produkt (fakticky zvětšené o potřebný stav fixního a oběžného kapitálu).

Tak zvaná *von Neumannova cesta* je rovnovážná trajektorie růstu ekonomického systému, při níž se

1.. nemění ceny,
2. ve všech výrobních procesech je realizována průměrná míra zisku a
3. produkce všech výrobků roste stejným tempem (ρ)).

Ve svém článku von Neumann dokazuje, že v systému charakterizovaném maticemi A a B existuje von Neumannova cesta, při níž je tempo růstu rovno průměrné míře zisku (respektive úrokové míře), tj. ρ

Sledujme v hlavních rysech jeho úvahy. Při tom si uvědomme, že ceny se při rovnovážném růstu nemají měnit, proto u nich nemusíme psát index času. Rovněž o spotřebních a produkčních koeficientech se předpokládá, že jsou konstantní v čase.

Výchozí podmínkou rovnovážného růstu je, že v žádném období nemůže být spotřebováno více výrobků, než bylo v předcházejícím období vyrobeno. To lze formulovat takto:

$$\mathbf{Aq(t+1) =< Bq(t).} \qquad (1)$$

Jelikož však při rovnovážném růstu rostou všechny výrobní procesy stejným tempem ρ, musí platit:

$$\mathbf{q(t+1) = (1+\rho)\, q(t),} \qquad (2)$$

takže místo (1) můžeme prostě napsat

$$\mathbf{(1+\rho)\, Aq =< Bq.} \qquad (3)$$

Další podmínkou je, že ve stavu rovnováhy je každý výrobní proces využíván s dostatečně velkou intenzitou, aby nepřinášel nadprůměrný zisk. Z toho plyne, že rovnovážné ceny nesmí být větší než náklady zvýšené úměrně jednotné míře zisku (řečeno marxistickou terminologií, tržní ceny nesmí být vyšší než výrobní ceny), tedy

$$\mathbf{(1+\mu)\, pA >= pB.} \qquad (4)$$

Zde je třeba podotknout, že výrobní cena má ve von Neumannové modelu tak jednoduchý tvar (viz levá strana vztahu (4)), protože matice **A** vyjadřuje nejen přímou materiálovou spotřebu, ale implicite spotřebu práce a také přímou fondovou náročnost.

Další podmínku rovnováhy dostaneme, když (3) vynásobíme cenami. Za předpokladu, který von Neumann dále přijímá, že výrobky nenacházející odbyt na trhu mají nulové ceny, je možno dále nerovnost nahradit rovností. Musí tedy platit

$$\mathbf{(1 + \rho)\, pAq \;=\; pBq.} \tag{5}$$

Podobně vynásobíme-li (4) zprava vektorem intenzit výrobních procesů a přijmeme-li předpoklad, že výrobní procesy, které nepřinášejí alespoň průměrný zisk, nejsou využívány (mají nulovou intenzitu), můžeme psát

$$\mathbf{(1 + \mu)\, pAq \;=\; pBq.} \tag{6}$$

Ze srovnání (5) a (6) je zřejmé, že $\mu = \rho$, a tedy, že v rovnovážném stavu všechny složky ekonomického systému rostou stejným tempem růstu, které je rovno průměrné míře zisku.

Tento postup odvození tempa růstu je jiný než ve známých agregátních či strukturálních modelech růstu a mohlo by se zdát, že i kvantitativní určení velikosti tempa růstu je odlišné. Je to však omyl. Ukážeme, že velikost tempa růstu je zde určena v plném souladu s kvantitativním určením tempa růstu v modelech typu Harroda-Domara a podobných. Musíme si totiž uvědomit, že podle von Neumannova předpokladu dělníci nespoří a kapitalisté nespotřebovávají. V takovém případě celkový zisk (suma nadhodnoty) se zároveň rovná akumulačnímu fondu. Míru zisku pak můžeme rozložit na součin dvou veličin, podílu nadhodnoty na národním důchodu a poměru národního důchodu ke kapitálu

$$\mathbf{M/(C + V) \;=\; (M/D)\, [D/(C + V)]}$$

což v tomto případě lze zároveň interpretovat jako součin míry akumulace a koeficientu efektivnosti kapitálu.

Vlastní von Neumannův matematický důkaz existence rovnovážně trajektorie růstu v jeho modelu je dosti složitý. Na tomto místě se omezíme pouze na ekonomickou interpretaci dosaženého výsledku, jehož správnost se dá intuitivně snadno pochopit.

Všimněme si, že ve von Neumannově modelu jsou pevně zadány jen dvě věci — matice spotřebních koeficientů A a matice produkčních koeficientů B. Všechny ostatní veličiny jsou odvozeny od těchto matic. K dané soustavě spotřebních a produkčních koeficientů může existovat mnoho různých soustav cen a mnoho různých soustav výrobních objemů. Mezi všemi možnými cenovými soustavami však existuje jedna taková, která zajišťuje, že při všech výrobních procesech (ve všech odvětvích) se dosahuje právě průměrného zisku. Pokud není dodána žádná dodatečná podmínka, která by jednoznačně určovala hladinu cen, jsou modelem jedno-značeně určeny jen cenové relace. Na druhé straně mezi všemi možnými výrobními strukturami (danými.

vektorem q) existuje jedna taková výrobní struktura, při které je nadprodukt (rozumí se naturálně pojatý) vyráběn právě v takových proporcích, že umožňuje, aby výroba všech výrobků rostla stejným tempem. I u výrobní struktury jsou modelem jednoznačně určeny jen poměry, tj. proporce. K určení úrovně výroby by bylo nutno přidat nějakou dodatečnou podmínku.

Tyto dosud nezávisle na sobě určené rovnovážné soustavy cenových relací a výrobních proporcí mají ještě další vlastnosti. Neměnní-li se spotřební a produkční koeficienty, pak se během času také nemění cenové relace ani velikost průměrné míry zisku. Při konstantnosti spotřebních a produkčních koeficientů se zároveň s průběhem času nemění rovnovážné výrobní proporce a tempo růstu. Tedy vyvíjí-li se ekonomický systém po von Neumannově cestě, roste výroba ve všech odvětvích týmž a neustále stejným tempem růstu.

O rovnovážných cenových relacích a výrobních proporcích je možno uvažovat nezávisle na sobě. Avšak von Neumannova dynamická rovnováha je charakterizována současnou existencí a vzájemnou korespondencí rovnovážných cenových relací a výrobních proporcí. Za těchto okolností si totiž vzájemně korespondují hodnotová (respektive finanční) a naturální stránka reprodukčního procesu. Tato skutečnost ukazuje, že von Neumannovská dynamická rovnováha není jen výrobní rovnováhou systému, ale zároveň tržní rovnováhou. Jinak řečeno, ceny každého výrobku jsou právě tak velké, aby stačily krýt všechny nutné výdaje na prostou i rozšířenou reprodukci. A to je závěr mnohem zajímavější a významnější než pouhé konstatování skutečnosti, že tempo růstu je rovno průměrné míře zisku. Je to zajímavý příspěvek k teorii výrobní ceny. Ukazuje totiž, že soustava výrobních cen zajišťuje při rovnovážném růstu výroby, aby každé odvětví realizovalo právě dostatek akumulačních prostředků k finančnímu hrazení potřebných investic na rozšíření výroby podle rovnovážné trajektorie růstu. Je-li ekonomický systém na von Neumannově cestě, nemusí v něm docházet k redistribuci akumulačního fondu mezi odvětvími. Tedy ve von Neumannově modelu je zároveň obsaženo splnění podmínek realizace známých z Marxových schémat reprodukce.

Konečně nám zůstává ještě jeden velmi významný poznatek z von Neumannova modelu. Je snadno pochopitelné, že při daných maticích **A** a **B** se může velikost průměrné míry zisku μ a tempa růstu ρ měnit, budou-li se měnit cenové relace a výrobní proporce. To je totiž ihned patrné, upravíme-li vztahy (4) a (5) takto:

$$\mu = \rho = [(\mathbf{pBq})/(\mathbf{pAq})] - 1$$

Lze tedy velikost tempa růstu a míry zisku považovat za funkci cenových relací a výrobních proporcí. Z von Neumannova modelu plyne, že μ a ρ dosahují své maximálně možné hodnoty (pro dané matice **A** a **B**), jsou-li současně výrobní proporce i cenové relace rovnovážné ve výše definovaném smyslu. Jinak řečeno, je-li ekonomický systém na von Neumannově cestě, tj. roste-li výroba ve všech odvětvích stejným a neměnícím se tempem růstu (za předpokladu ovšem, že ve výchozím období byla ve stavu rovnováhy) a jsou-li cenové relace „určeny podle formule výrobní ceny”, pak je dosahované tempo růstu největší ze všech možných temp růstu, jichž může daný systém dosáhnout a zároveň se dosahuje maximální možné míry zisku. Skutečnost, že při vývoji systému podél jiné než von Neumannovy trajektorie nemůže být dosaženo vyššího tempa růstu, ani vyšší průměrné míry zisku, ale spíše nižších, plyne z celkem intuitivně zřejmého faktu, že v takovém případě není dostatečně vybilancována výroba a spotřeba, takže se vyrábějí některé výrobky, které nemohou být realizovány. Nerealizovaná produkce „ujídá” ovšem pouze z nadproduktu, a tím snižuje jak akumulační zdroje, tak objem zisku.

Při odvozování von Neumannovy cesty, tj. rovnovážných cen a výrobních proporcí, které odpovídají daným spotřebním a produkčním koeficientům, se nijak nebral ohled na počáteční podmínky, v kterých se hospodářství nachází. Jinak řečeno, důkaz existence von Neumannovy cesty ještě neznamená, že z každého výchozího bodu je možno pokračovat přímo po ní. Ekonomický systém buď na ní musí ve výchozím okamžiku již ležet, nebo se musí na ni nejprve dostat, chce-li po ní pokračovat dále. K této otázce se ještě vrátíme v souvislosti s tzv. větou o dálnici (Turnpike theorem). Nejprve se však ještě zastavíme u jednoho rozvinutí von Neumannova modelu, které provedl známý japonský ekonom Michio Morishima) a které nazval modelem rozšířené kapitalistické reprodukce Marxe von Neumanna.

V dosavadním výkladu jsme poukazovali na četné koncepční shody mezi von Neumannovým modelem a Marxovými schématy reprodukce. Této okolnosti si všiml také Morishima a ukázal, že je možno upravit von Neumannův model tak, aby jej bylo možno považovat přímo za jisté zobecnění Marxových schémat reprodukce. Tato úprava se týká zejména 1. nahrazení předpokladu, že kapitalisté nic nespotřebovávají předpokladem, že spotřebovávají konstantní podíl svého zisku a zbytek akumulují, 2. explicitním zavedením spotřeby práce a mezd do modelu. Kromě toho Morishima zavádí do modelu předpoklad, že struktura spotřeby jak dělníků, tak kapitalistů závisí na cenových relacích a velikosti příjmu, tedy zavádí vliv cenových a důchodových pružností na strukturu spotřeby. Pro zjednodušení však v dalším výkladu toto Morishimovo rozšíření modelu nebudeme brát v úvahu.

Při výkladu modelu budeme používat týchž symbolů jako výše, tj.
p pro vektor cen,
q pro vektor intenzit výrobních procesů,
B pro matici produkčních koeficientů,
ρ pro tempo růstu a
μ pro průměrnou míru zisku.

Rozdíl bude v tom, že v důsledku odlišného zavedení mzdových nákladů bude matice **A** vyjadřovat pouze jednotkovou výrobní spotřebu, nebude však augmentována nutnou spotřebou dělníků. Nově se zavádějí symboly

w pro sloupcový vektor koeficientů pracnosti na jednotku intensity výrobních procesů;

ω pro mzdovou sazbu na jednotku práce, o níž se předpokládá, že je stejná ve všech oborech národního hospodářství (navíc budeme předpokládat, že se v čase nemění, což při neměnících se cenách je zároveň předpokladem o subsistenční úrovni mezd),

α pro míru kapitalistické akumulace, což je podíl akumulované částky zisku na celkovém zisku; (rovněž se zde předpokládá, že je stejný pro všechny kapitalisty.)

Analogicky vztahům (3) až (6) původního von Neumannova modelu, můžeme nyní odvodit vztahy modelu Morishimy - Marxe - von Neumanna.

První vztah říká, že v rovnováze jsou ceny takové, aby žádný výrobní proces nedosahoval mimořádného zisku

$$\mathbf{pB} =< (1+\mu)\,(\mathbf{pA} + \omega\mathbf{w}). \qquad (7)$$

Pravá strana tohoto vztahu je formulí výrobní ceny. Nesmí nás zde mýlit, že vypadá formálně spíše jako formule tzv. nákladové ceny. Věc je v tom, že matice **A** obsahuje nejen koeficienty spotřeby surovin a materiálu, ale stejně jako v původní verzi modelu von Neumanna také koeficienty fondové náročnosti.

Druhá podmínka rovnováhy říká, že v žádném období nemůže být na výrobní spotřebu a osobní spotřebu dělníků a kapitalistů spotřebováno více, než bylo v předcházejícím období vyrobeno. Můžeme to zapsat takto

$$\mathbf{Bq(t-1)} >= \mathbf{Aq}(t) + \mathbf{e}(t) + \mathbf{d}(t), \qquad (8)$$

kde **e**(t) je spotřeba dělníků a **d**(t) spotřeba kapitalistů v období t.

Z těchto vztahů a dále předpokladů, že výrobní procesy nepřinášející alespoň průměrný zisk nejsou využívány a že ceny výrobků, které nenacházejí odbyt, jsou nulové, odvozuje Morishima zbývající dvě rovnice modelu, které zde píšeme pouze ve zjednodušené formě, jež nezachycuje vliv pružnosti poptávky.

$$\mathbf{pBq} = (1+\mu)\,(\mathbf{pAq} + \omega\mathbf{wq}), \qquad (9)$$

$$\mathbf{pBq} = (\rho + (1-\alpha)\,\mu + 1)\,(\mathbf{pAq} + \omega\mathbf{wq}). \qquad (10)$$

Vlastní důkaz existence von Neumannovy cesty v tomto modelu., který podává Morishima, je matematicky dosti náročný. Nám stačí, ukážeme-li na vztazích (9) a (10), že pokud von Neumannova cesta existuje, pak jí přísluší:

a) určitá soustava rovnovážných výrobních proporcí **q**

b) určitá soustava rovnovážných cenových relací **p**, která jak plyne ze vzorců odpovídá relacím výrobních cen (v Marxově smyslu)
c) určitá míra zisku μ
d) určité tempo růstu ρ

O míře akumulace a se zde předpokládá, že je zadána jako exogenní faktor modelu. Ze vztahů (9) a (10) je také ihned patrno, jaká je souvislost mezi mírou zisku a tempem růstu. Musí totiž platit

$$1 + \mu \quad = \rho + (1 - a) \mu + 1$$

a po úpravě

$$\rho = \alpha \mu \tag{11}$$

Tedy řečeno Morishimovými slovy: „V případě rozšířené reprodukce se tempo růstu hospodářství rovná míře zisku násobené poměrem akumulace k nadhodnotě".[10])

Vidíme opět, že kvantativní určení tempa růstu, plynoucí z modelu Morishimy - Marxe - von Neumanna je ve shodě s výsledky jiných modelů růstu, zejména pak Harroda—Domara. Vztah (11) můžeme číst docela dobře takto: tempo růstu se rovná míře akumulace násobené efektivností kapitálu. Musíme mít jen na paměti, že efektivnost kapitálu zde měříme jako čistou efektivnost, tj. poměrem zisku a ne celého národního důchodu ke kapitálu, ovšem zároveň míra akumulace je zde měřena jako poměr akumulace na sumě zisků (nadhodnoty) a nikoliv k národnímu důchodu. Součin je však stejný, jak je zřejmé z následující rovnosti

$$(A/M)/(M/K) = (A/D)/(D/K)$$

kde A je objem akumulace, M celková nadhodnota, K je kapitál a D národní důchod. Dodejme, že i zde platí: při postupu systému po von Neumannové cestě je možno dosáhnout nejvyššího tempa růstu a nejvyšší míry zisku při daných: spotřebních koeficientech **A**, produkčních koeficientech **B**, koeficientech pracnosti **w**, úrovni reálné mzdy ω a míře kapitalistické akumulace α.. Změn akaždé z těchto daných veličin může změnit rovnovážnou trajektorii systému, tj. jak rovnovážné výrobní proporce **q**, tak rovnovážné ceny **p**, tak konečně také tempo růstu ρ a průměrnou míru zisku μ. Ovšem i zde platí, že k postupu po von Neumannově cestě je nutné, aby byl systém již ve výchozím období v rovnovážném stavu.

Morishima odvozuje ještě jeden alternativní model, který nazývá modelem Walrase - von Neumanna. Je to převedení Walrasova modelu, o němž jsme se zmiňovali na počátku této stati, do terminologie a symboliky von Neumannova modelu. Tento model Walrase - von Neumanna se liší od modelu Marxe - von Neumanna pouze v jediné věci a sice v tom, že míra zisku se nepočítá na součet konstantního a variabilního kapitálu, ale pouze na kapitál konstantní. Ostatní, včetně určení tempa růstu jako součin míry zisku a míry kapitalistické akumulace, nebo řečeno Keynesovskou terminologií průměrného sklonu kapitalistů k úsporám, zůstává stejné.

V dosavadním postupu se v modelech von Neumannova typu vycházelo při určení tempa růstu fakticky pouze z akumulačního procesu a nebral se ohled na množství pracovní síly. Morishima si ve své knize stručně všímá i této podmínky.

Dejme tomu, že obyvatelstvo (pracovní síla) roste tempem ρ_L. Pak podmínkou zachování rovnováhy mezi poptávkou a nabídkou pracovní síly (za předpokladu, že tato rovnováha existovala ve výchozím období) je rovnost

$$\rho = \rho_L \tag{12}$$

Při tom Morishima říká, že ρ plynoucí z von Neumannova modelu, či jeho alternativ Marx - von Neumannova nebo Walras - von Neumannova modelu, je možno považovat za analogii Harrodova zaručeného tempa a ρ_L je analogií přirozeného tempa růstu (za předpokladu neexistence technického pokroku). Dále z předcházejícího výkladu bylo zřejmé, že velikost míry zisku, a tedy i tempa růstu za jinak nezměněných podmínek závisí na úrovni reálné mzdy. Najdeme-li takovou úroveň reálné mzdy, při níž bude platit (12), tedy při níž se rovná přirozené a zaručené tempo růstu, dosáhneme úplné dynamické rovnováhy ekonomického systému, to jest takové situace, při níž se vyrábí neustále právě tolik výrobků, kolik je potřeba na výrobní i osobní spotřebu, a zároveň ani nenarůstá nezaměstnanost, ani se neobjevuje nedostatek pracovních sil. A to je situace odpovídající tzv. „zlatému věku" Joan Robinsonové.

Z dosud popsaných vlastností von Neumannovy cesty vychází tzv. věta o dálnici (Turnpike Theorem), která je rozvíjena zejména v pracích Dorfmana, Samuelsona a Solowa, Hickse, Mc Kenzieho, Morishimy, Nikaida a Radnera.[11])

Problém, o který jde, lze stručně formulovat takto:

1) je zadán ekonomický systém, který je charakterizován podobným způsobem jako u von Neumanna,
2) je zadán počáteční stav systému, který nemusí ležet na von Neumannově cestě,
3) je zadáno cílové kritérium, a to buď jako maximalizace úrovně výroby v zadaných proporcích (Morishima), nebo jako maximalizace nějaké užitečnostní funkce U[**q**(T)], kde **q**(T) je vektor produkce v cílovém roce (Radner a Nikaido).
4) hledá se efektivní (či optimální) trajektorie systému, to jest taková, která vede v konečném roce plánovacího období k maximu cílového kritéria.

Základní tvrzení „teorie dálnice", které je dokazováno v citovaných pracích, lze formulovat asi takto : Při dostatečně dlouhém plánovacím období, leží efektivní trajektorie systému po většinu času v těsné blízkosti von Neumannovy cesty.

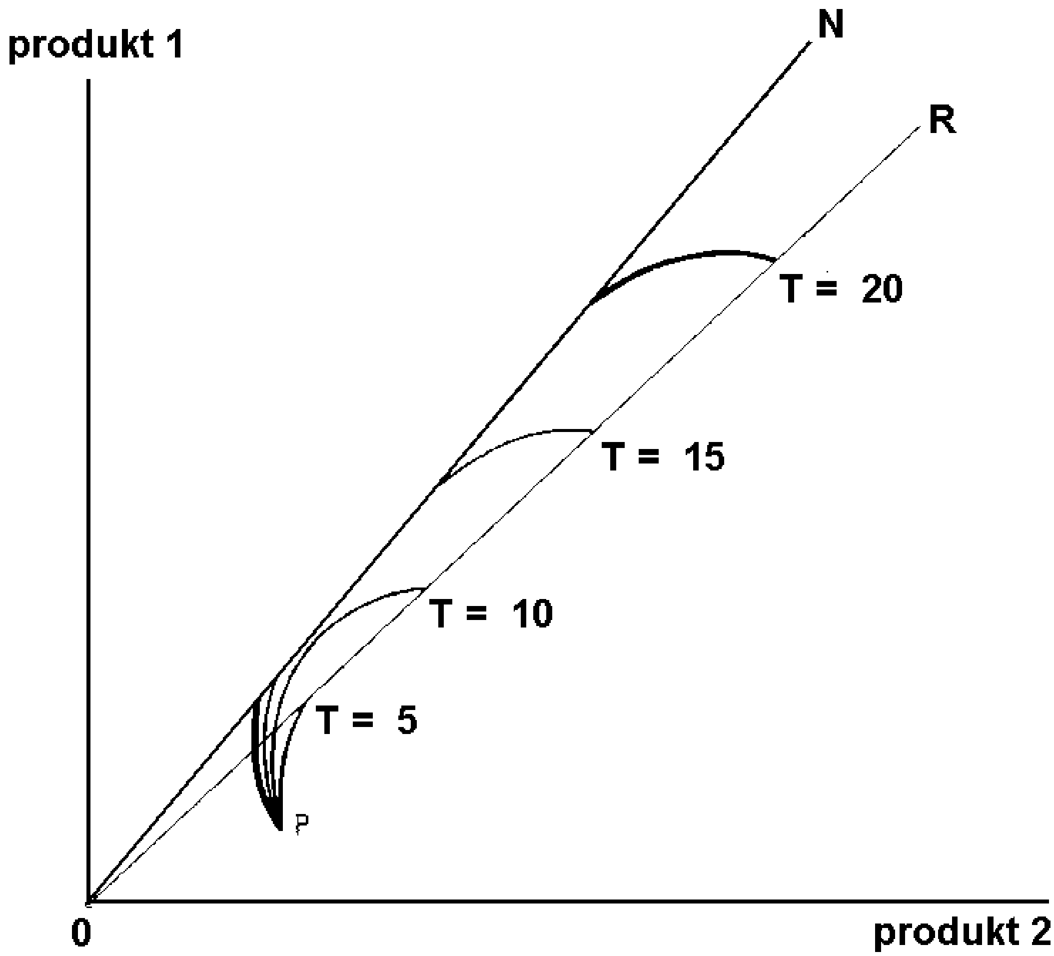
Toto tvrzení má asi následující ekonomický smysl. Víme, že von Neumannova cesta je dána takovými výrobními proporcemi q, které se při ekonomickém růstu konstantním tempem růstu nemění. Předpokládejmu, že se výchozí a cílové proporce liší od proporcí odpovídajících von Neumannově cestě. Úkolem je najít takový pohyb systému z výchozího bodu k cílovým proporcím, při němž je zároveň v cílovém roce dosaženo maximální úrovně výroby (nebo maxima užitečnostní funkce). Postup od výchozího k cílovému bodu se může dít různými způsoby. Například nejprve necháme růst ekonomiku v původních proporcích a teprve ke konci upravujeme proporce podle požadavku cíle, nebo naopak nejprve změníme proporce na cílové a pak necháme růst ekonomiku v těchto proporcích, nebo konečně měníme proporce během celého vývoje rovnoměrně. Jsou ovšem možné i další varianty. Teorie dálnice dokazuje, že žádná z uvedených variant není nejlepší, ale že je nejlepší (je-li ovšem plánovací období dostatečně dlouhé) nejprve změnit výchozí proporce na proporce von Neumannovské, pak postupovat po von Neumannově cestě a teprve ke konci období upravit proporce na cílové. A to i za toho předpokladu, že von Neumannovy proporce se liší od výchozích a cílových proporcí mnohem více, než tyto mezi sebou navzájem.

Lze to názorně ukázat na obrázku. Křivky znázorňují trajektorii růstu dvouvýrobkové ekonomiky. Přitom je

P . . . výchozí stav,
N . . . je von Neumannova cesta,
R . . . představuje cílové proporce,
T .....je délka plánovacího období.

Úkolem je dostat se během daného T z bodu P na co nejvzdálenější bod přímky R. Křivkami jsou zakresleny pouze efektivní trajektorie, které, jak ukazuje obrázek, leží při dostatečně velkém T po většinu času v těsné blízkosti von Neumannovy cesty.

Z obrázku je vidět, že se tvrzení teorie dálnice může na prvý pohled zdát paradoxní. Efektivní trajektorie totiž není ta nejkratší, ale je spojena s jistou „zajížďkou" na von Neumannovu cestu. Oprávněnost tohoto tvrzení však můžeme i bez matematického důkazu do značné míry pochopit, uvědomíme-li si, že von Neumannova cesta je spojena s maximálně možným tempem růstu ekonomiky. Jinak řečeno, za jistých okolností (je-li T dosti velké) se vyplatí „zajet si" na von Neumannovu cestu, poněvadž po ní se „jede" mnohem rychleji než po kterékoliv jiné. Je to něco podobného, jako se automobilistovi vyplatí udělat si zajížďku na dálnici, protože po dálnici může jet mnohem rychleji než po obyčejné silnici.



Uvedené strukturální modely ještě nevyčerpávají plně téma, které je v názvu této stati. Zůstává ještě celá obsáhlá oblast tzv. *optimalizačních modelů.* Jestliže optimalizačním modelům zde nebudeme věnovat tolik místa jako modelům typu Leontiefa a von Neumanna, neznamená to, že by byly méně významné. Naopak právě teorie optimalizačních dynamických strukturálních modelů na sebe v poslední době soustřeďuje pozornost velkého množství ekonomů a matematiků na celém světě. Mohli bychom jmenovat např. L. V. Kantoroviče a A. Konuse z SSSR, Ragnara Frische z Norska, Moustachiho z Francie, A. Rudru z Indie a další. Optimalizační modely jsou vesměs sestavovány pro potřeby plánování národního hospodářství. Také v CSSR se připravuje sestavení optimalizačního dynamického strukturálního modelu, který by byl vhodný pro potřeby plánování u nás.[12])

Nebudeme zde probírat všechny podrobnosti optimalizačních modelů ani různé zvláštnosti jednotlivých variant a autorů. Náš výklad může být usnadněn tím, že strukturálně bilanční základ těchto modelů je obdobný jako u modelů, o nichž jsme již hovořili. Používá se buď systému bilancování obor na obor (resp. výrobek na výrobek) a pak se operuje s maticemi technických koeficientů a investičních koeficientů, nebo se používá systém bilancování výrobek na výrobní proces (jako u modelu von Neumanna), a pak musí být zvláště matice spotřebních a zvláště matice produkčních koeficientů. V druhém případě je řešení modelu (optimální plán) vyjádřen ne přímo v produkci výrobků (oborů), ale intenzitami — někdy se také říká aktivitami — jednotlivých výrobních procesů.

Základním a nejdůležitějším specifickým rysem optimalizačních modelů je, že zadané (objektivní) technické a ekonomické podmínky v nich neurčují trajektorii růstu jednoznačně. Tyto podmínky musí dovolovat modelům jistou volnost — tj. musí dovolovat různé možné varianty růstu. Z těchto variant se pak v optimalizačním modelu vybírá podle zadaného kritéria nejlepší varianta — tj. optimální trajektorie růstu systému.

Je pravda, že nakonec po nalezení optima — je modelem opět trajektorie růstu dána jednoznačně. Nesmíme však směšovat takovéto jednoznačné určení optimálního růstu s objektivní nutností. Z objektivního hlediska je optimální trajektorie jen jednou z možných trajektorií růstu a může nastat stejně jako kterákoliv jiná přípustná trajektorie.[13])

Již pojem „optimálnost" v sobě obsahuje prvek lidského (subjektivního) hodnocení. Objektivní hledisko není hodnotící, nemůže proto rozlišovat dobré, lepší, horší apod., ale pouze možné, nutné, nemožné a pod. K tomu, abychom hodnotili něco jako lepší než jiné (a optimální trajektorie je nejlepší ze všech možných), musíme mít *kritérium,* podle něhož se usuzuje, co je lepší a co horší. Toto kritérium nemůže být dáno objektivně, a proto nemůže být pros-tým výsledkem vědeckého (ekonomického) poznání. Kritérium optimality, které vstupuje do optimalizačních modelů prostřednictvím tzv. cílové (účelové, kriteriální, či hodnotící) funkce vyjadřuje určitý *společenský systém preferencí,* který je odvozen ze společenských cílů a zájmů. Optimalizační modely proto mohou dát pro tytéž objektivní podmínky různé trajektorie růstu podle toho, jaká jsou hodnotící kritéria.

V tomto směru se optimalizační modely liší velmi výrazně zejména od popsaného Leontiefova dynamického modelu. Při zadaných parametrech a počátečních podmínkách dává totiž jeho řešení jednoznačný výsledek. Neposkytuje žádnou volnost, a tudíž ani možnost výběru nejlepší mezi možnými variantami. Napadne nás však, že tím se Leontief opět vzdal přednosti, kterou tak zdůrazňoval v souvislosti se svým otevřeným statickým modelem. Skutečně otevřený model umožňuje jistou volnost, a proto je ho možno snadno přeměnit v model optimalizační, a to přidáním omezujících podmínek a účelové funkce. Zůstane však modelem statickým. Dynamický Leontiefův model dává jednoznačné řešení, avšak jen za předpokladů, o nichž jsme mluvili. Tyto předpoklady je však také možno „uvolnit", tak aby se v modelu objevily jisté stupně volnosti. Pak již doplněním omezujících podmínek a hodnotící funkce je možno také i tento dynamický model přeměnit v model optimalizační. „Uvolnění" podmínek se může týkat např.

předpokladů o vývoji konečné spotřeby v čase nebo zavedení volby technologie. Zavedení volby technologie znamená připustit, že tentýž výrobek může být vyroben různými technologiemi, které jsou v modelu charakterizovány různými soustavami technických koeficientů.

Logika von Neumannova modelu má k optimalizačním modelům ještě blíže. Von Neumannův model neurčuje trajektorii růstu jednoznačně, ale naopak umožňuje různé varianty růstu ekonomiky. Von Neumannova cesta je ta z trajektorií růstu, při které se dosahuje nejrychlejšího tempa růstu. Proč by tedy nebylo možné von Neumannovu cestu považovat za optimální trajektorii? Především bychom museli za kritérium optimality považovat maximalizaci tempa růstu, závažnější však je, že při odvozování von Neumannovy cesty se nepřihlíží k počátečním podmínkám, v nichž se systém nalézá. Přihlédneme-li k počátečním podmínkám, může se stát, že von Neumannova cesta ne bude patřit ani mezi trajektorie přípustné. Proto je o von Neumannové cestě lépe hovořit jako o rovnovážné a nikoliv optimální. V teorii dálnice se pak teprve setkáme s optimální trajektorií v pravém slova smyslu. Jaký je vztah mezi optimální trajektorií a von Neumannovou cestou, je pak právě z teorie dálnice velmi dobře vidět.

Druhou velmi významnou charakteristikou optimalizačních modelů je *vzájemná korespondence mezi tzv. primární a duální formulací.* Přitom primární část modelu se v podstatě týká naturálně bilančních vztahů a duální část modelu hodnotových vztahů. Přibližně řečeno řešením optimalizačního modelu dostaneme současně jak optimální plán výroby, tak optimální soustavu cen. Vzájemná korespondence mezi strukturou výroby (a jejím růstem) a soustavou cen, není samo o sobě nic nového. Vyskytovala se ve všech zmíněných typech modelů. Přitom však u Walrase a von Neumanna (respektive Morishimy) byla mezi strukturou výroby a soustavou cen jednoznačná korespondence, u Leontiefa nikoliv.

V optimalizačních modelech je nové to, že se také o cenové soustavě (a dalších hodnotových kategoriích) nyní hovoří v kategoriích optimality a nikoli rovnováhy. Optimalizační modely tak připouštějí různé možné soustavy cen vyhovující jistým omezujícím podmínkám, mezi nimiž je možno najít (podle duální účelové funkce) jednu nejlepší soustavu cen. Ceny patřící k optimální soustavě se obvykle nazývají duální nebo stínové ceny (shadow prices), Kantorovič je nazývá „objektivně podmíněná ocenění”. Důležité je, že stejně jako optimální trajektorie výroby, ani duální (stínové) ceny nejsou jednoznačně určeny objektivními podmínkami. Hledat nejlepší soustavu cen znamená tedy nejen respektovat objektivní nutnost, ale také společenský systém preferencí.

Je zajímavé, že vlastnosti duálních cen, které byly původně odvozeny čistě matematickou cestou, se shodují s tím, co bylo již dříve odvozeno nejrůznějšími ekonomickými teoretiky. Přitom mají duální ceny *současně* vlastnosti, které byly dříve považovány za teoreticky neslučitelné. Ceny výrobků mají klasickou „nákladovou" stavbu, tj. rovnají se součtu materiálových nákladů, mzdových nákladů, zisků a rent. Přitom, bude-li v modelu jediným limitujícím činitelem práce, pak budou duální ceny „hodnotového typu” ve smyslu pracovní teorie hodnoty, budou-li limitujícími faktory práce a kapitál, pak vyjdou ceny blízké typu „výrobní ceny” a budou-li navíc limitovány přírodní zdroje, objeví se v cenách i renty z přírodních zdrojů. Vidíme, že duální ceny v tomto smyslu docela dobře odpovídají klasické a také marxistické teorii hodnoty a ceny.

Model však zároveň provádí i „imputaci” hodnoty od účelové (užitečnostní) funkce na výrobky prvního, druhého, třetího atd. řádu (ve smyslu Mengera a Bohm-Bawerka). To znamená, že oceňování výrobních prostředků je odvozováno od výrobků z nich vytvořených. Imputace hodnoty probíhá postupné v celém řetězci od výrobků nižšího řádu k výrobkům vyššího řádu, až nakonec je imputována jistá hodnota (ocenění) primárním, nereprodukovatelným výrobním faktorům. Ocenění omezených zdrojů má charakter „cen ze vzácnosti” (scarcity prices) a jejich ekonomická role spočívá v tom, že při ekonomické kalkulaci usměrňují rozhodování tak, aby bylo (z hlediska zvolené účelové funkce) co nejlépe využito omezených zdrojů.

Po formální stránce je vztah mezi primárními a duálními proměnnými modelu následující: ke každé podmínce primární formulace vyjádřené buď jako bilanční rovnice, nebo nerovnost existuje jedna duální proměnná (cena) a naopak každé primární proměnné odpovídá v duální formulaci jedna podmínka.

To znamená, že ke každé řádce v soustavě bilančních rovnic výroby (tj. k bilanci každého druhu výrobků) model přiřazuje duální cenu tohoto výrobku. Ke každému řádku v bilanci kapacit a investic přiřazuje model jako duální proměnné míry zisku z příslušných druhů investičních statků. Průměrná mzda je duální proměnnou odpovídající omezenosti pracovní síly. Renty se objevují jako duální proměnné v souvislosti s omezeností přírodních zdrojů. K podmínkám vyjadřujícím maximální, respektive minimální hranice vývozu nebo dovozu jsou duálními proměnnými celní sazby, k rovnici vyjadřující bilanci zahraničního obchoduje duální proměnnou devizový kurs.

Jak optimální trajektorie ekonomického růstu, tak optimální soustava cen a dalších hodnotových kategorií závisí na tom, jakým způsobem se formuluje účelová funkce. Vhodná formulace účelové funkce je proto jedním z nejzávažnějších problémů při konstrukci optimalizačních modelů. je to zejména proto, že některé parametry účelové funkce, zejména například míra časové preference, nemohou být nějak objektivně zjištěny.

Poznamky:

1) Léon Walras, Elements of Pure Economics, Allen and Unwin 1954, str. 305.

2) W. W. Leontief, The Structure of American Economy 1919 --1929, Cambridge 1941.

3) W. W. Leontief, The Structure of American Economy 1919 --1939, Cambridge, 1951, str. 206.

4) Méně zvyklý zápis multiplikačního koeficientu zde používáme pro zvýraznění podobnosti s Leontiefovým modelem. Pamatujeme si ovšem, že $(1 - c)^{-1} = 1/(1 - c)$

5) Viz L. Urban, Kapitalismus a odzbrojení, NPL 1964, Příloha

6) W. W. Leontief, Studies in the Structure of American Economy, New York 1953.

7) O. Lang e, Teoria reprodukcji i akumulacj i, Varšava 1961. Český překlad -v NPL 1966.

8) Uber ein Oekonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerischen Fixpunktsatze, Ergebnisse eines mathematischen Kolloqiums, VIII(1937), 73--83. Anglický překlad "A Model of General Economic Equilibrium", Review of Economic Studies, XIII (1945-46), 1 -9.

9) Viz zejména: M. Morishima, An Analysis of Capitalist Process of Reproduction, Metroeconomica, VIII, prosinec 1956; M. Morishima Economic Expansion and the Interest Rate in Generalized von Neumann Models, Econometrica, XXVIII, duben 1960; M. Morishima, Equilibrium, Stability and Growth, A Multi-sectoral Analysis, Oxford 1964.

10) M. Morishima, Equilibrium, Stability and Growth, cit. práce, str. 145.

11) Dorfman, Samuelson, So1ow, Linear Programing and Economic Analysis, New York, 1958. J. R. Hicks, Prices and the Turnpike: The Story of a Mare's Nest, Review of Econornic Studies, únor 1961. L. W. McKenzie, Turnpike Theorem for a Generalized Leontief Model, Econometrica, leden-duben 1963. R. Radner, Paths of Economic Growth that are Optimal with Regard to Only Final States: A Turnpike Theorem, Review of Economic Studies, únor 1961. H. Nikaido, Persistance of Continual Growth near the von Neumann Ray: A Strong Version of the Radner Turnpike Theorem, Econometrica, leden 1964. M. Morishima, Equilibrium, Stability and Growth, Oxford 1964. M. Morishima, On the Two Theorem.s of Growth Economics: A Mathematical Exercise, Econometrica, říjen 1965.

12) Viz J. Skolka, Náčrt modelu optimálního perspektivního plánu, Výzkumná publikace EML při EU CSAV, č. 7, prosinec 1965.

13) Přípustnou se nazývá každá trajektorie, která vyhovuje omezujícím podmínkám vloženým do modelu.