



Munich Personal RePEc Archive

A start-end recession index: Application for United-States

Jacques Anas and Laurent Ferrara

Centre d'Observation Economique

30. July 2002

Online at <http://mpa.ub.uni-muenchen.de/4043/>
MPRA Paper No. 4043, posted 17. July 2007

CENTRE D'OBSERVATION ECONOMIQUE

DOCUMENTS DE TRAVAIL

**UN INDICATEUR D'ENTREE ET SORTIE DE RECESSION :
APPLICATION AUX ETATS-UNIS**

JACQUES ANAS ET LAURENT FERRARA*

30 juillet 2002

* Centre d'Observation Economique
27 avenue de Friedland - 75582 PARIS Cedex 08
mél : lferrara@ccip.fr, janas@ccip.fr

Résumé

Ce document de travail présente un nouvel indicateur économique coïncident, construit par le COE, et permettant de détecter en temps réel les dates d'entrée et sortie de récession pour les Etats-Unis. Cet indicateur est basé sur un modèle à changement de régimes markoviens proposé par Hamilton (1989) et appliqué sur différentes séries représentatives du cycle classique américain, choisies de manière adéquate. Les probabilités filtrées obtenues à partir de ces séries sont combinées en tenant compte du risque de faux signaux pour fournir en sortie une probabilité instantanée de récession. Ce nouvel indicateur vient utilement compléter l'indicateur avancé de retournement conjoncturel IARC des Etats-Unis qui est publié par le COE depuis mars 2001, dans la revue Indicateurs et sur le site Internet du COE, et qui vise à anticiper de façon probabiliste les pics et les creux du cycle de croissance de l'économie américaine. Dans un proche avenir, il est prévu d'appliquer ce nouvel indicateur à la zone euro.

Abstract

This working paper presents a new coincident economic indicator developed by the COE, able to detect in real time peaks and troughs of the american business cycle. This probabilistic indicator is based on the Markov-Switching model proposed by Hamilton (1989), applied to various economic time series carefully chosen. The filtered probabilities stemming from these series are combined by taking into account the risks of false signals in order to provide a recession probability. This new indicator fruitfully completes the leading indicator IARC, released monthly by the COE, which aims at forecasting the fluctuations of the growth cycle. It is planned to apply this new indicator to the eurozone in the next future.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	4
1. L'approche du COE	6
1.1 Rappels sur les concepts et objectifs	6
1.2 La stratégie ABCD du COE	9
1.3 Indicateur avancé ou coïncident de récession ?.....	14
1.4 Coordination IARC/Indicateur de récession et implication des signaux	15
2. Méthodologie de l'indicateur COE d'entrée et sortie de récession	15
2.1 Le modèle à changements de régimes markoviens	16
2.2 Procédure d'agrégation des probabilités	18
2.3 La méthode de sélection des séries.....	20
2.4 La règle de décision	22
3. Application de l'indicateur COE à la détection des points de retournement du cycle classique : le cas des Etats-Unis	23
3.1 Mise en œuvre du modèle MS	23
3.1.1 Le choix de l'ordre autorégressif p	23
3.1.2 Le choix du nombre de régimes.....	24
3.1.3 La distribution conditionnelle du processus.....	24
3.1.4 La période d'apprentissage.....	25
3.1.5 Les probabilités de transition.....	26
3.1.6 La transformation de la série d'origine	27
3.2 Le choix des séries	27
3.2.1 Les séries classiques coïncidentes	27
3.2.2 D'autres séries candidates.....	31
3.2.3 Le choix final.....	33
3.3 Performance de l'indicateur.....	33
3.3.1 Une revue des cycles passés	33
3.3.2 Etape de validation.....	34
3.3.3 Résultats en temps réel sur le dernier cycle	37
CONCLUSION	41
REFERENCES	42
ANNEXES	45
Annexe 1 : Compléments sur le modèle à changements de régimes markoviens de Hamilton (1989)	46
Annexe 2 : Intitulé et source des séries utilisées	51
Annexe 3 : Graphiques	52

Introduction

Depuis 1996, le COE a développé des indicateurs avancés de retournement conjoncturel que l'on dénomme IARC (voir Anas (1997) et Anas et Nguiffo-Boyom (2001)). Ces indicateurs de type probabiliste permettent d'anticiper les pics et creux du cycle de croissance d'une économie, celui-ci représentant par définition l'écart à la tendance du PIB. Ils ont été élaborés et diffusés mensuellement dans la revue Indicateurs du COE, ainsi que sur le site Internet du COE¹, successivement pour la France depuis 1997, pour la zone euro (y compris Allemagne et Italie) depuis 1999 et enfin pour les Etats-Unis depuis 2001 (l'indicateur pour le Royaume-Uni sera disponible courant 2002).

Toutefois, l'indicateur IARC n'apporte pas d'information quant à l'intensité ou plutôt la sévérité² du retournement, d'où l'idée de développer un indicateur d'entrée et sortie de récession. En effet, le ralentissement économique anticipé par le IARC peut se transformer ou non en récession. Suivant la nature du ralentissement (endogène ou lié à un choc extérieur mineur ou majeur), il portera en lui les germes d'une possible récession ou non. S'il existe un potentiel de récession, alors tout dépendra sans doute de la rapidité et de l'intensité de la réaction des autorités en matière de politique contracyclique pour éviter une récession.

Le nouvel indicateur de récession vient donc compléter l'indicateur IARC pour fournir au COE un couple d'indicateurs conjoncturels de type probabiliste propre à suivre étroitement le développement cyclique des économies. Ce projet ambitieux, s'il s'avère performant, constituera un nouvel outil précieux pour le diagnostic conjoncturel. Nous nommons cette stratégie de suivi conjoncturel du développement cyclique la « stratégie ABCD » parce qu'elle se réfère au suivi, grâce au couple d'indicateurs probabilistes du COE, des 4 points A B C D caractéristiques du cycle économique. Le nouvel indicateur de récession a été appliqué dans ce document à la détection du cycle américain. Il est projeté de l'appliquer également au cycle de la zone euro. La méthode retenue est basée sur un modèle paramétrique à changement de régimes markoviens introduit par Hamilton (1989).

¹ www.coe.ccip.fr

² La sévérité tient compte à la fois de l'intensité et de la durée du retournement.

Dans la première section de ce document, nous présentons l'approche ABCD développée par le COE pour identifier les points de retournements des cycles économiques. La deuxième section expose la méthodologie utilisée pour développer l'indicateur COE d'entrée et sortie de récession, basée sur le modèle de Hamilton (1989) à changements de régimes markoviens. Enfin, la dernière section propose une application de cet indicateur au cas des États-Unis et présente les résultats obtenus au cours du dernier cycle en date, depuis janvier 2000.

1. L'approche du COE

1.1 Rappels sur les concepts et objectifs

Depuis les travaux originaux du NBER³ menés par Burns et Mitchell (1946), l'analyse des cycles économiques est restée un sujet d'actualité. Cet intérêt émane en particulier des autorités publiques et monétaires dans leur désir de réguler l'économie, par exemple pour contrecarrer une trop forte inflation, pour re-dynamiser l'économie en cas de ralentissement ou pour éviter les récessions. Ces trois derniers exemples, parmi d'autres, permettent de mesurer l'importance de la compréhension et de la prévision des cycles économiques.

L'apparition et la réactualisation de nombreux outils statistiques et économétriques depuis une dizaine d'années, tels que les modèles à facteurs dynamiques (Stock et Watson (1989, 1991, 1993)) ou les processus à changements de régimes markoviens (Hamilton (1989)), ont permis de reconsidérer sous un nouveau jour l'analyse et la mesure des cycles. Au vu de la très grande quantité d'information disponible quotidiennement, ces méthodes avancées permettent au statisticien de jouer pleinement son rôle de *data-miner* dans la mesure où le travail de ce dernier consiste à extraire de la masse d'information offerte le signal le plus synthétique et le plus fiable possible, afin de permettre l'aide à la décision.

Une des principales difficultés réside dans la définition précise du cycle économique. Une définition du cycle classique largement acceptée par les experts est celle proposée par Burns et Mitchell (1946) : « *Les cycles d'affaires sont un type de fluctuations que l'on trouve dans les grands agrégats d'activité économique d'un pays... : un cycle est constitué de périodes d'expansion qui ont lieu à peu près en même temps dans plusieurs domaines d'activité suivies de périodes de récession...* »⁴. Cette définition met en évidence deux faits stylisés : le co-mouvement et la non linéarité (voir sur ces points Diebold et Rudebusch (1999)). Le co-mouvement signifie que la plupart des séries macroéconomiques évoluent ensemble au cours d'un même cycle, avec un retard plus ou moins grand selon le type de séries considérées.

Ce phénomène permet, entre autres, d'établir une classification des séries par rapport à un cycle de référence : séries avancées, coïncidentes ou retardées. Cette classification est notamment

³ National Bureau of Economic Research (www.nber.org).

utilisée pour construire des indicateurs d'activité économique. La non linéarité est due au fait que le comportement d'une série macroéconomique, lors d'une phase d'expansion économique, diffère de celui observé lors d'une phase de contraction. Par exemple, la durée moyenne des deux phases du cycle n'est pas égale : elle est clairement plus élevée en période d'expansion qu'en période de contraction. Ainsi, sur les sept derniers cycles d'affaires observés aux Etats-Unis, la durée moyenne est de 11 mois pour une période de contraction et de 52 mois (soit environ 4 années et demi) pour une période d'expansion. Un autre exemple est la notion de dépendance à la durée (*duration dependence*) mise en évidence par Diebold, Lee et Weinbach (1994). Ces derniers auteurs ont montré sur des données américaines datant d'après la seconde guerre mondiale que, dans une phase de contraction, la probabilité de changer de phase augmente au cours du temps, alors qu'elle reste constante dans une phase d'expansion. De plus, la succession de cycles non périodiques, constitués de périodes d'expansion puis de périodes de contraction, est également à l'origine de non linéarités de type longue mémoire dans de nombreuses séries macroéconomiques (voir par exemple Diebold et Rudebusch, 1989a). Ce phénomène a déjà été mis en évidence dans la littérature statistique par Hurst (1951), dans le domaine de l'hydrologie, qui lui a donné le nom de « l'effet Joseph ».

La caractérisation en pratique du cycle économique passe par la détection des pics et des creux de ce cycle sur de nombreuses séries macroéconomiques ou sur une série censée représenter l'ensemble de l'activité économique, telle que le PIB ou un indice d'activité économique. La difficulté pour le praticien est alors d'estimer correctement les dates des points de retournements du cycle, soit *ex post* (datation), soit en temps réel (détection ou *nowcasting*). Des méthodes de datation des points de retournement du cycle ont été développées dans la littérature, comme par exemple la méthode de Bry et Boschan (1971). Les développements des travaux de Hamilton (1989) sur les modèles à changements de régimes markoviens ont permis d'approcher sous un nouvel angle les points de retournements en les considérant comme des points de changement de régime, ce régime étant lui-même inobservable mais engendré par une dynamique de type chaîne de Markov.

Du fait de leur facilité d'utilisation, les processus à changements de régimes markoviens (ou « Markov-Switching processes », MS dans la suite du document) ont largement été utilisés dans la littérature afin de modéliser des séries non stationnaires à caractère macroéconomique ou

⁴ « *Business cycles are a type of fluctuation found in the aggregate economic activity of nations ... : a cycle consists of expansions occurring at about the same time in many economic activities, followed by similarly general recessions....* ».

financier. En effet, parmi les modèles appartenant à la classe des processus non linéaires, les modèles MS font partie des plus parcimonieux et des plus simples à mettre en œuvre. Par exemple, de nombreuses applications du modèle MS en économie ont été effectuées sur des séries du PIB, afin de modéliser l'asymétrie du cycle classique de nombreux pays (voir, par exemple, Hamilton (1989), Rabault (1993) ou Krolzig et Toro (1999)).

Contrairement à ce que l'on pourrait penser de prime abord, savoir en temps réel si on se trouve dans une période de récession n'est pas un travail facile. Par exemple, en ce qui concerne les Etats-Unis, certains experts affirmaient que les Etats-Unis étaient déjà en récession avant les attentats terroristes du 11 septembre 2001, alors que d'autres soutenaient au contraire que ces attentats avaient plongé le pays dans un état de récession.

La définition la plus courante d'une récession est celle donnée par le NBER :

« Une récession est une baisse significative de l'activité diffusée dans l'économie, durant plus de quelques mois, visible dans la production industrielle, l'emploi, le revenu et le commerce de gros et de détail. Une récession commence juste après que l'économie ait atteint un pic d'activité et d'emploi et se termine quand l'économie atteint un creux. »⁵

Par conséquent, une récession commence après le pic du cycle classique et finit au moment du creux de ce même cycle. Une méthode couramment utilisée pour détecter une récession est la règle qui affirme que l'économie d'un pays est en récession lorsque le taux de croissance du PIB de ce pays reste négatif pendant deux trimestres consécutifs⁶. Toutefois cette règle n'est pas le critère officiel retenu par le comité de datation du NBER mais une caractérisation commode des récessions que les médias ont largement répandue dans le public. En réalité, la reconnaissance d'une récession peut se faire à l'aide de la règle dite des 3D : *Duration, Depth, Diffusion*. Cependant, il faut attendre entre six mois et un an après le début d'une récession pour que celle-ci soit officiellement identifiée par le comité de datation du NBER. En effet, le NBER se place dans une optique de datation des récessions et non pas dans une optique de détection. En revanche, nous nous intéressons dans cet article à la création d'un indicateur permettant la détection rapide en temps réel du début et de la fin d'une récession.

⁵ « *A recession is a significant decline in activity spread across the economy, lasting more than a few months, visible in industrial production, employment, real income and wholesal-retail trade. A recession begins just after the economy reaches a peak of output and employment and ends as the economy reaches a throughb.* »

⁶ Harding et Pagan (2001) attribuent cette règle à Arthur Okun.

1.2 La stratégie ABCD du COE

Le cycle peut être défini de multiples façons avec, pour chacune de ces définitions, une chronologie forcément différente des « points de retournement » du cycle. Il est important d'insister sur ce aspect car, de ces définitions, découle l'interprétation que l'on pourra donner des signaux de retournement que fournissent les indicateurs, qu'ils soient avancés ou coïncidents. Malheureusement, il n'existe pas de terminologie unique et reconnue pour nommer ces cycles. Ceci entraîne des confusions potentielles chez les utilisateurs des divers indicateurs disponibles sur le marché. Le COE propose une distinction des cycles et une terminologie qui s'appuient sur la tradition dominante retrouvée dans la majeure partie des travaux empiriques : le cycle classique et le cycle de croissance. Toutefois, il est intéressant de distinguer trois types de cycles (voir la figure 1 pour un cas d'école et la figure 2 pour une application à l'économie américaine) :

Le cycle d'affaires ou cycle classique (*business cycle*) qui reproduit le cycle du « niveau » d'activité global d'une économie. C'est la définition la plus répandue dans la littérature. Les points de retournement (nommés B et C dans la figure 1) de ce cycle délimitent les périodes de croissance négative, ou récessions, des périodes de croissance positive. Bien entendu, dans la réalité, une période de croissance négative sera reconnue comme une récession si elle obéit aussi à des critères minimum de durée et /ou d'intensité ainsi qu'à une diffusion suffisante au sein de l'économie. Ainsi, bien que la croissance dans la zone euro soit devenue négative à la fin de 2001, cet épisode n'a pas duré suffisamment longtemps pour que l'on puisse avec certitude parler d'une récession. Les points de retournement de ce cycle classique étant les moments où la croissance s'annule pour devenir négative ou positive, on les appellera respectivement les pics et creux de récession qui correspondent aux entrées et sorties de récession.

Le deuxième cycle, très largement évoqué notamment en Europe, est le cycle de croissance (*growth cycle*). Ce cycle est défini comme le cycle de l'écart de la série utilisée (généralement le PIB) à sa tendance. L'expression n'est pas heureuse et peut prêter à confusion car ce cycle n'est pas le cycle du taux de croissance (voir ci-dessous) comme on pourrait le supposer. Ce cycle de croissance a des points de retournement (nommés A et D sur la figure 1) qui peuvent s'interpréter assez facilement. En effet, le pic A du cycle de croissance est le moment où le taux de croissance repasse au-dessous du taux de croissance tendanciel. De même, le creux C représente le moment où il repasse au-dessus. En effet, le pic est atteint lorsque la dérivée de l'écart à la tendance s'annule, donc lorsque la dérivée de la série (assimilable au taux de croissance instantané) égale la dérivée de la tendance (soit la pente de la tendance si celle-ci est linéaire comme on le suppose dans le cas d'école sur la figure 1). Comme il faut donner un nom aux phases

baissières et haussières, nous parlerons respectivement de ralentissement conjoncturel et de reprise (ou rebond) conjoncturelle. De même, nous dénommerons les pics A et les creux D, les points de retournement conjoncturels.

Le troisième cycle considéré est le cycle du taux de croissance. Le pic (point α sur la figure 1) représente alors le maximum atteint par le taux de croissance. Au contraire, le creux (point β sur la figure 1) indique que le taux de croissance est passé par son point bas et remonte. Il est difficile de donner un nom aux phases de ce cycle. Il est en tout cas périlleux de parler de ralentissement lorsque le taux de croissance passe par un maximum. Ainsi, lorsque la croissance trimestrielle du PIB de la France, par exemple, passe de 4 % l'an à 3 %, on ne peut parler de ralentissement conjoncturel car le PIB continue de croître à un rythme se situant au-dessus de sa croissance tendancielle. Il est aussi contestable de parler de reprise conjoncturelle lorsque la croissance passe de -2 % à -1 % : même si le taux augmente, il reste négatif, ce qui correspond à une baisse d'activité, donc à une période récessive. Paradoxalement, c'est à ce cycle que se réfèrent le plus les économistes. Il est approché par le glissement annuel ou le taux de croissance trimestriel (du PIB en général). Toutefois, l'un et l'autre présentent des désavantages par rapport au taux instantané. Le glissement annuel, par exemple, présente une forte inertie par rapport au taux instantané et s'ajuste naturellement avec retard aux inflexions du taux instantané, notamment en ce qui concerne les pics et creux, comme on le voit sur la figure 1. De manière identique, nous savons que la variation annuelle présente des décalages avec les changements de conjoncture et incorporent ce que les économistes appellent des « acquis » de croissance. Si la variation trimestrielle du PIB ne présente pas ce désavantage d'inertie, elle est cependant plus volatile car elle incorpore des effets irréguliers de court terme (non saisonniers puisque les PIB sont la plupart du temps corrigés des variations saisonnières (CVS)). Quant au cycle du taux de croissance instantané sous-jacent, filtré des perturbations de très court terme, il est trop difficile à estimer⁷.

⁷ Le nouvel indicateur EuroCoin publié par le CEPR en produit toutefois une estimation intéressante pour la zone euro.

Figure 1 - Evolution simultanée du cycle du taux de croissance, du cycle classique et du cycle de croissance et l'approche ABCD

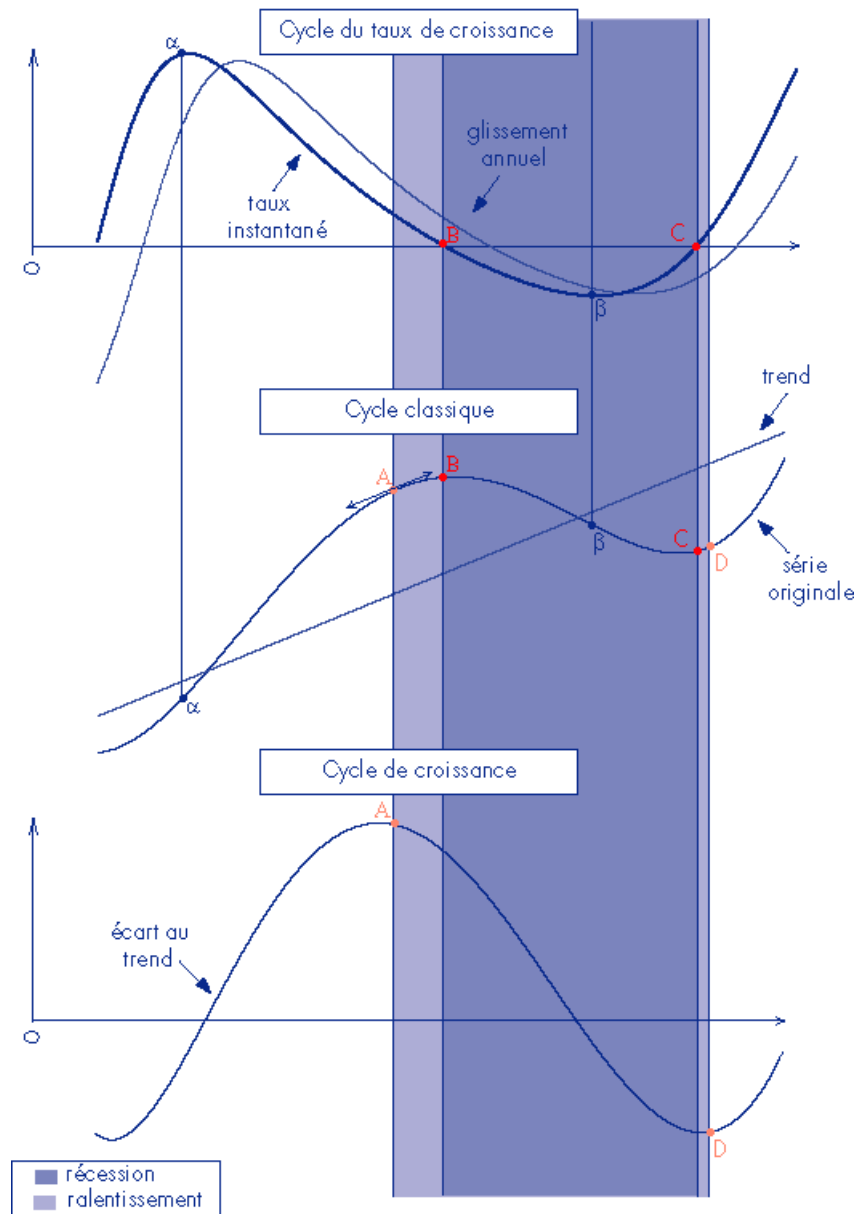
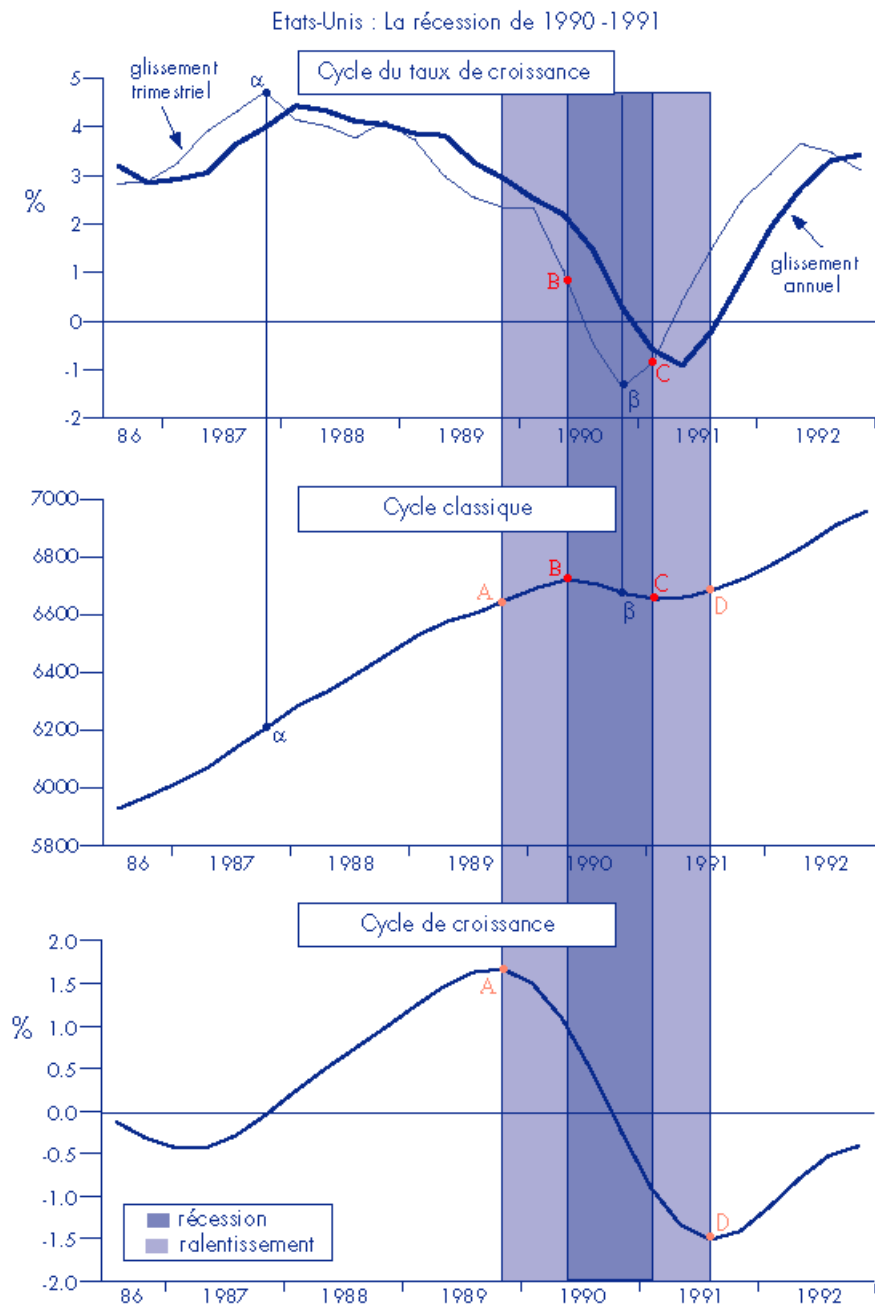


Figure 2 - Evolution du cycle américain sur la période 1986 – 1992 et l'approche ABCD



Trois observations méritent d'être mises en évidence sur les liens entre ces cycles :

1. Il existe une chronologie naturelle entre les points de retournement de ces différents cycles. Ainsi, le pic α du cycle du taux de croissance précède toujours le pic A du cycle de croissance, lequel précède le pic B du cycle classique. En d'autres termes, le taux de croissance passe par un maximum, décélère jusqu'à son niveau tendanciel puis devient négatif. La chronologie des creux n'est pas symétrique pour les reprises. En effet, le creux β du cycle du taux de croissance précède d'abord le creux C du cycle classique, lequel précède enfin le creux D du cycle de croissance.

2. Un point de retournement n'en implique pas nécessairement un autre. Bien entendu, un pic du taux de croissance précède toujours un pic du cycle de croissance. En d'autres termes, après être passé par un maximum, le taux de croissance repasse toujours en dessous de son taux tendanciel, mais dans un laps de temps inconnu et très variable. C'est pourquoi le pic du taux de croissance est difficile à détecter et un freinage du rythme de croissance trimestriel ne préfigure pas toujours un ralentissement conjoncturel. Par exemple, on a pu constater un pic du taux de croissance dans la zone euro début 2000, mais il n'était pas prudent d'en déduire la période de ralentissement économique qui s'est produite en 2001.

De même, un pic du cycle de croissance ne débouche pas forcément sur une récession. Autrement dit, le fait que la croissance passe en dessous de sa tendance n'implique pas nécessairement qu'elle deviendra négative. Par exemple, aux Etats-Unis en 1994-95, on avait observé un ralentissement de croissance sans récession. Par contre, récemment, le ralentissement conjoncturel qui s'est initié en mai 2000 s'est soldé par une récession en mars 2001, soit 10 mois plus tard.

Dans le cas des creux, la question est différente parce que l'on sait que les creux successifs sont plus rapprochés. En effet, les périodes de récession ont tendance à être de plus en plus courtes. On s'attend naturellement à ce qu'une remontée de la croissance soit suivie d'un retour à une croissance positive dans un délai assez court. En revanche, il n'est pas sûr que le creux D du cycle de croissance suive rapidement le creux C de la récession : par exemple, après la récession américaine de 1991, la croissance est restée molle pendant un certain temps.

3. D'un point de vue économique, tant pour l'aide à la décision des gouvernements que des acteurs privés, il est important de repérer les points de retournement les plus pertinents. Il nous semble que l'anticipation des pics des cycles de croissance et des cycles classiques sont les plus importants car ceux du cycle du taux de croissance ont, en général, une avance trop

instable sur ces autres pics. Ce n'est pas le cas des creux qui, quant à eux, se suivent de manière plus rapprochée.

Résumons l'enchaînement des trois pics successifs : ⁸

- 1) Le point α est le moment où le taux de croissance passe par son maximum (pic du cycle du taux de croissance). En toute rigueur, c'est le taux de croissance instantané maximal. On peut l'estimer en pratique par le glissement trimestriel en moyenne mobile d'ordre 3 centrée pour en éliminer la volatilité. Souvent, les économistes approchent le cycle du taux de croissance à l'aide du glissement du PIB sur quatre trimestres, mais, dans ce cas, le maximum du glissement estime le point α avec retard.
- 2) Le point A indique le moment où le taux de croissance instantané retombe en dessous du taux de croissance tendanciel.
- 3) Le point B indique que la série originale passe par un maximum et donc que le taux de croissance devient négatif : c'est le début de la récession.

Le point α nous semble le moins informatif du point de vue des cycles car il ne débouche pas forcément sur un point A. Si c'est le cas, le délai est de surcroît fortement instable dans le temps. Il serait imprudent de déduire d'un maximum du taux de croissance un quelconque enseignement sur l'occurrence prochaine d'un ralentissement du cycle de croissance. C'est pourquoi, le repérage d'un point α ne permet pas d'établir un diagnostic en termes cycliques. Par exemple, aux Etats-Unis, le pic du taux de croissance de la fin 1987 précède de plus de deux ans le début de la récession de 1989, ce qui lui enlève toute validité opérationnelle (voir figure 2). De même, la crise asiatique de 1998-99 avait provoqué un point α (pic du taux de croissance) sans qu'il ne soit suivi d'un ralentissement conjoncturel.

1.3 Indicateur avancé ou coïncident de récession ?

En France, il n'existe pas d'indicateur de récession⁹. Cela tient sans doute à la rareté des récessions observées depuis la seconde guerre mondiale (trois en tout : 1974, 1981 et 1993), phénomène probablement lié à la faiblesse des oscillations cycliques dans une économie longtemps régulée. Aux Etats-Unis, il existe une longue tradition d'indicateurs, du baromètre de

⁸ Le dernier pic peut ne pas se produire si le ralentissement ne se transforme pas en récession.

⁹ En réalité, au début du siècle, des tentatives de baromètres ont existé, sur la trace des expériences américaines et allemandes.

Harvard jusqu'aux travaux du NBER. Toutefois, la performance de ces indicateurs avancés du cycle classique est très contestée. On montrera ici qu'il est difficile d'identifier des indicateurs avancés fiables des récessions, la fiabilité étant définie par la capacité à ne pas émettre trop de faux signaux. Ainsi, il est apparu qu'on ne pouvait élaborer qu'un indicateur coïncident de récession¹⁰. Il a été mis au point en premier lieu pour les Etats-Unis.

1.4 Coordination IARC/ Indicateur de récession et implication des signaux

L'utilisation combinée du couple d'indicateurs probabilistes du COE est riche d'enseignements. En début de récession, le point A précède le point B. De plus l'indicateur IARC est avancé alors que l'indicateur de récession est légèrement retardé. Le signal d'un ralentissement par le IARC doit donc toujours précéder le signal d'entrée en récession. Ainsi, dans les faits, l'indicateur coïncident de récession ne devrait être calculé que lorsque le signal IARC a été donné.

En fin de récession, le point C précède le point D, et l'indicateur IARC est avancé alors que l'indicateur de récession est légèrement retardé. L'écart entre les signaux nous donne un renseignement, en particulier en ce qui concerne l'intensité de sortie du cycle (D plus ou moins proche de C). Appelons L l'écart temporel entre les points C et D. Si le signal coïncident de récession est donné en premier, alors, en supposant que l'avance de l'indicateur IARC est de 3 mois, la distance L sera au moins de 6 mois. Dans ce cas, la reprise est donc plutôt lente. Si au contraire, le signal IARC est donné avant, alors on est sûr que l'on se trouve dans un schéma de sortie rapide du cycle puisque l'écart L sera inférieur à 3 mois. Dans le cas du dernier cycle américain, le signal IARC de décembre 2001 a été donné avant le signal de sortie de récession émis en janvier 2002. Cet enchaînement nous laissait supposer que la sortie de récession se faisait à un rythme soutenu puisque les points C et D étaient très rapprochés.

2. Méthodologie de l'indicateur COE d'entrée et sortie de récession

Dans cette section, nous présentons la méthodologie mise en œuvre pour développer l'indicateur COE d'entrée et sortie de récession. Dans un premier temps, le modèle univarié à changements de régimes markoviens développé par Hamilton (1989) est présenté. Ce modèle paramétrique, appliqué à une série donnée, permet de fournir en sortie une probabilité instantanée d'appartenance à un régime de récession, associée à cette série. L'estimation des paramètres et les extensions récentes de ce modèle sont considérés dans l'annexe A.1. Dans un second temps, par

¹⁰ En réalité, il peut être légèrement retardé, les retards étant compris entre 0 et 2 mois.

agrégation de ces probabilités, en tenant compte des risques de première et seconde espèce, un indicateur d'entrée et sortie de récession est alors calculé. Enfin, dans un dernier temps, l'approche permettant de sélectionner les séries à inclure dans cet indicateur composite est détaillée.

2.1 Le modèle à changements de régimes markoviens

Les modèles à changements de régimes markoviens ont été introduits dans la littérature statistique par Hamilton (1989) afin de prendre en compte un certain type de non stationnarité présente dans de nombreuses séries à caractère économique et financier. Ayant observé que ce type de séries présente souvent des ruptures dans leur moyenne, l'idée originale d'Hamilton fut de modéliser cette non stationnarité à l'aide d'un processus linéaire par morceaux. En particulier, on suppose que la série observée peut être approchée à l'aide d'un processus autorégressif dont les paramètres évoluent au cours du temps. De plus, Hamilton (1989) émet l'hypothèse que l'évolution de ces paramètres est gouvernée par une variable inobservable que l'on peut modéliser à l'aide d'une chaîne de Markov à K régimes, d'où le nom de ce type de processus : *Markov-Switching Models* (ou modèles MS(K) dans la suite de ce document).

En économie, la variable inobservable, que l'on note (S_t) , est souvent supposée représenter l'état courant de l'économie. Dans la plupart des applications, cette variable est modélisée par une chaîne de Markov à deux régimes, c'est-à-dire que pour tout t , la variable S_t prend la valeur 1 quand l'économie est en expansion et la valeur 2 quand l'économie est en contraction. Certains auteurs (par exemple Sichel, 1994) ont récemment mis en évidence que les modèles MS avec seulement deux régimes manquent de flexibilité pour capturer avec précision les évolutions des séries macroéconomiques, comme, par exemple, le taux de croissance du PIB américain. Toutefois, dans la suite de ce document nous considérons uniquement des processus MS à 2 régimes, d'une part par commodité d'écriture et de présentation, d'autre part car la caractérisation expansion/contraction du cycle classique, proposée originalement par Burns et Mitchell (1946), est ainsi respectée (on renvoie à la section 3.1 pour une discussion sur le sujet).

On définit le processus (X_t) comme étant un processus MS(2) s'il vérifie les équations suivantes, dans le cas d'un processus AR(p), :

$$X_t = a_{0,1} + a_{1,1}X_{t-1} + \dots + a_{p,1}X_{t-p} + \mathbf{e}_t, \text{ quand } S_t=1, \quad (1)$$

et

$$X_t = a_{0,2} + a_{1,2}X_{t-1} + \dots + a_{p,2}X_{t-p} + \mathbf{e}_t, \text{ quand } S_t=2, \quad (2)$$

où (\mathbf{e}_t) est un processus bruit blanc de variance finie inconnue \mathbf{s}^2 . On parle alors de processus MS(2)-AR(p). Les équations (1) et (2) peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$X_t = a_{0,S_t} + a_{1,S_t} X_{t-1} + \dots + a_{p,S_t} X_{t-p} + \mathbf{e}_p \quad (3)$$

où, pour $k=0, \dots, p$, $a_{k,S_t} = a_{k,1}$ quand $S_t=1$, et $a_{k,S_t} = a_{k,2}$ quand $S_t=2$.

De plus, la représentation complète du processus MS(2)-AR(p) requiert la spécification de la variable (S_t) comme une chaîne de Markov à 2 régimes. C'est-à-dire, pour tout t , S_t ne dépend que de S_{t-1} , *i.e.*, pour $i, j=1, 2$,

$$P(S_t = j | S_{t-1} = i, S_{t-2} = i, \dots) = P(S_t = j | S_{t-1} = i) = p_{ij} \quad (4)$$

Les probabilités $(p_{ij})_{i,j=1,2}$ sont appelées les probabilités de transition ; elles mesurent la probabilité de rester dans le même régime et de passer d'un régime à l'autre. On obtient alors de manière triviale l'égalité suivante :

$$p_{11} + p_{12} = p_{21} + p_{22} = 1. \quad (5)$$

En pratique, il est souvent intéressant de considérer les probabilités non conditionnelles de se trouver dans un régime spécifique. On peut montrer que (voir Hamilton (1994)) :

$$P(S_t = 1) = (1 - p_{22}) / (2 - p_{11} - p_{22}), \quad (6)$$

et

$$P(S_t = 2) = (1 - p_{11}) / (2 - p_{11} - p_{22}) \quad (7)$$

A partir des mesures de la persistance des régimes de la série, p_{11} et p_{22} , on peut également obtenir une estimation de la durée moyenne d'un régime. En effet, si on note $(U^1)_t$ la variable aléatoire représentant la durée du séjour du processus MS dans le régime 1, sachant que le régime initial est 1, alors on montre facilement que cette variable aléatoire suit une loi géométrique de paramètre $(1 - p_{11})$, *i.e.*, pour tout $n > 0$:

$$P(U^1_t = n) = p_{11}^{n-1} (1 - p_{11}) \quad (8)$$

Par conséquent, la moyenne et la variance de la durée du régime 1 sont données par les équations suivantes :

$$E(U^1_t) = 1 / (1 - p_{11}) \quad (9)$$

et

$$Var(U^1_t) = p_{11} / (1 - p_{11})^2 \quad (10)$$

Evidemment, un raisonnement analogue fournit la moyenne et la variance de la durée du régime 2.

D'une manière générale, on suppose que la loi de distribution du processus bruit blanc (\mathbf{e}_t) dans l'équation (3) est la loi Normale standard. Par conséquent, si on note (x_p, \dots, x_T) la trajectoire finie de longueur T issue d'un processus MS(2)-AR(p), noté (X_t) , la densité de distribution conditionnelle du processus (X_t) , notée $f(x_t / F_{t-p}, \mathbf{q})$, est donnée par l'équation suivante :

$$f(x_t / F_{t-1}, \mathbf{q}) = \sum_{i=1}^2 f(x_t / S_t = i, F_{t-1}, \mathbf{q}) P(S_t = i / F_{t-1}, \mathbf{q}), \quad (11)$$

où $f(x_t / S_t = i, F_{t-p}, \mathbf{q})$ est la densité de distribution conditionnelle de (X_t) , en supposant que le régime courant S_t est connu pour toute date t , donnée par l'équation suivante :

$$f(x_t / S_t, F_{t-1}, \mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{2p\mathbf{s}}} \exp\left[-\frac{(x_t - a_{0,S_t} - \sum_{k=1}^p a_{k,S_t} x_{t-k})^2}{2\mathbf{s}^2}\right], \quad (12)$$

où, pour tout t , F_t est le vecteur d'information jusqu'à la date t , *i.e.* : $F_t = (x_p, \dots, x_t)$, et où $P(S_t = i / F_{t-p}, \mathbf{q})$ est la probabilité conditionnelle d'être dans le régime i à l'instant t , sachant le vecteur d'information jusqu'au temps $t-1$. Cette dernière probabilité est également connue comme étant la *probabilité filtrée*. Elle est estimée au cours du processus d'estimation par maximum de vraisemblance des paramètres décrit en annexe. C'est cette probabilité estimée que nous récupérerons en sortie pour construire notre indicateur probabiliste permettant de détecter en temps réel les récessions. Notons que l'on peut également estimer une autre probabilité conditionnelle d'être dans le régime i à l'instant t , mais sachant toute l'information jusqu'au temps T . Cette probabilité $P(S_t = i / F_T, \mathbf{q})$ est connue comme étant la *probabilité lissée*, elle est surtout utilisée pour dater les récessions.

2.2 Procédure d'agrégation des probabilités

Les indicateurs composites, qu'ils soient avancés, coïncidents ou retardés, sont souvent construits comme la moyenne pondérée de séries normalisées. L'approche considérée ici est différente et a déjà été utilisée pour le calcul de l'indicateur avancé de retournement conjoncturel (IARC) développé par le COE (voir Anas, 1997 et Anas et Nguiffo-Boyom, 2001). Etant donné que les séries chronologiques à caractère économique sont souvent difficiles à comparer du fait de leur hétérogénéité (enquêtes d'opinion ou valeurs mesurées, niveau ou taux de variation, fréquences d'échantillonnage différentes), on a choisi de calculer la probabilité d'une récession de l'économie dans son ensemble en agrégeant les probabilités de récession issues de plusieurs séries. La procédure d'agrégation des probabilités est décrite ci-dessous.

On suppose que l'on a sélectionné N séries chronologiques coïncidentes avec le cycle classique selon la procédure décrite dans la section 2.3 suivante, notées (X^k) , pour $k=1, \dots, N$. Pour $k=1, \dots, N$, on note $(S^k)_t$ la variable latente associée à la série $(X^k)_t$, telle que, pour tout t , $S^k_t = 1$ si la série X^k_t est dans un régime bas correspondant à un régime de récession et $S^k_t = 0$ sinon. De plus, on note $(R)_t$ la variable telle que $R_t = 1$ si l'économie est en récession au temps t et $R_t = 0$ sinon. On va donc chercher à estimer $P(R_t = 1)$, pour tout t , ce qui constituera notre indicateur de récession.

Pour chaque série coïncidente du cycle classique, (X^k) , la probabilité d'être en récession $P(R_t = 1)$, à chaque temps t , peut être décomposée selon la formule bayésienne suivante :

$$P(R_t = 1) = P(R_t = 1 | S^k_t = 1)P(S^k_t = 1) + P(R_t = 1 | S^k_t = 0)P(S^k_t = 0) \quad (13)$$

Les deux risques associés à cette approche sont, d'abord, \mathbf{a}^k , le risque de faux signal de récession (erreur de type I) défini par l'égalité suivante :

$$\mathbf{a}^k_t = P(R_t = 0 | S^k_t = 1), \quad (14)$$

et, ensuite, \mathbf{b}^k , le risque de manquer la récession (erreur de type II) défini par l'égalité suivante :

$$\mathbf{b}^k_t = P(R_t = 1 | S^k_t = 0). \quad (15)$$

On suppose que les deux types de risque sont constants à travers le temps, *i.e.* pour tout t ; $\mathbf{a}^k_t = \mathbf{a}^k$ et $\mathbf{b}^k_t = \mathbf{b}^k$. Pour tout t , un estimateur de $P(R_t = 1)$ est $P_k(R_t = 1)$, la probabilité d'être en récession basée sur l'information fournie par la variable $(X^k)_t$, définie par l'équation suivante :

$$P_k(R_t = 1) = (1 - \mathbf{a}^k)P_t^k + \mathbf{b}^k(1 - P_t^k), \quad (16)$$

$$= \mathbf{b}^k + (1 - \mathbf{a}^k - \mathbf{b}^k)P_t^k, \quad (17)$$

où P_t^k est la probabilité filtrée d'être en récession fournie le modèle MS appliquée à la variable $(X^k)_t$, et où \mathbf{a}^k et \mathbf{b}^k sont les estimateurs des erreurs de type I et II, respectivement calculés en pratique par la fréquence empirique de faux signaux et par la fréquence empirique de signaux manqués.

Par analogie avec le calcul des indices de diffusion, on peut calculer une sorte d'indice de diffusion des probabilités estimées $P_k(R_t = 1)$ à l'aide d'une procédure d'agrégation de ces probabilités résumant ainsi l'information fournie par chacune des séries $(X^k)_t$. Cet indice de diffusion des probabilités se présente sous la forme suivante :

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [P_k(R_t = 1)] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{b}^k + (1 - \mathbf{a}^k - \mathbf{b}^k) P_t^k, \quad (18)$$

$$= \bar{\mathbf{b}} + \sum_{k=1}^N \frac{(1 - \mathbf{a}^k - \mathbf{b}^k)}{N} P_t^k. \quad (19)$$

Enfin, on décide de normaliser l'égalité précédente de manière à ce que l'indicateur soit égal à 1 dès que les probabilités filtrées P_t^k sont toutes égales à 1. On définit alors l'indicateur COE d'entrée et sortie de récession (*Start-End Recession Index* ou SERI) de la manière suivante :

$$SERI = \frac{\bar{\mathbf{b}}}{1 - \bar{\mathbf{a}}} + \sum_{k=1}^N \left[\frac{(1 - \mathbf{a}^k - \mathbf{b}^k)}{\sum_{k=1}^N (1 - \mathbf{a}^k)} \right] P_t^k, \quad (20)$$

où $\bar{\mathbf{a}}$ et $\bar{\mathbf{b}}$ sont les moyennes pour $k=1, \dots, N$, des erreurs de type I et II.

2.3 La méthode de sélection des séries

Un des principaux problèmes de ce type d'indicateur économique est de choisir de manière adéquate les différentes composantes à inclure. En effet, on recherche des séries possédant simultanément une assez forte persistance, car la volatilité peut mener à un signal erratique et peu fiable, ainsi qu'une capacité de réaction rapide dans le cas d'une récession, de manière à fournir un signal le plus tôt possible. En effet, fiabilité et rapidité sont les principales caractéristiques que se doit de posséder un tel indicateur. Par exemple, s'agissant des Etats-Unis, les séries classiquement utilisées par le comité de datation du cycle classique du NBER semblent être de bonnes candidates (voir section 3.2). De plus, le but étant de construire un indicateur mensuel, les séries échantillonnées sur une fréquence trimestrielle, comme le PIB par exemple, ne seront pas considérées.

L'application d'un modèle MS univarié sur chacune des séries permet de fournir en sortie une probabilité instantanée filtrée d'être dans un régime haut ou d'être dans un régime bas pour chacune des dates. En associant le régime bas à une période de récession, on peut alors fournir

une probabilité instantanée d'être en récession. De plus, en choisissant une règle de décision appropriée, on pourra alors conclure à l'occurrence d'une récession à tout instant.

Dans cette étude, on se place dans une optique de détection des régimes cachés à l'aide des probabilités et non pas dans une optique d'ajustement du modèle aux données. Ainsi, le critère que l'on prendra en compte est un critère de qualité de détection et non pas de qualité d'ajustement du modèle aux données de type, par exemple, critère d'information d'Akaike (AIC). Le critère considéré est le critère QPS (*Quadratic Probability Score*) de Brier (1950), suggéré par Diebold et Rudebusch (1989b). Ce critère QPS est défini par l'équation suivante :

$$QPS = 1/T \sum (R_t - P_t)^2, \quad (21)$$

où, pour $t=1, \dots, T$, $(P_t)_t$ est la probabilité filtrée d'être en récession issue du modèle MS univarié appliqué à une certaine variable et $(R_t)_t$ prend pour valeur 1 pendant les phases de récession et pour valeur 0 pendant les phases d'expansion, selon les dates officielles identifiées par le NBER. Notons également que le critère APS (*Absolute Probability Score*), tel que :

$$APS = 1/T \sum |R_t - P_t|, \quad (22)$$

sera également utilisé.

Par conséquent, à l'aide de ces critères QPS et APS, on va pouvoir comparer la capacité des nombreuses séries potentielles à détecter les récessions économiques. Les meilleures séries au sens de ces critères seront alors agrégées selon la procédure présentée dans la section 2.2 de manière à construire un indicateur d'entrée et sortie de récession.

En fait, on observe que les séries macroéconomiques reliées à l'emploi sont les plus informatives en termes de détection des récessions. Ainsi, deux des quatre composantes de notre indicateur SERI pour les Etats-Unis (voir section suivante) sont relatives à l'emploi : le taux de chômage et l'indice des annonces d'offres d'emploi publié par le Conference Board. Cette observation est cohérente avec les propos tenus régulièrement par Robert Hall (voir par exemple Hall, janvier 2002), le directeur du comité de datation du cycle classique du NBER qui note que « l'emploi est probablement l'indicateur unique le plus fiable » d'une récession. Toutefois, il s'avère que les séries relatives à l'emploi sont souvent retardées par rapport au cycle classique de référence. Afin de réduire ce retard, on cherche alors à ajouter aux composantes précédentes de notre indicateur des séries telles que, par exemple, l'indice de la production industrielle, plus avancé mais fournissant davantage de faux signaux. En effet, la production industrielle est un bon indicateur

des récessions industrielles mais pas des récessions globales. Toutefois, cette caractéristique est prise en compte dans la construction de l'indicateur par la procédure d'agrégation qui donnera moins de poids à cette série.

2.4 La règle de décision

Afin d'interpréter correctement le signal fourni par l'indicateur SERI, la détermination d'une règle de décision associée est importante. En effet, la diffusion de la probabilité brute d'un événement est difficilement exploitable par les praticiens. Par exemple, les différents indicateurs de récession calculés par Stock et Watson, et diffusés mensuellement sur leur site Internet (voir le site de James Stock : <http://ksghome.harvard.edu/~Jstock.Academic.Ksg/>), sont des probabilités de récession sans aucune règle de décision associée. Par conséquent, lorsque, par exemple, la probabilité d'être en récession atteint 73 % (comme ce fût le cas en juin 2001), peut-on conclure à l'occurrence d'une récession ou doit-on attendre que la probabilité franchisse un seuil plus élevé ?

Des règles de décision *ad-hoc*, exprimées sous la forme d'un certain critère à satisfaire, sont souvent utilisées pour signaler les points de retournements (par exemple, la règle du Conference Board publiée en page 2 de la revue mensuelle « Business Cycle Indicators »). Dans notre cas, la détermination de cette règle de décision revient à choisir une valeur seuil empirique au-delà de laquelle un signal de début ou de fin de récession est donné. Pour chacune des séries composantes de l'indicateur, la valeur seuil « naturelle » de 50 % est choisie. En effet, au-dessus de cette valeur seuil de 50 %, la probabilité d'être dans un régime bas de contraction est plus grande que la probabilité d'être dans un régime haut d'expansion, et inversement. S'agissant de l'indicateur SERI lui-même, l'opération de normalisation effectuée sur cet indicateur (voir section 2.2) a permis de garder cette valeur seuil naturelle de 50 %. Ainsi, on dira que l'économie considérée est dans un régime de récession lorsque l'indicateur SERI franchit à la hausse le seuil de 50 %, et reste au-dessus de ce niveau. De manière symétrique, on dira que l'économie est dans un régime d'expansion lorsque l'indicateur SERI passe en dessous du seuil des 50 %.

3. Application de l'indicateur COE à la détection des points de retournement du cycle classique : le cas des Etats-Unis

Dans un premier temps, nous précisons les hypothèses effectuées lors de la mise en œuvre du modèle MS univarié sur les séries économiques américaines. Dans un second temps, le choix des séries à inclure dans l'indicateur, basé sur la méthodologie présentée en 2.3, est détaillé. Enfin, les performances de l'indicateur COE d'entrée et sortie de récession sur le cycle américain sont présentées. On distinguera deux périodes : une période allant de 1965 à 2000 permettant de valider l'indicateur à partir de ses performances passées et une seconde période à partir de 2001 sur laquelle les résultats de l'indicateur sur le dernier cycle sont présentés.

3.1 Mise en œuvre du modèle MS

Pour chacune des séries pouvant potentiellement faire partie des composantes de l'indicateur, plusieurs hypothèses sont nécessaires à la spécification du modèle MS.

3.1.1 Le choix de l'ordre autorégressif p

Dans son papier original, Hamilton (1989) développe une application de son modèle sur les données du PIB américain sur la période 1952-1984 à l'aide d'un processus MS(2)-AR(4). Ce choix de $p=4$ est en partie dû au fait que les données utilisées étaient trimestrielles et Hamilton désirait prendre en compte une éventuelle saisonnalité résiduelle. Toutefois, ce choix a été critiqué à plusieurs reprises par la suite (voir Lahiri et Wang (1994)), car les paramètres autorégressifs étaient non significatifs. En effet, il se trouve souvent en pratique que les paramètres autorégressifs d'un modèle MS-AR ne sont pas significatifs ; le critère de parcimonie nous recommande alors de ne pas les prendre en compte dans la spécification du modèle. Le fait de ne pas utiliser de paramètres autorégressifs, en particulier dans une optique de détection des régimes cachés, a été considéré à plusieurs reprises dans des articles appliqués (voir par exemple les articles de Lahiri et Wang (1994), Layton et Smith (2000), Layton et Katsuura (2001)).

De plus, le problème de l'estimation des paramètres d'un modèle MS, dû à la forme de la fonction de log-vraisemblance, est avéré. Il peut sembler donc superflu, voire hasardeux, de vouloir diminuer le nombre de degrés de liberté du modèle en considérant un grand nombre de paramètres dont l'intérêt reste à prouver. Le critère de parcimonie dans un modèle MS apparaît être d'une grande importance.

Enfin, de manière pragmatique, si l'on se place dans une optique prédictive, on peut invoquer l'argument selon lequel le modèle qui ajuste le mieux les données n'est pas forcément celui qui fournit les meilleures prédictions. Cet argument a été utilisé par Lahiri et Wang (1994) qui montrent qu'en imposant un ordre $p > 0$, les performances du modèle MS au sens de la détection de points de retournement se détériorent. Ceci est peut-être dû au fait qu'augmenter le nombre de paramètres autorégressifs revient à augmenter la persistance du modèle, ce qui induit un manque de flexibilité aux environs des points de retournements de la série. Par conséquent, en vertu de ces différents arguments, il semble que le choix $p=0$ soit un choix raisonnable en pratique.

3.1.2 Le choix du nombre de régimes

Sichel (1994) a mis en évidence le fait que le cycle classique américain est mieux représenté par une succession de trois régimes distincts : un régime de contraction, un régime d'expansion rapide (phase de croissance *vive*) qui apparaît généralement après une période de contraction (ce qu'on appelle aussi une sortie en V) et un régime d'expansion lente (phase de croissance *molle*) qui fait généralement suite à une période d'expansion rapide ou à une période de contraction : dans ce cas, on parle alors de sortie en L. Une application naturelle de cette observation consiste alors à mettre en œuvre un modèle MS à trois régimes sur les séries du cycle classique américain (voir ainsi Boldin (1996) ou Layton et Smith (2000), dans le cas univarié, et Clements et Krolzig (1998) ou Krolzig et Toro (1999), dans le cas multivarié). Cette approche permet de mener une inférence statistique plus riche en particulier en ce qui concerne les probabilités de transition d'un régime à l'autre. De plus, le fait de permettre un troisième régime améliore la qualité d'ajustement du modèle aux données et rend bien souvent inutile la présence de paramètres autorégressifs. Toutefois, dans une optique de détection de récession à l'aide des probabilités filtrées, il semble que le fait d'introduire un régime supplémentaire n'apporte pas de gain significatif, au sens du critère QPS. On se limitera donc dans la pratique à un modèle MS à deux régimes pour chacune des séries. De plus, sur la période considérée dans cette étude (depuis 1965), la présence d'un troisième régime n'apparaît pas clairement. En effet, ce troisième régime d'expansion rapide est surtout caractéristique des forts taux de croissance d'après la seconde guerre mondiale.

3.1.3 La distribution conditionnelle du processus

La loi de distribution conditionnelle du processus, sachant le régime, nécessite plusieurs hypothèses. Tout d'abord, dans la plupart des applications sur des séries macroéconomiques, l'hypothèse d'une distribution conditionnelle gaussienne est retenue. Cependant, cette hypothèse

gaussienne est souvent remise en question, en particulier dans des applications à des actifs financiers dont la loi de distribution non conditionnelle présente une forte leptokurticité, à savoir des queues de distribution plus épaisses que celles de la loi Normale. On peut alors envisager dans ce cas une loi de distribution conditionnelle telle que la loi de Student ou une loi de type GED (*Generalized Error Distribution*).

D'une manière générale, nous considérons la loi de distribution conditionnelle gaussienne suivante :

$$f(x_t / S_t = i, F_{t-1}, \mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s_i}} \exp\left[-\frac{1}{2s_i^2} (x_t - \mathbf{m}_i)^2\right], \quad (23)$$

où $i=1,2$ et 1 représente l'état de contraction et 2 l'état d'expansion.

Ensuite, la question qui se pose est de savoir si l'on autorise ou non le processus à posséder une variance différente dans chacun des régimes, *i.e.* $s_1 = s_2$. La réponse à cette question n'est pas encore très claire. On peut penser *a priori* que faire l'hypothèse de variances différentes doit permettre une plus grande flexibilité. Cependant, le fait de considérer des variances liées au régimes rajoute un paramètre supplémentaire à estimer. Or, la nécessaire parcimonie d'un modèle MS a déjà été évoquée précédemment. Enfin, des calculs effectués au préalable, mais non publiés ici, ont montré qu'allouer une variance différente pour chacun des régimes n'apporte aucune amélioration au sens des critères QPS et APS. Dans un modèle à 3 régimes, il semble que la variance du processus soit clairement liée au régime. A savoir, la variance dans le régime de croissance molle est nettement plus faible que dans les deux autres régimes (Layton and Smith (2000)). En revanche, dans un modèle à deux régimes, il n'y a pas d'évidence claire.

3.1.4 La période d'apprentissage

Ce phénomène relève du problème de l'ergodicité du processus MS. En effet, le processus MS est capable de prendre en compte un certain type de non stationnarité, à savoir une moyenne non constante au cours du temps. Toutefois, si la variance du processus n'est pas constante au cours du temps, le modèle a des difficultés à ajuster correctement les données. Dans le cas des Etats-Unis, ce cas est fréquemment rencontré en pratique. En effet, de nombreuses études empiriques (voir par exemple le travail récent de Sensier et Van Dijk (2001)) ont mis en évidence une baisse de volatilité au cours du temps dans la plupart des séries macroéconomiques américaines.

Cette non stationnarité en variance entraîne des problèmes de non convergence du modèle MS si l'on utilise des données sur une période pour laquelle la série présente une volatilité non constante. C'est pourquoi, le choix de la période d'apprentissage n'est pas sans conséquences. Un exemple d'illustration est le modèle MS original de Hamilton (1989) sur les données du PIB des Etats-Unis, qui converge sur la période 1952-1984, mais qui présente de fortes difficultés de convergence si l'on étend la période, par exemple 1952-2000.

Il est à noter que ce phénomène de variance non constante dans les séries est connu depuis longtemps, en particulier dans le champ financier où les séries chronologiques de rendements d'actifs ont tendance à exhiber des successions de phases de relative tranquillité et de phases de forte volatilité. On peut alors introduire une variabilité temporelle dans la variance conditionnelle du processus à l'aide d'un processus de type ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) proposé par Engle (1982). Par extension, certains auteurs ont permis à la variance conditionnelle de changer de niveau au cours du temps suivant la réalisation d'une chaîne de Markov ; on parle alors de processus SWARCH (Switching ARCH, voir par exemple, Franses et Van Dijk, 2001). En ce qui concerne les séries d'intérêt utilisées dans l'indicateur COE d'entrée et sortie de récession, la période d'apprentissage choisie est la période démarrant en 1965 et finissant en 2000. Cette période permet de calibrer les modèles sur 5 récessions.

3.1.5 Les probabilités de transition

Dans la spécification classique d'un modèle MS, les probabilités de transition sont supposées être constantes au cours du temps. C'est-à-dire, dans le cadre de l'étude du cycle, lorsque la phase courante du cycle mûrit, la probabilité de passer à l'autre phase du cycle reste identique. Cependant, certains auteurs (Filardo et Gordon (1994), Filardo (1994, 1998), Durland et McCurdy (1994) or Diebold, Lee et Weinbach (1994)) ont souligné le manque de flexibilité de cette hypothèse et ont proposé un modèle MS étendu dans lequel les probabilités de transition sont autorisées à varier au cours du temps.

Dans notre application, nous retiendrons la conclusion de Diebold et Rudebusch (1999) sur le sujet, à savoir qu'il n'existe aucune évidence claire en faveur du fait que les expansions deviennent plus fragiles au fur et à mesure qu'elles mûrissent, sur la période d'après-guerre. Par conséquent, le modèle MS utilisé aura des probabilités de transition fixes. Cependant, s'agissant des phases de contraction, il semble qu'il y ait une dépendance à la durée. Il serait alors intéressant, dans des travaux futurs, de considérer cette asymétrie dans les phases et de proposer des probabilités de transition variables, uniquement pendant les phases de contraction.

3.1.6 La transformation de la série d'origine

La plupart des séries macroéconomiques sont non stationnaires en moyenne, soit car elles possèdent une tendance linéaire, soit parce qu'elles sont intégrées d'ordre un, le débat sur le sujet n'étant pas totalement tranché. Par conséquent, il est nécessaire de les transformer avant d'essayer d'ajuster un modèle MS. Ainsi, nous considérons la série $Y_t = \log(X_t) - \log(X_{t-L})$, où (X_t) est la série d'origine et L est le degré de lissage de la série. Le passage classique aux logarithmes permet de stabiliser la variance du processus. Le choix du degré de lissage n'est pas sans conséquences et nécessite un arbitrage de la part du praticien. En effet, un fort degré de lissage permet d'éliminer les variations de fréquence élevée, mais dans le même temps, cela augmente les délais de détection des changements de régimes. Le degré de lissage optimal retenu est un lissage trimestriel ($L=3$), car il s'agit du degré empirique le plus bas qui évite le plus grand nombre de faux signaux au seuil naturel de 50 %.

En résumé, la mise en application d'un modèle MS sur chacune des cinq séries retenues requiert les hypothèses suivantes :

Hypothèses :

- H1 : on fixe le nombre de régimes : $K=2$,
- H2 : on fixe l'ordre autorégressif : $p=0$,
- H3 : les probabilités de transition sont constantes au cours du temps,
- H4 : la densité de distribution conditionnelle est la loi Normale avec une variance identique pour chacun des deux régimes,
- H5 : le degré de lissage optimal retenu est $L=3$,
- H6 : la période d'apprentissage débute en janvier 1965 et finit en décembre 2000.

3.2 Le choix des séries

3.2.1 Les séries classiques coïncidentes

Dans un premier temps, les séries que nous allons étudier à l'aide d'un modèle MS univarié sont celles servant de base à la construction de nombreux indicateurs coïncidents de l'économie (voir, par exemple, Stock et Watson (1993)) et celles prises en compte par le comité de datation du cycle classique du NBER. Ces cinq séries sont les suivantes : revenu disponible des ménages, emploi salarié du secteur non agricole, ventes au détail, production industrielle du secteur manufacturier et taux de chômage des travailleurs civils.

Nous allons donc ajuster un processus MS(2)-AR(0) sur chacune des 5 séries considérées, sur la période janvier 1965 - décembre 2000. Les séries sont présentées en annexe A.3 sur les figures A.1 à A.5 et les résultats relatifs à l'estimation des paramètres et aux valeurs des critères QPS et APS sont contenus dans le tableau 1.

Tableau 1 : Estimation des paramètres du modèle MS, appliqué à 5 séries macroéconomiques américaines considérées par le NBER, en glissement sur 3 mois (données de janvier 1965 à décembre 2000)

Paramètres	Chômage	Prod. Indus.	Emploi	Ventes	Revenu
p_{11}	0.8924 (0.0408)	0.8449 (0.0589)	0.9207 (0.0331)	0.6113 (0.1318)	0.9353 (0.0191)
p_{22}	0.9833 (0.0069)	0.9795 (0.0072)	0.9858 (0.0064)	0.9841 (0.0089)	0.8729 (0.0343)
μ_1	-0.0999 (0.0056)	-0.0286 (0.0033)	-0.0041 (0.0006)	-0.0249 (0.0080)	0.0136 (0.0006)
μ_2	0.0174 (0.0021)	0.0132 (0.0008)	0.0073 (0.0002)	0.0191 (0.0009)	0.0290 (0.0010)
σ^2	0.0379 (0.0014)	0.0141 (0.0005)	0.0036 (0.0001)	0.0152 (0.0006)	0.0082 (0.0003)
QPS	0.0392	0.0569	0.0960	0.1155	0.5348
APS	0.0518	0.0736	0.1062	0.1267	0.6043
Durée moyenne					
Régime bas	9	6	13	3	15
Régime haut	60	50	70	63	8

Tout d'abord, pour chacune des séries, excepté le revenu des ménages, on remarque que la probabilité p_{11} associée au régime bas est toujours plus faible que la probabilité p_{22} associée au régime haut, ce qui est cohérent avec le fait que la durée moyenne d'une période de récession est plus courte que celle d'une période d'expansion. Ensuite, en ce qui concerne les critères QPS et APS, permettant de mesurer la qualité de détection des régimes, le tableau 1 révèle un classement identique selon les deux critères, à savoir, dans l'ordre croissant de la « meilleure » à la « moins bonne » série au sens de ces critères : taux de chômage, production industrielle, emploi, ventes au détail et revenu des ménages.

La série du revenu des ménages présente des valeurs du critère QPS nettement plus élevées que celles des autres séries. On remarque également sur cette dernière série que les deux moyennes des régimes sont toutes les deux positives et très proches l'une de l'autre. Ceci implique que cette série ne semble pas vraiment être adéquate pour détecter les récessions, car elle n'apporte pas suffisamment d'information relative à ce sujet. En fait, cette série ne présente pas deux régimes clairement séparés et exhibe une forte volatilité (voir figure A.5 en annexe). Il semble donc qu'un modèle MS à deux régimes ne soit pas un modèle approprié pour modéliser cette série. Ce phénomène est corroboré par le nombre très élevé de faux signaux de récession émis par cette série lorsqu'on observe la probabilité filtrée de récession fournie par le modèle MS (résultats non présentés ici). De plus, la série des ventes au détail possède une probabilité p_{11} estimée beaucoup plus faible que celle des autres séries, ce qui implique une durée moyenne de récession égale à 3 mois. Cette courte période est incompatible avec la définition d'une récession qui doit durer plus de quelques mois (la récession la plus courte observée a été de 6 mois en 1980). De plus, les écarts-type des paramètres estimés p_{11} , p_{22} et m_2 pour cette série sont plus élevés que ceux des autres séries, ce qui dénote un manque de stabilité des paramètres du modèle. Par conséquent, on choisit de ne pas retenir les séries des revenus et des ventes au détail dans notre indicateur de détection de récession. On ne retient donc, pour l'étape suivante faisant appel à une règle de décision, que les séries du taux de chômage, de la production industrielle et de l'emploi. Il est intéressant de constater que cette sélection est cohérente avec celle de Hall (2001), le président du comité de datation du NBER, qui indique dans sa note de juin 2001 que « la production industrielle et l'emploi sont les deux plus importantes mesures considérées par le NBER dans l'élaboration de sa chronologie du cycle des affaires ».

Nous allons maintenant utiliser une règle de décision pour détecter les récessions à l'aide des probabilités filtrées d'appartenance à un régime, issues du modèle MS appliqué à chacune des trois séries sélectionnées. On se fixe comme seuil *a priori* la valeur naturelle de 0,5. En effet, si la probabilité d'être dans le régime bas est supérieure à 0,5, alors la probabilité d'être dans le régime bas est supérieure à la probabilité d'être dans le régime haut : on infère alors que l'économie se trouve en récession à ce moment-là. Les résultats pour chacune des trois séries sont présentés sous la forme d'un tableau avances-retards (tableau 2) dans lequel on compare la détection des récessions issue de nos modèles MS avec la datation officielle NBER des récessions aux États-Unis. La datation officielle NBER est donnée en termes de pics et de creux du cycle classique.

Tableau 2 : Retards sur le cycle classique NBER de référence pour chacune des 3 séries macroéconomiques retenues

Récessions NBER		Chômage		IPI		Emploi	
pic	fin	début	fin	début	fin	début	fin
déc-69	nov-70	1	2	0	1	5	2
nov-73	mars-75	1	3	1	2	11	3
janv-80	juil-80	2	1	3	1	3	2
juil-81	nov-82	2	1	2	1	2	4
juil-90	mars-91	1	2	4	1	1	13
Moyenne		1,4	1,8	2	1,2	4,4	4,8
Nombre de faux signaux		0	1	0	3	0	0

Il semble donc que ces séries soient réellement informatives en ce qui concerne la détection de récessions puisque aucune d'entre elles n'a jamais raté de récessions aux Etats-Unis depuis 1965. Par contre, la série des ventes au détail, dont nous n'avons pas reporté les résultats ici, ne fournit aucun signal pour la récession de 1970. De plus, les signaux fournis par les trois séries sont persistants, donc plus faciles à interpréter. Ce dernier phénomène est extrêmement important en pratique lorsqu'on essaie de détecter en temps réel les récessions.

En termes de faux signaux, la série de l'emploi est la plus performante car elle ne donne aucun faux signal de début ou de fin de récession. D'ailleurs, aucune des trois séries ne donne de faux signal de début de récession. Elles présentent donc une grande fiabilité. En revanche, le taux de chômage fournit un faux signal de fin de récession en 1974 et la production industrielle fournit trois faux signaux de fin de récession (1970, 1974, 1982).

S'agissant de la rapidité de détection des dates de récession, on observe en premier lieu que les trois séries sont retardées par rapport au cycle classique américain de référence daté par le NBER, bien que ce retard soit faible (entre 1 et 5 mois). On met en évidence ici l'arbitrage entre rapidité et fiabilité du signal émis par une série auquel est fréquemment soumis le praticien. En effet, on aurait pu choisir des séries plus avancées par rapport au cycle de référence (telles que l'écart de taux de d'intérêt ou les variations de stocks), mais on aurait alors perdu en fiabilité au sens où les faux signaux auraient été plus nombreux. Dans le cas de la détection d'une récession économique, il semble clair que la priorité doit être donnée à la fiabilité du signal et non pas à son caractère avancé. Ceci remet en question les nombreuses tentatives de prédiction de récession qui sont apparues au cours de ces dernière années. Par exemple, la récession américaine de 1990 n'a pas été prévue par la plupart des économètres, ce qui a d'ailleurs remis en question de nombreux

indicateurs économiques et de nombreux modèles (voir par exemple Filardo (1999) pour une comparaison).

D'après le tableau 2, on observe que le taux de chômage réagit en premier lors de l'apparition d'une récession (1,4 mois de retard), suivi de peu par la production industrielle (2 mois de retard). Par contre, le signal émis par l'emploi est plus retardé (4,4 mois de retard). Lors d'une sortie de récession, la production industrielle redémarre avant que le taux de chômage ne se réoriente à la baisse (1,2 mois contre 1,8 mois de retard) et l'emploi reste toujours assez retardé (4,8 mois). Toutefois, ce résultat s'explique par l'important retard observé lors de la dernière période de récession (1990-91) pour laquelle la sortie s'était faite très lentement, l'emploi étant resté dans un régime bas pendant plus d'un an après la sortie officielle de récession.

En conclusion, on retiendra que les séries du taux de chômage et de la production industrielle manufacturière modélisées par un processus MS à 2 régimes présentent le meilleur compromis fiabilité/rapidité pour détecter le début et la fin d'une récession, *i.e.* le pic et le creux du cycle classique. En revanche, la série de l'emploi, quoique plus fiable, semble être trop retardée. Dans tous les cas, ces trois séries sont des candidates à fort potentiel pour l'élaboration de notre indicateur.

3.2.2 D'autres séries candidates

On peut se demander s'il n'existe pas d'autres séries ayant un fort pouvoir explicatif de récession aux Etats-Unis, c'est-à-dire, dans le cadre de notre étude, des séries possédant une faible valeur des critères QPS et APS définis par les équations (21) et (22). Une étude automatique de nombreuses séries économiques américaines nous a permis de retenir deux séries supplémentaires : les dépenses de construction du secteur privé, résidentiel et non résidentiel, et l'indice des annonces d'offres d'emploi publié par le Conference Board, connu sous le nom de *Help-Wanted Advertising Index*. Les résultats relatifs à ces deux dernières séries sont contenus dans le tableau 3.

Tableau 3 : Estimation des paramètres et écarts-type du modèle MS et valeurs des critères QPS et APS, pour la série des annonces d’offres d’emploi et la série des dépenses de construction (données de janvier 1965 à décembre 2000)

Paramètres	Offres d'emploi	Dépenses de construction
ρ_{11}	0.9010 (0.0384)	0.8543 (0.0473)
ρ_{22}	0.9820 (0.0078)	0.9751 (0.0089)
μ_1	-0.0976 (0.0062)	-0.0529 (0.0042)
μ_2	0.0215 (0.0024)	0.0139 (0.0016)
σ^2	0.0436 (0.0016)	0.0254 (0.0009)
QPS	0.0524	0.0784
APS	0.0705	0.1010

On observe ainsi que le critère QPS est plus faible pour ces séries que pour la série de l’emploi. De plus, une analyse avance-retard utilisant toujours le seuil naturel de 0,5 (voir tableau 5) met en évidence le fait que ces deux séries sont nettement moins retardées que ne l’est la série de l’emploi. Par conséquent, les dépenses de construction et l’indice des annonces d’offres d’emploi sont retenus pour la construction de l’indicateur de récession. En revanche, du fait de son retard trop élevé, la série de l’emploi ne sera pas utilisée. De plus, afin d’éviter le faux signal de sortie de récession émis par le taux de chômage en 1974, on lisse cette dernière variable sur 5 mois au lieu de 3.

Enfin, de nombreuses autres séries n’ont pas été retenues pour figurer parmi les composantes de notre indicateur, en particulier du fait d’un nombre trop élevé de faux signaux (erreur de type I). Les nombreuses séries d’enquêtes, telles que l’enquête ISM (ex NAPM) ou les anticipations des consommateurs, et les séries à caractère financier, telles que l’écart des taux d’intérêt ou les indices boursiers, semblent être représentatives du cycle de croissance, qu’elles anticipent d’ailleurs, mais pas du cycle classique.

3.2.3 Le choix final

Ainsi, on note (X^k) , pour $k=1, \dots, 4$, les quatre séries utilisées pour construire notre indicateur de récession (voir annexe A.2 pour l'intitulé exact des séries et leurs sources), à savoir :

- X^1 : taux de chômage des travailleurs civils en glissement sur 5 mois
- X^2 : indice de la production industrielle du secteur manufacturier en glissement sur 3 mois
- X^3 : indice des annonces d'offres d'emploi en glissement sur 3 mois
- X^4 : dépenses de construction du secteur privé en glissement sur 3 mois

3.3 Performance de l'indicateur

3.3.1 Une revue des cycles passés

Au cours de la période janvier 1965 – décembre 2000, l'économie américaine a vécu huit cycles de croissance (si l'on excepte le plus récent dont le pic est daté au milieu de l'année 2000), dont cinq se sont transformés en récession (voir tableau 4). Seuls les pics des cycles de croissance de 1966, 1984 et 1994 (point A de l'approche ABCD) n'ont pas été suivis par des pics du cycle classique (point B de l'approche ABCD). Le délai moyen entre les points A et B est d'environ sept mois. En ce qui concerne les creux, le délai entre les creux du cycle classique (point C) et du cycle de croissance (point D) est très court (environ un mois) pour les trois récessions de 1975, 1980 et 1982, car la reprise économique a été vigoureuse. En revanche, pour les récessions de 1970 et 1991, la reprise a été plus molle, le délai entre les points C et D étant alors de deux trimestres.

Tableau 4 : Datation des cycles de croissance et classique aux Etats-Unis de janvier 1965 à décembre 2000

Cycle de croissance		Cycle classique	
Pic	Creux	Pic	Creux
T2 1966	T3 1967	-	-
T1 1969	T2 1971	T4 1969	T4 1970
T3 1973	T2 1975	T4 1973	T1 1975
T1 1979	T3 1980	T1 1980	T3 1980
T2 1981	T4 1982	T3 1981	T4 1982
T3 1984	T2 1987	-	-
T4 1989	T3 1991	T3 1990	T1 1991
T3 1994	T1 1996	-	-

Sources : COE et NBER

3.3.2 Etape de validation

Afin de valider l'indicateur SERI d'entrée et sortie de récession, on met en œuvre une étude dynamique à partir de janvier 1965, jusqu'au mois de décembre 2000 en se servant des probabilités filtrées issues du modèle MS appliqué aux quatre composantes de l'indicateur.

Les résultats relatifs aux quatre composantes, ainsi qu'à l'indicateur SERI d'entrée et sortie de récession, sont présentés dans le tableau 5 et leurs évolutions sont présentées sur les figures 3 et 4. La règle de décision associée à l'indicateur est la même que celle utilisée pour chacune des séries prises séparément : si l'indicateur franchit le seuil de 50 %, la probabilité d'être en récession est alors plus grande que la probabilité de ne pas être en récession et un signal de récession est ainsi donné.

On remarque d'abord que l'indicateur est cohérent avec les dates de récessions officielles du NBER ; le retard moyen sur un début de récession est de 1,4 mois, les retards variant entre 0 et 2 mois, et le retard moyen sur une fin de récession est de 1,6 mois, les retards variant entre 1 et 2 mois. On note ainsi la stabilité des retards au cours du temps. L'indicateur ne fournit jamais de faux signal de début de récession. En revanche, un faux signal de fin de récession a été émis au cours de la récession de 1974. Toutes les séries, exceptées les dépenses de construction, avaient alors basculé dans un régime haut. On note également sur la figure 4 la persistance du signal émis par l'indicateur SERI, ce qui facilite son interprétation.

Tableau 5 : Avances et retards sur le cycle classique NBER de référence pour chacune des 4 séries composantes de l'indicateur de récession SERI et pour l'indicateur lui-même (janvier 1965 – décembre 2000)

Récessions NBER		Chômage		IPI		Annonces		Logement		Indicateur	
pic	creux	pic	creux	pic	creux	pic	creux	pic	creux	pic	creux
déc-69	nov-70	1	4	0	1	0	3	-1	-4	0	2
nov-73	mars-75	3	4	1	2	8	2	-2	2	2	2
janv-80	juil-80	2	2	3	1	-1	0	1	1	2	1
juil-81	nov-82	4	3	2	1	2	0	2	-9	2	1
juil-90	mars-91	2	4	4	1	-4	2	-2	4	1	2
Moyenne		2,4	3,4	2	1,2	1	1,4	-0,4	-1,2	1,4	1,6
Nombre de faux signaux		0	0	0	3	1	0	1	1	0	1

Figure 3 - Evolution des probabilités filtrées de récessions issues des 4 composantes de l'indicateur SERI et des dates de récessions du NBER, de janvier 1965 à décembre 2000

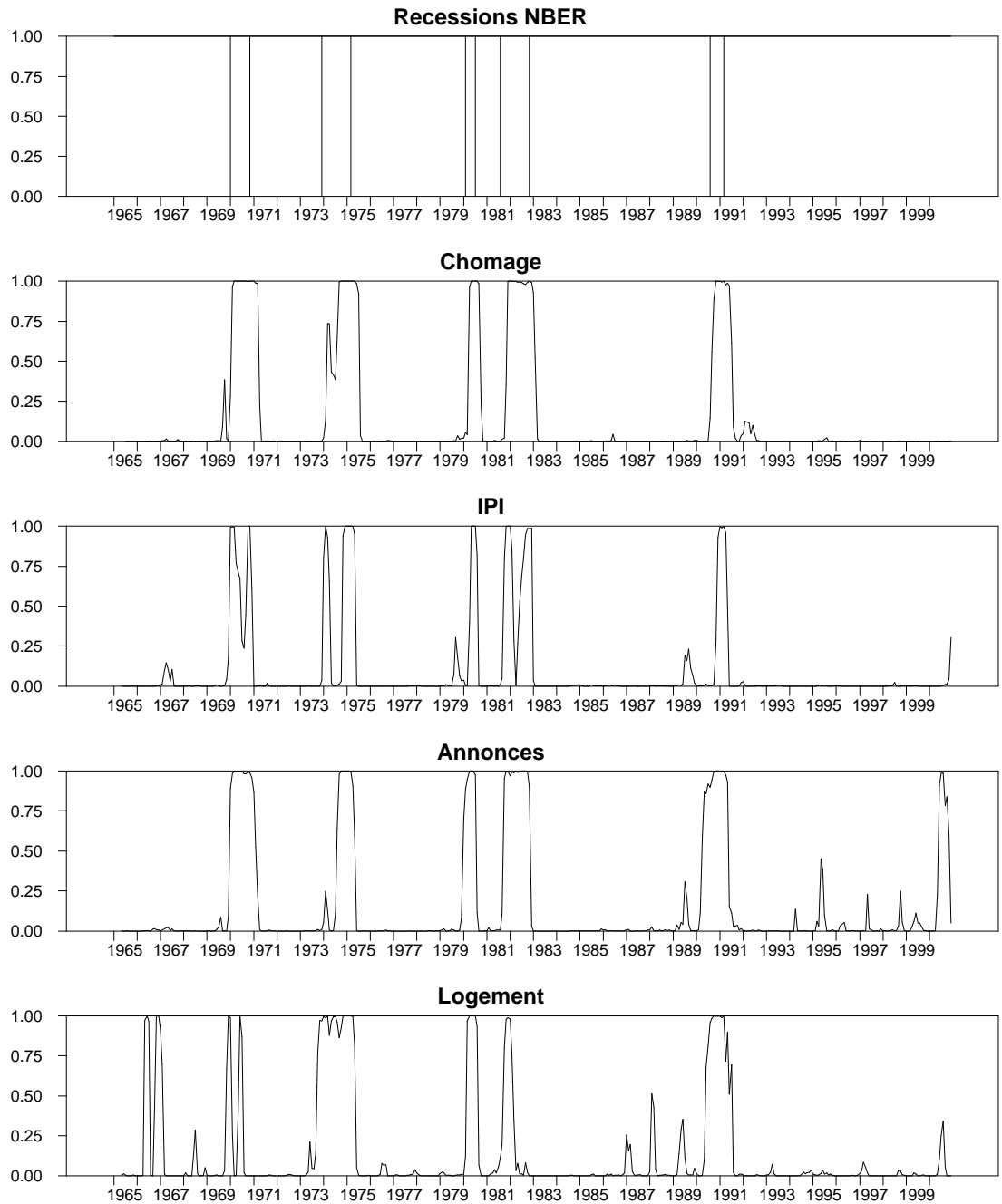
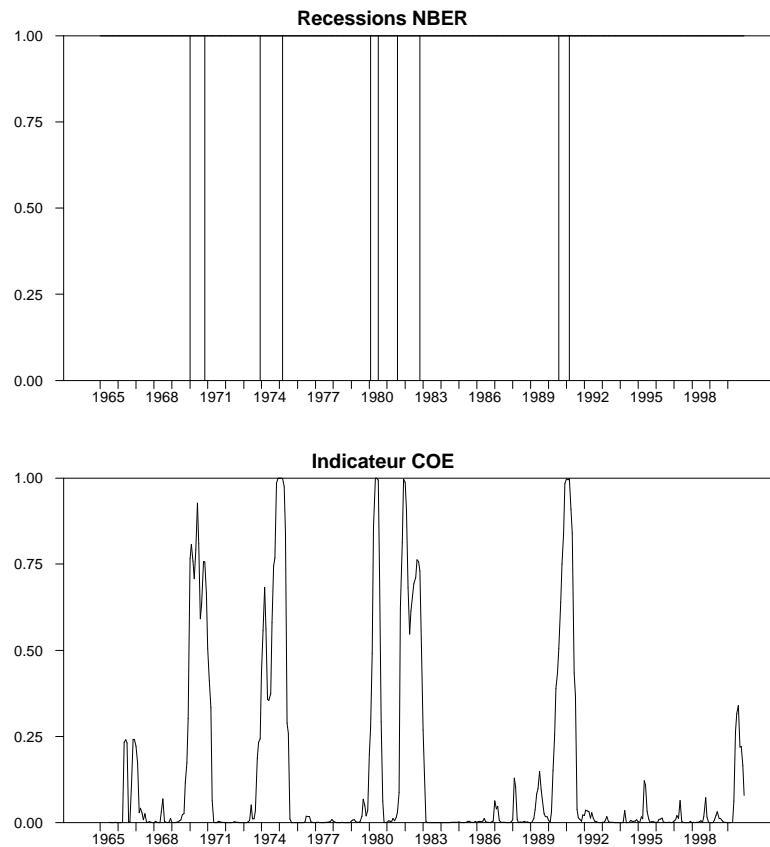


Figure 4 - Evolution de l'indicateur SERI d'entrée et sortie de récession et des dates de récessions du NBER, de janvier 1965 à décembre 2000



Pour chacune des quatre séries composantes de l'indicateur, le risque empirique de manquer une récession est nul, *i.e.* $\mathbf{b}^k = 0$. Dans la mesure où une récession est un événement économique majeur, largement diffusé à travers l'ensemble de l'économie, il est compréhensible que le risque de signal manqué de récession émis par les composantes de l'indicateur soit nul. Par conséquent, d'après l'équation (17), pour chaque k , on obtient la relation suivante :

$$P_k(R_t = 1) = \mathbf{w}_k P_t^k, \quad (24)$$

où $\mathbf{w}_k = (1 - \mathbf{a}_k)$, \mathbf{a}_k étant le risque de première espèce et où P_t^k est la probabilité filtrée d'être en récession fournie le modèle MS appliquée à la k ème composante (X_t^k). En pratique, à partir du tableau 5, on obtient les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1 &= 1 - 0 = 1, \\ \mathbf{w}_2 &= 1 - 3/(10+3) = 0,77, \\ \mathbf{w}_3 &= 1 - 1/(10+1) = 0,91, \\ \mathbf{w}_4 &= 1 - 2/(10+2) = 0,83. \end{aligned}$$

3.3.3 Résultats en temps réel sur le dernier cycle

On s'intéresse dans cette partie au dernier cycle américain et à la façon dont les deux indicateurs IARC et SERI ont permis de prédire et de détecter en temps réel les points de retournement du cycle de croissance et du cycle classique.

Dans un premier temps, on se concentre sur le cycle de croissance, à savoir la détection des points A et D de l'approche ABCD. En avril 2000, l'indicateur IARC dépassait la valeur seuil de 80 %¹¹, ce qui signifiait l'occurrence d'un point A au cours des trois prochains mois. Ce signal se trouve validé aujourd'hui puisqu'en utilisant les valeurs les plus récentes du PIB américain, le cycle de croissance américain, estimé par le filtre de Baxter-King, présente un pic au mois de mai 2000.

Tableau 6 : Evolution de l'indicateur IARC pour la recherche d'un pic du cycle de croissance de janvier 1999 à mai 2000

janv-99	0,14
févr-99	0,16
mars-99	0,22
avr-99	0,26
mai-99	0,24
juin-99	0,22
juil-99	0,23
août-99	0,38
sept-99	0,50
oct-99	0,59
nov-99	0,50
déc-99	0,42
janv-00	0,44
févr-00	0,52
mars-00	0,68
avr-00	0,82
mai-00	0,85

Sachant qu'un point A était détecté, il était alors possible de s'intéresser à l'occurrence ou non d'une prochaine récession, c'est-à-dire détecter un éventuel pic du cycle classique (point B de l'approche ABCD). Le signal fourni par l'indicateur SERI était très clair (voir tableau 7 et figure 5). En mars 2001, l'indicateur SERI atteignait la valeur de 60 %, franchissant ainsi le seuil de 50 %. Ce signal indiquait qu'un pic du cycle classique s'était produit en janvier 2001, compte

¹¹ Dans les recherches de pic (respectivement creux), le franchissement du seuil de 60 % (respectivement -60 %) indique la possibilité d'un pic (respectivement creux) conjoncturel dans les neuf mois et le dépassement du seuil de 80 % (respectivement - 80 %) indique la très forte probabilité d'un retournement dans les 3 mois.

tenu du retard moyen de l'indicateur évalué précédemment à 1,4 mois. L'indicateur SERI atteignait 74 % en avril 2001 et confirmait ce signal. Ce résultat est très proche de la datation officielle du NBER. En effet, en novembre 2001, le NBER a déterminé officiellement qu'un pic de l'activité économique avait eu lieu au cours du mois de mars 2001, clôturant ainsi une période de dix années d'expansion économique commencée en mars 2001. Cependant, l'indicateur SERI a émis ce signal en avril 2001, soit sept mois avant l'annonce du NBER, ce qui suggère une certaine rapidité et fiabilité de notre indicateur.

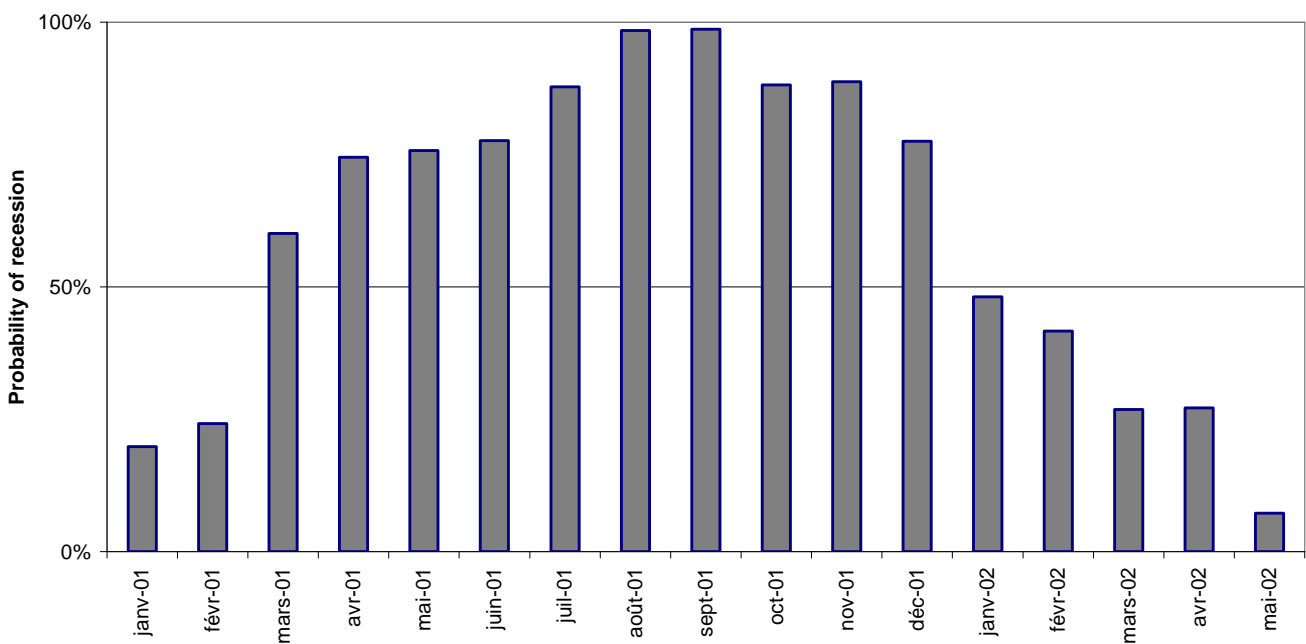
Tableau 7 : Evolution des probabilités dynamiques d'être en récession pour chacune des 4 composantes de l'indicateur de récession COE et évolution de l'indicateur, de janvier 2001 à avril 2002

	Chômage	IPI	Annonces	Logement	Indicateur
janv-01	0,00	0,87	0,03	0,00	0,20
févr-01	0,05	0,99	0,05	0,00	0,24
mars-01	0,45	0,98	1,00	0,00	0,60
avr-01	0,98	0,94	1,00	0,00	0,74
mai-01	0,99	0,95	1,00	0,04	0,76
juin-01	0,97	0,99	1,00	0,11	0,78
juil-01	0,96	0,98	1,00	0,55	0,88
août-01	1,00	0,99	1,00	0,94	0,98
sept-01	0,99	0,99	1,00	0,97	0,99
oct-01	1,00	1,00	1,00	0,50	0,88
nov-01	1,00	0,99	1,00	0,53	0,89
déc-01	1,00	0,98	1,00	0,08	0,78
janv-02	1,00	0,93	0,14	0,03	0,48
févr-02	0,99	0,60	0,00	0,01	0,42
mars-02	0,93	0,01	0,01	0,00	0,27
avr-02	0,95	0,00	0,00	0,00	0,27

Parmi les composantes de l'indicateur, les dépenses de construction du secteur privé ont fourni en dernier un signal d'entrée en récession et, de plus, ce signal n'a duré que très peu de temps (5 mois). Ce phénomène reflète en partie le comportement des ménages américains qui, de par le maintien de leurs dépenses à un niveau relativement élevé, ont ainsi évité une récession plus sévère. Cette dernière récession a été caractérisée par un comportement inhabituel de certains indicateurs économiques classiques de l'économie américaine, ce qui explique pourquoi certains économistes ont mis du temps pour reconnaître cette période de ralentissement économique comme une récession. C'est seulement après les attaques terroristes de septembre 2001 qu'un consensus s'est dégagé parmi les experts. D'après notre indicateur SERI, le pic du cycle classique a été détecté près de deux trimestres avant les attentats de septembre 2001. Par conséquent, les attentats ont simplement rallongé la durée de la récession de deux à trois mois.

Par comparaison avec les autres récessions qu'a subies l'économie américaine au cours du temps, cette récession peut être qualifiée de légère, en particulier si l'on regarde le taux de croissance du PIB qui n'a été négatif qu'au cours d'un seul trimestre (le troisième trimestre 2001). Toutefois, il ne serait pas surprenant que les chiffres du PIB américain soient substantiellement révisés au cours des prochaines années.

Figure 5 - Evolution de l'indicateur SERI d'entrée et sortie de récession de janvier 2001 à mai 2002



Une fois que le point B a été détecté, on recherche le point C, c'est-à-dire la fin de la période de récession. L'indicateur SERI a franchi à la baisse le seuil des 50 % en janvier 2002, ce qui signifie que le creux estimé du cycle classique se situe en novembre 2001. Si cette date est confirmée ultérieurement par le NBER, cela impliquerait que cette récession aurait duré neuf mois, soit une durée très proche de la durée moyenne des récessions sur la période étudiée (11 mois). Sur cette période, la longueur des récessions américaines a varié entre six (en 1980) et seize mois (en 1974).

En parallèle, l'indicateur IARC a été utilisé pour anticiper le point D, c'est-à-dire le creux du cycle de croissance. Un signal a été émis en juillet 2001, le IARC ayant franchi le seuil de - 80 %, impliquant ainsi un creux au cours des trois prochains mois. Ce signal a toutefois été rendu caduc par un choc non prévisible : les attaques terroristes de septembre 2001. Par conséquent, les valeurs du IARC pour les mois de septembre à novembre 2001 sont repassées au-dessous de

– 80 %. Par la suite, un signal a été à nouveau émis par le IARC en décembre 2001, impliquant ainsi qu'un creux conjoncturel (point D) devait apparaître au cours du premier trimestre 2002. Toutefois, étant donné l'importance des effets de bord inhérents aux méthodes de décomposition tendance-cycle et les révisions auxquelles seront soumis les chiffres du PIB, il est nécessaire d'attendre encore quelques mois avant de pouvoir dater ce creux du cycle de croissance.

Tableau 6 : Evolution de l'indicateur IARC pour la recherche d'un creux du cycle de croissance de janvier à décembre 2001

janv-01	-0,44
févr-01	-0,50
mars-01	-0,53
avr-01	-0,68
mai-01	-0,73
juin-01	-0,80
juil-01	-0,84
août-01	-0,84
sept-01	-0,76
oct-01	-0,72
nov-01	-0,77
déc-01	-0,94

CONCLUSION

Dans ce document de travail, nous avons présenté un nouvel indicateur permettant de détecter en temps réel les dates de début et de fin des périodes de récession de l'économie américaine. Cet indicateur ne se pose pas en concurrent de l'organisme officiel de datation des récessions, à savoir le comité de datation du NBER, mais au contraire s'appuie sur les résultats antérieurs de ce comité afin de détecter plus rapidement et en temps réel les pics et les creux du cycle classique.

Dans la stratégie d'analyse des cycles proposée par le COE, cet indicateur prend le relais en temps réel de l'indicateur avancé de retournement conjoncturel (IARC) développé par le COE afin de détecter si le ralentissement anticipé par le IARC se transforme ou non en récession. Dans le cadre d'une reprise conjoncturelle, l'écart entre les signaux fournis par les deux indicateurs permet de mesurer rapidement l'intensité de la reprise (reprise en « L », en « U », voire en « W »).

Cet indicateur probabiliste est construit à partir des probabilités filtrées issues d'un modèle à changements de régimes markoviens (Hamilton (1989)) appliqué sur des séries coïncidentes du cycle classique américain. Les séries retenues sont le taux de chômage, la production industrielle, l'indice des annonces d'offres d'emploi et les dépenses de construction du secteur privé. Ces séries ont été sélectionnées pour leur sensibilité aux récessions par minimisation d'un critère de qualité de détection.

La mise en œuvre du modèle de Hamilton a nécessité plusieurs hypothèses de spécification sur le modèle. Ces hypothèses peuvent être discutées dans le cadre d'extensions possibles de ce travail. Par exemple, au cours d'une période de récession, la probabilité de passer à nouveau dans un régime de croissance pourrait augmenter au cours du temps et dépendre par exemple d'un indicateur avancé d'activité économique. D'autre part, il semble être intéressant de considérer un troisième régime pour l'économie américaine qui permettrait de décomposer le régi

Enfin, il est prévu dans un avenir proche d'appliquer ce type d'indicateur d'entrée et sortie de récession à la zone euro.

REFERENCES

- Anas J. (1997), « Forecasting turning points of the French growth cycle », *22nd Conference Ciret*, Helsinki, Finland.
- Anas J. and Nguiffo-Boyom M. (2001), « A new indicator based on Neftci's approach for predicting turning points of the eurozone cycle », *Quarterly Journal of Economic Research*, to appear.
- Artis M. J., Krolzig H. and Toro J. (1999), « The european business cycle », *European University Institute, Working paper ECO*, n° 99-24.
- Boldin M. D. (1996), « A check on the robustness of Hamilton's Markov Switching model approach to the economic analysis of the business cycle », *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, vol. 1, pp. 35-46.
- Brier G. W. (1950), « Verification of forecasts expressed in terms of probability », *Monthly Weather Review*, vol. 75, pp. 1-3.
- Bry G. and Boschan C. (1971), « Cyclical analysis of time series: Selected procedures and computer programs », *NBER, Technical Paper*, n° 20.
- Burns A. F. and Mitchell W. C. (1946), *Measuring Business Cycles*, NBER, Columbia University Press.
- Clements M. P. and Krolzig H. M. (1998), « A comparison of the forecast performance of Markov-switching and threshold autoregressive models of US GNP », *Econometrics Journal*, vol. 1, pp. 47-75.
- Diebold F. X. and Rudebusch, G.D. (1989a), « Long memory and persistence in aggregate output », *Journal of Monetary Economics*, vol. 24, pp. 189-209., reprinted in : *Business Cycles: Durations, Dynamics and Forecasting*, Princeton University Press, Princeton, 1999.
- Diebold F. X. and Rudebusch G. D. (1989b), « Scoring the leading indicators », *Journal of Business*, vol. 62, n° 3, pp. 369-391, reprinted in : *Business Cycles: Durations, Dynamics and Forecasting*, Princeton University Press, Princeton, 1999.
- Diebold F. X., Lee J.-H. and Weinbach G. C. (1994), « Regime switching with time-varying transition probabilities », in: *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*, C. Hargreaves (ed.), pp. 283-302, Oxford University Press, reprinted in : *Business Cycles: Durations, Dynamics and Forecasting*, Princeton University Press, Princeton, 1999.
- Diebold F. X. and Rudebusch G. D. (1999), *Business Cycles: Durations, Dynamics and Forecasting*, Princeton University Press, Princeton.
- Durland M. J. and McCurdy T. H. (1994), « Duration-dependent transitions in a Markov model of US GNP growth », *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 12, pp. 279-288.

- Engle, R.F. (1982), « Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom inflation », *Econometrica*, vol. 50, pp. 987-1007.
- Franses P.H., and Van Dijk, D. (2001), *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*, Cambridge University Press.
- Filardo A. J. (1994), « Business cycle phases and their transition », *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 12, pp. 299-308.
- Filardo A. J. (1998), « Choosing information variables for transition probabilities in a time-varying transition probability Markov switching model », *Federal Reserve Bank of Kansas City, RWP*, n° 98-09.
- Filardo A. J. (1999), « How reliable are recession prediction models? », *Federal Reserve Bank of Kansas City, Quarterly Review*, pp. 35-55.
- Filardo A. J. and Gordon S. F. (1994), « Business cycle durations », *Journal of Econometrics*, vol. 85, n° 1, pp. 99-123.
- Gray S. F. (1996), « Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process », *Journal of Financial Economics*, vol. 42, pp. 27-62.
- Hall, R. (2002), « The NBER's recession dating procedure », Business Cycle Dating Committee, NBER, monthly report of January 2002.
- Hamilton J. D. (1989), « A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle », *Econometrica*, vol. 57, n° 2, pp. 357-384.
- Hamilton J. D. (1990), « Analysis of time series subject to changes in regime », *Journal of Econometrics*, vol. 45, pp. 39-70.
- Hamilton J. D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton.
- Harding D. and Pagan A. (2001), « Dissecting the cycle : A methodological investigation », *Journal of Monetary Economics*, à paraître, (manuscript disponible <http://econrssh.anu.edu.au/~arpagan/>).
- Hurst, H.E, (1951), « Long-term storage capacity of reservoirs », *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 116, pp.770-799.
- Kiefer N. M. (1978), « Discrete parameter estimation: Efficient estimation of a switching regression model », *Econometrica*, vol. 46, pp. 1978.
- Kim C. J. and Nelson C. R. (1998), « Business cycles turning points, a new coincident index and tests of duration dependence based on a dynamic factor model with regime switching », *Review of Economics and Statistics*, vol. 80, pp. 188-201.
- Krolzig H. M. (1997), *Markov-switching vector autoregressions. Modelling, statistical inference and applications to business cycle analysis*, Springer, Berlin.
- Krolzig H. M. and Sensier M. (1999), « A disaggregated Markov-switching model of the business cycle in UK manufacturing », *The Manchester School*, vol. 68, n° 3, pp. 442-460.

- Krolzig H. M. and Toro J. (1999), « A new approach to the analysis of shocks and the cycle in a model of output and employment », *European University Institute, Working paper ECO*, n° 99-30.
- Krolzig H. M., Marcellino M. and Mizon G. E. (2000), « A Markov-switching vector equilibrium correction model of the UK labour market », University of Southampton, *Discussion Paper in Economics and Econometrics*, n° 0105.
- Lahiri K. and Wang J. G. (1994), « Predicting cyclical turning points with leading index in a Markov switching model », *Journal of Forecasting*, vol. 13, pp. 245-263.
- Lam P. S. (1997), « A Markov-switching model of GNP growth with duration dependence », *Federal Reserve Bank of Minneapolis, Institute for Empirical Macroeconomics, Discussion Paper*, n° 124.
- Layton A. P. and Smith, D. (2000), « Further on the three phases of the US business cycle », *Applied Economics*, vol. 32, pp.1133-1143.
- Layton A. P. and Katsuura M. (2001), « A new business cycle turning point signalling system using the Markov Switching model », *Empirical Economics*, to appear.
- Rabault G. (1993), « Une application du modele de Hamilton à l'estimation des cycles économiques », *Annales d'Economie et de Statistique*, vol. 30, pp. 57-83.
- Sensier M. and Van Dijk D. (2001), « Short-term volatility versus long term growth : Evidence in US macroeconomic time series », *manuscript, Centre for Growth and Business Cycle Research*.
- Sichel D. (1994), « Inventories and the three phases of the business cycle », *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 12, pp. 269-277.
- Stock J. H. and Watson M. W. (1989), « New indexes of coincident and leading indicators », in: *Macroeconomics Annual*, vol. 4, MIT Press.
- Stock J. H. and Watson M. W. (1991), « A probability model of the coincident economic indicators », in: *Leading Economic Indicators*, pp. 63-89, K. Lahiri, and G. Moore (eds.), Cambridge University Press.
- Stock J. H. and Watson M. W. (1993), « A procedure for predicting recessions with leading indicators: Econometric issues and recent experience », in: *New Research on Business Cycles, Indicators and Forecasting*, J. Stock and M. Watson (eds.), pp. 95-176, NBER, Chicago.

ANNEXES

ANNEXE 1 : Compléments sur le modèle à changements de régimes markoviens de Hamilton (1989)

Extensions du modèle

Les nombreuses applications des modèles MS ont donné lieu à de diverses extensions du modèle de base défini par les équations (3) et (4). Nous en présentons quelques-unes parmi les plus utilisées.

Afin de prendre en compte une plus grande asymétrie dans la série, la variance du processus d'innovation du modèle peut également dépendre du régime S_t . Le processus MS(2)-AR(p) s'écrit alors de la manière suivante :

$$X_t = a_{0,S_t} + a_{1,S_t} X_{t-1} + \dots + a_{p,S_t} X_{t-p} + v_{S_t} \mathbf{e}_p, \quad (A1)$$

où $v_{S_t} = v_1$ quand $S_t=1$, et $v_{S_t} = v_2$ quand $S_t=2$.

De plus, comme dans la spécification de Hamilton (1989), il peut être intéressant de faire dépendre la valeur du processus (X_t) à la date t non seulement du régime courant S_t et des valeurs passées du processus, X_{t-1} , X_{t-2} , ..., mais également des régimes passés, S_{t-1} , S_{t-2} , Par exemple, dans le cas d'un processus MS(2)-AR(1), on obtient la spécification suivante :

$$X_t - \mathbf{m}_{S_t} = a_1 (X_{t-1} - \mathbf{m}_{S_{t-1}}) + \mathbf{e}_p, \quad (A2)$$

où $\mathbf{m}_{S_t} = \mathbf{m}_1$ quand $S_t=1$, et $\mathbf{m}_{S_t} = \mathbf{m}_2$ quand $S_t=2$. Ainsi, pour chaque date t , le processus dépend simultanément de la moyenne à la date t et de la moyenne à la date $t-1$. Dans ce cas, la spécification du modèle MS se fait à partir d'une nouvelle chaîne de Markov à 4 états, S_t^* , qui caractérise les régimes de la manière suivante :

$$\begin{aligned} S_t^* &= 1 && \text{si } S_t=1 \text{ et } S_{t-1}=1 \\ S_t^* &= 2 && \text{si } S_t=2 \text{ et } S_{t-1}=1 \\ S_t^* &= 3 && \text{si } S_t=1 \text{ et } S_{t-1}=2 \\ S_t^* &= 4 && \text{si } S_t=2 \text{ et } S_{t-1}=2. \end{aligned}$$

On se réfère à la monographie de Hamilton (1994) pour une description détaillée du modèle dans ce cas.

Dans la spécification classique du modèle MS (équations (3) et (4)), les probabilités de transition sont supposées être constantes au cours du temps. C'est-à-dire que, dans le cadre de l'analyse des cycles économiques, lorsqu'une phase du cycle avance dans le temps la probabilité de passer de cette phase à l'autre phase reste identique. Certains auteurs (Filardo et Gordon (1994), Filardo (1994, 1998), Durland et McCurdy (1994) or Diebold, Lee et Weinbach (1994)) ont mis en évidence le manque de flexibilité de cette hypothèse et ont proposé un modèle MS étendu dans lequel les probabilités de transition peuvent bouger au cours du temps. Ce modèle est connu dans la littérature anglo-saxonne comme étant le modèle MS-TVTP (*time-varying transition probabilities*), que l'on peut traduire en français comme le modèle MS-PTV (probabilités de transition variables). Dans ce type de modèle, les probabilités de transition sont supposées changer à l'intérieur d'une même phase du cycle selon la maturité du cycle (on parle alors de dépendance à la durée ou *duration dependence*) ou selon diverses variables d'information, telle qu'un indicateur avancé d'activité économique. Ce modèle MS-PTV a été appliqué sur la croissance du PIB américain par Filardo (1994), Durland et McCurdy (1994) ou Lam (1997), sur des séries de taux d'intérêt (Gray (1996)) et sur des séries de taux de change (Diebold, Lee et Weinbach (1994)). Enfin, notons également que Lam (1997) a proposé une contribution originale au modèle MS-PTV dans lequel la moyenne conditionnelle dépend également du degré de maturité du cycle.

De nombreuses extensions multivariées du modèle MS-AR ont été récemment proposées en particulier à partir des travaux originaux de Krolzig (1997) qui a introduit le modèle MS-VAR, dans lequel la moyenne conditionnelle du processus est modélisée par un processus VAR Gaussien dont les paramètres évoluent selon une chaîne de Markov. De plus, Krolzig (1997) permet également de considérer des séries qui sont co-intégrées et dont le terme d'erreur suit un modèle MS, on parle alors de processus MS-VECM (*vector equilibrium correction models*). Ce type de modèle MS multivarié est intéressant en pratique car il permet une analyse du cycle commun à plusieurs pays, en particulier lorsqu'on s'intéresse à des zones géographiques telles que la zone euro, l'Union européenne ou l'ALENA (voir par exemple Artis, Krolzig and Toro (1999)). De même le modèle MS-VAR permet une analyse simultanée des co-mouvements de plusieurs séries dans un même pays (voir Krolzig et Toro (1999), Krolzig et Sensier (1999) et Krolzig, Marcellino et Mizon (2000)).

Enfin, toujours dans un cadre multivarié, on citera les travaux initiés par Diebold et Rudebush (1996) qui permettent de prendre en compte simultanément dans une modélisation les deux faits stylisés du cycle économique définis par Burns et Mitchell (1946), à savoir le co-mouvement et la non linéarité. Pour atteindre ce but, Diebold and Rudebush (1996) ont proposé un modèle à facteurs avec changement de régime (voir également Kim et Nelson (1998) pour les problèmes liés à l'estimation des paramètres sur ce type de modèle).

Estimation des paramètres

On s'intéresse maintenant à l'estimation des paramètres d'un processus MS(2)-AR(p) défini par les équations (3) et (4). Soit $(x_p, \dots, x_T)^t$ une trajectoire finie de longueur T issue d'un processus MS(2)-AR(p). On suppose que le paramètre à estimer \mathbf{q} de ce modèle appartient à un ensemble compact inclus dans R^{2p+5} et \mathbf{q} est égal à :

$$\mathbf{q} = (a_{0,1}, a_{1,1}, \dots, a_{p,1}, a_{0,2}, a_{1,2}, \dots, a_{p,2}, \mathbf{S}^2, p_{11}, p_{22})^t. \quad (A3)$$

La méthode d'estimation des paramètres généralement utilisée est l'estimation par maximum de vraisemblance (EMV par la suite) basée sur l'hypothèse que le processus bruit blanc $(\mathbf{e}_t)_t$ dans l'équation (3) est Gaussien. De plus, on suppose que la chaîne de Markov S_t est indépendante de \mathbf{e}_t , pour tout t et t' . Cette méthode d'estimation EMV est classique et a été largement utilisée et commentée dans la littérature statistique. Toutefois, dans le cas des processus MS, la difficulté réside dans le fait que la série $(S_t)_t$ ne peut pas être observée et doit donc être estimée pour chaque date t . Nous présentons la méthode EMV utilisée par Hamilton (1989) dans son article original.

La méthode EMV fournit le paramètre \mathbf{q} tel que la log-vraisemblance conditionnelle $L(\mathbf{q})$ est maximum, avec $L(\mathbf{q})$ telle que :

$$L(\mathbf{q}) = \sum_{t=1}^T \log f(x_t / F_{t-1}, \mathbf{q}), \quad (A4)$$

où, pour tout t , F_t est le vecteur d'information jusqu'à la date t et où $f(x_t / F_{t-1}, \mathbf{q})$ est la densité de distribution conditionnelle du processus MS(2)-AR(p), qui est donnée par l'équation (12).

Ainsi, d'après l'équation (A4), la log-vraisemblance $L(\mathbf{q})$ peut être évaluée pour un certain paramètre \mathbf{q} . Toutefois, d'après l'équation (12), l'évaluation de $L(\mathbf{q})$ requiert la connaissance de

$P(S_t = i / F_{t-1}, \mathbf{q})$, pour $i=1,2$. Malheureusement, en pratique, le régime à chaque date t est inconnu et doit donc être estimé. En fait, cette estimation est la prévision d'être dans le régime i connaissant l'information jusqu'à la date $t-1$ et cette prédiction est effectuée en utilisant les propriétés des chaînes de Markov.

On décrit maintenant l'algorithme permettant de calculer la probabilité conditionnelle d'appartenir à un certain régime : $P(S_t = i / F_{t-1}, \mathbf{q})$, for $i=1,2$. On rassemble dans un premier temps ces probabilités conditionnelles de se trouver dans l'état 1 ou 2 dans le vecteur suivant :

$$\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} = (P(S_t = 1 / F_{t-1}, \mathbf{q}), P(S_t = 2 / F_{t-1}, \mathbf{q}))^t. \quad (A5)$$

Si on suppose que la valeur initiale $\hat{\mathbf{x}}_{1/0}$ et le paramètre \mathbf{q} sont connus, on peut alors montrer (voir par exemple Hamilton (1994)) que l'inférence optimale et la prévision du vecteur des probabilités conditionnelles peuvent être respectivement obtenues en itérant les deux équations suivantes :

$$\hat{\mathbf{x}}_{t/t} = \frac{\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \otimes f_t}{\mathbf{1}_2^t (\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} \otimes f_t)}, \quad (A6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} = P \hat{\mathbf{x}}_{t/t}, \quad (A7)$$

où P est la matrice de transition, où $\mathbf{1}_2$ est le vecteur tel que : $\mathbf{1}_2 = (1,1)^t$, où le symbole \otimes représente la multiplication élément par élément et où f_t est un vecteur à 2 dimensions contenant les densités conditionnelles de x_t , données par l'équation (14), pour les deux régimes $S_t=1$ et $S_t=2$, donné par :

$$f_t = (f(x_t / S_t = 1, F_{t-1}, \mathbf{q}), f(x_t / S_t = 2, F_{t-1}, \mathbf{q}))^t. \quad (A8)$$

Par conséquent, en utilisant les équations (A6), (A7) et (A8), la log-vraisemblance conditionnelle $L(\mathbf{q})$ du modèle MS(2)-AR(p), donnée par l'équation (A4), peut être calculée pour un paramètre \mathbf{q} donné. En pratique, à partir d'une valeur initiale de \mathbf{q} , $\mathbf{q}^{(0)}$, choisie *a priori*, un algorithme de maximisation classique, tel que celui de Newton-Raphson, peut être utilisé pour fournir numériquement la valeur de l'estimateur ML.

D'un point de vue pratique, il s'avère que cet algorithme EMV utilisé par Hamilton (1989) dans son papier original présente quelques problèmes de convergence dus à l'allure de la surface de log-vraisemblance. En effet, un trait caractéristique des modèles MS est l'apparition fréquente de minima locaux et non globaux, comme dans de nombreux modèles statistiques mettant en œuvre un mélange de lois gaussiennes. Une première solution à ce problème consiste à choisir de manière adéquate les valeurs initiales des paramètres du modèle. Par exemple, afin de vérifier la convergence de l'algorithme, il suffit de le démarrer avec un jeu de valeurs initiales différentes. Une autre solution, proposée par Hamilton (1990), consiste à utiliser un algorithme de type EM (« Expectation Maximisation ») permettant d'obtenir par itérations à partir de valeurs initiales une estimation des paramètres. Il peut alors être montré que chaque itération de cet algorithme EM augmente la log-vraisemblance du modèle. L'itération s'arrête lorsque l'écart entre les valeurs des paramètres ou de la log-vraisemblance entre deux pas successifs devient inférieur à seuil critique.

En ce qui concerne les propriétés statistiques asymptotiques de l'estimateur MV présenté ci-dessus, peu de travaux sont disponibles. Toutefois, Kiefer (1978) a prouvé que, sous des conditions générales sur les dérivées de la fonction de log-vraisemblance, l'estimateur MV d'un modèle MS avec des données indépendantes et identiquement distribuées est consistant et asymptotiquement distribué selon la loi Normale. Dans le cas de données corrélées (modèles MS-AR(p)), Hamilton (1993) suppose que le résultat de Kiefer (1978) s'applique toujours.

ANNEXE 2 : Intitulé et source des séries utilisées

Revenu disponible des ménages en valeurs, en milliards de dollars au taux annuel

(source : US Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis,

<http://www.bea.org>)

Emploi salarié, secteur non agricole, en milliers

(source : US Department of Labor, Bureau of Labor Statistics

<http://www.bls.gov>)

Ventes au détail en valeur CVS, en milliards de dollars

(source : US Department of Commerce, Bureau of the Census)

Production industrielle secteur manufacturier CVS (1992=100)

(source : Board of governors of the federal reserve system,

<http://www.federalreserve.gov/releases/G17/Current/default.htm>)

Taux de chômage des travailleurs civils, en pourcentage, CVS

(source : US Department of Labor, Bureau of Labor Statistics

<http://www.bls.gov>)

Indice des annonces d'offres d'emploi élaboré à partir du volume de petites annonces parues dans les 51 journaux majeurs aux États-Unis

(source : Conference Board,

<http://www.conference-board.org>)

Dépenses de constructions privées du secteur résidentiel et non résidentiel en milliards de dollars 1996, CVS

(source : US Commerce Department, Bureau of the Census,

http://www.census.gov/const/c30_curr.html)

ANNEXE 3 : Graphiques

Figure A.1 - Evolution du taux de chômage aux Etats-Unis et de son glissement en logarithmes sur 3 mois (inversé), de janvier 1965 à décembre 2000

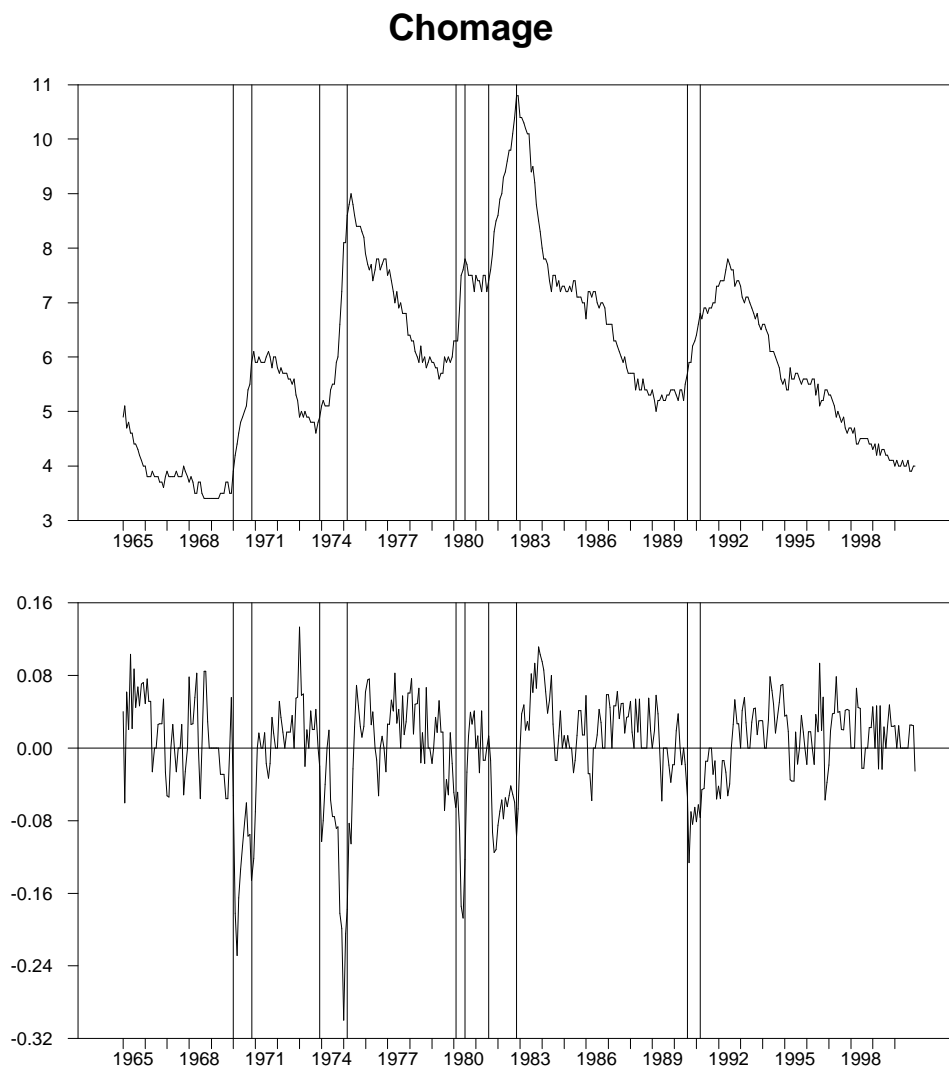


Figure A.2 - Evolution de l'indice de la production industrielle aux Etats-Unis et de son glissement en logarithmes sur 3 mois, de janvier 1965 à décembre 2000

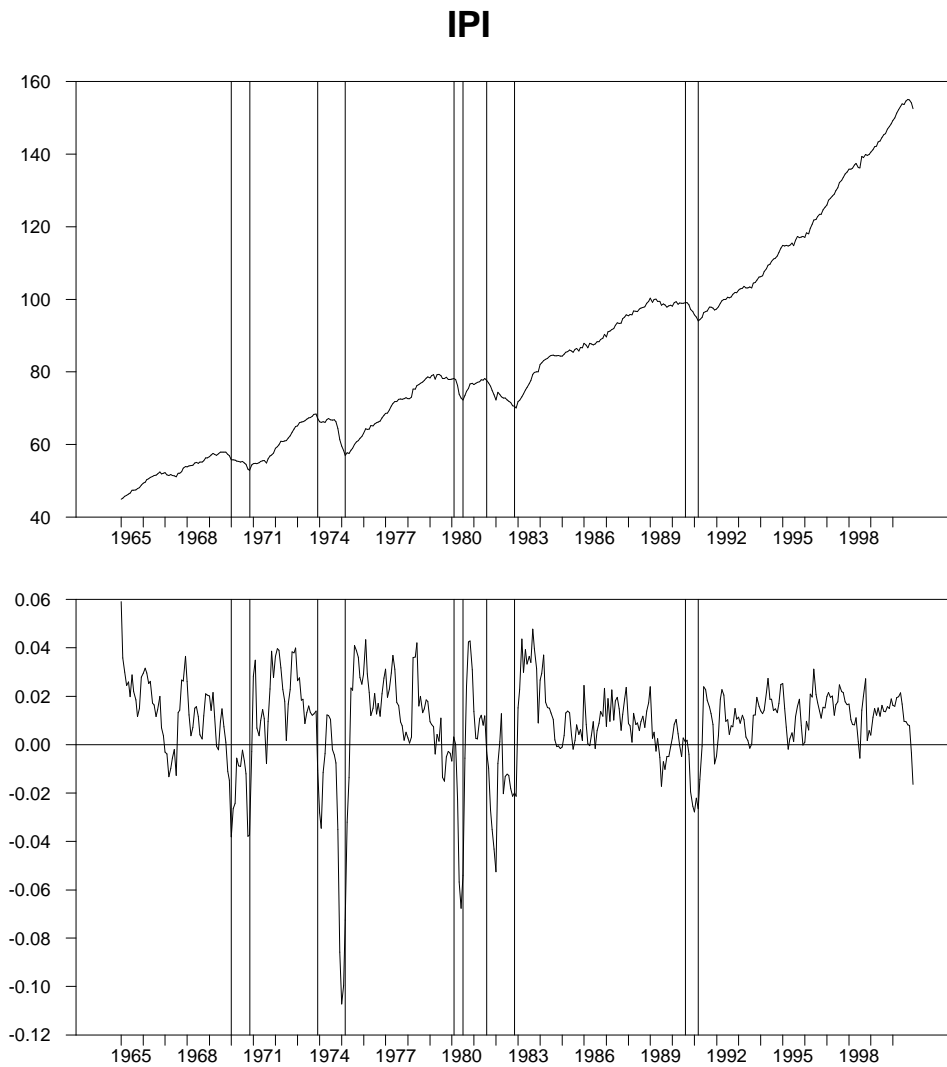


Figure A.3 - Evolution de l'emploi aux Etats-Unis et de son glissement en logarithmes sur 3 mois, de janvier 1965 à décembre 2000

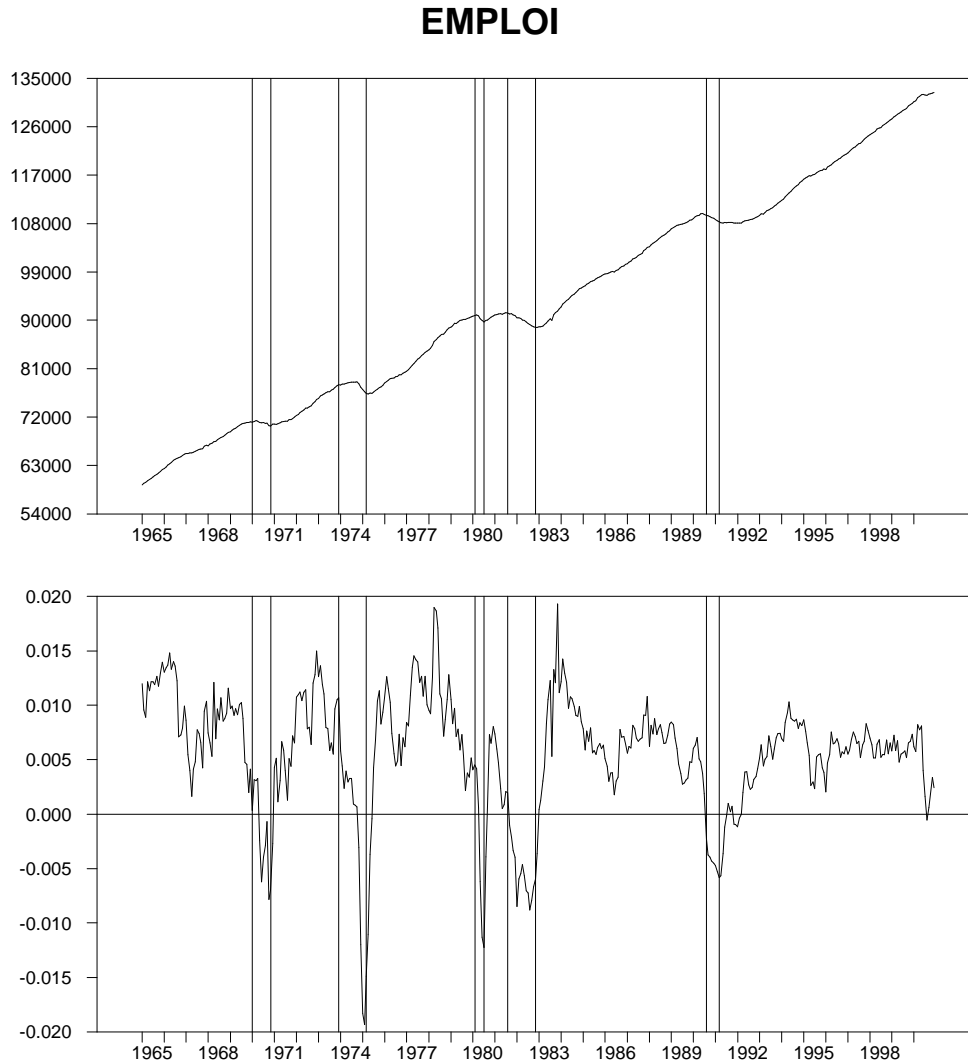


Figure A.4 - Evolution des ventes au détail aux Etats-Unis et de leur glissement en logarithmes sur 3 mois, de janvier 1965 à décembre 2000

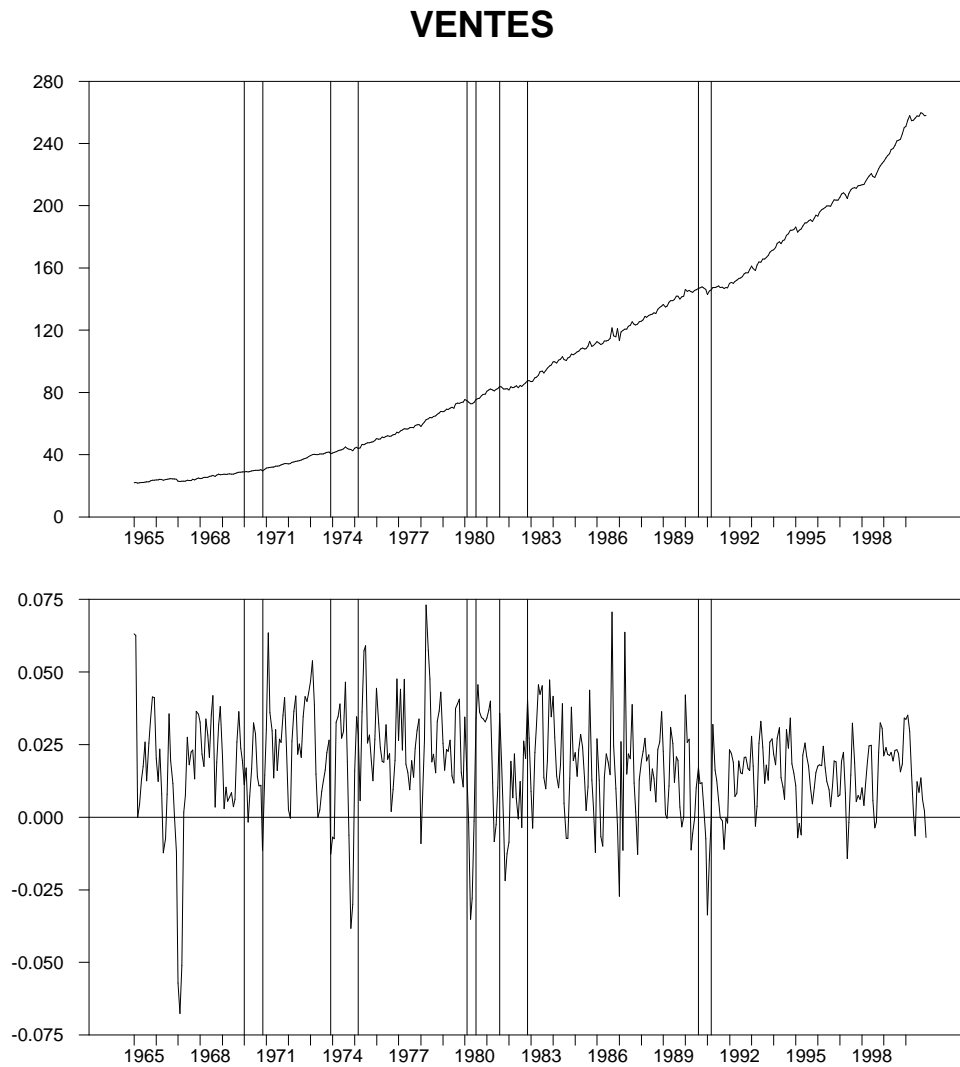


Figure A.5 - Evolution du revenu disponible des ménages aux Etats-Unis et de son glissement en logarithmes sur 3 mois, de janvier 1965 à décembre 2000

