

# MPRA

Munich Personal RePEc Archive

## **The Halting Problem applied to Structural Breaks in Financial Time Series**

Czinkota, Thomas

2012

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/40634/>  
MPRA Paper No. 40634, posted 13 Aug 2012 18:49 UTC

# Auswirkungen des Halteproblems auf die Integration von Strukturbrüchen in einen Ansatz zum Portfoliomanagement

Thomas Czinkota

Version vom 08.2012

Working Paper

JEL: C10; C22

Schlagworte: Strukturbruch; Halteproblem; Portfoliomanagement; Zeitreihenanalyse

## Abstrakt

In Finanzmarktzeitreihen sind gerade in den letzten Jahren augenfällige Strukturbrüche zu beobachten. Dieser Sachverhalt ist für die Gestaltung von Portfolios von Relevanz, da die Veränderung der Verteilungsparameter die grundlegende Annahme der Portfoliotheorie ins Wanken bringt: nämlich dass es möglich sei, durch Diversifikation ohne Verlust an Rendite das Risiko zu minimieren.

Es gibt mathematische Verfahren zur nachträglichen Identifikation von Strukturbrüchen, die inzwischen so weit gediehen sind, dass sie auch in frei verfügbaren Programmsystemen bereitstehen. Diese Verfahren sind etabliert und wurden bereits in unterschiedlichen Szenarien erfolgreich angewandt. Eine für das Portfoliomanagement praktikable Übertragung dieser analytischen Vorgehensweise steht allerdings noch aus.

Ein Grund hierfür scheint, dass die bisher erprobten Verfahren bei der Anwendung auf Finanzmarktzeitreihen aufgrund von deren Dynamik auch unbefriedigende bzw. widersprüchliche Ergebnisse ermittelt werden. Dies erfordert vordergründig eine Verfeinerung oder Anpassung der bestehenden Methoden.

Im Gegensatz hierzu wird in diesem Artikel, anhand des, aus der theoretischen Informatik bekannten, Halteproblems argumentiert, dass eine mathematische Verbesserung der Methoden nicht hilfreich ist, da es sich um ein methodisches Problem handelt.

## Einleitung

Die Bildung eines mathematisch optimierten Portfolios basiert wesentlich auf stabilen Erwartungswerten, Risiken und Kovarianzen, die i. d. R. aus historischen Kursreihen gewonnen werden. Stabile Parameter sind deshalb ein wesentliches Ergebnis der statistischen Analyse von Finanzmarktzeitreihen und wesentliche Voraussetzung für ein Portfoliomanagement. Andernfalls wäre die Aussagekraft der Ergebnisse schon alleine bedingt durch eine mangelhafte Datengrundlage, stark verzerrt oder beeinträchtigt.

Studien der letzten Jahre haben gezeigt, dass diese Grundvoraussetzung kaum aufrecht zu halten ist (z. B. Ang und Bekaert 2002b, 2002a; Garcia und Perron 1996; Stock und Watson 1996). Innerhalb makroökonomischer Zeitreihen und Finanzmarktzeitreihen gibt es Sprünge in den beschreibenden Parametern – sog. Strukturbrüche.

Inzwischen existieren mehrere Methoden, um Zeitreihen hinsichtlich des Auftretens von Strukturbrüchen zu prüfen. Einen Überblick gibt Hansen (2001). Suchte man anfänglich lediglich einen einzelnen Strukturbruch in Zeitreihen, so stehen nun auch Verfahren zur Verfügung, um mehrere Strukturbrüche innerhalb einer bestehenden Zeitreihe zu identifizieren (z. B. Kleiber und Zeileis 2004; Pesaran et al. 2004). Ein weiterer Entwicklungszweig betrachtet Zeitreihen als kontinuierliche Datenquelle und überprüft die ankommenden Daten kontinuierlich auf die Möglichkeit eines Strukturbruches (z. B. Chu et al. 1996; Horváth et al. 2004).

Die Anwendung und Anwendbarkeit erstgenannter Entwicklungsrichtung wird an unterschiedlichen Zeitreihen wie z. B. den Daten des Nils (Cobb 1978), am Öl-Preis (Perron 1989) oder auch an der Zahl der Verkehrstoten demonstriert (Harvey und Durbin 1986). Bei diesen Beispielen lässt sich anhand eines vorab bekannten Ereignisses, wie z. B. dem Bau des Assuanstaudammes, einer Marktliberalisierung oder einer Gesetzesänderung, zeigen, dass

dieses Auswirkungen auf die untersuchte Zeitreihe besaß. Allerdings kritisieren z. B. Zivot und Andrews (1992) die Studie von Perron (1989) am Öl-Preis-Beispiel dahin gehend, dass die Daten alleine keinen Schluss erlauben, genau das untersuchte Ereignis als ursächlich zu wählen.

Eine weitere Vorgehensweise besteht darin, zuerst in einer Zeitreihe mit den gegebenen Methoden einen oder mehrere Strukturbrüche zu suchen und in einem weiteren Schritt den Strukturbrüchen externe Auslöser zuzuordnen. Inzwischen existieren frei verfügbare Programmpakete um dieses Vorgehen zu stützen (Zeileis et al. 2002).

Während bei volkswirtschaftlichen Zeitreihen in der Regel historisch, mit großem zeitlichen Verzug, die Bestätigung oder Ablehnung eines Strukturbruches im Vordergrund steht, sind Strukturbrüche im aktiven Portfoliomanagement lediglich ein Mittel zum Zweck der Verbesserung von Kennzahlen. So lässt sich z. B. zeigen, dass sich durch die Kenntnis eines Strukturbruches und die sofortige Berücksichtigung dessen im Prognosealgorithmus für die Korrektheit der Richtungsprognose der Marktentwicklung für US-Aktien eine Steigerung der Trefferquote von 61,6 % auf 65 % erzielen ließe (Pesaran und Timmermann 2002, 2004). Es ist naheliegend, dass eine präzisere Kenntnis der zukünftigen Marktentwicklung helfen kann, das Portfolio entsprechend auszurichten.

Es scheint eine Vielzahl von mathematischen/statistischen Ansätzen zu geben, Strukturbrüche auf die eine oder andere Art zu identifizieren. Unglücklicherweise stimmen die Ergebnisse dieser Ansätze nicht unbedingt überein, es gibt dokumentierte Fälle, in denen sie sich sogar widersprechen (Nguyen 2008). Auch Chu (1996) spricht an, dass die Methoden beim Monitoring von Finanzmarktzeitreihen unzutreffende Strukturbrüche anzeigen können.

Akzeptiert man die Relevanz von Strukturbrüchen für ein aktives Portfoliomanagement, ergibt sich daraus die Frage, welche Methode die *richtige* Methode zur Identifikation von Strukturbrüchen in Wertpapierzeitreihen ist.

Zur Beantwortung dieser Frage werden in diesem Beitrag nicht die einzelnen Ansätze auf ihre Vor- und Nachteile hin untersucht, sondern die Frage aus dem Blickwinkel der theoretischen Informatik heraus betrachtet: „Kann es *die* richtige Methode zur Identifikation von Strukturbrüchen geben?“

Der weitere Artikel ist wie folgt aufgebaut: Im nächsten Abschnitt werden Strukturbrüche knapp dargestellt und erläutert. Eine allzu formale Darstellung wird absichtlich vermieden, da dies für die angestrebte Beweisführung und Argumentation nicht notwendig ist.

Daran anschließend erfolgt im zweiten Abschnitt die Untersuchung der Fragestellung, angepasst auf den Bereich der Finanzmarktzeitreihen, um die Lesbarkeit zu erhöhen. Es handelt sich hierbei um eine Variation des Nachweises des klassischen Halteproblems aus der theoretischen Informatik.

Im dritten Abschnitt werden dann die Konsequenzen für den Nachweis von Strukturbrüchen diskutiert und die Ursachen nochmals verdeutlicht sowie eine Lösungsmöglichkeit skizziert.

Der letzte Abschnitt fasst die Überlegungen zusammen.

## **Strukturbruch**

Ein Strukturbruch liegt vor, wenn eine Zeitreihe vor einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  von einem anderen datengenerierenden Prozess erzeugt wird als danach (vgl. Huber 2000, S. 45).

Als Approximation für den Daten generierenden Prozess wird i. d. R. die lineare Regression verwendet. Ein Strukturbruch ist definitionsgemäß dann aufgetreten, wenn sich die Parameter der linearen Regression plötzlich verändern.

Ein allgemeines Strukturbruchmodell wird in der Literatur auf Basis der linearen Regression dann wie folgt formuliert (z. B. Pesaran und Timmermann 2004).

$$y_t = x_{t-1}\beta_1 + u_t \quad t = 1, 2, 3 \dots, T_1 \quad u_t(0, \sigma_1)$$

$$y_t = x_{t-1}\beta_2 + u_t \quad t = T_1, \dots, T + 1 \quad u_t(0, \sigma_2)$$

Mit

$T_1$ : Bruchzeitpunkt

$y_t$ : abhängige Variable

$x_{t-1}$ :  $p \times 1$  Vektor der festgelegten Variablen

$\beta_i (i = 1, 2)$ :  $p \times 1$  Vektoren der Regressionskoeffizienten

$u_t$ : Störterm mit einer von  $x$  unabhängigen Verteilung, evtl. einer Veränderung der Varianz am Bruchzeitpunkt

Zur genauen Identifikation von Strukturbrüchen werden in der Literatur unterschiedliche Vorgehensweisen eingesetzt. Einer der bekanntesten Methoden ist der Einsatz einer F-Statistik (Andrews 1993; Andrews und Ploberger 1994; Chow 1960; Hansen 2001). Andere Ansätze sind Markov-Switching-Modelle (Hamilton 1996), CUSUM (z. B. Nguyen 2008; Pesaran und Timmermann 2002) oder Generalized-Fluctuation-Tests (Kuan und Hornik 1995; Leisch et al. 2000). Kleiber und Zeileis (2004) vereinen mehrere dieser Modelle innerhalb eines gemeinsamen Rahmens und arbeiten spezifische Unterschiede und Gemeinsamkeiten heraus.

Wohl die bekanntesten Strukturbrüche in der jüngsten Vergangenheit in den Aktienmärkten sind der Zusammenbruch der Dotcom-Blase im Jahr 2000 oder die derzeitige Marktentwicklung.

## Das Halteproblem

Methoden zur Identifikation von Strukturbrüchen sind mathematische Methoden, die inzwischen auch als Computerprogramme implementiert sind (Zeileis et al. 2002). Mittels dieser Programme lässt sich innerhalb einer vorgegebenen Zeitreihe ein Strukturbruch identifizieren oder zeigen, dass kein Strukturbruch vorhanden ist. Teilweise ergeben unterschiedliche Methoden auch widersprüchliche Ergebnisse (Nguyen 2008). Nguyen untersuchte den Einfluss einer Marktliberalisierung auf die Volatilität des Aktienmarktes mit unterschiedlichen Methoden. Ziel war es, herauszufinden, ob die Liberalisierung eine Veränderung der Volatilität bedingt. Angewendet wurden sowohl eine CUSUM-Methode als auch die Methodik von Bai und Perron (1998). Bei mehreren Strukturbrüchen zeigte sich in der Untersuchung, dass jene beiden Methoden sich widersprechen können. Auch die eigenen Untersuchungen des Autors kamen zu vergleichbaren Ergebnissen.

Dies führt zu der Frage, was die Ursache für jenen Widerspruch sein könnte, um entweder das für diesen Fall *richtige* Verfahren zu finden oder die Methoden so zu verbessern bzw. anzupassen, dass ein konsistentes Ergebnis auftritt.

In der theoretischen Informatik ist dieser Sachverhalt als Entscheidbarkeits- bzw. Halteproblem (z. B. Kindler und Manthey 2002, S. 126) bekannt und tritt dort in Form der Frage auf: „Gibt es einen Algorithmus, der zu einem beliebigen gegebenen Programmtext entscheidet, ob das entsprechende Programm bei bestimmten Eingabedaten anhält oder nicht?“

Die Antwort auf diese Frage lautet ‚Nein‘, mit in der Informatik weitreichenden Konsequenzen: So kann es u. a. kein allgemeines Programm geben, dass die Korrektheit von beliebigen Programmen nachweisen kann.

Im Kontext der Finanzmarkt-Zeitreihenanalyse würde die vergleichbare Frage lauten: „Gibt es das universelle Programm zur Identifikation von Strukturbrüchen?“ Ein universelles Programm soll in diesem Zusammenhang ein Verfahren oder eine Methode sein, welches bzw. welche für beliebige Zeitreihen eine verbindliche Aussage treffen kann, ob ein Strukturbuch enthalten ist. Zusätzlich soll diese Methode eine Berechnungsmethode sein, welche durch einen Computer ausführbar ist. Letztere Bedingung schließt rein charttechnische oder intuitive Verfahren, wie sie bei der Zeitreihenanalyse im Finanzsektor nicht unüblich sind, aus. Sie zeigt allerdings auch auf, dass die Strukturbruch-Erkennung kein rein mathematisches oder statistisches Problem ist, sondern auch als ein Problem aus der Informatik aufgefasst werden kann.

### **Nachweis mittels Reduktion**

Grundsätzlich lässt sich die Frage sehr zügig durch Reduktion auf das Halteproblem beantworten. Aus jedem Programm, das Strukturbrüche erkennen kann, lässt sich ein Programm mit folgendem Verhalten konstruieren: Wenn ein Strukturbruch erkannt wird, stoppt das Programm mit einer Ausgabe, wenn kein Strukturbruch erkannt wird, läuft das Programm in eine Endlosschleife. Die klassische Frage lautet nun: „Gibt es ein Programm, welches für solche Programme entscheiden kann, ob sie für beliebige Eingaben anhalten oder nicht?“ Die Antwort darauf lautet ‚Nein‘.

### **Nachweis mittels Diagonalisierung**

Ein wenig ausführlicher, und für Nichtinformatiker nachvollziehbarer, lässt sich die Antwort durch Diagonalisierung zeigen.



Wir gehen davon aus, dass Kursreihen  $K$  zur Untersuchung zur Verfügung stehen. Diese Kursreihen  $K$  werden innerhalb des Computers in einer binären Form als eine lange Liste von Einsen und Nullen dargestellt. Diese Liste soll mit  $\langle K \rangle$  notiert werden.

Weiterhin gibt es Methoden, und daraus resultierende Programme, welche Strukturbrüche in diesen Kursreihen identifizieren können. Die Funktionalität dieser Strukturbruch erkennenden Programme (SEP) lässt sich wie folgt beschreiben: Ein SEP liest eine Kursreihe  $\langle K \rangle$  in binärer Form ein, verarbeitet diese und gibt als Ergebnis ein ‚Ja‘ oder ‚Nein‘ aus, je nachdem, ob sich lt. SEP innerhalb dieser Kursreihe ein Strukturbruch befindet oder nicht. Die korrekte Erkennung eines Strukturbruches ist nicht entscheidend für ein SEP, denn genau dieses gilt es mit einem weiteren Programm zu kontrollieren.

Das SEP liegt wie die Kursreihe innerhalb des Computers als eine binäre Folge von Einsen und Nullen vor. Diese Liste soll mit  $\langle \text{SEP} \rangle$  notiert werden.

Die korrekte Identifikation eines Strukturbruches durch ein SEP wurde bisher absichtlich ausgespart, denn nun soll es ein Programm geben, das universelle Strukturbruch-Erkennungsprogramm (USEP), welches genau diese Aufgabe erfüllen kann. Ein Anwendungsszenario für solch ein Programm wäre, den bei Nguyen (2008) erwähnten Sachverhalt zu klären, wenn bei zwei unterschiedlichen SEPs das eine einen Strukturbruch anzeigt, das andere nicht.

Die grundsätzliche Arbeitsweise des USEP wäre außerdem, das zu kontrollierende  $\langle \text{SEP} \rangle$  einzulesen, ebenso die zu untersuchende Kursreihe  $\langle K \rangle$ , in einem weiteren Schritt das Programm SEP aufzurufen, mit der Kursreihe als Argument, und schließlich das Ergebnis des SEP auf Korrektheit zu prüfen. Auch das USEP hätte als Ergebnis ‚Ja‘ oder ‚Nein‘, je nachdem,

ob das SEP korrekt gearbeitet hat oder nicht. Gibt es die universelle Methode, so ist solch ein USEP relativ einfach zu programmieren.

Die Frage lautet nun erneut: „Kann es dieses universelle Strukturbruch-Erkennungsprogramm geben, welches die Korrektheit anderer Strukturbruch-Erkennungsprogramme verifiziert?“

### Widerspruch

Zur weiteren Klärung der Frage soll nun ein Programm konstruiert werden, das beständig fehlerhafte Ausgaben produziert: das Trick-Erkennungsprogramm (TEP). Das gesuchte USEP, falls es überhaupt existiert, sollte bei diesem Programm in der Lage dazu sein, anzuzeigen, dass es nicht zutreffend funktioniert. Andererseits, falls es gelingt, ein SEP zu konstruieren, bei dem das USEP *grundsätzlich* nicht in der Lage ist, eine Entscheidung zu treffen, wäre dies der Beleg dafür, dass es kein USEP mit der gesuchten Funktionalität geben kann.

Ganz in ökonomischer Tradition wird also angenommen, dass es dieses USEP gibt.

Dann lässt sich auch folgendes TEP schreiben: Das TEP liest wie ein SEP eine binäre Folge  $\langle B \rangle$  ein und ruft intern das USEP mit dem Parameter  $\langle B \rangle$  als Programmcode für das SEP wie auch als Parameter für die Kursreihe auf.

Eine beliebige binäre Folge  $\langle B \rangle$  als Programm zu interpretieren, mag zugegeben häufig kein lauffähiges Programm ergeben, das das USEP verwenden könnte. Da allerdings von einem universellen SEP die Rede ist, genügt es, sich für die weitere Argumentation auf diejenigen binären Folgen zu beschränken, die lauffähige Programme darstellen und des Weiteren SEPs sind. Auch bei dieser beschränkten Menge von binären Folgen muss das USEP korrekt arbeiten, da es definitionsgemäß auf *allen* binären Folgen eine korrekte Entscheidung fällt.

Als ein weiterer entscheidender Schritt bei der Konstruktion des TEP erfolgt nun die Erzeugung offensichtlich falscher Ergebnisse. Nach dem internen Aufruf des USEPs vertauscht das TEP grundsätzlich das Ergebnis des USEPs. Antwortet das USEP mit ‚Ja‘, erzeugt das TEP ‚Nein‘ als Ausgabe, und umgekehrt.

Damit wäre die Funktionalität des TEP vollständig spezifiziert und ein Programm geschaffen, welches fehlerhaft ist, sodass ein USEP dieses als nicht korrekt Strukturbruch erkennend identifizieren muss.

Es ist leicht zu sehen, dass das TEP sich genauso wie ein SEP verhält, es liest eine Kursreihe ein und erzeugt ‚Ja‘ oder ‚Nein‘ als Ergebnis. Das USEP muss es also kontrollieren können. Es ist weiterhin angebracht, es mit einem USEP zu kontrollieren, da ein Anwender die Ergebnisse des TEP nicht von einem zutreffend arbeitenden SEP unterscheiden kann. So kann ohne Weiteres die Situation auftreten, dass innerhalb einer bestimmten Kursreihe ein Strukturbruch auftritt, ein zutreffend arbeitendes SEP einen Strukturbruch anzeigt und das TEP keinen Strukturbruch anzeigt. Zur Klärung dieser Frage wird nun das USEP herangezogen, welches entsprechend der Annahme existiert.

Geht man diese Situation tabellarisch an und listet alle SEPs sowohl horizontal als auch vertikal auf, so erhält man nachfolgende Darstellung. Horizontal seien die SEPs als Programm verstanden, vertikal als binäre Eingabefolge stellvertretend für eine beliebige Kursreihe. Die Werte innerhalb der Tabelle kennzeichnen das Ergebnis des USEP, also die Antwort auf die Frage, ob das jeweilige SEP korrekt auf der Kursreihe gearbeitet hat.

Tabelle 1: Diagonalisierung

	<SEP <sub>1</sub> >	<SEP <sub>2</sub> >	<SEP <sub>3</sub> >	...	<TEP>	...	<SEP <sub>n</sub> >
<SEP <sub>1</sub> >	USEP(<SEP <sub>1</sub> >, <SEP <sub>1</sub> >)	USEP(<SEP <sub>2</sub> >, <SEP <sub>1</sub> >)	USEP(<SEP <sub>3</sub> >, <SEP <sub>1</sub> >)	...	$\overline{\text{USEP}(\langle \text{SEP}_1 \rangle, \langle \text{SEP}_1 \rangle)}$		USEP(<SEP <sub>n</sub> >, <SEP <sub>1</sub> >)
<SEP <sub>2</sub> >	USEP(<SEP <sub>1</sub> >, <SEP <sub>2</sub> >)	USEP(<SEP <sub>2</sub> >, <SEP <sub>2</sub> >)	USEP(<SEP <sub>3</sub> >, <SEP <sub>2</sub> >)	...	$\overline{\text{USEP}(\langle \text{SEP}_2 \rangle, \langle \text{SEP}_2 \rangle)}$		USEP(<SEP <sub>n</sub> >, <SEP <sub>2</sub> >)
<SEP <sub>3</sub> >	USEP(<SEP <sub>1</sub> >, <SEP <sub>3</sub> >)	USEP(<SEP <sub>2</sub> >, <SEP <sub>3</sub> >)	USEP(<SEP <sub>3</sub> >, <SEP <sub>3</sub> >)	...	$\overline{\text{USEP}(\langle \text{SEP}_3 \rangle, \langle \text{SEP}_3 \rangle)}$		USEP(<SEP <sub>n</sub> >, <SEP <sub>3</sub> >)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<TEP>	USEP(<SEP <sub>1</sub> >, <TEP>)	USEP(<SEP <sub>2</sub> >, <TEP>)	USEP(<SEP <sub>3</sub> >, <TEP>)	...	USEP(<TEP>, <TEP>) und $\overline{\text{USEP}(\langle \text{TEP} \rangle, \langle \text{TEP} \rangle)}$		USEP(<SEP <sub>n</sub> >, <TEP>)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<SEP <sub>n</sub> >	USEP(<SEP <sub>1</sub> >, <SEP <sub>n</sub> >)	USEP(<SEP <sub>2</sub> >, <SEP <sub>n</sub> >)	USEP(<SEP <sub>3</sub> >, <SEP <sub>n</sub> >)	...	$\overline{\text{USEP}(\langle \text{SEP}_n \rangle, \langle \text{SEP}_n \rangle)}$	...	USEP(<SEP <sub>n</sub> >, <SEP <sub>n</sub> >)

Interessant wird es, wenn man das TEP betrachtet. Konstruktionsbedingt negiert es auf jeder Ebene das Ergebnis, welches bei dem entsprechenden SEP in der Diagonalen steht. Wenn das TEP auf sich selbst als Kursreihe trifft, entsteht ein Widerspruch:

In der Tabelle steht das Ergebnis des USEP, aufgerufen mit den Parametern (<TEP>, <TEP>).

Angenommen, das USEP erzeugt als Ergebnis ‚Ja‘, d. h., das USEP bestätigt, dass das Programm <TEP> auf der Kursreihe <TEP> korrekt gearbeitet hat. Dann ist

konstruktionsbedingt allerdings auch eindeutig, dass während der internen Abarbeitung des TEPs zuvor das USEP mit ‚Nein‘ geantwortet haben muss, da das TEP lediglich die Ergebnisse von USEP negiert. D. h., USEP hat zuvor angezeigt, dass TEP nicht korrekt arbeitet. Also müsste das Ergebnis ‚Nein‘ lauten. Die äquivalente Situation tritt auf, wenn USEP anfänglich mit ‚Nein‘ geantwortet hätte.

Kurzum, das USEP ist *nicht* in der Lage, zu entscheiden, ob das TEP auf der Kursreihe <TEP> korrekt gearbeitet hat oder nicht. Es ist gelungen, für ein spezielles SEP eine spezielle

Kursreihe zu nennen, für welche das USEP nicht in der Lage ist, zu sagen, ob der erkannte Strukturbruch korrekt ist oder nicht. Damit ist allerdings auch die anfänglich getroffene Annahme hinfällig, dass es ein USEP gäbe, welches in der Lage ist, die Korrektheit eines SEP auf einer beliebigen Kursreihe zu verifizieren.

Es kann also nicht *die allgemeine* Methode zur Strukturbruchererkennung geben, sondern nur *unterschiedliche* Methoden zur Identifikation *bestimmter* Strukturbrüche in *speziellen* Zeitreihen.

### Problematisierung

Der hier aufgezeigte logische Beweis durch Widerspruch gehört zu den Klassikern der theoretischen Informatik und geht auf Alan Turing (2004) zurück. In der Informatik-Literatur wird dieser Sachverhalt unter den Bezeichnungen Turingproblem, Halteproblem, Unentscheidbarkeit oder auch Satz von Rice behandelt.

Vordergründig zeigt dieser Beweis, dass ein mathematisch identifizierter Strukturbruch nicht zwangsläufig einem Strukturbruch auf fachlicher Ebene entspricht und umgekehrt. Ein mathematischer Strukturbruch besitzt demnach keinen affirmativen Gehalt.

Aus dieser Perspektive heraus ist es folglich nicht weiter erstaunlich, dass Nguyen (2008) unterschiedliche Ergebnisse aufgrund unterschiedlicher Erkennungsmechanismen erhält. Auch Bauwens (2011) kommt auf Basis empirischer Untersuchungen zu dem Ergebnis, dass er keine bestimmte Methode zur Untersuchung auf Strukturbrüche als die ‚beste‘ empfehlen kann.

Mit dem gleichen Beweisvorgehen lässt sich zusätzlich zeigen, dass ein so identifizierter Strukturbruch auch keinen prognostischen Gehalt hinsichtlich der weiteren Entwicklung der Zeitreihe besitzt und damit ein vorteilhafter Einfluss auf Kennzahlen zufällig ist.

Ohne wiederholenden Beweis lässt sich argumentieren, dass eine empirisch ermittelte Performancesteigerung keinen Beleg für die Verwendbarkeit von Strukturbrüchen darstellt, da deren Ursache nur auf einen vermuteten Strukturbruch zurückgeführt werden kann, ohne Entscheiden zu können, ob es sich auch im Anwendungskontext um einen gültigen Strukturbruch handelt. Ohne diese fachliche Bestätigung verbleibt eine empirische Performancesteigerung auf Basis eines mathematischen Strukturbruches eine Einzelevaluierung zu welcher sich grundsätzlich Gegenbeispiele in beliebiger Zahl konstruieren und wahrscheinlich auch finden lassen. Damit kann keine Aussage getroffen werden, ob ein mit dieser Methode identifizierter Strukturbruch tatsächlich eine Performancesteigerung bedingt oder nicht.

Der Versuch scheitert nicht an falschen oder mangelhaften mathematischen Ansätzen, sondern deckt einen grundsätzlichen Widerspruch in der Methodik auf.

Folglich kann das Problem des mangelnden Gehalts von Strukturbrüchen auch nicht durch verbesserte mathematische Ansätze gelöst werden.

Damit kann vordergründig der Versuch Strukturbrüche in Wertpapierzeitreihen im Rahmen eines Ansatzes zum Portfoliomanagement zu verwenden, als nicht zielführend betrachtet werden.

### **Lösungsansatz**

Geht man einen Schritt weiter und betrachtet die Ursachen für diesen logischen Widerspruch so zeigt sich ein Lösungsweg auf.

Einen ersten Hinweis gibt der Beweis selbst an der Stelle, an welcher der Leser in der Regel zögert, der logischen Beweisführung zu folgen: bei der Gleichsetzung eines fachlichen Strukturbruches mit der formalen Beschreibung eines Strukturbruches.

Tatsächlich liegt der Grund für den logischen Widerspruch einerseits in der Mächtigkeit der formalen Sprachen, wie z. B. der Mathematik oder von Programmiersprachen, Sachverhalte auf unterschiedlichen Abstraktionsebenen mit den gleichen formalen Mitteln darstellen zu können, andererseits in der Anwendung dieser Mächtigkeit bei der Integration von Strukturbrüchen in einen Ansatz zum Portfoliomanagement.

Nimmt man als Ausgangspunkt die Kursreihe eines Wertpapiers, so führt der Weg zur angezielten Kennzahl üblicherweise über mehrere Abstraktionsebenen. Angefangen bei der, von der Kursreihe abstrahierenden Zeitreihe, über die von der Zeitreihe abstrahierende lineare Regression, weiter zu Parametern und Tests, und anschließenden (Handels-) Regeln zur vorteilhaften Beeinflussung der Kennzahl. Kursreihe, Strukturbruch und Kennzahl befinden sich folglich auf völlig unterschiedlichen Abstraktionsebenen, finden allerdings bei einem Verfahren zur Strukturbruch Erkennung und anschließender Integration in einen Ansatz zum Portfoliomanagement, auf gemeinsamer Ebene Verwendung.

Bedingt durch diese Vermischung unterschiedlicher Abstraktionsebenen auf der gleichen Abstraktionsebene tritt das Halteproblem und damit der Widerspruch auf. Ein berühmtes Beispiel hierfür ist das ‚Barbier Paradoxon‘ (Russell 1988, S. 261) von dem Barbier der alle Männer eines Dorfes rasiert, die sich nicht selbst rasieren. Wer rasiert den Barbier?

Zur Lösung mathematischer Antinomien hat Russell die Unterscheidung zwischen Menge und Klasse eingeführt und so die beiden Abstraktionsebenen voneinander getrennt.

Das Halteproblem belegt bei genauerer Betrachtung lediglich, dass es aufgrund der Mächtigkeit formaler Sprachen möglich ist, einen Widerspruch auch in der Erkennung von Strukturbrüchen zu konstruieren. Allerdings ist dieser Widerspruch nicht zwangsläufig und somit vermeidbar.

Damit relativiert sich die zuvor getroffene Aussage. Das Halteproblem zeigt nicht die Unmöglichkeit auf Strukturbrüche in einen Portfoliomanagement Ansatz miteinzubeziehen, sondern lediglich, dass es sich hierbei um ein methodisches und nicht um ein mathematisches Problem handelt.

Eine Verfeinerung oder Anpassung der mathematischen Methoden, wie eingangs vermutet, ist für eine Anwendung von Strukturbrüchen im Rahmen eines Portfoliomanagements nicht zwangsläufig notwendig.

Eine Lösung wäre demnach, bei einem Portfoliomanagement Ansatz zur Berücksichtigung von Strukturbrüchen sorgfältig zwischen den jeweiligen Abstraktionsebenen zu unterscheiden und darauf zu achten die primäre Abstraktionsebene auf dem Weg von der Kursreihe zur Kennzahl nicht zu verlassen.

Eine Möglichkeit eröffnet dazu das *Fundamental Law of Active Management* von Grinold und Kahn (2000). Es kann verwendet werden, Kursreihen eines Investment Universums in die Information Ratio zu transformieren ohne in höhere Abstraktionsebenen auszuweichen. Dieses Vorgehen wird in (Czinkota 2012) konkretisiert.

## **Zusammenfassung**

Strukturbrüche in ökonometrischen Zeitreihen sind eine in der Praxis beobachtete und in der Literatur inzwischen akzeptierte Erscheinung. Strukturbrüche in Kurszeitreihen von Wertpapieren können durch ihr Auftreten die Entscheidung hinsichtlich der Ausgestaltung eines Wertpapier-Portfolios wesentlich beeinträchtigen. Es liegt demnach nahe, Strukturbrüche im Rahmen eines Ansatzes zum Portfoliomanagement mit einzubeziehen.

Es gibt eine Reihe von mathematischen Verfahren zur Identifikation von Strukturbrüchen, die inzwischen so weit gediehen sind, dass sie auch in frei verfügbaren Programmsystemen



bereitstehen. Diese Verfahren sind etabliert und wurden bereits in unterschiedlichen Szenarien erfolgreich verwendet, können allerdings zu widersprüchlichen Ergebnissen führen.

Solange diese Widersprüche zwischen den Methoden nicht geklärt oder gelöst sind, besitzen Strukturbrüche keinen affirmativen Gehalt und sind nutzlos, da sie nicht einmal als Indikator für einen Anpassungsbedarf des Portfolios verwendet werden können.

In diesem Beitrag wurde mittels des aus der theoretischen Informatik bekannten Halteproblems gezeigt und begründet, dass es sich bei den Widersprüchen nicht um ein Problem der mathematischen Methoden, sondern um ein methodisches Problem handelt.

Eine unzureichende Vorgehensweise zur Identifikation und Verwendung von Strukturbrüchen provoziert selbst die Widersprüche und verhindert damit eine erfolgreiche Verwendung derselben im Rahmen eines Portfoliomanagements.

Eine Einbeziehung von Strukturbrüchen in einen Managementansatz ist nur dann Erfolg versprechend, wenn die Vorgehensweise so gestaltet wird, dass keine Abstraktionsebenen vermischt werden.

## Literaturverzeichnis

- Andrews, D. W. K. (1993): Tests for parameter instability and structural change with unknown change point. In: *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, S. 821–856. Online verfügbar unter <http://www.jstor.org/pss/2951764>.
- Andrews, D. W. K.; Ploberger, W. (1994): Optimal tests when a nuisance parameter is present only under the alternative. In: *Econometrica* 62 (6), S. 1383–1414. Online verfügbar unter <http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p08b/p0879.pdf>.
- Ang, A.; Bekaert, G. (2002a): International asset allocation with regime shifts. In: *Review of Financial Studies* 15 (4), S. 1137.
- Ang, A.; Bekaert, G. (2002b): Regime switches in interest rates. In: *Journal of Business and Economic Statistics* 20 (2), S. 163–182. Online verfügbar unter <http://pubs.amstat.org/doi/abs/10.1198/073500102317351930>.
- Bai, J.; Perron, P. (1998): Estimating and Testing Linear Models with multiple structural changes. In: *Econometrica* 66:1, 1998, S. 47–78.
- Bauwens, L.; Koop, G.; Korobilis, D.; Rombouts, J. (2011): The Contribution of Structural Break Models to Forecasting Macroeconomic Series.
- Chow, G. C. (1960): Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. In: *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, S. 591–605.
- Chu, C. S.J.; Stinchcombe, M.; White, H. (1996): Monitoring structural change. In: *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, S. 1045–1065.
- Cobb, G. W. (1978): The problem of the Nile: conditional solution to a changepoint problem. In: *Biometrika* 65 (2), S. 243–251.
- Czinkota, Thomas (2012): Zeitpunktsignale zum aktiven Portfoliomanagement. Online verfügbar unter <http://mpira.ub.uni-muenchen.de/39565/>.
- Garcia, R.; Perron, P. (1996): An analysis of the real interest rate under regime shifts. In: *The Review of Economics and Statistics* 78 (1), S. 111–125.
- Grinold, R. C.; Kahn, R. N. (2000): Active portfolio management. A quantitative approach for providing superior returns and controlling risk. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Companies.
- Hamilton, J. D. (1996): Specification testing in Markov-switching time-series models. In: *Journal of Econometrics* 70 (1), S. 127–157.
- Hansen, B. E. (2001): The new econometrics of structural change: Dating breaks in US labor productivity. In: *The Journal of Economic Perspectives* 15 (4), S. 117–128.
- Harvey, A. C.; Durbin, J. (1986): The effects of seat belt legislation on British road casualties: A case study in structural time series modelling. In: *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* 149 (3), S. 187–227.
- Horváth, L.; Huková, M.; Kokoszka, P.; Steinebach, J. (2004): Monitoring changes in linear models. In: *Journal of Statistical Planning and Inference* 126 (1), S. 225–251.
- Huber, C. (2000): Wendepunkte in Finanzmärkten. Prognose und Asset Allocation. Bad Soden/Ts: Uhlenbruch. Online verfügbar unter <http://www.worldcat.org/oclc/48457219>.

- Kindler, Ekkart; Manthey, Steffen (2002): Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit I. Online verfügbar unter <http://www2.cs.uni-paderborn.de/cs/kindler/Lehre/Skripte/Automaten.pdf>.
- Kleiber, C.; Zeileis, A. (2004): Validating multiple structural change models: A case study. In: *Technical Report / Universität Dortmund, SFB 475 Komplexitätsreduktion in Multivariaten Datenstrukturen 2004,34*. Online verfügbar unter <http://hdl.handle.net/10419/22546>.
- Kuan, C. M.; Hornik, K. (1995): The generalized fluctuation test: A unifying view. In: *Econometric Reviews* 14 (2), S. 135–161.
- Leisch, F.; Hornik, K.; Kuan, C. M. (2000): Monitoring structural changes with the generalized fluctuation test. In: *Econometric Theory* 16 (06), S. 835–854.
- Nguyen, D. (2008): An empirical analysis of structural changes in emerging market volatility. In: *Economics Bulletin* 6 (10), S. 1–10.
- Perron, P. (1989): The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis. In: *Econometrica* 57 (6), S. 1361–1401.
- Pesaran, M. H.; Timmermann, A. (2002): Market timing and return prediction under model instability. In: *Journal of Empirical Finance* 9 (5), S. 495–510.
- Pesaran, M. H.; Timmermann, A. (2004): How costly is it to ignore breaks when forecasting the direction of a time series? In: *International Journal of Forecasting* 20 (3), S. 411–425. Online verfügbar unter [citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.15.5376&rep=rep1&type=pdf](http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.15.5376&rep=rep1&type=pdf).
- Pesaran, M. H.; Pettenuzzo, D.; Timmermann, Allan (2004): Forecasting Time Series Subject to Multiple Structural Breaks.
- Russell, Bertrand (1988): *Logic and knowledge: essays, 1901-1950*: Routledge.
- Stock, J. H.; Watson, M. W. (1996): Evidence on structural instability in macroeconomic time series relations. In: *Journal of Business & Economic Statistics* 14 (1), S. 11–30.
- Turing, A. (2004): On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem, 1936. In: *The essential Turing: seminal writings in computing, logic, philosophy, artificial intelligence, and artificial life, plus the secrets of Enigma*, S. 58.
- Zeileis, A.; Leisch, F.; Hornik, K.; Kleiber, C. (2002): strucchange: An R package for testing for structural change in linear regression models. In: *Journal of Statistical Software* 7 (2), S. 1–38. Online verfügbar unter <http://www.jstatsoft.org/v07/i02/paper>.
- Zivot, E.; Andrews, D. W. K. (1992): Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis. In: *Journal of Business & Economic Statistics* 10 (3), S. 251–270.