



Munich Personal RePEc Archive

Consumer theory: alternative approaches

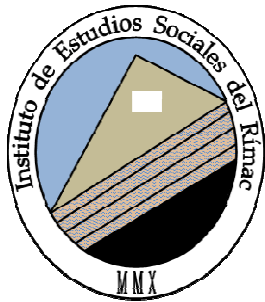
Ávalos Eloy

Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Instituto de Estudios
Sociales del Rímac

21. May 2011

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/40860/>

MPRA Paper No. 40860, posted 25. August 2012 08:22 UTC



CIEC

Centro de Investigaciones Económicas

Documento de Trabajo N° 16

La Teoría del Consumidor: Enfoques Alternativos

por

Eloy Ávalos

Mayo 21, 2011

Instituto de Estudios Sociales del Rímac
Lima, Perú

LA TEORÍA DEL CONSUMIDOR: ENFOQUES ALTERNATIVOS

Eloy ÁVALOS¹

Universidad Nacional Mayor de San Marcos e IESR

Primera versión: Mayo 2011

Resumen

En el presente documento exponemos cuatro enfoques alternativos a la teoría del consumidor de Hicks - Allen. Se desarrollará el enfoque de preferencias reveladas de Samuelson, el de preferencias lexicográficas, el de preferencias sobre las características de los bienes de Lancaster y finalmente el enfoque del consumo y la asignación del tiempo de Becker.

Número de Clasificación JEL: D01, D11.

Palabras Claves: Preferencias reveladas, preferencias lexicográficas, bien postrero, preferencias sobre características, precio implícito, asignación del tiempo, precio total.

Abstracts

In this paper we present four alternative approaches to consumer theory of Hicks - Allen. Be developed revealed preference approach of Samuelson, the lexicographical preferences, the preferences of the characteristics of the goods of Lancaster and finally the focus of consumption and time allocation of Becker.

Classification Number JEL: D01, D11.

Keys words: Revealed preferences, lexicographic preferences, last good, preferences regarding features, implicit price, time allocation, the total price.

¹ Contacto: Departamento de Economía, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima 01, Teléfono 619-7000 Anexo 2207; y Centro de Investigaciones Económicas del Instituto de Estudios Sociales del Rímac, Pueblo Libre. Email: eavalosa@unmsm.edu.pe.

1. INTRODUCCIÓN

La existencia de vacíos o de explicaciones insatisfactorias de la teoría del consumidor basado en el enfoque ordinal, generó la necesidad de planteamientos alternativos a esta teoría que dieran cuenta de estos vacíos. Entre los enfoques alternativos, tenemos el desarrollado por Paul Samuelson, la teoría de las preferencias reveladas, donde básicamente muestra que para derivar una curva de demanda ordinaria no se requieren de las curvas de indiferencia. Por otro lado, la teoría de las preferencias lexicográfica nos muestra que las canastas de consumo entre un consumidor y otro, con diferentes niveles de ingreso y que enfrentan los mismos mercados, no sólo existen diferencias cuantitativas, también cualitativas y que no basta argumentar con la “solución de esquina” para explicar la ausencia de algunos bienes en la canasta de consumo elegida.

El modelo de Lancaster, precisa que la aparición de bienes en el mercado, así como las decisiones óptimas están condicionadas por la tecnología de consumo, independientemente de las preferencias del consumidor. Finalmente, Becker, supera la explicación basada en las diferencias de preferencias, incorporando el costo de oportunidad del tiempo en la evaluación que realiza el consumidor al decidir entre bienes con diferentes grados de tiempo – intensidad de uso.

2. LAS PREFERENCIAS REVELADAS

2.1 Definición y axioma ADPR

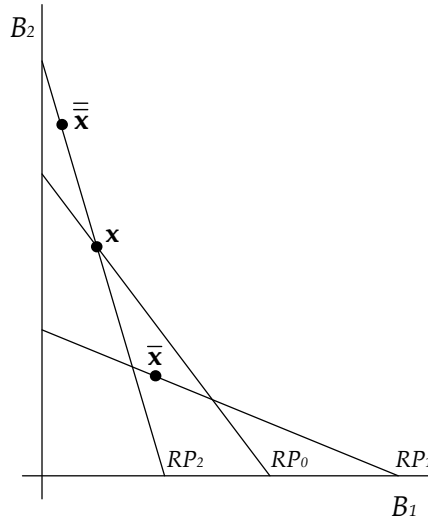
Este modelo fue desarrollado por Paul Samuelson.² Bajo este enfoque no es necesario conocer ni suponer la existencia de la función de utilidad para configurar las preferencias de un consumidor. Esta teoría se basa en las elecciones efectivamente tomadas por el consumidor en el mercado, dados unos precios de los bienes y dado su ingreso monetario, ya que a través de dichas decisiones el consumidor revela parte de sus preferencias inobservables en sí.

² Ver SAMUELSON (1938: pp. 61 – 71; 1948: pp. 243 - 253).

Así, si el consumidor elige la canasta \mathbf{x} dado el vector par (\mathbf{p}^0, m_i^0) , entonces está revelando que esta canasta $\mathbf{x}(\mathbf{p}^0, m_i^0)$ es preferida sobre todas aquellas canastas que son alcanzables bajo el mismo vector par. Sea $\bar{\mathbf{x}}$ una de estas canastas, entonces podemos afirmar que el consumidor al elegir \mathbf{x} ha revelado que es preferida sobre $\bar{\mathbf{x}}$, donde $\mathbf{p}^0 \bar{\mathbf{x}}' \leq m_i^0$. Esto lo denotaremos como sigue,

$$\mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} \in A_i \subseteq \mathbb{R}_+^n, \left[E_i \mathbf{x} \wedge \neg E_i \bar{\mathbf{x}} \Rightarrow \mathbf{p}^0 \mathbf{x}'(\mathbf{p}^0, m_i^0) \geq \mathbf{p}^0 \bar{\mathbf{x}}'(\mathbf{p}^1, m_i^1) \right] \Leftrightarrow \mathbf{x}(\mathbf{p}^0, m_i^0) \stackrel{R}{\succ}_i \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1).$$

Gráficamente,



Luego, se observa en el gráfico que la relación entre $\bar{\mathbf{x}}$ y $\bar{\bar{\mathbf{x}}}$ es ambigua, no son comparables,

$$\forall \bar{\mathbf{x}}, \bar{\bar{\mathbf{x}}} \in \mathbb{R}_+^n, \left(\neg \bar{\mathbf{x}} \stackrel{R}{\succ}_i \bar{\bar{\mathbf{x}}} \wedge \neg \bar{\bar{\mathbf{x}}} \stackrel{R}{\succ}_i \bar{\mathbf{x}} \right) \Leftrightarrow \left[\mathbf{p}^1 \bar{\bar{\mathbf{x}}}'(\mathbf{p}^2, m_i^2) > \mathbf{p}^1 \bar{\mathbf{x}}'(\mathbf{p}^1, m_i^1) \wedge \mathbf{p}^2 \bar{\mathbf{x}}'(\mathbf{p}^1, m_i^1) > \mathbf{p}^2 \bar{\bar{\mathbf{x}}}'(\mathbf{p}^2, m_i^2) \right]$$

Es decir, frente a $\bar{\mathbf{x}}$ y $\bar{\bar{\mathbf{x}}}$, el consumidor no revela sus preferencias. En este caso, necesitaríamos de un número mayor de observaciones.

Axioma 1 (Axioma débil de preferencia revelada, ADPR)

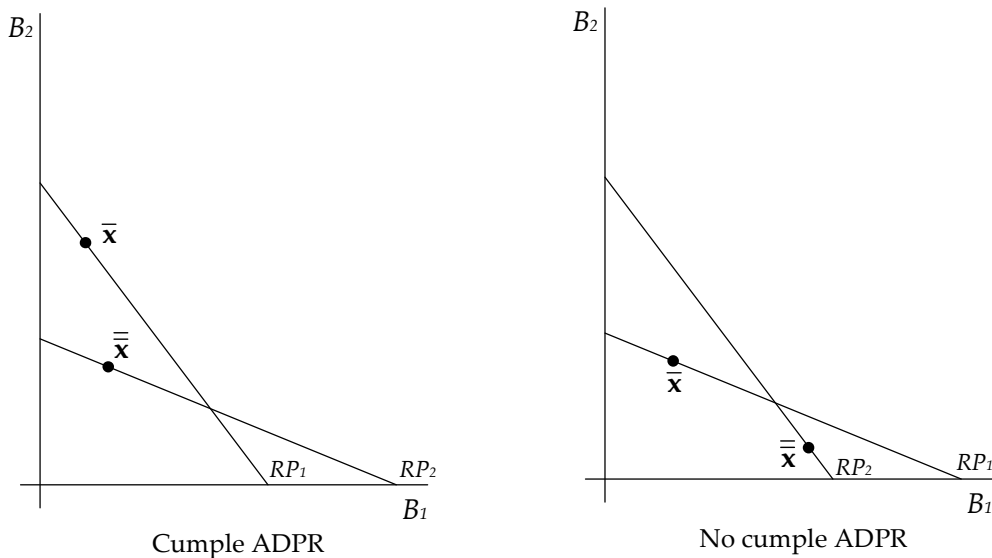
$$\forall \bar{\mathbf{x}}, \bar{\bar{\mathbf{x}}} \in \mathbb{R}_+^n \wedge \bar{\mathbf{x}} \neq \bar{\bar{\mathbf{x}}}, \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1) \stackrel{R}{\succ}_i \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) \Rightarrow \neg \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) \stackrel{R}{\succ}_i \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$$

O también,

$$\forall \bar{x}, \bar{\bar{x}} \in \mathbb{R}_+^n \wedge \bar{x} \neq \bar{\bar{x}}, \mathbf{p}^1 \bar{x}(\mathbf{p}^1, m_i^1) \geq \mathbf{p}^1 \bar{\bar{x}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) \Rightarrow \mathbf{p}^2 \bar{x}(\mathbf{p}^1, m_i^1) > \mathbf{p}^2 \bar{\bar{x}}(\mathbf{p}^2, m_i^2)$$

Es decir, al vector par (\mathbf{p}_1^1, m_i^1) la canasta \bar{x} debe ser alcanzable sin embargo $\bar{\bar{x}}$ es la canasta elegida. Luego, si la canasta $\bar{\bar{x}}$ es elegida al vector par (\mathbf{p}_1^2, m_i^2) es porque la canasta \bar{x} no es alcanzable.³

Gráficamente,



2.2 Implicancias del ADPR

Del axioma débil de preferencia revelada (ADPR) podemos derivar dos propiedades importantes acerca de la función de demanda individual. Primero acerca de la homogeneidad de grado cero respecto a precios e ingreso monetario, y en segundo lugar, sobre la negatividad del efecto sustitución del propio precio sobre la cantidad demandada. Veamos:

Teorema 1

Si se verifica el ADPR, entonces las cantidades demandadas son invariantes ante un cambio equiproporcional en todos los precios y el ingreso nominal.

³ La condición $\bar{x} \neq \bar{\bar{x}}$ presupone la unicidad de la elección del consumidor, lo cual es coherente con una función de utilidad estrictamente cuasi – cóncava y un conjunto presupuestario convexo. Ver ÁVALOS (2010b: p. 6).

Se tiene,

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{p}^2 = \lambda \mathbf{p}^1 \\ m_i^2 = \lambda m_i^1 \end{array} \right\} \forall \lambda \in \mathbb{R}_{++}$$

De donde,

$$\mathbf{p}^2 \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) = \lambda \mathbf{p}^1 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$$

Luego, si suponemos que $\bar{\mathbf{x}} \neq \bar{\bar{\mathbf{x}}}$, obtenemos,

$$\mathbf{p}^2 \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) = \lambda \lambda^{-1} \mathbf{p}^2 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1) = \mathbf{p}^2 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$$

Lo que trivialmente implica,

$$\mathbf{p}^2 \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) \geq \mathbf{p}^2 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$$

Asimismo derivamos,

$$\lambda \mathbf{p}^1 \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) = \lambda \mathbf{p}^1 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$$

De donde,

$$\mathbf{p}^1 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1) \geq \mathbf{p}^1 \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2)$$

Pero, $\mathbf{p}^2 \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) \geq \mathbf{p}^2 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$ implica que $\bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2) \succeq_i^R \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$, mientras que $\mathbf{p}^1 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1) \geq \mathbf{p}^1 \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2)$ implica que $\bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1) \succeq_i^R \bar{\bar{\mathbf{x}}}(\mathbf{p}^2, m_i^2)$; en consecuencia $\bar{\mathbf{x}} = \bar{\bar{\mathbf{x}}}$, lo que quiere decir que las cantidades demandadas no varían ante un cambio equiproporcional en el vector par (\mathbf{p}, m_i) .

Teorema 2

Si se verifica el ADPR, el efecto sustitución es negativo.

Bajo este enfoque utilizaremos el efecto sustitución de acuerdo al criterio de Slutsky.⁴

Así tenemos que para $\bar{\mathbf{x}}$ y $\bar{\bar{\mathbf{x}}}$ el ingreso monetario es el mismo, por tanto se verifica a lo largo del efecto sustitución que,

⁴ Es decir, el efecto sustitución será entendido como el resultado de la variación del precio del bien y del ingreso monetario de tal manera que el consumidor pueda seguir adquiriendo la misma canasta de bienes que compraba inicialmente.

$$\mathbf{p}^2 \mathbf{x}^S(\mathbf{p}^2, m_i^S) = \mathbf{p}^2 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$$

De donde,

$$\mathbf{p}^2 [\mathbf{x}^S(\mathbf{p}^2, m_i^S) - \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)] = 0$$

Y dado que $\mathbf{x}^S(\mathbf{p}^2, m_i^S) \succ_i^R \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$, luego por el axioma de preferencia débil se debe cumplir que,

$$\mathbf{p}^1 \mathbf{x}^S(\mathbf{p}^2, m_i^S) > \mathbf{p}^1 \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)$$

Es decir,

$$\mathbf{p}^1 [\mathbf{x}^S(\mathbf{p}^2, m_i^S) - \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)] > 0$$

Luego, se tiene,

$$(\mathbf{p}^2 - \mathbf{p}^1) [\mathbf{x}^S(\mathbf{p}^2, m_i^S) - \bar{\mathbf{x}}(\mathbf{p}^1, m_i^1)] < 0$$

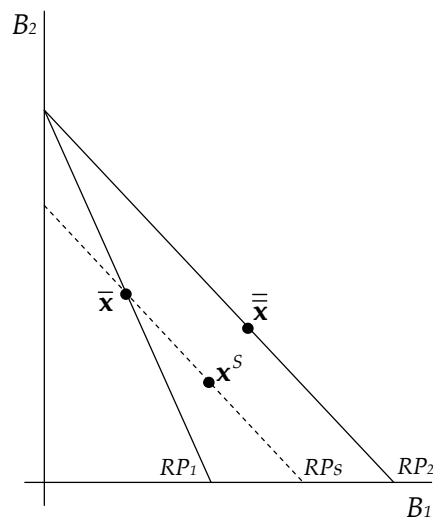
Es decir,

$$d\mathbf{p}d\mathbf{x} < 0$$

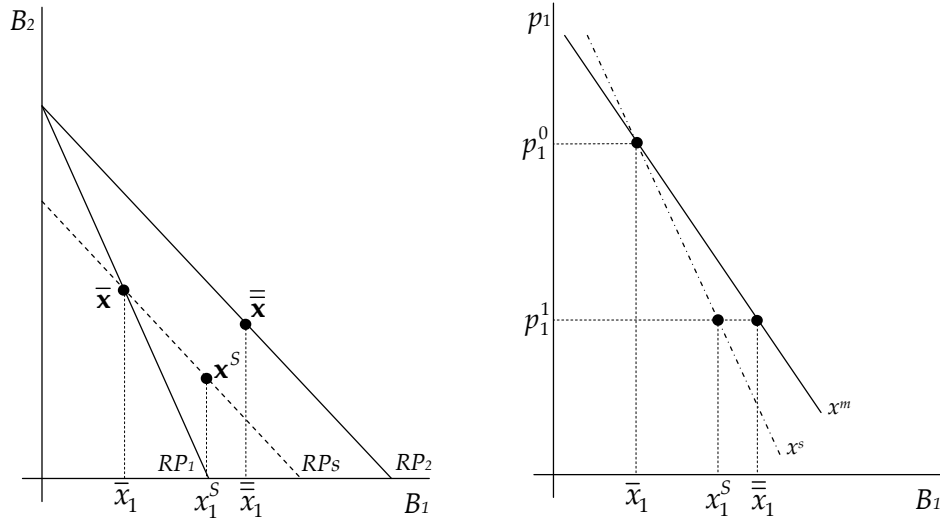
Y para el caso en que la variación del vector precio obedece sólo al cambio de un solo precio, como se observa en el gráfico, se tiene,

$$dp_k dx_k < 0$$

Gráficamente,



Supóngase un descenso del precio de B_1 , *ceteris paribus*, podemos derivar las curvas de demanda, primero para el caso donde el ingreso real se mantiene constante (según criterio de Slutsky); y para el caso donde el ingreso monetario se mantiene constante. Veamos,



2.3 El AFPR y la transitividad

Por otro lado, el axioma de preferencia débil no garantiza la transitividad de la relación de preferencia revelada. Para superar esta dificultad, para alguna secuencia $\{\mathbf{x} \dots \mathbf{x}^K\}$ formularemos la relación “. . . revelado indirectamente como preferido a . . .”, que

denotamos como $\overset{RI}{\succsim}_i$, y que será definida como,

$$\overset{RI}{\succsim}_i = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{x}^K) : \mathbf{x} \overset{R}{\succsim}_i \bar{\mathbf{x}} \overset{R}{\succsim}_i \dots \overset{R}{\succsim}_i \mathbf{x}^{K-1} \overset{R}{\succsim}_i \mathbf{x}^K \right\}$$

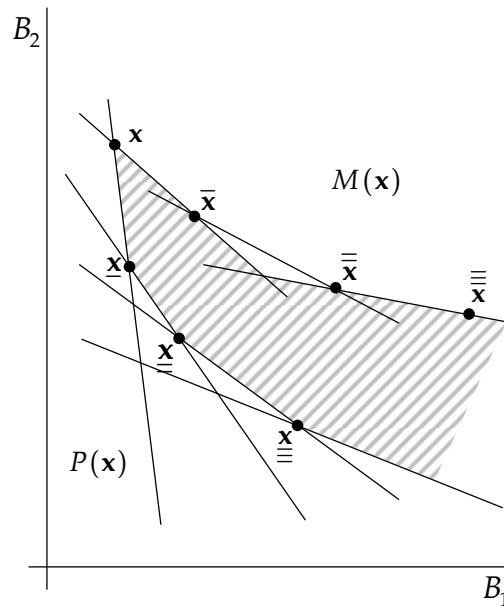
Axioma 2 (Axioma fuerte de preferencia revelada, AFPR)

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{x}^K \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \overset{RI}{\succsim}_i \mathbf{x}^K \Rightarrow \neg \mathbf{x}^K \overset{RI}{\succsim}_i \mathbf{x}$$

Este axioma permite eliminar la ambigüedad o no comparabilidad existente entre dos canastas de forma directa.

Por otro lado, el cumplimiento del axioma fuerte de preferencia revelada (AFPR), equivale al cumplimiento de las condiciones que garantizaban la existencia de la función de utilidad.⁵

Sea la situación inicial dada por $\mathbf{x}(\mathbf{p}^0, m_i^0)$, mostrada en el siguiente gráfico,



Donde suponemos que se observan los vectores (\mathbf{p}, m_i) representados por las restricciones RP_1, RP_2, RP_3, \dots sobre las que se eligen respectivamente $\underline{\mathbf{x}}, \underline{\underline{\mathbf{x}}}, \underline{\underline{\underline{\mathbf{x}}}}, \dots$ y que de acuerdo al AFPR son canastas progresivamente peores que \mathbf{x} . Asimismo suponemos que se observan las restricciones RP_a, RP_b, RP_c, \dots sobre las que se eligen las canastas $\bar{\mathbf{x}}, \bar{\bar{\mathbf{x}}}, \bar{\bar{\bar{\mathbf{x}}}}, \dots$ respectivamente y que son mejores regresivamente que \mathbf{x} . Luego, tenemos que el espacio de consumo queda dividido en tres conjuntos, $M(\mathbf{x})$ que son mejores que \mathbf{x} , $P(\mathbf{x})$ que son peores a \mathbf{x} y las que están comprendidas entre $M(\mathbf{x})$ y $P(\mathbf{x})$ que contiene canastas que son mejores o peores o equivalente que \mathbf{x} (área sombreada). Si la diferencia de precios entre RP_1 y RP_a fuese tan pequeña, tal que el área sombreada entre $M(\mathbf{x})$ y

⁵ Se afirma que esto se relaciona con el teorema de integrabilidad relativo a la preferencia revelada. Ver SEGURA (1986: p. 89).

$P(\mathbf{x})$ se redujese, hasta el límite, esta tendería a una curva continua que sería la representación gráfica de la clase de equivalencia $I_i(\mathbf{x})$: una curva de indiferencia.

Por lo tanto, se deduce que los axiomas formulados para las preferencias reveladas son equivalentes a las propiedades que garantizan la existencia de una función de utilidad. Así, la equivalencia lógica mencionada anteriormente implica que la relación

\succsim_i^{RI} presenta las siguientes propiedades,

Irreflexividad

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n, \neg \mathbf{x} \succsim_i^{RI} \mathbf{x}$$

Transitividad

$$\forall \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}}, \underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \left(\mathbf{x} \succsim_i^{RI} \bar{\mathbf{x}} \wedge \bar{\mathbf{x}} \succsim_i^{RI} \underline{\mathbf{x}} \right) \Rightarrow \mathbf{x} \succsim_i^{RI} \underline{\mathbf{x}}$$

Monotonocidad

$$\forall \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} > \bar{\mathbf{x}} \Rightarrow \mathbf{x} \succsim_i^{RI} \bar{\mathbf{x}}$$

Convexidad

$$\forall \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n \wedge \forall \lambda \in \langle 0, 1 \rangle, \mathbf{x} \succsim_i^{RI} \bar{\mathbf{x}} \Rightarrow [\lambda \mathbf{x} + (1-\lambda)\bar{\mathbf{x}}] \succsim_i^{RI} \bar{\mathbf{x}}$$

3. PREFERENCIAS LEXICOGRAFICAS

3.1. Definiciones y propiedades

La teoría de las preferencias lexicográficas ha sido discutida por varios economistas, entre los que destacan son Debreu, Chipman, Georgescu – Roegen, Houthakker, entre otros.⁶

Sea una economía donde sólo existen n bienes. Supóngase que el i – ésimo consumidor enfrenta un espacio de elección (espacio de consumo) dado por $X_i = \mathbb{R}_+^n$. Luego, sostenemos que el i – ésimo consumidor posee una relación de preferencia

⁶ Ver DEBREU (1973), CHIPMAN (1960: pp. 193 - 224), GEORGESCU – ROEGEN (1954: pp. 503 - 534) y HOUTHAKKER (1961: pp. 704 – 740).

lexicográfica débil, \succsim_i^L , sobre su espacio de consumo.⁷ Donde la relación de preferencia lexicográfica débil, \succsim_i^L , queda definida como,

Definición 1. (Preferencia lexicográfica débil)

$$\forall \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \succsim_i^L \bar{\mathbf{x}} \Leftrightarrow \left[x_k > \bar{x}_{k+1} \vee (x_k = \bar{x}_k \wedge x_{k+1} \geq \bar{x}_{k+1}) \right], \quad k = 1, \dots, n-1.$$

Para este caso, este tipo de preferencia, implica que el bien B_k es el *bien dominante*. La relación de preferencia fuerte, \succ_i^L , derivada de la relación de preferencia lexicográfica débil, se define,

Definición 2. (Preferencia lexicográfica fuerte)

$$\forall \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \succ_i^L \bar{\mathbf{x}} \Leftrightarrow \left[x_k > \bar{x}_k \vee (x_k = \bar{x}_k \wedge x_{k+1} > \bar{x}_{k+1}) \right], \quad k = 1, \dots, n-1.$$

Esta relación de preferencia lexicográfica débil verifica las siguientes propiedades,

Completitud

$$\forall \mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \succsim_i^L \hat{\mathbf{x}} \vee \hat{\mathbf{x}} \succsim_i^L \mathbf{x}.$$

Transitividad

$$\forall \mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \left(\mathbf{x} \succsim_i^L \hat{\mathbf{x}} \wedge \hat{\mathbf{x}} \succsim_i^L \bar{\mathbf{x}} \right) \Rightarrow \mathbf{x} \succsim_i^L \bar{\mathbf{x}}.$$

Monotonocidad débil

$$\forall \mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \geq \hat{\mathbf{x}} \Rightarrow \mathbf{x} \succsim_i^L \hat{\mathbf{x}}$$

Convexidad estricta

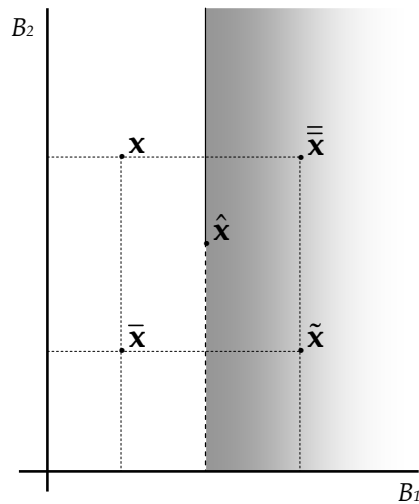
$$\forall \mathbf{x}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n \wedge \forall \lambda \in (0, 1), \mathbf{x} \succsim_i^L \bar{\mathbf{x}} \Rightarrow \lambda \mathbf{x} + (1-\lambda) \bar{\mathbf{x}} \succ_i^L \bar{\mathbf{x}}$$

Asimetría

$$\forall \mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^n, \mathbf{x} \succsim_i^L \hat{\mathbf{x}} \Rightarrow \neg \left(\hat{\mathbf{x}} \succ_i^L \bar{\mathbf{x}} \right)$$

⁷ Una manera distinta de abordar esta teoría de las preferencias, y que sigue la línea de Georgescu – Roegen es la formulada por Figueroa. Ver FIGUEROA (1996: pp. 179 – 194).

Una representación gráfica de las preferencias lexicográficas, cuando $X_i = \mathbb{R}_+^2$, se tiene,



Donde se cumplen las siguientes relaciones, $\bar{\mathbf{x}} \succ_i \tilde{\mathbf{x}} \succ_i \hat{\mathbf{x}} \succ_i \mathbf{x}$. El área sombreada, es el conjunto de canastas que son lexicográficamente estrictamente preferidas sobre $\hat{\mathbf{x}}$.⁸

Este tipo de preferencias no cumple la propiedad de continuidad, por lo que no puede representarse por una función matemática. Tampoco, entonces, admite la relación de indiferencia para dos canastas diferentes.

3.2 El equilibrio del consumidor

Supondremos que el consumidor es precio aceptante en los n mercados y posee un ingreso monetario dado. Por tanto su conjunto presupuestario estará determinado por,

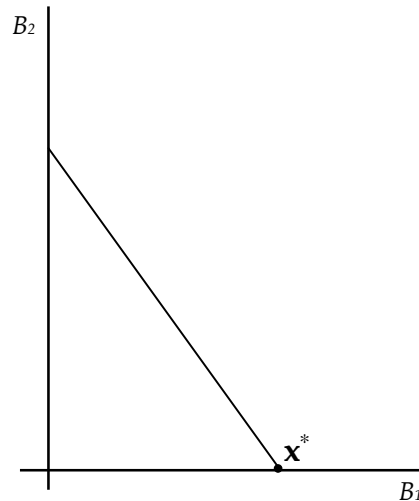
$$m_i^0 = \mathbf{p}^0 \mathbf{x}' \text{ y } \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

Entonces, dadas las preferencias de tipo lexicográficas que posee el consumidor, donde el bien B_1 es dominante, la solución de equilibrio será,

⁸ Esta área sombreada sería el conjunto $M_i(\hat{\mathbf{x}})$. Nótese además, que las canastas ubicadas debajo de la canasta $\hat{\mathbf{x}}$ (línea discontinua) son preteridas lexicográficamente respecto a esta canasta ya que contienen una menor cantidad de B_2 ; por tanto no pertenecen al área sombreada.

$$\mathbf{x}^* = \left(\frac{m_i^0}{p_1^0}, 0, \dots, 0 \right)$$

Evidentemente, este tipo de solución con canasta especializada en un bien, no es muy útil para explicar algunas cosas. Gráficamente, para $X_i = \mathbb{R}_+^2$, se tiene,



Esto implicaría que la demanda del bien B_1 es una hipérbola equilátera.⁹

3.3 Preferencias lexicográficas y saturación

Abandonamos el axioma de monotonocidad para todo el espacio de consumo y asumiremos que el consumidor se satura con el consumo de una determinada cantidad de cada uno de los k bienes. Asumiremos que estas cantidades corresponden a una canasta de saturación de las preferencias, $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$. Enunciamos el siguiente axioma,

Saciabilidad

$$\exists! \hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}_+^r, \neg \exists \mathbf{x}: \mathbf{x} \succ_i \hat{\mathbf{x}}$$

⁹ Y claramente la pendiente negativa de la curva de demanda no obedece a ningún efecto sustitución.

Esto implica que el consumidor al ordenar lexicográficamente sus preferencias, y al existir saturación, está fijando las cantidades que consumirá independientemente de los precios.¹⁰

Así, para un nivel de ingreso dado, existe un bien $B_{\tilde{n}}$ ($\tilde{n} < n$), al que llamaremos *bien postrero*, para el cual se cumple,¹¹

$$m_i^0 \geq \sum_{k=1}^{\tilde{n}-1} p_k^0 \hat{x}_k \quad \text{y} \quad m_i^0 < \sum_{k=1}^{\tilde{n}} p_k^0 \hat{x}_k$$

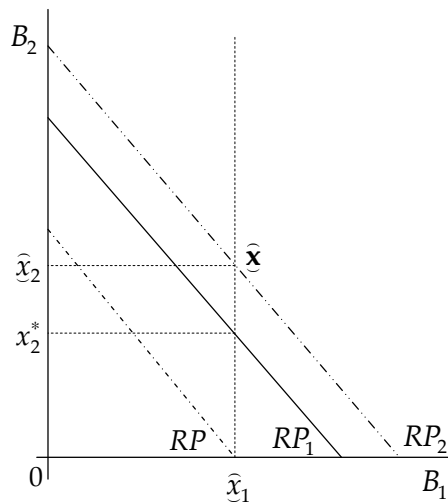
Así, la canasta solución viene dada por,

$$\mathbf{x}^* = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{\tilde{n}-1}, x_{\tilde{n}}^*, 0, \dots, 0), \quad 0 \leq x_{\tilde{n}}^* \leq \hat{x}_{\tilde{n}}$$

Siendo,

$$x_{\tilde{n}}^* = \frac{m_i^0 - \sum_{k=1}^{\tilde{n}-1} p_k^0 \hat{x}_k}{p_{\tilde{n}}^0}$$

Sea el caso donde $X_i = \mathbb{R}_+^2$ y $\tilde{n} = 2$. Gráficamente,



¹⁰ Justamente éstas son las cantidades \hat{x}_k respectivamente. Ver DE PABLO y TOW (1976: p. 397).

¹¹ Utilizaré la letra \tilde{n} para denotar este bien, a propósito del olvido de esta letra en la notación formal.

Se observa, dados los precios de ambos bienes, que para cada nivel de ingreso representados por las tres restricciones, el bien 2 cumple el papel de bien postrero. Así, la canasta solución para cada nivel de ingreso será,

- $m_i^0 \rightarrow \mathbf{x}^* = (\hat{x}_1, 0)$
- $m_i^1 \rightarrow \mathbf{x}^* = (\hat{x}_1, x_2^*)$, $0 < x_2^* < \hat{x}_2$
- $m_i^2 \rightarrow \mathbf{x}^* = (\hat{x}_1, \hat{x}_2)$

En los tres casos el ingreso monetario se agota. Nótese además que si el ingreso monetario es menor al nivel de m_i^0 , dadas las preferencias lexicográficas, la solución seguirá siendo una canasta especializada. Y si el ingreso monetario es superior al nivel de m_i^2 , la canasta solución estará al interior del conjunto alcanzable (es decir, no se agota el ingreso).¹²

3.4 Cambios en el equilibrio del consumidor

a. Un aumento del ingreso monetario

Los efectos que tendría un incremento del ingreso monetario, *ceteris paribus*, sobre las cantidades demandadas de los bienes, dependerán de qué bien estaría cumpliendo el papel de bien postrero en la ordenación lexicográfica de las preferencias.

Así, dado el papel de bien postrero cumplido por el bien $B_{\tilde{n}}$, tendríamos los siguientes efectos,

- $\frac{dx_k^d}{dm_i} = 0$; $\forall k, k < \tilde{n}$
- $\frac{dx_k^d}{dm_i} > 0$; $k = \tilde{n}$
- $\frac{dx_k^d}{dm_i} \geq 0$; $\forall k, \tilde{n} < k$

¹² Y en estricto, no existiría un bien postrero. Este resultado es coherente con el axioma de saciabilidad, tan igual como en la teoría convencional del consumidor cuando las curvas de indiferencia son cerradas en torno a $\hat{\mathbf{x}}$ y el ingreso verifica $m_i^0 > \mathbf{p}\hat{\mathbf{x}}$.

Nótese que en este enfoque no existen bienes inferiores, más si existen bienes neutros y normales.¹³

b. Variación del precio del bien postrero

De la misma forma, tomamos como centro del análisis el bien postrero, el bien $B_{\tilde{n}}$. La variación del precio tendrá efectos considerando si se trata de un aumento o una reducción de precio, ya que en el primer caso reduce la capacidad de compra y en el segundo lo contrario. Pero, ¿por qué distinguir la clase de variación? Es importante, dado que las preferencias son ordenadas lexicográficamente y no admite sustitución entre el consumo de un bien por otro, por tanto la simetría de los efectos no está garantizada.

Así, los efectos serán,

<p>Para $dp_{\tilde{n}} > 0$</p> $\frac{dx_k^d}{dp_{\tilde{n}}} = 0 \quad , \quad \forall k, k < \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_{\tilde{n}}} < 0 \quad , \quad k = \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_{\tilde{n}}} = 0 \quad , \quad \forall k, k > \tilde{n}$	<p>Para $dp_{\tilde{n}} < 0$</p> $\frac{dx_k^d}{dp_{\tilde{n}}} = 0 \quad , \quad \forall k, k < \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_{\tilde{n}}} < 0 \quad , \quad k = \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_{\tilde{n}}} < 0 \quad , \quad \forall k, k > \tilde{n}$
--	--

Por otro lado, si el precio de un bien B_l , $l > \tilde{n}$, es el que varía, esto tendría un efecto nulo sobre las cantidades de los bienes que inicialmente está consumiendo el agente, desde B_1 hasta $B_{\tilde{n}}$. Es decir,

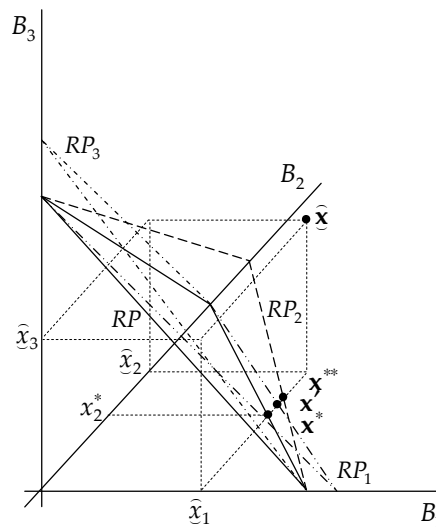
<p>Para $dp_l > 0 \quad , \quad l > \tilde{n}$</p> $\frac{dx_k^d}{dp_l} = 0 \quad , \quad \forall k, k \leq \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_l} = 0 \quad , \quad \forall k, k > \tilde{n}$	<p>Para $dp_l < 0 \quad , \quad l > \tilde{n}$</p> $\frac{dx_k^d}{dp_l} = 0 \quad , \quad \forall k, k \leq \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_l} = 0 \quad , \quad \forall k, k > \tilde{n}$
--	--

¹³ Claramente aquí este enfoque explicaría no sólo los efectos cuantitativos de las variaciones del ingreso, también los cambios cualitativos de las canastas de consumo, ya que por cada tramo de ingreso real que el consumidor va superando se incorporan nuevos bienes a la canasta de consumo, bienes que antes no consumía; y que a diferencia del enfoque convencional no requiere apelar al argumento de “solución de esquina” para explicar la ausencia del bien en el consumo.

Finalmente un cambio del precio de algún bien B_l , $l < \tilde{n}$, tendría los siguientes efectos,

<p>Para $dp_l > 0$, $l < \tilde{n}$</p> $\frac{dx_k^d}{dp_l} \leq 0 \quad , \quad \forall k, k < \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_l} < 0 \quad , \quad k = \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_k} = 0 \quad , \quad \forall k > \tilde{n}$	<p>Para $dp_l < 0$, $l < \tilde{n}$</p> $\frac{dx_k^d}{dp_l} = 0 \quad , \quad \forall k, l < \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_l} > 0 \quad , \quad k = \tilde{n}$ $\frac{dx_k^d}{dp_l} \geq 0 \quad , \quad \forall k, k > \tilde{n}$
--	---

Para el caso en el que el espacio de consumo es $X_i = \mathbb{R}_+^3$, y $\tilde{n} = 2$, se tiene la siguiente representación gráfica de una situación inicial, señalada por \mathbf{x}^* ,



Analizando sólo descensos de precios, se observa:

- Un descenso del precio de B_3 no afecta en nada la demanda de B_1 , de B_2 y de B_2 . La solución sigue siendo \mathbf{x}^* . Esto se represente con un cambio de RP a RP_3 .
- Un descenso del precio de B_2 no afecta la demanda de B_1 y de B_3 , sólo la de B_2 . La solución pasa a ser \mathbf{x}^{**} . Esto se represente con un cambio de RP a RP_2 .¹⁴

¹⁴ Sólo si el descenso del precio es lo suficiente fuerte como para alcanzar y superar \hat{x}_2 se afectará la demanda de B_3 .

- Un descenso del precio de B_1 no afecta la demanda de B_1 y de B_3 , sólo la de B_2 . La solución pasa a ser x' . Esto se represente con un cambio de RP a RP_1 .¹⁵

De acuerdo a los efectos encontrados podemos tener que para el caso de bienes de menor jerarquía que el bien \tilde{n} , la demanda tendrá pendiente negativa hasta que alcance la cantidad de saturación, luego será perfectamente inelástica.¹⁶

4. PREFERENCIAS SOBRE CARACTERÍSTICAS

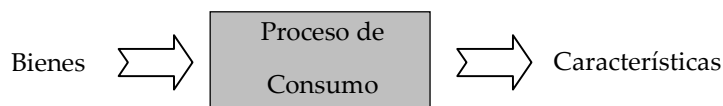
Es la teoría del consumidor desarrollada por Kelvin Lancaster,¹⁷ donde se propone superar ciertos “vacíos” de la teoría convencional (la teoría de la utilidad ordinal), que no puede,

- Explicar los efectos de la introducción de nuevos bienes sobre las preferencias y sobre la demanda de los otros bienes.
- Proporcionar razones objetivas por las que un bien y otro son altamente sustitutos, y por qué uno de ellos no lo es con un tercer bien, sin recurrir a razones subjetivas (preferencias) como razón de ello.

A diferencia del enfoque de Hicks, en la teoría del consumidor de Lancaster se considera que cada bien es,

- Un conjunto de cualidades intrínsecas.
- Un insumo del proceso de consumo.

Así, concebiremos el proceso de consumo como un proceso donde se transforman los bienes en un conjunto de características, las que finalmente son las que redundan en el “bienestar” del consumidor.



¹⁵ Sólo si el descenso del precio es lo suficiente fuerte como para no alcanzar \hat{x}_1 la demanda de B_2 será cero.

¹⁶ Bajo preferencias lexicográficas, la pendiente negativa de la demanda sólo obedece al efecto ingreso. Ver DE PABLO y TOW (1976: p. 402).

¹⁷ Ver LANCASTER (1966: pp. 132 – 151).

4.1 Preferencias del consumidor sobre las características

Se supone que el consumidor establece sus preferencias sobre las características de los bienes en lugar de que sea sobre los bienes en sí mismos. Así, el problema de elección del consumidor consiste en elegir un conjunto de bienes que genere el conjunto de características más preferido. Por otro lado, las restricciones que enfrenta el consumidor serán de dos tipos,

- La restricción presupuestaria, determinada por los precios de los bienes y el ingreso monetario.
- La tecnología del consumo, dada por la relación entre los bienes y el conjunto de características.

Luego, sea el espacio de consumo $X_i = \mathbb{R}_+^n$ y sea el espacio de las características de los bienes $Y_i = \mathbb{R}_+^m$; de tal manera que las preferencias del consumidor verifican los siguientes axiomas,¹⁸

Axioma de comparabilidad

$$\forall \mathbf{y}, \bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}_+^m \wedge \mathbf{y} \neq \bar{\mathbf{y}}, \mathbf{y} \succsim_i \bar{\mathbf{y}} \vee \bar{\mathbf{y}} \succsim_i \mathbf{y}$$

Axioma de transitividad

$$\forall \mathbf{y}, \bar{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}_+^m, (\mathbf{y} \succsim_i \bar{\mathbf{y}} \wedge \bar{\mathbf{y}} \succsim_i \hat{\mathbf{y}}) \Rightarrow \mathbf{y} \succsim_i \hat{\mathbf{y}}$$

Axioma de continuidad

$$\forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^m, MI_i(\mathbf{y}) \wedge PI_i(\mathbf{y}) \text{ son conjuntos cerrados.}$$

Axioma de convexidad estricta

$$\forall \mathbf{y}, \bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}_+^m \wedge \theta \in (0, 1), \mathbf{y} \succsim_i \bar{\mathbf{y}} \Rightarrow [\theta \mathbf{y} + (1 - \theta) \bar{\mathbf{y}}] \succsim_i \bar{\mathbf{y}}$$

Axioma de monotonocidad¹⁹

$$\forall \mathbf{y}, \bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}_+^m, \mathbf{y} \gg \bar{\mathbf{y}} \Rightarrow \mathbf{y} \succ_i \bar{\mathbf{y}}$$

¹⁸ Precisando la diferencia entre bienes y características, sobre la interpretación y los alcances de cada uno de estos axiomas lo hemos discutido en ÁVALOS (2010a: p. 15).

¹⁹ Esta propiedad presupone la semi – monotonocidad de las preferencias, de ahí que tácitamente estamos considerando sólo aquellas características que son deseables.

Luego, si las preferencias definidas sobre $Y_i = \mathbb{R}_+^m$ son completas, transitivas, continuas y monótonas; entonces pueden representarse por una función matemática $w(\mathbf{y}): \mathbb{R}_+^m \rightarrow \mathbb{R}$ que es continua, estrictamente cuasi - cóncava y monótonamente creciente.

La cantidad de cada característica dependerá de la canasta de consumo elegida. Así, si la canasta de bienes elegida es \mathbf{x} ; entonces el vector de características que derivará de la elección será,

$$\mathbf{y} = [y_1(\mathbf{x}), y_2(\mathbf{x}), \dots, y_m(\mathbf{x})]$$

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$$

Suponemos que $m \leq n$. También suponemos que la tecnología del consumo es objetiva; es decir, la tecnología de consumo es percibida como tal y por igual para todos los consumidores. Supondremos que esta tecnología del consumo es del tipo lineal; así cada unidad de un bien k reporta η_{rk} unidades de la característica r . Es posible que cada unidad pueda generar cantidades no sólo de un tipo de característica sino de varios tipos.²⁰ En consecuencia, tenemos el sistema tecnológico de consumo,

$$\begin{aligned} y_1 &= \eta_{11}x_1 + \eta_{12}x_2 + \dots + \eta_{1n}x_n \\ y_2 &= \eta_{21}x_1 + \eta_{22}x_2 + \dots + \eta_{2n}x_n \\ \vdots & \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ y_m &= \eta_{m1}x_1 + \eta_{m2}x_2 + \dots + \eta_{mn}x_n \end{aligned}$$

Matricialmente,

$$\mathbf{y}' = \mathbf{N}\mathbf{x}'$$

Luego, el problema de elección del consumidor se puede formular como si se resolviese el siguiente programa de optimización,

²⁰ Por lo que es posible que para algunos casos se tenga $\eta_{rk} = 0$, donde $k=1, \dots, n$ y $r=1, \dots, m$.

$$\left. \begin{array}{l} \max w(\mathbf{y}) \\ \text{s. a } m_i^0 - \mathbf{p}\mathbf{x}' = 0 \\ \mathbf{y}' = \mathbf{N}\mathbf{x}' \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{array} \right\} [P]^{21}$$

De este programa $[P]$ se derivan las condiciones de primer orden para la maximización de la función objetivo $w(\mathbf{y})$, evaluando los efectos de los cambios de los precios, del ingreso monetario y de la tecnología del consumo sobre el vector solución \mathbf{x}^* . Para resolver este problema, adoptaremos el método de optimización en dos etapas,

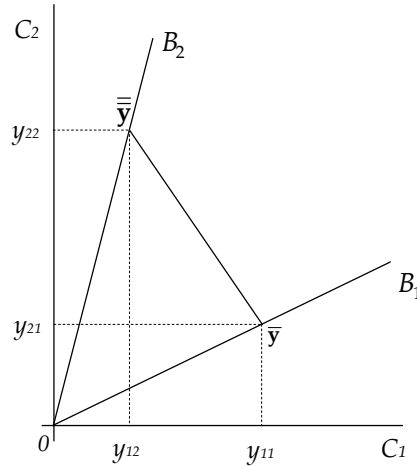
- Primero, se encuentra la elección eficiente de bienes, que consiste en encontrar aquella canasta tal que resulte imposible de incrementar la cantidad de una característica sin reducir simultáneamente la cantidad de alguna otra característica. La elección de una canasta de bienes eficiente depende sólo de la tecnología de consumo, de los precios de los bienes y del ingreso monetario del consumidor. La elección de esta canasta es independiente de las preferencias del consumidor.
- Segundo, se encuentra la elección de la canasta de bienes óptima (mejor) de entre el conjunto de canastas eficientes. Esta etapa depende de las preferencias del consumidor.

4.2 Canasta de bienes eficiente

Supongamos, $X_i = \mathbb{R}_+^2$ y $Y_i = \mathbb{R}_+^2$. La unidad del bien B_1 produce η_{11} y η_{21} de las características 1 y 2 respectivamente; mientras que la unidad del bien B_2 produce η_{12} y η_{22} de las características 1 y 2 respectivamente. Así, para una canasta elegida $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ cualesquiera, la cantidad de características que el consumidor consume estaría dada por $\mathbf{y} = (\eta_{11}x_1 + \eta_{12}x_2, \eta_{21}x_1 + \eta_{22}x_2) = (y_1, y_2)$. Luego, dada la tecnología del consumo, independientemente de cuál sea la cantidad de los bienes que se consuma, cada unidad

²¹ Dado que la función de utilidad es estrictamente cuasi – cóncava, el programa de optimización $[P]$ tiene una solución única.

de B_1 genera una proporción fija $\frac{\eta_{11}}{\eta_{21}}$ de ambas características. Igual, el bien B_2 genera la proporción fija $\frac{\eta_{12}}{\eta_{22}}$. Ambos ratios se representan respectivamente por los rayos $\overline{OB_1}$ y $\overline{OB_2}$ en el siguiente gráfico,



Por otro lado, dado que el ingreso monetario del consumidor está dado, entonces la cantidad de ambas características que el consumidor puede disponer está limitada. Así,

$$y_1^{\max} = \max \left[\eta_{11} \frac{m_i^0}{p_1}, \eta_{12} \frac{m_i^0}{p_2} \right] \text{ y } y_2^{\max} = \max \left[\eta_{21} \frac{m_i^0}{p_1}, \eta_{22} \frac{m_i^0}{p_2} \right].$$

En la representación gráfica, se está presuponiendo que $\eta_{11} > \eta_{12}$ y que $\eta_{21} < \eta_{22}$. Por tanto tendremos,

$$y_1^{\max} = \eta_{11} \frac{m_i^0}{p_1} = y_{11} \text{ y } y_2^{\max} = \eta_{22} \frac{m_i^0}{p_2} = y_{22}^{22}$$

Luego, respecto a la pendiente de los rayos podemos afirmar que,

$$\frac{\eta_{11}}{\eta_{21}} > \frac{\eta_{12}}{\eta_{22}}$$

Asimismo, dado que $\bar{y} = (y_1^{\max}, y_2^{\min})$ y $\bar{\bar{y}} = (y_1^{\min}, y_2^{\max})$ son opciones alcanzables especializadas en B_1 y B_2 respectivamente, dado el ingreso monetario y los precios de

²² Esto implica que $y_2^{\min} = \eta_{21} \frac{m_i^0}{p_1} = y_{21}$ y $y_1^{\min} = \eta_{12} \frac{m_i^0}{p_2} = y_{12}$.

los bienes B_1 y B_2 ; entonces cualquier opción que resulte ser una combinación lineal (combinación convexa) de ambas opciones también será alcanzable. Enunciaremos una opción “combinada” como,

$$\hat{y} \equiv [\lambda \bar{y} + (1-\lambda) \bar{\bar{y}}] \quad , \quad \forall \lambda \in [0,1]$$

Y como estas opciones se alcanzan cuando el consumidor gasta todo su ingreso, dada la tecnología del consumo; entonces a cada opción de características y le corresponde una canasta de consumo x determinada, la cual contiene cierta cantidad de B_1 y cierta cantidad de B_2 . Así, para \hat{y} , podemos enunciar que el consumidor gasta en B_1 de tal manera que $\frac{p_1^0 x_1}{m_1^0} = \lambda$ y gasta en B_2 tal que $\frac{p_2^0 x_2}{m_1^0} = (1-\lambda)$; ya que,

$$\hat{y} \equiv \lambda \bar{y} + (1-\lambda) \bar{\bar{y}} = \lambda m_i^0 \frac{1}{p_1^0} (\eta_{11}, \eta_{21}) + (1-\lambda) m_i^0 \frac{1}{p_2^0} (\eta_{12}, \eta_{22})^{23}$$

Donde, $\frac{1}{p_1^0}$ y $\frac{1}{p_2^0}$ son la cantidades de B_1 y de B_2 respectivamente que se compran con una unidad monetaria. Luego, λm_i^0 y $(1-\lambda) m_i^0$ son los gastos monetarios en B_1 y en B_2 respectivamente; así, $\lambda m_i^0 \frac{1}{p_1^0}$ es la cantidad de B_1 que se compraría según el monto gastado en él y $(1-\lambda) m_i^0 \frac{1}{p_2^0}$ es la cantidad de B_2 que se compraría según el monto gastado en B_2 . Por tanto, cualquier combinación convexa de los vectores \bar{y} y $\bar{\bar{y}}$ es alcanzable y agota todo el ingreso del que dispone el consumidor.

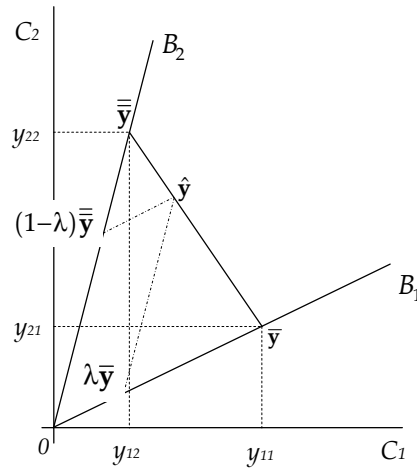
Gráficamente:

²³ Resolviendo obtenemos,

$$\hat{y} \equiv \lambda (y_1^{\max}, y_2^{\min}) + (1-\lambda) (y_1^{\min}, y_2^{\max}) = \lambda (y_{11}, y_{21}) + (1-\lambda) (y_{12}, y_{22})$$

De donde,

$$\hat{y} = \lambda (\eta_{11} \hat{x}_1, \eta_{21} \hat{x}_1) + (1-\lambda) (\eta_{12} \hat{x}_2, \eta_{22} \hat{x}_2) = \lambda \hat{x}_1 (\eta_{11}, \eta_{21}) + (1-\lambda) \hat{x}_2 (\eta_{12}, \eta_{22})$$



4.3 El precio relativo implícito

Dado el ingreso monetario, los precios de mercado de B_1 y de B_2 ; el conjunto de características que se podrían consumir, está representado por el área $0\bar{y}\bar{\bar{y}}$; y viene definido por,

$$\phi(\mathbf{p}, m_i, \mathbf{N}) = \{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^2 : \mathbf{y}' \leq \mathbf{N}\mathbf{x}', \mathbf{p}\mathbf{x}' \leq m_i^0 \wedge \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \}$$

cuya pendiente de la frontera superior se obtiene, partiendo de la restricción que impone la tecnología del consumo, \mathbf{N} , de donde obtenemos,

$$\begin{aligned} dy_1 &= \eta_{11}dx_1 + \eta_{12}dx_2 \\ dy_2 &= \eta_{21}dx_1 + \eta_{22}dx_2 \end{aligned}$$

Y como a lo largo de la frontera hay una sustitución entre una característica y otra, la tasa de sustitución estará dada por,

$$\frac{dy_2}{dy_1} = \frac{\eta_{21}dx_1 + \eta_{22}dx_2}{\eta_{11}dx_1 + \eta_{12}dx_2}$$

Luego,

$$\frac{dy_2}{dy_1} = \frac{\eta_{21} + \eta_{22} \frac{dx_2}{dx_1}}{\eta_{11} + \eta_{12} \frac{dx_2}{dx_1}}$$

Y como esta relación de cambio entre cantidades de características supone una sustitución de cantidades de los bienes B_1 y B_2 ; entonces, de la restricción presupuestaria se obtiene,

$$p_1^0 dx_1 + p_2^0 dx_2 = 0$$

De donde,

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{p_1^0}{p_2^0}$$

Por tanto, derivamos

$$\frac{dy_2}{dy_1} = \frac{\eta_{21} \frac{1}{p_1^0} - \eta_{22} \frac{1}{p_2^0}}{\eta_{11} \frac{1}{p_1^0} - \eta_{12} \frac{1}{p_2^0}}$$

Entonces, la reducción de una unidad monetaria en el gasto de B_2 provoca una disminución en la cantidad de la característica C_1 equivalente a $\eta_{12} \frac{1}{p_2^0}$, a su vez el aumento de del gasto monetario en B_1 en una unidad monetaria aumenta el consumo de la característica C_1 por un monto de $\eta_{11} \frac{1}{p_1^0}$, por lo que el resultado neto será,

$$\eta_{11} \frac{1}{p_1^0} - \eta_{12} \frac{1}{p_2^0}$$

Luego, el cambio neto del consumo de la característica C_1 en una unidad, deberá reasignar un gasto de B_2 a B_1 ; igual a

$$\sigma_1 = \frac{1}{\eta_{11} \frac{1}{p_1^0} - \eta_{12} \frac{1}{p_2^0}}$$

Interpretándose σ_1 como el precio implícito de una unidad de C_1 .

De la misma manera, para el caso de un aumento de C_2 se tendrá como precio implícito de una unidad de C_2 ,

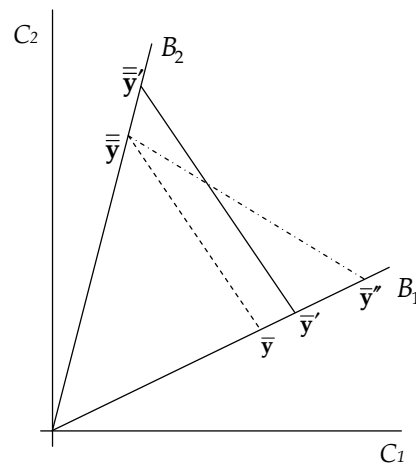
$$\sigma_2 = \frac{1}{\eta_{22} \frac{1}{p_2^0} - \eta_{21} \frac{1}{p_1^0}}$$

Por tanto, se tiene que la pendiente de la frontera superior del conjunto alcanzable es igual al ratio de precios implícitos de C_1 y C_2 ,

$$-\frac{dy_2}{dy_1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

4.4 Cambio del ingreso real y del precio relativo implícito

Dado el precio relativo implícito, un aumento del ingreso monetario se traduce en un aumento del ingreso real, por lo que la frontera superior del conjunto alcanzable se desplaza paralelamente hacia afuera. En la siguiente gráfica, este cambio se representa por el traslado de la frontera de $\bar{y}\bar{y}$ a $\bar{y}'\bar{y}'$.



Por otro lado, una variación del precio relativo implícito debido a una reducción del precio de B_1 , *ceteris paribus*, se representa con un giro en sentido antihorario, ya que aumenta el precio relativo implícito de la característica C_2 . La frontera superior alcanzable va de $\bar{y}\bar{y}$ a $\bar{y}''\bar{y}''$.²⁴

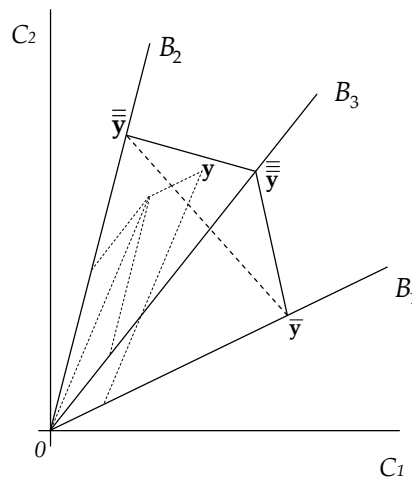
²⁴ El descenso del precio de B_2 o el aumento del precio de B_1 puede ser lo suficiente que la frontera superior del conjunto alcanzable tiene pendiente positiva.

* * *

Para el caso en el que el espacio de consumo es $X_i = \mathbb{R}_+^3$ y el espacio de características es $Y_i = \mathbb{R}_+^2$, donde una unidad del bien B_3 genera η_{13} y η_{23} de las características 1 y 2 respectivamente. Así, para una canasta elegida $\mathbf{x}=(x_1, x_2, x_3)$ cualesquiera, la cantidad de características que el consumidor consume estaría dada por $\mathbf{y}=(\eta_{11}x_1 + \eta_{12}x_2 + \eta_{13}x_3, \eta_{21}x_1 + \eta_{22}x_2 + \eta_{23}x_3)$, la que es una combinación ineficiente. El bien B_3 genera la proporción fija $\frac{\eta_{13}}{\eta_{23}}$, representado por el rayo $\overline{OB_3}$, donde

$$\frac{\eta_{11}}{\eta_{21}} > \frac{\eta_{13}}{\eta_{23}} > \frac{\eta_{12}}{\eta_{22}}$$

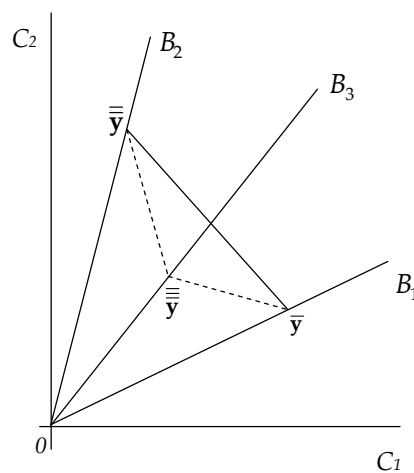
Gráficamente,



La alternativa \mathbf{y} es ineficiente ya que reasignando el ingreso monetario es posible incrementar la cantidad de al menos una de las características sin disminuir la de otra. Por lo tanto, si el consumidor elige una canasta conformada por los tres bienes resultará ineficiente, situándonos en el espacio de características por debajo de la línea quebrada $\overline{\mathbf{y}}\overline{\mathbf{y}}$. Por tanto, si existen m características y n bienes, donde $n > m$, la canastas de bienes eficientes contendrán a lo más m bienes. En este caso, la canasta eficiente estaría constituida por la combinación de bienes B_1 y B_3 ; o B_2 y B_3 .

Un aumento “fuerte” del precio de B_3 podría conllevar a que cualquier asignación del ingreso en los bienes B_1 y B_3 o B_2 y B_3 sea ineficiente, pudiéndose conseguir una mayor cantidad de características con canastas de bienes conformadas por B_1 y B_2 . En este caso, la frontera superior del conjunto alcanzable está por encima de cualquier canasta resultante de combinar B_1 con B_3 y B_2 con B_3 .²⁵

Este es el *efecto sustitución eficiente*. Veamos,



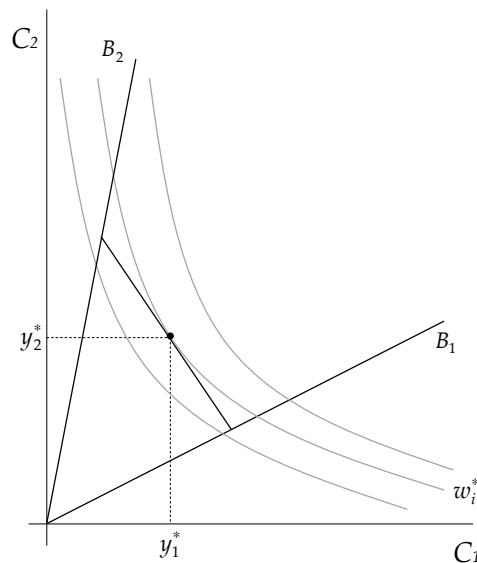
Finalmente, también podemos deducir las consecuencias generadas por la introducción de un bien nuevo. Los efectos de este ingreso dependerán del precio con que ingreso al mercado el bien nuevo. Si este es relativamente barato, entonces tendrá un efecto sobre la frontera superior del conjunto alcanzable; pero, si entra con un precio relativamente elevado, tendrá un efecto nulo, ya que será desplazado del mercado por los bienes existentes en el mercado.

Todo este proceso es independiente de las preferencias del consumidor, obedece a precios y tecnología de consumo.

²⁵ Así, el efecto del cambio del precio del bien B_3 sobre la demanda del mismo bien es independiente de las preferencias del consumidor, condicionada únicamente por la tecnología del consumo. Por otro lado, este efecto también es independiente del ingreso monetario que posee el consumidor.

4.5 Elección de la canasta óptima

El equilibrio del consumidor se alcanza entre el conjunto de canastas eficientes, cuando el precio relativo implícito se iguala a la tasa marginal de sustitución. Así, una vez determinada la combinación de características óptima, luego determinamos la canasta óptima de bienes. Gráficamente,



Entonces, dados los axiomas de preferencias y los axiomas de elección, el consumidor elige aquella combinación de características, tal que,

$$\frac{\eta_{22} \frac{1}{p_2^0} - \eta_{21} \frac{1}{p_1^0}}{\eta_{11} \frac{1}{p_1^0} - \eta_{12} \frac{1}{p_2^0}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = TMgS_{21} = \frac{w_i^1}{w_i^2}$$

De donde obtenemos una relación entre la característica 2 y la característica 1. La que reemplazando en la restricción presupuestaria de precios implícitos permite hallar la solución \$(y_1^*, y_2^*)\$. Esta solución implica una demanda de bienes \$B_1\$ y \$B_2\$, cuyas cantidades resultan de resolver el sistema,

$$\begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \end{bmatrix}$$

Donde $\Delta = (\eta_{11}\eta_{22} - \eta_{21}\eta_{12}) \neq 0$. Y como se ha asumido que $\frac{\eta_{11}}{\eta_{21}} > \frac{\eta_{12}}{\eta_{22}}$; entonces $\Delta > 0$.

Por lo tanto, las cantidades compradas de los bienes (óptimas), serían,

$$x_1^* = \frac{\eta_{22}y_1^* - \eta_{12}y_2^*}{\Delta} \text{ y } x_2^* = \frac{\eta_{11}y_2^* - \eta_{21}y_1^*}{\Delta}$$

Y dado que las cantidades deben ser no negativas, entonces se necesita que se cumplan las siguientes condiciones,

$$\frac{y_1^*}{y_2^*} \geq \frac{\eta_{12}}{\eta_{22}} \text{ y } \frac{\eta_{11}}{\eta_{21}} \geq \frac{y_1^*}{y_2^*}$$

Es decir,²⁶

$$\frac{\eta_{11}}{\eta_{21}} \geq \frac{y_1^*}{y_2^*} \geq \frac{\eta_{12}}{\eta_{22}}$$

Finalmente, la demanda de los bienes viene determinada por funciones que describen el efecto de los cambios de los precios, el ingreso monetario del consumidor y la tecnología de consumo sobre las características, y por ende sobre los mismos bienes,

$$x_1^d = x_1^d(\mathbf{p}, m_i, N) \text{ y } x_2^d = x_2^d(\mathbf{p}, m_i, N)$$

5. CONSUMO Y ASIGNACIÓN DEL TIEMPO

El siguiente modelo fue desarrollado por Gary Becker,²⁷ quien sostiene que el consumo de los bienes lleva “aparejado” una asignación del tiempo, el cual es un recurso escaso y cuyo uso implica un costo, el cual no es contemplado en la teoría convencional del consumidor, ya que no está presente el papel de producto de bienes de consumo que puede asumir la unidad doméstica (o consumidor). La importancia de este modelo consiste en rescatar la relevancia del costo de oportunidad del uso del tiempo en las decisiones económicas de las unidades familiares.

²⁶ Claramente esta desigualdad pone en evidencia que la “libertad” de elección del consumidor está restringida por la tecnología de consumo.

²⁷ BECKER (1965: pp. 493 – 517).

Cuando un consumidor compra una novela de García Márquez pagando un precio p_n^0 , en realidad este sólo es una fracción del “verdadero” precio que tendría que pagar el consumidor por el consumo de la novela; ya que la lectura de ella conlleva un consumo de tiempo. Y dado que este es un recurso escaso; entonces el precio de mercado de la novela sólo representaría una fracción del costo de leer (consumir) la novela. En cambio, pagar un precio p_g^0 por una bebida gaseosa representa casi la totalidad del costo de consumo, ya que se puede disfrutar de la bebida mientras se van realizando otras actividades. Así, para los consumidores, ciertos bienes son mucho más tiempo – intensivos en relación a otros. Luego, el grado de importancia que tendrán los bienes tiempo – intensivos en la toma de decisiones del consumidor, dependerá del valor del tiempo que tenga para el consumidor.

5.1 Las canastas de consumo alcanzables.

a. La restricción temporal

Si el tiempo es un recurso escaso y el consumo de los bienes demanda el consumo de tiempo; entonces el tiempo es una restricción que condiciona las canastas de bienes alcanzables para un consumidor. El consumidor entonces, enfrenta una restricción temporal,²⁸ por lo que debe distribuir su tiempo similarmente a como distribuye su ingreso monetario.

Sea T_i la disponibilidad total de tiempo exógena que posee el i – ésimo consumidor para un periodo determinado. Supóngase que el consumidor distribuye su tiempo entre trabajar y consumir los bienes.²⁹ Considérese que $X_i = \mathbb{R}_+^n$. Además supondremos que el consumo de cada bien demanda una cantidad fija no negativa de tiempo. Sea este tiempo, $t_k \geq 0, \forall k=1, \dots, n$. Si ℓ representa el tiempo dedicado al trabajo por el mismo periodo bajo análisis; entonces la restricción temporal vendrá dada por,

²⁸ No debe confundirse con la restricción intertemporal del consumidor.

²⁹ El tiempo que demanda el consumo involucra el tiempo que requiere las actividades de la compra, producción doméstica y el consumo propiamente dicho.

$$T_i = \mathbf{t}\mathbf{x}' + \ell = \sum_{k=1}^n t_k x_k + \ell$$

Supondremos que el consumidor puede elegir la cantidad de tiempo que dedica a la actividad del trabajo.

b. La restricción presupuestaria

En este enfoque de Becker, el ingreso monetario del consumidor ya no está totalmente dado, ya que parte de él dependerá de cuánto tiempo dedique a la actividad del trabajo. Así, el consumidor posee un ingreso total constituido por un ingreso salarial (igual al tiempo dedicado al trabajo multiplicado por el salario promedio) y por un ingreso no salarial (que consideraremos exógeno). En consecuencia, si el consumidor es precio aceptante, tanto en los mercados de bienes, como en los mercados de trabajo; entonces la restricción presupuestaria estará dada por,

$$m_i^* + \bar{w}\ell = \mathbf{p}\mathbf{x}' = \sum_{k=1}^n p_k^0 x_k$$

c. El conjunto alcanzable

La incorporación del costo del tiempo nos permite reformular el conjunto de canastas alcanzables según los “precios totales”. Para ello combinamos la restricción temporal y la restricción presupuestaria. Así, sólo una canasta de bienes satisfecerá ambas restricciones.

Despejando las horas trabajadas en la restricción monetaria, se tiene,

$$\ell = \frac{\sum_{k=1}^n p_k^0 x_k - m_i^*}{\bar{w}}$$

Luego reemplazando en la restricción temporal se tiene la restricción con precios totales:

$$\bar{w}T_i + m_i^* = \sum_{k=1}^n (\bar{w}t_k + p_k^0) x_k$$

Donde el lado izquierdo de la ecuación es el ingreso total y donde el precio a pagar por el consumo del bien B_k está dado por el precio monetario de mercado más el costo de oportunidad del tiempo que demanda el consumo de una unidad de B_k ,

$$q_k = p_k^0 + \bar{w}t_k$$

Por lo tanto, solo los bienes que son poco intensivos en el uso del tiempo tienen un precio total que es próximo a su precio de mercado. Esto es,

$$\lim_{t_k \rightarrow 0} q_k(t_k) = p_k^0$$

Entonces, según este planteamiento, son los precios totales los que guían la conducta del consumidor y no los precios de mercado, más solo en el caso particular de aquellos bienes que son poco intensivos en el uso del tiempo.

La representación de gráfica del conjunto alcanzable tendrá como cantidades máximas que se pueden comprar de B_1 y B_2 , para $X_i = \mathbb{R}_+^2$, respectivamente,

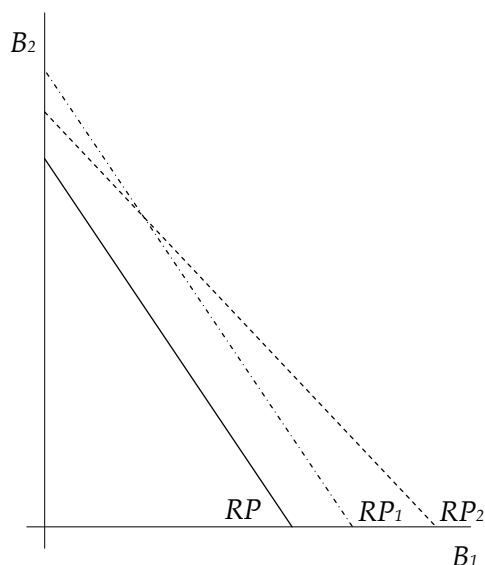
$$\frac{\bar{w}T_i + m_i^*}{q_1} \text{ y } \frac{\bar{w}T_i + m_i^*}{q_2}$$

Mientras que la pendiente del conjunto alcanzable estará dado por,

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\bar{w}t_1 + p_1^0}{\bar{w}t_2 + p_2^0} = \frac{q_1}{q_2}$$

Luego, un aumento del ingreso total, que puede deberse a un aumento del ingreso salarial como no salarial tendrá efecto diferentes sobre el conjunto alcanzable. En el primer caso, considerando que el bien B_1 es menos intensivo del uso del tiempo que el bien B_2 , aumentará el conjunto de posibilidades de consumo pero a su vez reducirá el precio relativo de B_1 ya que aumenta relativamente el costo de oportunidad del consumo de B_2 . Esto se representa con un traslado no paralelo de la recta presupuestaria (de RP a RP_2). Por otro lado, en el caso del aumento del ingreso no salarial, se tendrá un aumento del conjunto de posibilidades de consumo sin efecto alguno sobre el precio relativo, por lo que tendremos un desplazamiento paralelo de la recta presupuestaria, de RP a RP_1 .

Veamos,



5.2 Las preferencias del consumidor

Suponemos que las preferencias del consumidor están definidas sobre el espacio de consumo $X_i = \mathbb{R}_+^n$, las que a su vez son completas, transitivas, continuas, monótonas y estrictamente convexas. Entonces, estas preferencias pueden representarse por una función matemática $v_i(\mathbf{x}) = \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}$ continua, monótonamente creciente y estrictamente cuasi - cóncava.³⁰

5.3 El equilibrio del consumidor

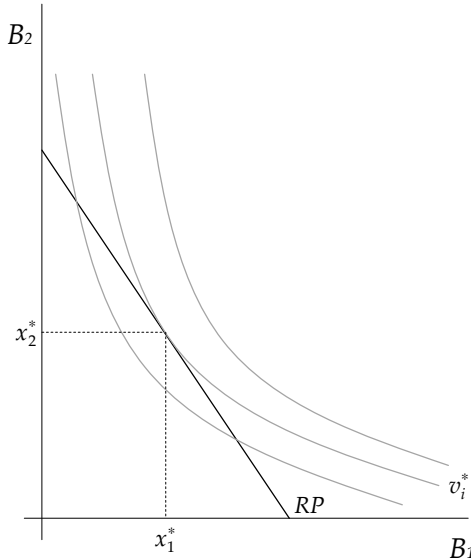
Dados los axiomas de las preferencias y los de elección, el consumidor elegirá aquella canasta de bienes, donde,

$$\frac{p_k^0 + \bar{w}t_k}{p_l^0 + \bar{w}t_l} = \frac{v_i^k}{v_i^l} = TMgS_{lk} \quad , \quad k, l = 1, \dots, n. (k \neq l)^{31}$$

³⁰ Hemos de precisar que el consumidor, además de los axiomas de preferencias también cumple los axiomas de elección. Ver ÁVALOS (2010a: p. 17).

³¹ El modelo también puede ser formulado de tal manera que la unidad familiar sea una unidad productora de bienes, donde los bienes comprados B_1 y B_2 son los insumos. En ese sentido tendríamos una función de utilidad dada por $v(\mathbf{z}) = \mathbb{R}_+^m \rightarrow \mathbb{R}$ y la restricción presupuestaria podría definirse en términos de los bienes producidos. Para ellos sería necesario asumir un supuesto

Para $X_i = \mathbb{R}_+^2$, gráficamente,



Entonces, la demanda de los bienes viene determinada por funciones que describen el efecto de los cambios de los precios de mercado, el costo de oportunidad del tiempo, el ingreso monetario del consumidor, el salario promedio, los coeficientes de intensidad de uso del tiempo y las variables de ambiente, (R) .³² Así,

$$x_1^d = x_1^d(\mathbf{p}, m_i^*, \bar{w}, T_i, \mathbf{t}, R) \text{ y } x_2^d = x_2^d(\mathbf{p}, m_i^*, \bar{w}, T_i, \mathbf{t}, R)$$

* * *

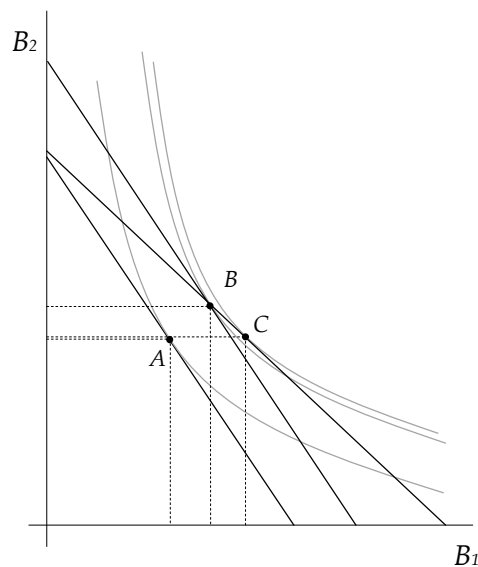
acerca de la relación técnica de producción existente entre los insumos y el producto doméstico. Por ejemplo Becker, asume que existe una relación de coeficientes fijos entre el bien B_k y el producto doméstico. Así, $x_k = a_k z_k$. Luego, si se asume la relación $T_k = t_k z_k$; entonces tendríamos una restricción presupuestaria dada por,

$$\bar{w}T_i + m_i^* = \sum_{k=1}^n (\bar{w}t_k + a_k p_k^0) z_k$$

Ver BECKER (1977: pp. 65 – 72).

³² Las variables de ambiente como el clima, la educación, la experiencia, la edad, etc.; influyen sobre el vector de coeficientes de intensidad de uso del tiempo, \mathbf{t} . Así, estas variables podrían explicar aquello que la teoría convencional del consumidor reduce a razones subjetivas (preferencias) como causa. Al respecto, “De esa forma se evita la necesidad de considerar la incidencia de esos elementos “ambientales” a través de los “gustos.” Ver BECKER (Ob. Cit.: p. 68).

Sea el bien B_1 de menor uso intensivo en el tiempo que el bien B_2 . Además, supongamos el caso de un incremento del ingreso total de una misma magnitud, ya sea que se deba a un aumento del ingreso no salarial o a un aumento del ingreso salarial. ¿Será el efecto sobre la elección del consumidor el mismo? La respuesta es no. Comparativamente, la canasta elegida para el segundo caso (canasta C), contendrá una mayor cantidad del bien B_1 , pues existe un efecto sustitución, dado que el bien B_2 se ha encarecido en relación a B_1 por el aumento del costo relativo del tiempo.³³ Gráficamente,



5.4 Obtención del precio total mínimo

A continuación modificaremos el supuesto de que la cantidad requerida de tiempo para el consumo de una unidad de un bien no es una cantidad fija. Supondremos que esta cantidad está bajo control del consumidor. Así, el consumidor elige entre pagar un

³³ La interpretación del efecto sustitución sería similar al caso del efecto sustitución bajo el criterio de Slutsky, ya que el ingreso monetario aumenta bajo las dos formas de tal manera que equivale al valor de la canasta de consumo señalada por el punto B; lo cual como ya vimos no implica el mismo efecto sobre el conjunto alcanzable.

precio total mayor y ahorrar el tiempo o pagar un precio total menor y consumir más tiempo.

Supondremos que el consumidor puede comprar una unidad del bien B_k a diferentes precios, cada cual ofrecido por diferentes empresas, donde la que le ofrece el bien a mayor precio además le ofrece un mejor servicio (menos tiempo). Es decir, supondremos una relación inversa entre precio de mercado y tiempo de consumo,

$$p_k = p_k(t_k), \quad \frac{\partial p_k}{\partial t_k} < 0$$

Esta relación define un conjunto de combinaciones de tiempo y precio que el consumidor enfrenta en el mercado.

Por otro lado, el uso del bien B_k tiene un costo de oportunidad, dado por $\bar{w}t_k$. Entonces, el precio total que el consumidor debe pagar por cada unidad de consumo viene dado por,

$$q_k = p_k(t_k) + \bar{w}t_k$$

Es decir, el precio total a pagar por el consumidor, dependerá de la elección de la empresa que haga. Pero, el consumidor enfrenta varios precios totales posibles. ¿Cuál de ellos elige? Supondremos que el consumidor selecciona aquella empresa tal que minimiza el precio total a pagar por el bien. Para ello, el consumidor reasigna su tiempo tal que evalúa el costo de oportunidad del tiempo (costo marginal) y el precio de mercado que está dispuesto a pagar. Así, tenemos una minimización,

$$\frac{\partial q_k}{\partial t_k} = \frac{\partial p_k(t_k)}{\partial t_k} + \bar{w} = 0$$

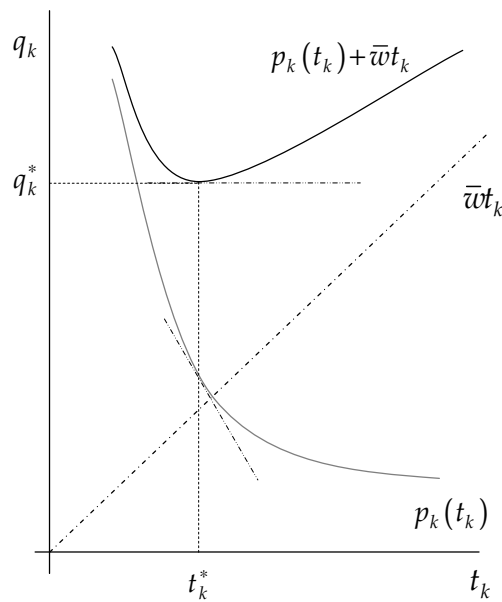
De donde,

$$\frac{\partial p_k(t_k)}{\partial t_k} = -\bar{w}$$

Es decir, la cantidad de tiempo que asigna el consumidor para consumir este bien, es aquel donde el costo de oportunidad del tiempo se iguala a al beneficio marginal

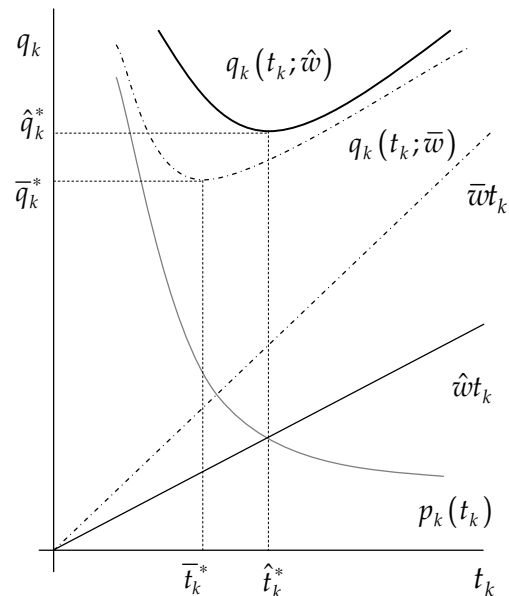
obtenido de pagar un precio de mercado menor por el uso de una unidad de tiempo adicional.

Gráficamente, representamos esta situación primero representando con una línea recta el costo de oportunidad del tiempo, dado el salario promedio. Asimismo, representamos el conjunto de combinaciones de tiempo – precio como una curva de pendiente negativa. Luego, el precio total, estaría representado por la curva resultante de la suma de ambos componentes (la curva en forma de “U”). Finalmente, el tiempo asignado será aquel que minimiza el precio total, t_k^* , donde la curva de precio total tiene una pendiente igual a cero, con q_k^* . Veamos,



Dos consumidores que enfrentan a las mismas empresas, pero que tienen diferentes niveles de salario; asignarán su tiempo y estarán dispuestos a pagar precios de mercado diferentes. A su vez, esto implica que ambos finalmente pagan diferentes precios totales por cada unidad consumida de B_k . Veamos gráficamente, donde aquel consumidor que gana un menor salario estará dispuesto a pagar un

menor precio de mercado y a consumir más tiempo en relación al consumidor cuyo salario es mayor.



REFERENCIAS

- [1] ÁVALOS, Eloy. (2010a), *La teoría del consumidor: preferencias y utilidad*. Documento de Trabajo N° 5. Lima: Centro de Investigaciones Económicas del Instituto de Estudios Sociales del Rímac.
- [2] ÁVALOS, Eloy. (2010b), *La teoría del consumidor: la demanda individual*. Documento de Trabajo N° 7. Lima: Centro de Investigaciones Económicas del Instituto de Estudios Sociales del Rímac.
- [3] BECKER, Gary. (1965), *A theory of the allocation of time*. En *The Economic Journal*, Vol. 75, No. 229, pp.493 – 517. London: Royal Economic Society.
- [4] BECKER, Gary. (1977), *Teoría económica*. México: Fondo de Cultura Económica.
- [5] CHIPMAN, John. (1960), *The foundations of utility*. En *Econometrica*, Vol. 28, No. 2, pp.193 – 224. Cleveland: The Econometric Society.
- [6] DE PABLO, J. C. y F. V. TOW (1976), *Lecturas de microeconomía por economistas argentinos*. Buenos Aires: Editorial El Coloquio.
- [7] DEBREU, Gerard. (1973), *Teoría del valor. Un análisis axiomático del equilibrio económico*. Barcelona: Bosch Casa Editorial.

- [8] FIGUEROA, Adolfo. (1996), *Teorías económicas del capitalismo*. 2da. Edición. Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
- [9] GEORGESCU – ROEEN, Nicholas. (1954), *Choice, expectations and mesurability*. En *The Quaterly Journal of Economics*, Vol. 68, No. 4, pp. 503 – 534. London: Oxford University Press.
- [10] HOUTHAKKER, H. S. (1961), *The present state of consumption*. En *Econometrica*, New series, Vol. 29, No. 4, pp. 704 – 740. Cleveland: The Econometric Society.
- [11] LANCASTER, Kelvin. (1966), *A new approach to consumer theory*. En *Journal of Political Economy*, vol. 74, No. 2, 132 – 157. Chicago: The University of Chicago Press.
- [12] SAMUELSON, Paul. (1938), *A note on the pure theory of consumer's behaviour*. En *Economica*, Vol. 5, No. 17, pp. 61 – 71. London: The London School of Economics and Political Science.
- [13] SAMUELSON, Paul. (1948), *Consumption theory in terms of revealed preference*. En *Economica*, New series, Vol. 15, No. 60, pp. 243 – 253. London: The London School of Economics and Political Science.
- [14] SEGURA, Julio. (1986), *Análisis microeconómico*. Madrid: alianza Editorial.