



Munich Personal RePEc Archive

**The excess demand for money in a  
general equilibrium system with capital  
market expectations involuntary  
unemployment and proportional wage  
and price expectations**

Rodríguez, Carlos A.

University of Puerto Rico, Rio Piedras Campus

September 2009

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/41276/>

MPRA Paper No. 41276, posted 14 Sep 2012 04:58 UTC

La demanda excedente de dinero en un  
sistema de equilibrio general con un mercado  
de capitales, desempleo involuntario y  
expectativas proporcionales en precios y  
salarios

October 1, 2006

**Resumen:**Partiendo del trabajo de Noriega (1994), este trabajo demuestra como se obtiene una demanda excedente de dinero alternativo, relacionando el valor total de la producción y el consumo. Sin embargo, a diferencia de este trabajo, se utilizará el método de programación dinámica para evaluar la conducta del consumidor y en la función de producción se introducen los costos de instalación de capital. De acuerdo a los resultados, el dinero, además de depender de las magnitudes de la tasa de interés, el comportamiento de mercado de capitales y de la demanda efectiva, también se afectará, aunque de forma indirecta, por las ganancias que cada empresa genere en su periodo productivo, la remuneración que recibe cada consumidor de sus acciones, la cantidad de producto que las empresas deseen producir, la demanda y oferta de trabajo y el salario.

**Palabras claves:**Teoría monetaria, Equilibrio general, Métodos matemáticos

**Key words:**Monetary Theory, General Equilibrium, Mathematical Methods

**JEL:**C02, C61, D11, D21, D24, D51, D91, E41

# 1 Introducción

Un aspecto de suma importancia en la economía monetaria es el estudio de la demanda excedente de moneda bajo un esquema de equilibrio general. Lo anterior ha sido abordado de diversas formas, de acuerdo a los esquemas analíticos existentes. Por lo general, se determinan cuáles son las diferencias entre las economías propuestas por Arrow y Debreu (1971) y las que se incluye un mercado monetario.

El modelo a presentar en este trabajo surge de los planteamientos de equilibrio general presentados por Noriega (1994, 9). En el mismo, la presencia de saldos reales de dinero es comprendida en una función de utilidad indirecta, derivada de las decisiones de un consumidor sobre sus demandas y oferta del periodo corriente y futuro, y en vigencia de los supuestos de proporcionalidad en los precios esperados respecto a los actuales, elasticidad unitaria de sus expectativas de precios y salarios respecto aquellos del periodo actual, y de verificación perfecta de tales expectativas (Noriega 1994, 18).

Esta función de utilidad indirecta expresa las preferencias actuales y futuras del consumidor dado el hecho de que el consumidor demanda saldos nominales de dinero en virtud del poder de compra en el futuro. Dicho poder de compra depende de las expectativas de precios y salarios y, a través de

estas, de los precios y salarios actuales en la medida en que estos sean la información sobre los que el consumidor crea sus expectativas (Noriega 1994, 18).

No obstante, también hay que considerar que una vez conocidas las características de sus deseos, es necesario precisar el origen de sus decisiones de financiamiento, así como la relación entre los ingresos y los gastos. En este caso, la restricción presupuestal se presentará en la frontera de gasto eficiente correspondiente al régimen de propiedad establecido.

Por otra parte, la conducta del productor típico a considerar en este trabajo se fundamenta en la existencia de costos de instalación positivos para las empresas (Noriega 1994, 12). A los factores empleados, le corresponde una magnitud positiva de trabajo y capital empleada para hacer posible la instalación de dicha empresa, dadas las condiciones vigentes en el sistema (Noriega 1994, 28, 89). A los factores empleados para este fin, les corresponde un nivel nulo de producción. Además, los productores actuarán racionalmente cuando deciden generar la cantidad de producción y emplear la cantidad de insumos que maximizan su tasa de beneficios sujeto a las restricciones impuestas por la tecnología disponible (Noriega 1994, 92). Para definir el contexto macroeconómico del modelo se supone que las funciones de oferta

y demanda resultantes representan el agregado de todos los consumidores en el sistema.

La interacción entre ambos agentes en el mercado monetario indican que la demanda de dinero, esta directamente relacionada con el ingreso de los consumidores e inversa con la tasa de interés. Sin embargo, también dependerá de la magnitud de la demanda efectiva, la cual se determina en función del resto de las variables en el sistema.

Para desarrollar este trabajo, la primera parte presenta los supuestos del modelo y la segunda muestra como se desarrolla una sociedad mediante el régimen de propiedad. Luego se presenta, de forma independiente, el cálculo de los consumidores y productores, de acuerdo a lo propuesto en las secciones 2 y 3. Por último se presentan las conclusiones principales sobre los resultados obtenidos.

## **2 Supuestos del modelo de equilibrio general**

El modelo a desarrollar se fundamenta en los siguientes supuestos, de los cuales algunos parten de los paradigmas empleados en los modelos competitivos simples (Noriega 1994, 86):

1. El sistema económico a estudiar es uno plenamente descentralizado, compuesto por un número  $n$  grande de productores y un número  $m$  grande de consumidores, de manera tal que ninguno de estos puede alterar las condiciones de la economía de manera individual;
2. Los consumidores y productores son idénticos entre sí, de manera tal que cualquiera de ellos puede ser un fiel representante del resto de los agentes en el sistema;
3. Los agentes económicos están plenamente informados de las condiciones de la economía;
4. Las previsiones se forman como una proporción de los precios actuales;
5. Tanto los gustos y preferencias de los consumidores, como las técnicas de producción de los productores son idénticas entre sí para todos los agentes en el sistema;
6. Por cuestión de simplicidad, en este sistema, se produce un solo bien. Sin embargo, el mismo tiene la característica de satisfacer las necesidades de los consumidores así como para que las empresas lo utilicen como insumo;

7. El producto es durable y, dadas las características del sistema, la duración del bien es de un máximo de dos periodos. En este caso, cada unidad del bien producido en un primer periodo puede ser consumida o utilizada como insumo en un segundo periodo;
8. El salario  $w$  actúa como una variable distributiva. El nivel de este se determina por acuerdo antes de iniciar el proceso de producción e intercambio;<sup>1</sup>.
9. Los miembros que conforman el sistema acordaron inicialmente constituirse como sociedad.

### **3 Desarrollo social mediante el régimen de propiedad**

El desarrollo de una sociedad bajo este régimen se fundamenta de acuerdo a las pautas establecidas por los agentes, de acuerdo con Noriega (1994, 87).

El mismo establece lo siguiente:

1. Cada consumidor que forma parte de esta sociedad tiene que pagar su

---

<sup>1</sup>Para más detalle al respecto ver Noriega (1984, 86)



derecho de pertenencia, al traer consigo una cantidad determinada de producto existente de manera equitativa. Por lo tanto, el capital del primer periodo productivo surge como resultado de una contribución equitativa de todos los consumidores para su formación, y repartido de igual manera entre todas las empresas. El derecho de pertenencia corresponde a la posesión de una cantidad de acciones de las empresas por parte de cada consumidor, al inicio de las actividades del primer periodo;

2. Todos y cada uno de los  $m$  consumidores posee al inicio del primer periodo una acción de cada una de las  $n$  empresas, de manera que cada consumidor es propietario de  $n$  acciones idénticas;
3. Cada empresa divide su propiedad en  $m$  partes iguales. Quiere decir que existen  $mn$  acciones iguales;
4. Dado 3 y 4 cada empresa es propiedad de todos los consumidores en proporciones idénticas, al inicio de la vida de esta sociedad;
5. El capital físico de cada empresa  $Q_i$  esta conformado por el producto generado, pero no consumido, durante el primer periodo y será propiedad de todos aquellos consumidores que lo financien a través de la compra

de acciones. Estos recibirán la proporción correspondiente al número de acciones que posean de las remuneraciones  $rP_0Q_i$  que pague cada empresa por los servicios de capital, siendo  $r$ , la tasa de interés y  $P_0$ , el precio del producto físico en el periodo anterior;

6. Dado 5, cada consumidor recibirá una proporción de tales remuneraciones igual al porcentaje del capital de cada empresa que haya financiado. En este caso el consumidor recibirá  $r' = (1 + r)P_0$ ;
7. Estas acciones son negociables en el mercado de capitales al final de cada periodo;
  - (a) La venta de una acción por parte de un consumidor, significa la cesión de sus derechos de propiedad de una fracción del capital de alguna empresa a favor de otro consumidor;
    - i. Si las acciones son vendidas por unos consumidores y no compradas por otros, retornan automáticamente a las empresas, a cambio del producto retenido por éstas en términos de capital físico. Por el contrario, si los consumidores deciden comprar más acciones de las ya existentes, disminuirá su consumo y aumentará su ahorro.

8. Cada trabajador recibirá una remuneración por sus servicios igual al salario nominal vigente, por unidad de trabajo que otorgue;
9. Existe en el sistema una cantidad constante de papel moneda, puesta a disposición de la economía por acuerdo de todos los agentes. Esta se distribuye antes de iniciado el primer periodo, de manera equitativa entre todas las empresas de forma tal que éstas puedan efectuar el pago de salarios, beneficios distribuidos, y de remuneraciones de capital.

## 4 Conducta de los consumidores

**Notación 4.1.** Si  $f$  es una función con variables  $x_1, \dots, x_n$ , entonces se denota la dependencia de  $f$  en estas variables por:  $f = [x_1, \dots, x_n]$

**Notación 4.2.** En términos generales, si  $U = U(x_1, \dots, x_n)$  es una función de utilidad del consumidor en un escenario sin producción, este maximiza su satisfacción de acuerdo al siguiente cálculo<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>Cabe sealar que este cálculo cumple con las condiciones INADA:

1.  $f(0) = 0$ ;
2.  $f'(x) > 0$ ;
3.  $U$  es cuasicóncava.

$$\text{Max} : (U) \tag{1}$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_{i=1} p_i \bar{x}_i \geq \sum_{i=1} p_i x_i$$

Donde  $U$  es la utilidad o bienestar derivado del consumo de bienes,  $p_i$  es el precio del bien  $i$ ,  $x_i$  son las unidades de consumo del bien  $i$ ,  $\sum_{i=1} p_i \bar{x}_i$  es la fuente de financiamiento (ingresos) y es el reflejo del régimen de propiedad y  $\sum_{i=1} p_i x_i$  es el destino del gasto (se puede considerar como una reflexión social sobre los precios y la preferencias).

El consumo de los bienes depende de sus precios relativos  $p_r$ , las dotaciones iniciales  $d$  y los gustos y preferencias  $g$ . Por lo tanto, la función de demanda para el bien  $i$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$x_i^* = [p_r, d, g] \tag{2}$$

La siguiente ecuación representa la forma funcional de la demanda por el bien  $i$  :

---

Es decir, la función objetivo tiene que ser una continua y diferenciable en todos los puntos. La misma representa las preferencias perfectamente ordenadas y jerarquizadas del consumidor representativo sobre su conjunto de posibilidades de consumo, ocio y saldos reales, y es homogénea de grado  $\lambda$ .

$$x'_i = \frac{\alpha_i}{\sum \alpha_i} p_{r,i} d \quad (3)$$

donde  $\alpha_i$  define los gustos y preferencias por el bien  $i$  de acuerdo a la respuesta del consumidor por dicho bien.

**Definición 4.3.** *La elasticidad de la demanda por el bien  $i$  en la ecuación (3) es*

$$\theta_i = \frac{\alpha_i}{\sum_j \alpha_j} \quad (4)$$

Donde  $\alpha_i$  es la propensión marginal al consumo por el bien  $i$ , e.i. por cada unidad de valor de dotación inicial se consume  $\alpha_i$  unidades del bien  $i$ .

En este caso, la función de demanda puede describirse:

$$x'_i = x'_i[p_{i,r}, d, \theta(g)] \quad (5)$$

Donde la propensión marginal al consumo es función de los gustos y preferencias.

Por lo anterior, se puede considerar una función de utilidad indirecta:

$$V = V[x'_1, \dots, x'_n] \quad (6)$$

En la cual  $V$  es la utilidad determinada de manera indirecta por  $x'_i$ , que representa el costo social definido por su precio relativo, las dotaciones iniciales,

la propensión marginal al consumo y sus gustos y preferencias. Rescribiendo

(6) se obtiene:

$$V(x') = [x'_1(p_{r,i}, d, \theta_1(g)), \dots, x'_n(p_i, d, \theta_n(g))] \quad (7)$$

Si el consumidor procede racionalmente, definirá su gasto necesariamente en un punto eficiente. Por lo que, la restricción se rescribe:

$$\sum_{i=1} p_i \bar{x}_i = \sum_{i=1} p_i x_i \quad (8)$$

## 5 Incorporación de trabajo en el cálculo óptimo del consumidor

La presencia de trabajo en el cálculo optimizador del consumidor implica que las dotaciones iniciales inexplicadas por el propio sistema se reducen al mínimo y que los ingresos del consumidor se endogenizan; es decir, dependen de los resultados del proceso económico.

Al incluir trabajo en el análisis, la restricción presupuestal quedaría de la siguiente manera:

$$y + \sum_{i=n-j} p_i \bar{q}_i = \sum_{i=1} p_i q_i \quad (9)$$

Donde se sustituye  $x_i$  por  $q_i$  para identificar que se está hablando de bienes producidos en el sistema. En este caso, los ingresos se dividen en dos grupos: los relacionados al proceso de producción  $y$ , y los que provienen de la dotación inicial  $\sum_{i=n-j} p_i \bar{q}_i$ .

Los primeros surgen por la misma definición de un sistema de libre mercado y propiedad privada, en el que todos los consumidores son los propietarios de los factores de producción. Esto implica que, además de recibir los ingresos salariales  $y_w$ , también reciben los relacionados a los derechos de propiedad  $\delta$ . Entonces dado que:

$$y = \delta + y_w \quad (10)$$

la restricción presupuestal será:

$$\delta + y_w + \sum_{i=n-j} p_i \bar{q}_i = \sum_{i=1} p_i q_i \quad (11)$$

Los ingresos salariales son el resultado de la oferta de trabajo por parte del consumidor. Al ofrecer trabajo, el consumidor no sólo recibe bienestar por consumir, sino que también crea capacidad de trabajo.

**Definición 5.1.** *Sea  $\rho$  el tiempo de oferta de trabajo y  $w$  el salario nominal.*

Entonces los ingresos salariales se definen:

$$y_w \equiv w\rho \quad (12)$$

De acuerdo a lo anterior se puede reescribir la ecuación 11

$$\delta + w\rho + \sum_{i=n-j} p_i \bar{q}_i = \sum_{i=1} p_i q_i \quad (13)$$

**Notación 5.2.** Sea  $\tau$  el tiempo de trabajo máximo biológicamente máximo posible para trabajar<sup>3</sup>. El tiempo de ocio se denotará  $s$ . Tenemos la relación  $s = \tau - \rho$ .

Sustituyendo en la ecuación 13 obtenemos la siguiente restricción

$$\delta + w(\tau - s) + \sum_{i=n-j} p_i \bar{q}_i = \sum_{i=1} p_i q_i \quad (14)$$

En conclusión, en un sistema con producción en un periodo se producen los bienes durables agotados y/o los no durables. Por lo que el cálculo del agente representativo para la función será:

---

<sup>3</sup>Por ejemplo, 16 horas de acuerdo a las condiciones *sinequanon*:

1. Descanso
2. Alimentación y necesidades biológicas
3. Reproducción



$$Max : (U(q_1, \dots, q_n, s)) \quad (15)$$

$$\text{Sujeto a: } \delta + w\rho + \sum_{i=n-j} p_i \bar{q}_i = \sum_{i=1} p_i q_i$$

## 6 Incorporación de la moneda y funciones de demanda de producto

La incorporación del dinero en el sistema es un aspecto teórico muy estudiado dentro de la economía monetaria. De acuerdo a la teoría neoclásica, dicha incorporación parte de una deducción lógica que comienza comparando una economía de trueque con una monetaria. Sin embargo, dada las complicaciones que implica el trueque, el dinero se incorpora al sistema porque la especialización de los recursos de producción incrementó la eficiencia del proceso productivo, reemplazando así la producción de autosuficiencia y surgiendo el intercambio. En este caso, la economía de trueque se reemplaza por una monetaria.

De acuerdo a la postura neoclásica, el dinero se demanda principalmente para propósitos de transacción. A la par se han desarrollado distintos mod-

ellos para incorporar de manera formal este planteamiento. Un ejemplo de lo anterior, es el modelo de *Cash-in-Advance* propuesto por Clower(1967).

Este modelo de Clower fue popularizado por Lucas (1980) y Lucas y Stokey (1987) al añadirle la dimensión temporal e incertidumbre. De acuerdo a dichos autores, este modelo genera una ecuación en la cual se demanda dinero para transacciones.

Otra forma en que se ha estudiado la introducción del dinero en el sistema fue propuesto por Patinkin (1965) y Sidarauski (1967). En este caso, el dinero es un argumento en la función de utilidad. Por lo que, el dinero se demanda como cualquier otro bien y servicio. Por su parte, Hansen (1970) argumentó que el dinero además de intercambiarse por bienes rinde un servicio de transacción. Sin embargo, de acuerdo a Noriega (1994), para incluir el dinero en la función de utilidad es necesario incluir su precio, así que los balances reales y no el dinero nominal es lo que pudiera ser argumento en la función de utilidad.

Por otra parte, mediante el desarrollo de generaciones entrelazadas, Samuelson(1958) trató de armonizar los modelos de equilibrio general con los de demanda de dinero. Este tipo de modelos ha sido estudiado por Wallace (1980) para examinar el papel y la introducción del dinero en el sistema y

McCandels y Wallace (1991) como una forma alterna de modelar un sistema económico.

El modelo de generaciones entrelazadas de Wallace (1980) contiene un elemento de fricción el cual evita que exista el intrecambio sin costo, característico de una economía Walrasiana. Otro tipo de fricción es la que existe en el modelo de separación de espacio de Lucas (1987) utilizado por Townsend (1987 y 1989) para explicar la introducción del dinero. De acuerdo a los modelos de generaciones entrelazadas existe una fricción que evita el equilibrio Walrasiano y el dinero lubrica la maquinaria económica para eliminarla.

Una función principal del dinero en este tipo de modelos es como acumulador de valor. En este caso, el dinero puede permitir la posposición del consumo, ya que el intercambio de trueque obliga al que ofrece un producto que demande otro en el mismo periodo. También sirve para intercambiar bienes intertemporalmente.

Esta función del dinero ha sido objeto de críticas, ya que cualquier otro activo pudiera realizar esta función del dinero, al menos si este fuera lo suficientemente divisible para que todos los agentes lo pudieran poseer. Es decir, una medida de valor aceptada por los agentes del sistema.

No obstante, en este trabajo, la introducción del dinero considera los

aspecto principales de la literatura expuesta. La misma es una variación de las ya existentes, en la cual sus resultados son generalizables siempre y cuando se respeten las hipótesis de bases propuestas. Al incorporar la moneda al comportamiento del consumidor representativo, como objeto económico, se parte de las siguientes propiedades:

1. Aceptación general;
2. Ausencia de valor intrínseco;
3. Circula.

También de los siguientes supuestos:

1. Existe una oferta monetaria exógena;
2. El consumo de  $n$  bienes producidos en el sistema  $(q_1, \dots, q_n) = q_c$ ;
3. Cada consumidor posee una dotación inicial:  $m_0 = \sum_i p_i \bar{q}_i$ ;
4. La demanda por consumo de bienes producidos es:  $p q_c = \sum_i p_i q_i$ .

En el sistema existe una cantidad de papel moneda, la cual está puesta a disposición de la economía por acuerdo de todos los agentes. La moneda permitirá a los consumidores adquirir, la cantidad de productos que deseen.

Esto una vez les sean pagados los salarios y beneficios. En este caso, la moneda desempeñará la función de medio de cambio. Además, la moneda sirve como una medida de valor aceptada por todos los agentes en el sistema y, por ende, funcionará como reserva de valor. Se demandará cierta cantidad real de dinero a base de su poder de compra en el futuro, tal como demandaran cualquier otro bien, pues obtienen cierta utilidad o satisfacción al poseerla y con esta podrán hacer frente a gastos imprevistos.

Dadas estas condiciones del modelo, se evaluará la función objetivo del consumidor representativo mediante el método de programación dinámica, de acuerdo a su demanda para consumo y ocio en los distintos períodos de tiempo:

$$U_t = U_t(q_{c1}, \dots, q_{ct}, s_1, \dots, s_t) \quad (16)$$

Donde:

1.  $q_{ct}$  es la demanda por consumo en el periodo  $t$ ;
2.  $s_t = \tau - \rho_t$  donde  $\tau$  es el tiempo de trabajo biológicamente máximo (aproximadamente 16 horas) y  $\rho_t$  es la oferta de trabajo en el periodo  $t$ .

**Lema 6.1.** *En la frontera de gasto eficiente correspondiente al régimen de propiedad viegente, en el sistema, la restricción presupuestal está representada en la siguiente ecuación:*

$$m_0 + w_1\rho + \delta_1 = p_1q_{c_1} + w_1s_1 + m_1 \quad (17)$$

$$m_1 + e(w_2)\rho + \delta_2 = e(p_2)q_{c_2} + e(w_2)s_2 + m_2 \quad (18)$$

$$\vdots \quad (19)$$

$$m_{t-1} + e(w_t)\rho + \delta_t = e(p_t)q_{c_t} + e(w_t)s_t + m_t \quad (20)$$

En el primer periodo, el consumidor determina las variables que representan los distintos periodos de tiempo, determina los planes de gasto de ese mismo periodo, y de los posteriores, a partir de la formación de expectativas. Por eso, en el periodo inicial el consumidor posee unas dotaciones iniciales  $m_0$ , que junto a los ingresos salariales y los beneficios derivados de los derechos de propiedad, conforman el ingreso total. Ese ingreso se destina al consumo presente y futuro. Así el cálculo básico intertemporal es:

*Max : (U)*

*Sujeto a :*

$$\begin{aligned} m_0 + w_1\rho + \delta_1 &= p_1q_{c_1} + w_1s_1 + m_1 \\ m_1 + e(w_2)\rho + \delta_2 &= e(p_2)q_{c_2} + e(w_2)s_2 + m_2 \\ &\vdots \\ m_{t-1} + e(w_t)\rho + \delta_t &= e(p_t)q_{c_t} + e(w_t)s_t + m_t \end{aligned}$$

Donde:

1.  $\delta_t$  son los derechos de propiedad en el periodo  $t$ ;
2.  $w_t$  es el salario nominal en el periodo  $t$ ;
3.  $e_w$  y  $e_p$  son las funciones de expectativas;
4.  $p_t$  es el precio del producto en el periodo  $t$ .

**Lema 6.2.** *Para el cálculo básico intertemporal la moneda se introduce a la función de utilidad bajo los siguientes supuestos:*

1.  $f$  es una función de utilidad indirecta del cálculo intertemporal completo de los consumidores;

2. La variable  $m_t$  se explicará por todas las demandas futuras, si se despeja recursivamente hacia el futuro;
3. Los agentes forman expectativas completas y de elasticidad unitaria, respecto a los precios.

**Proposición 6.3.** *Las expectativas se forman a partir de magnitudes conocidas*

$$e_w(w_t) = \alpha w_1 \quad e_p(p_t) = \beta w_t \text{ para constantes } \alpha, \beta > 0 \quad (21)$$

**Prueba 6.4.** *Sean*

$$q_t^{(e)} = \alpha_t q_{c1} \quad (22)$$

$$s_t^{(e)} = \beta_t s_1 \quad (23)$$

en la cual 22 es una función proporcional de elasticidad unitaria y en 23 se representa la expectativa por ocio, donde  $\alpha_t$  y  $\beta_t$  representan dichas proporciones (factores de descuento).

**Proposición 6.5.** *Al determinarse  $q_{c1}$  y  $S_1$  se determinan las expectativas de todos los periodos.*

**Prueba 6.6.**

$$Max : (U_t) \quad (24)$$

Donde  $U_t = U_t(q_{c1}, s_1, \alpha_2 q_{c1}, \beta_2 s_1, \dots, \alpha_t q_{c_t}, \beta_t s_t) = U_t(q_{c1}, s_1, q_{c2}^{(e)}, s_2^{(e)}, \dots, q_{c_t}^{(e)}, s_t^{(e)})$



Por lo que, ahora, el cálculo de optimización del consumidor se representa con las siguientes ecuaciones:

$$Max : (U_t)$$

$$U_t[q_{c_1}, s_1, q_{c_2}^{(e)}, s_2^{(e)}, \dots, q_{c_t}^{(e)}, s_t^{(e)}]$$

$$Sujeto a :$$

$$m_0 + w_1\rho_1 + \delta_1 = p_1q_{c_1} + w_1s_1 + \sum_{i=2}^t (p_i^{(e)}q_i^{(e)} + w_i^{(e)}s_i^{(e)})$$

**Proposición 6.7.** *Las expectativas del consumidor representativo se basan en la información que tiene en el presente. La cantidad de recursos que se espera tener en el futuro se pueden resumir en saldos monetarios reales, ya que el deseo de tener moneda está respaldado por la creencia y la seguridad de que se va a consumir en el futuro.*

**Prueba 6.8.** *En este caso:*

$$m'_t = \sum_{i=2}^t (p_i^{(e)}q_i^{(e)} + w_i^{(e)}s_i^{(e)}) \quad (25)$$

*Aplicando el análisis de la función de utilidad aditiva con respecto al tiempo, se obtiene:*

$$m'_t/P = \sum_{i=2}^t q_{c_t}^{(e)} + s_t^{(e)} \quad (26)$$

Donde  $m'_t/P$  es la demanda de saldos monetarios en el tiempo  $t$ .

**Definición 6.9.** La función de utilidad indirecta se define:  $\bar{V}_t$

$$\bar{V}_t(q_{c1}, s_1, \alpha_2 q_{c1}, \beta_2 s_1, \dots, \alpha_t q_{ct}, \beta_t s_t) = V_t(q_{c1}, s_1, m'_t/P) \quad (27)$$

Considerando la irrelevancia de distinguir periodos:

$$Max : (\bar{V}_t) \quad (28)$$

Sujeto a:

$$m_0 + w\rho + \pi = pq_c + ws + m' \quad (29)$$

De este modo, las funciones de demanda de bienes producidos, de oferta de trabajo y de saldos monetarios son:

$$q_c = (1 + \psi + \zeta)^{-1} \left( \frac{m_0 + w\tau + \pi}{p} \right) \quad (30)$$

$$\rho_o = (1 + \psi)(1 + \psi + \zeta)^{-1}\tau - \zeta(1 + \psi + \zeta)^{-1} \frac{m_0 + \pi}{p} \left( \frac{w}{p} \right)^{-1} \quad (31)$$

$$m'_t = \zeta(1 + \psi + \zeta)^{-1}(m_0 + w\tau + \pi) \quad (32)$$

Donde  $\psi$  y  $\zeta$  son números reales positivos y  $0 < (1 + \psi + \zeta)^{-1} < 1$

## 7 Conducta de los productores

El productor representativo sigue los mismos paradigmas analíticos empleados en los modelos tradicionales (Noriega 1994, 89). El mismo incluye la cantidad de producto  $Q$  y la cantidad total de trabajo empleado por la empresa. Sin embargo, se introducen los costos de instalación de manera tal que involucren de manera simultánea el empleo de trabajo ( $T'$ ) con el de cierta cantidad de capital ( $Q'_i$ ), así como el capital físico necesario para producir  $Q_i$ .

**Definición 7.1.** *La función de producción con costos de instalación se define como:*

$$Q = f(T - T', Q_i - Q'_i) \quad (33)$$

con  $Q' > 0$  y  $Q'' < 0$  respecto a cualquiera de los factores.

Al ser  $(T - T') = 0$  o  $(Q_i - Q'_i) = 0$ , la cantidad nula empleada de uno o ambos factores en el proceso de producción, le corresponde un nivel cero de producción. En este caso, la inacción es posible a pesar de la existencia de cantidades positivas de ambos factores (Noriega 1994, 90). Salvo en el caso que los costos de instalación se suponen nulo, en cuyo caso corresponde a una función de producción tradicional (Noriega 1994, 90).<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup>Si se supone que el capital físico se deprecia completamente durante cada periodo

La existencia de costos de instalación no altera las propiedades del conjunto de isocuantas (Noriega 1984, 91). Además, si llegasen a registrarse choques positivos y simétricos de productividad sobre ambos factores, los mismos provocarían desplazamientos de la frontera de puntos tecnológicamente posibles y eficientes incrementando  $Q$ , pero sin variar la isocuanta de producción nula, correspondiente a la cobertura total de los costos de instalación, (Noriega 1984, 91).

**Proposición 7.2.** *El agente económico actúa racionalmente cuando utiliza los insumos necesarios que maximiza su tasa de beneficios sujeto a las restricciones impuestas por la tecnología.*<sup>5</sup>

**Prueba 7.3.** *La función de beneficio  $\Pi$  se define como:*

$$\Pi = \Pi(P, Q, P_0, Q_i, L, w, r, ) = PQ - [wL + (1 + r)P_0Q_i]$$

*Donde:*

1.  $P$  es el nivel de precio;

2.  $Q$  es la producción;

---

de producción  $Q$  representará el nivel de producción bruto y  $(Q - Q') = 0$  el nivel de producción neto.

<sup>5</sup>Ver Noriega (1994, 92).

3.  $w$  es el salario;
4.  $r$  es la tasa de interés;
5.  $Q_i$  es la producción física;
6.  $P_0$  es el precio del producto  $Q_i$  en el periodo anterior.

Sea:

$$\pi' = \frac{\Pi}{wL + (1+r)P_0Q_i} = \frac{PQ}{wL + (1+r)P_0Q_i} - 1 \quad (34)$$

Usando la ecuación 34 tenemos:

$$1 + \pi' = PQ[wL + (1+r)P_0Q_i]^{-1}$$

**Corolario 7.4.** Si la función objetivo del productor representativo esta dada por:  $\pi = 1 + \pi'$  y  $r' = (1+r)P_0$ . Los planes de demanda de factores y oferta de producto se obtienen a partir del siguiente cálculo de optimización restricto:

$$\text{Max}(\pi) = \text{Max}(PQ[wL + r'Q_i]^{-1})$$

$$\text{s.a. } Q = f(L - L', Q_i - Q'_i)$$

Maximizando con respecto a  $T$  y a  $Q_i$  se obtiene:

$$f'_L(wL + r'Q_i) = wf(L - L', Q_i - Q'_i) \quad (35)$$

$$f'_{Q_i}(wL + r'Q_i) = r'f(L - L', Q_i - Q'_i). \quad (36)$$

Por lo tanto existen dos condiciones de primer orden. La primera se obtiene dividiendo 35 y 36:

$$\frac{f'_L}{f'_{Q_i}} = \frac{w}{r'} \quad (37)$$

y la segunda reemplazando 37 en 35 o 36:

$$f'_L \frac{L}{Q} + f'_{Q_i} \frac{Q_i}{Q} = 1. \quad (38)$$

Ambas condiciones indican que el productor maximiza su tasa de beneficios, al producir en aquella isocuanta que la suma de las elasticidades trabajo y capital del producto es igual a uno y en el punto de aquella isocuanta en que la tasa marginal de sustitución técnica, sea igual a la inversa de las remuneraciones a los factores por unidad empleada de los mismos.

**Lema 7.5.** *El cálculo de las demandas de los factores se efectuará a partir de los criterios siguientes:*<sup>6</sup>.

1. *Dado  $\nu$ , donde  $0 < \nu < 1$ , el grado de homogeneidad de la función de producción de la restricción, por el teorema de Euler, dicha función se expresa de la siguiente manera:*

$$Q = \nu[f'_L(L - L') + f'_{Q_i}(Q - Q'_i)] \quad (39)$$

---

<sup>6</sup>Ibid, 94

2. Dado que la tasa marginal de sustitución técnica se define como una relación proporcional entre las cantidades, cuando la función de producción es homogénea, no-separable en sus argumentos, de la forma potencia-positiva, la ecuación 37 se presenta como sigue:

$$\phi(Q - Q'_i)(L - L')^{-1} = \frac{f'_L}{f'_{Q_i}} \quad (40)$$

Donde  $\phi$  es un número real mayor a cero.

Sustituyendo 40 en 38 y en 39 e igualando ambas ecuaciones y despejando por  $L$  <sup>7</sup> y luego sustituyendo en 40 y despejando por  $Q_i$  se obtiene la demanda de capital de equilibrio:

$$Q_i = \phi^{-1} \frac{w}{r} (v - 1)L' + Q'_i \left(1 + \frac{\varrho}{\phi}\right) \quad (41)$$

Donde  $v = \frac{\phi^{-1} - \nu(1 + \phi^{-1})}{1 + \phi^{-1} - \nu(1 + \phi^{-1})}$  y  $\varrho = \frac{1}{1 + \phi^{-1} - \nu(1 + \phi^{-1})}$

En este caso, la demanda de de capital del producción es función del trabajo y del captal necesario para la instalación de la empresa y depende también de la relación inversa entre el salario y la tasa de interés. Sustituyendo en la función de producción el despeje por  $L$  y el de  $Q_i$ , despejando

---

7

$$L = vT' - \varrho Q'_i \frac{f'_{Q_i}}{f'_L}$$

para  $L'$  y sustituyendo en 41, se obtiene la forma reducida para la demanda de capital.

$$Q_i = \phi^{-1} \frac{w}{r} (v - 1) f^{-1}(Q, Q'_i, r') + Q'_i \left(1 + \frac{\theta}{\phi}\right) \quad (42)$$

donde  $v, \phi > 1$

La demanda de capital físico depende directamente de la oferta de la empresa y el capital de instalación e inversamente de la tasa de interés. La variable  $Q_i$  es una fracción del producto generado durante un periodo anterior y no consumido durante el mismo, sino demandado por las empresas durante el periodo que fue producido, para efectuar la actividad de producción en el periodo siguiente (Noriega 1994, 97-98). Por otra parte,  $Q$  corresponde a la cantidad total del producto de la empresa representativa, producido y demandado por los agentes en el periodo actual. Quiere decir que en la ecuación 42, la demanda de capital efectuada para el periodo corriente, se efectuó en el periodo anterior, la cual estuvo determinada por la demanda efectiva esperada del periodo actual y la tasa de interés. La demanda de capital para el siguiente periodo, la cual se hace efectiva ahora, está determinada por la demanda esperada para el próximo periodo y la tasa de interés. Dicha demanda esperada, se supone proporcional a la demanda



del periodo corriente (Noriega, 1994, 98). Es decir, la demanda de capital que efectúan las empresas durante el periodo corriente para poner en marcha su proceso productivo durante el siguiente periodo se puede expresar como (Noriega 1994, 98):

$$Q_{i+1} = \frac{(v-1)}{\phi} \Phi\left(\frac{w}{r'}\right) g\left(Q, \frac{w}{r'}, Q'_i\right) + \varpi(Q_i) \quad (43)$$

Donde  $\Phi$  es un número real positivo que define la función proporcional de expectativas  $\Phi\left(\frac{w}{r'}\right)$  sobre el precio de los factores. La función  $g\left(Q, \frac{w}{r'}, Q'_i\right)$  es una de la forma y grado  $f^{-1}(\cdot)$ , definida sobre las funciones proporcionales de expectativa de demanda, del capital de instalación y de la relación interés-salario. Por su parte  $\varpi$  es un número positivo que ejerce la misma función de  $\Phi$  pero respecto al capital de instalación necesario para la instalación de las nuevas empresas. Las expectativas sobre el capital de instalación afectan la producción futura de  $Q_i$  de dos maneras: una directa a través de  $\varpi$  y la otra indirecta a través de  $g\left(Q, \frac{w}{r'}, Q'_i\right)$  (Noriega 1994, 98). Aunque, siempre definida sobre funciones proporcionales de expectativas. Bajo el supuesto de expectativas proporcionales se permite expresar la demanda de capital futura, en función de las variables actuales. Esta ecuación será esencial para el desarrollo de la función de demanda excedente de moneda.

## 8 Mercado monetario

**Corolario 8.1.** *Dado que las empresas canalizan el total de salarios, beneficios y los servicios de capital a los consumidores, puede establecerse una relación entre el valor total de la producción y la distribución de consumo*<sup>8</sup>:

$$pq = pq_c + m'_t \quad (44)$$

Donde  $pq = m_0 + w\rho_o + \pi$

De acuerdo a la ecuación 44 se obtiene lo siguiente:

$$p(q - q_c) = m'_t \quad (45)$$

Es decir (Noriega 1994, 113):

$$q_{i+1} = \frac{m'}{p} \quad (46)$$

En la anterior expresión se presenta la igualdad entre el ahorro de los consumidores y la demanda de producto de las empresas para inversión. Esta igualdad se da como resultado del funcionamiento del mercado de capitales, a través del cual los consumidores, al destinar sus ahorros a la compra de ac-

---

<sup>8</sup>Ibid, 113

ciones, canalizan recursos a las empresas para que éstas dispongan una parte de la producción generada por ellas mismas durante el proceso productivo del siguiente periodo (Noriega 1994, 113). La ecuación 46 puede describirse como:

$$m' = Q_{i+1} = \left(\frac{v-1}{\phi}\right)\Phi\left(\frac{w}{r'}\right)g\left(Q, \frac{r'}{w}, Q'_i\right) + \varpi(Q_i)p \quad (47)$$

De acuerdo a esta, la demanda de saldos monetarios guarda una relación inversa con la tasa de interés. Basta con que la tasa de interés sea positiva para que los consumidores conviertan sus saldos monetarios en acciones de la empresa.

**Corolario 8.2.** *La demanda de excedente de mercado corresponderá a la siguiente ecuación cuantitativa:*<sup>9</sup>

$$M_o = pq_c + pq_{i+1} \quad (48)$$

Sustituyendo 30 y 43 en 48 se obtiene:

$$M_o = \xi (m_0 + w\tau + \pi) + \left(\frac{v-1}{\phi}\right)\Phi\left(\frac{w}{r'}\right)g\left(Q, \frac{r'}{w}, Q'_i\right) + \varpi(Q_i)p \quad (49)$$

Donde  $\xi = (1 + \psi + \zeta)^{-1}$

---

<sup>9</sup>Ibid, 114

Según la ecuación (49) la demanda excedente del mercado monetario tiene una relación positiva con la actividad económica y el salario e inversa con  $r' = (1+r)P_0$ . Esta ecuación también depende de la magnitud de la demanda efectiva, en la cual su determinación depende del resto de las ecuaciones en el sistema, las cuales ya fueron discutidas.

## 9 Conclusiones

Este trabajo presenta una función de demanda excedente de dinero en un sistema de equilibrio general competitivo, con un mercado de capitales, desempleo involuntario, donde las expectativas se forman a partir de magnitudes conocidas. La deducción lógica de este modelo va de acuerdo a la teoría tradicional: una relación directa entre la demanda de dinero y la actividad económica e inversa con la tasa de interés.

En la función de utilidad indirecta, los saldos reales de dinero determinan la cantidad de producto que se piensa tener. En este caso, la demanda de dinero se convierte en una función del salario nominal, el cual tiende a ajustarse a la demanda de dinero correspondiente al nivel de precios.

La magnitud de la demanda efectiva toma un papel fundamental en la

función de demanda de dinero. La determinación de dicha demanda efectiva depende del resto de las ecuaciones en el sistema. En este caso, la demanda de dinero tendrá efectos indirectos provenientes de la fracción de las ganancias que cada empresa genere en su periodo productivo, la remuneración que recibe cada consumidor de sus acciones, la cantidad de producto que las empresas deseen producir, la demanda y oferta de trabajo, así como el salario y la tasa de interés.

Al igual que en el trabajo de Noriega (1994), si el salario real y los ingresos provenientes de las remuneraciones de capital son conocidas, la posibilidad de pleno empleo dependerá no sólo de la tasa de interés y el nivel de precios, sino también de las expectativas de la demanda.

## 10 Referencias

Arrow, K. y Debreu. G. (1971). *Análisis general competitivo*, Fondo de Cultura Económica, México, D.F.

Clower R. W. (1967). A Reconsideration of Microfoundations of Monetary Theory en Money and Markets, *Essays by Robert Clower*, editado por Donald A. Walker, Cambridge University Press, 81-89.

- Hansen B. (1970), *A Survey of General Equilibrium System*, McGraw-Hill.
- Lucas R., (1980). Equilibrium in Pure Currency Economy. *Models of Monetary Economics*, editado por John H. Kareken y Neil Wallace, 131-146.
- Lucas R., (1987). *Models of Business Cycles*, Blackwell.
- Lucas R. y Stokey, N. (1987). Money and Interest in a Cash in Advance Economy, *Econometrica*, **55** 491-514.
- McCandles, George T. Jr. y Neil Wallace, (1991). *Introduction to Dynamic Macroeconomic Theory: An Overlapping Generations Approach*, Harvard University Press.
- Patinkin, D. (1965). *Money, Interest and Prices*, Harper and Row.
- Noriega, F.A. (1994). *Teoría del desempleo, la distribución y la pobreza: una innovación a la teoría del desempleo*, Ariel Economía, México, D.F.
- Sidrauski, M. (1967). Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy, *American Economic Review*, **57** 534-544.
- Samuelson, P. A. (1958). An Exact Consumption-Loan of Interest with or without the Social Contrivance of Money, *Journal of Political Economy*, **66** 467-82.

Townsend, Robert M, (1987). Economics Organization with Limited Communication, *American Economic Review*, **77**, 954-71.

Townsend, Robert M, (1989), Currency and Credit in a Private Information Economy, *Journal of Political Economy*, **97**, 1323-44.

Wallace N., (1980). The Overlapping Generations Models of Fiat Money, *Models of Monetary Economics*, editado por John H. Kareken y Neil Wallace, 743-773.