



Munich Personal RePEc Archive

Nash bargaining solution and the split of profit in bilateral monopoly of lignite opencast mine and power plant. Part one – theoretical background

Leszek Jurdziak

Institute of Mining Engineering at Wroclaw University of Technology

17. January 2006

Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/4142/>

MPRA Paper No. 4142, posted 21. July 2007

dr inż. Leszek Jurdziak¹

Schemat arbitrażowy Nasha, a podział zysków w bilateralnym monopolu kopalni węgla brunatnego i elektrowni Cześć pierwsza – podstawy teoretyczne

Kopalnia i elektrownia jako bilateralny monopol

Kopalnia odkrywkowa węgla brunatnego wraz z elektrownią odbierającą od niej węgiel tworzą specyficzny układ wzajemnie współzależnych podmiotów gospodarczych. W pracy [7] zaproponowano by potraktować go jako *bilateralny monopol*² (BM) w którym kopalnia jest monopolem, a elektrownia monopsonem. Zaproponowano by prowadzić analizę jego opłacalności metodami teorii gier z wykorzystaniem górniczego programu optymalizacyjnego NPVScheduler+. Wskazano, że takie podejście powinno pozwolić na analizę układu działającego zarówno jako dwa odrębne podmioty jak i zintegrowany pionowo kompleks energetyczny. Podkreślono konieczność wykorzystania specjalistycznego oprogramowania geologiczno-górniczego do sterowania jakością wydobywanego węgla jak i szerokiej wiedzy z różnych dziedzin: matematyki, górnictwa i ekonomii.

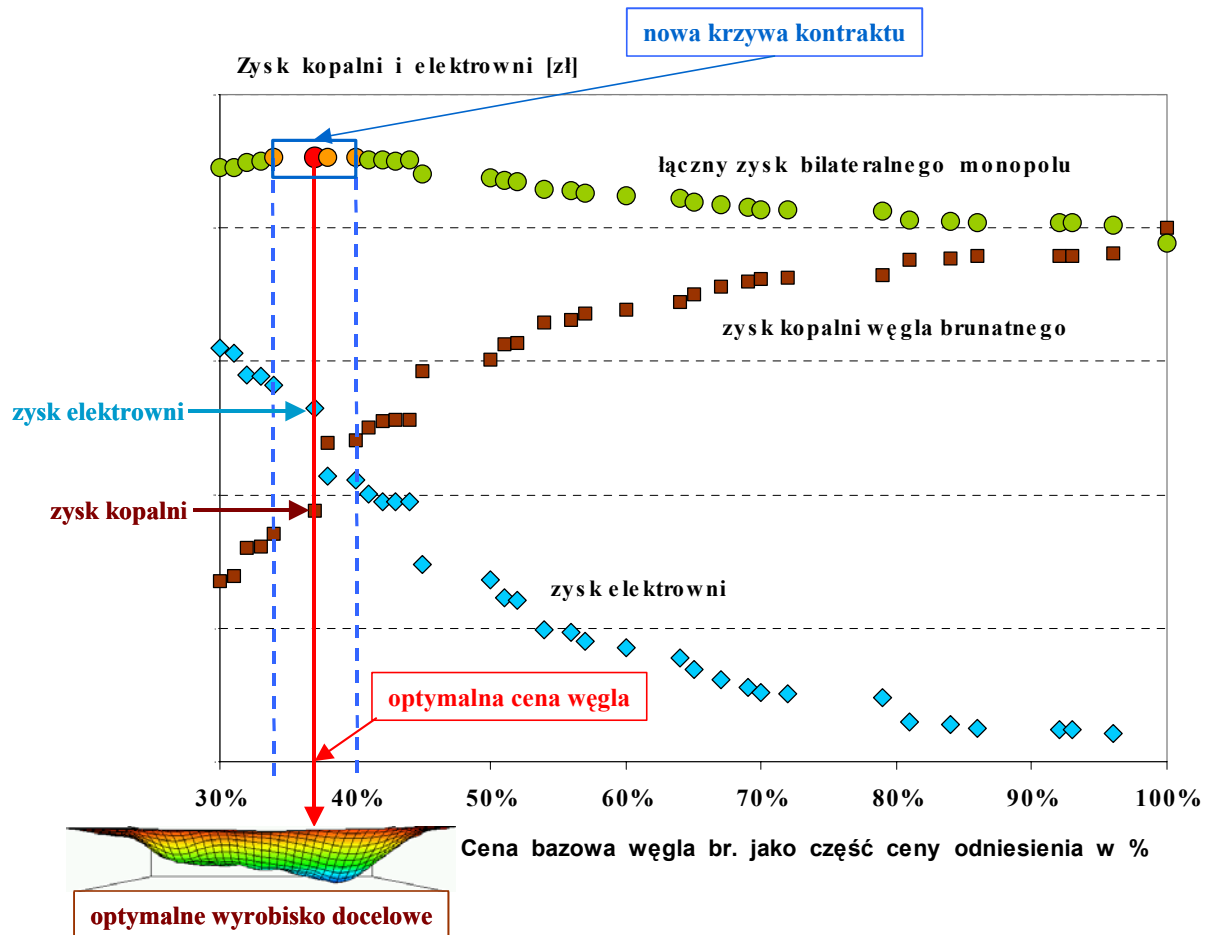
Rozwiązanie klasyczne dla BM jest znane od dawna [3]. Opisane zostało również w pracy [6], w której na przykładzie kopalni węgla brunatnego i elektrowni działającej na zliberalizowanym rynku energii przedstawiono rozwiązanie maksymalizujące łączne zyski BM. Zaprezentowano graficzny sposób wyznaczenia optymalnej wielkości produkcji oraz krzywej kontraktu w oparciu o krzywe: popytu, przychodów krańcowych oraz kosztów. Przedstawiono korzyści integracji pionowej oraz możliwość alternatywnego osiągnięcia optymalnych rozwiązań przez układ dwóch odrębnych podmiotów poprzez wykorzystania kontraktów opartych na formułach cenowych uwzględniających uzgodniony podział zysków [1]. Wskazano na konieczność dalszej adaptacji klasycznego modelu BM i uzyskanych dla niego rozwiązań w celu uwzględnienia ograniczeń wpływających z faktu, że jedna ze stron jest odkrywkową kopalnią eksploatującą unikalne złoża węgla. Zaproponowano wykorzystanie górniczych programów optymalizacyjnych do wyznaczenia podaży kopalni i krzywych kosztów produkcji węgla. Z klasycznego rozwiązania wynika, że można dla tego układu znaleźć optymalną ilość dobra pośredniego (węgla), dla której łączne zyski układu będą największe. Niestety jego cena nie jest zdeterminowana i może mieścić się pomiędzy cenami wyznaczającymi progi rentowności obu stron (krzywej kontraktu). Do zawarcia transakcji niezbędne są więc negocjacje w celu ustalenia ceny (podziału zysku), co odzwierciedla siłę przetargową obu stron.

Do adaptacji klasycznego rozwiązania do warunków kopalni i elektrowni wykorzystano wyniki analizy wrażliwości wielkości i parametrów wyrobiska docelowego kopalni węgla brunatnego na zmianę ceny bazowej węgla [13]. Zbadano pośredni wpływ wzrostu ceny bazowej węgla brunatnego na zmianę wielkości wyrobiska docelowego (podaży węgla w długim okresie) oraz obniżenie jakości uśrednionego węgla. Konsekwencją tych zmian jest

¹ Instytut Górnictwa Politechniki Wrocławskiej, pl. Teatralny 2, 50-051 Wrocław, leszek.jurdziak@pwr.wroc.pl

² *Bilateralny monopol* (BM, monopol dwustronny) jest strukturą rynku, na którym działają dwie firmy, z których jedna, będąca na początku strumienia przetwarzania dóbr, jest monopolem sprzedającym dane dobro pośrednie drugiej firmie w dole strumienia, która jest monopsonem (jedynym odbiorcą). Po przetworzeniu tego dobra monopson sprzedaje produkt finalny końcowym odbiorcom. Może przy tym być w tym zakresie cenotwórcą (monopolem) lub cenobiorcą (firmą konkurującą doskonale na wolnym rynku).

względne obniżenie faktycznej ceny uśrednionego węgla oraz zmiany niezdyskontowanej wartości kopalni. Zbadano również wpływ ceny bazowej na zmiany stosunku nadkładu do węgla. Do analiz wykorzystano wyrobisko docelowe uzyskane dzięki optymalizacji metodą Lerchs'a-Grossmann'a oraz szereg jego wariantów (faz), wygenerowanych dla różnych poziomów ceny bazowej węgla. Podstawą analiz był studialny model jakościowy złoża węgla brunatnego „Szczerców”, który posłużył do opracowania modelu wartościowego poprzez zastosowanie formuły cenowej uwzględniającej jakość węgla.



Rys.1 Zmiany zysku kopalni, elektrowni i łącznych zysków BM w funkcji ceny węgla traktowanej jako część ceny odniesienia. Przykładowe obliczenia przeprowadzono dla 35 optymalnych wyrobisk docelowych wygenerowanych dla studialnego złoża „Szczerców” w programie NPVScheduler™ dla różnych cen węgla i stałej ceny energii elektrycznej 13 gr/kWh. Maksymalizację łącznych zysków układu można osiągnąć dla konkretnej – optymalnej ceny węgla, co determinuje wielkość i kształt wyrobiska docelowego oraz podział zysków. Niewielkie zmiany ceny węgla (w obszarze nowej krzywej kontraktu) nie wpływają znacząco na łączne zyski – istnieje więc niewielkie pole (34%-40%) do negocjacji pomiędzy kopalnią a elektrownią [10].

Uzyskane zależności posłużyły [8, 9] do znalezienia rozwiązania dla zmodyfikowanego BM kopalni węgla brunatnego i elektrowni. Okazało się, że przyszły popyt na energię (jej cena) oraz wyniki przestrzennej optymalizacji kopalń i procesu parametryzacji determinują zarówno cenę węgla jak i wielkość i kształt wyrobiska docelowego oraz jednoznacznie określają podział zysków (rys. 1). Wykazano, że w przeciwieństwie do rozwiązania klasycznego, rozwiązanie zmodyfikowane jest zdeterminowane nie tylko w zakresie ilości produktu pośredniego (węgla), lecz również jego ceny. Oznacza to, że podział zysków pomiędzy kopalnię a elektrownię również jest zdeterminowany i praktycznie nie ma miejsca na negocjacje chyba, że **obszar wokół maksimum zysków jest stosunkowo płaski** i można

wskazać nową krzywą kontraktu (rys.1) lub w trakcie negocjacji **zdecydowano o innym podziale zysków** np. poprzez realizację **wypłat ubocznych** (by zniwelować różnice w zyskach, albo zrealizować inny przyjęty ich podział) lub przyjęcie **rozzrachunkowej (transferowej) ceny węgla** do wzajemnych wewnętrznych rozliczeń. W takiej sytuacji zarówno wybór wyrobiska docelowego, jak i inne decyzje o zmianie jego kształtu i wielkości powinny się odbywać z wykorzystaniem optymalnej ceny wyznaczonej ze zmodyfikowanego modelu BM by zachować racjonalność i efektywność ekonomiczną. Stosowanie cen rozrachunkowych (transferowych) innych niż wyznaczone z modelu wymaga daleko idącej współpracy, dlatego jest raczej możliwe w holdingu lub przy pełnej pionowej integracji. Bez współpracy i zaufania w przypadku zachowań niekooperacyjnych i oportunistycznych jest wysoce prawdopodobne, że obie strony mogą realizować suboptymalny wariant rozwoju kopalni, który będzie nieefektywny w sensie Pareto tzn. przynajmniej jedna ze stron będzie miała niższe zyski niż by mogła osiągnąć przy pełnej współpracy. **Właśnie w tej pracy wskazano na konieczność poszukania metody prowadzącej do „sprawiedliwego” podziału zmaksymalizowanych zysków (wartości NPV projektu).** Zaproponowano posłużenie się metodami teorii gier, np. rozwiązaniem przetargowym Nasha, oraz wskazano na potrzebę skorzystania z tradycyjnych i specjalnie opracowanych na potrzeby tego modelu procedur podziału uwzględniające specyficzny kontekst negocjacji, strukturę organizacyjną BM, poniesione koszty i nakłady inwestycyjne oraz inne czynniki i zagrożenia mogące wpływać na podział zysków.

Negocjacje ceny węgla jako kooperacyjna dwuetapowa gra dwuosobowa o sumie niezerowej

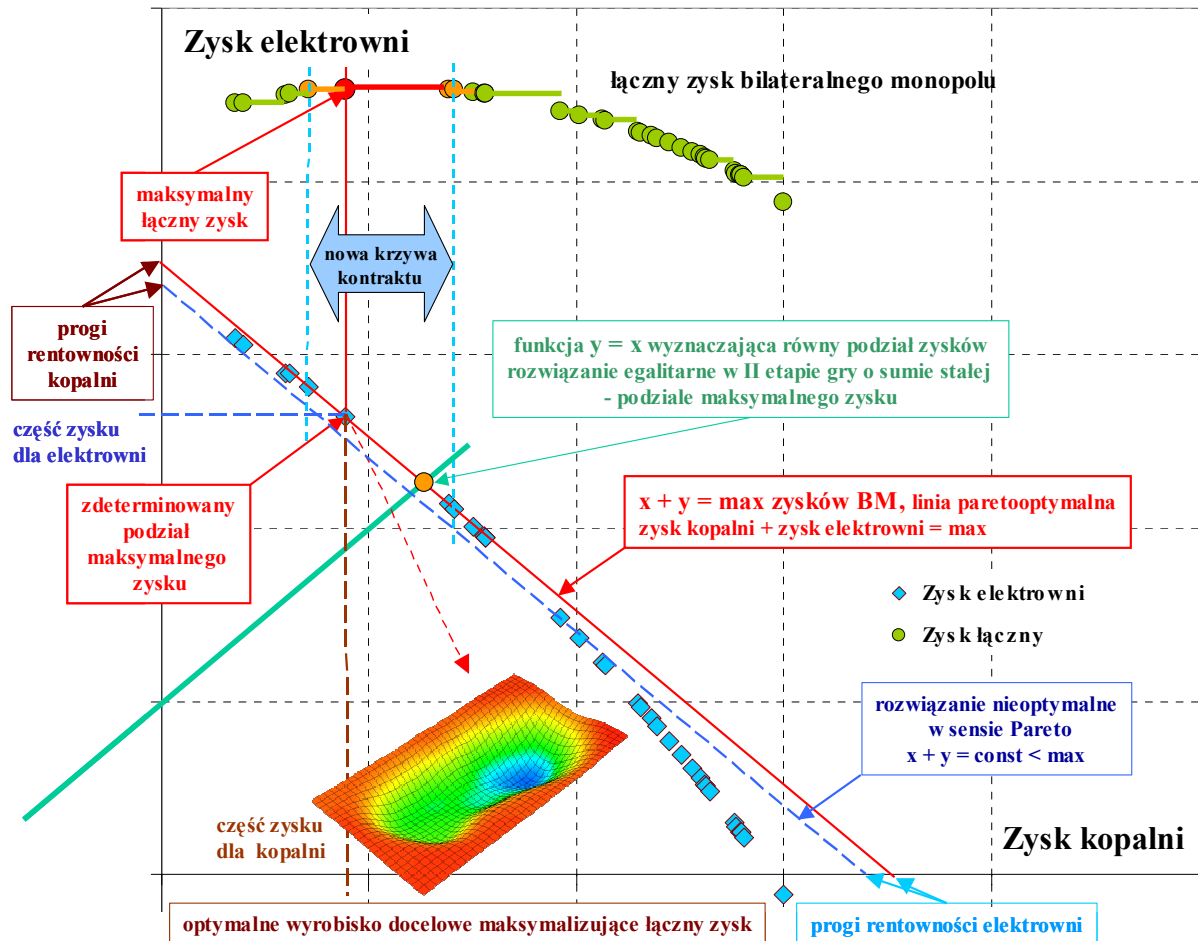
Postulowane w pracy [7] zastosowanie metod teorii gier do analizy wzajemnych stosunków pomiędzy kopalnią i elektrownią znalazło swój wyraz w pracy [12]. Wykorzystując model BM oraz metody optymalizacji kopalń odkrywkowych potraktowano negocjacje ceny węgla brunatnego pomiędzy kopalnią a elektrownią w kontraktach długoterminowych jako kooperacyjną, dwuetapową grę dwuosobową o sumie niezerowej. Z uwagi na to, że poprawy wyniku finansowego tego układu należy szukać w optymalnym dopasowaniu kształtu i wielkości wyrobiska docelowego do popytu na energię elektryczną (jej ceny), a nie przeciągających się negocjacjach ceny węgla zaproponowano [11] by gra toczyła się w dwóch etapach. W pierwszym, obie strony powinny wybrać optymalne wyrobisko maksymalizujące łączne zyski tego układu, a dopiero w drugim uzgodnić akceptowalny podział zysku i zrealizować go poprzez przyjęcie odpowiedniej ceny transferowej węgla lub zastosowanie wypłat ubocznych.

Analiza tej gry prowadzi do wniosku, że jedynie integracja pionowa obu firm może zapewnić osiągnięcie optymalnego rozwiązania maksymalizującego łączny zysk BM. Istnienie asymetrii informacji, przewaga kopalni wynikająca ze znajomości złoża, może bowiem przy niekooperacyjnym podejściu obu stron polegającym na skoncentrowaniu się wyłącznie na negocjowaniu ceny węgla, prowadzić do suboptymalnych rozwiązań – nieefektywnych w sensie Pareto. Kopalnia dla każdego poziomu ceny może bowiem wybrać strategię dominującą (maksymalizującą jej wypłatę) polegającą na eksploatacji wyrobiska optymalnego dla tej ceny. Zazwyczaj będzie to wyrobisko mniejsze od optymalnego dla całego układu, co obniży zyski elektrowni, skróci czas eksploatacji złoża i obniży stopień jego wykorzystania.

Negocjacje w długim i krótkim okresie

Przedstawiona metodyka analizy BM kopalni i elektrowni dotyczy długiego okresu, a więc podejmowania decyzji o charakterze strategicznym, jak np. wybór wyrobiska docelowego, określenie optymalnej wielkości rocznego wydobycia, co determinuje wielkość

i czas trwania kopalni. Wydawać by się mogło, że zakres zastosowań zaprezentowanego tu podejścia jest więc ograniczony wyłącznie do początkowego okresu projektowania kopalni, ale tak nie jest. Zmiana wyrobiska docelowego może i powinna nastąpić za każdym razem, gdy zmieniają się warunki ekonomiczne, w których działa BM. Niektóre kopalnie złota, np. Geita w Afryce, optymalizację rozwoju wyrobisk przeprowadzają nawet dwa razy w roku z uwagi na częste zmiany cen surowca.



Rys.2 Zysk elektrowni i łączny zysk BM w funkcji zysku kopalni dla 35 optymalnych wyrobisk docelowych wygenerowanych dla złoża „Szczerców” przy różnych cenach węgla i stałej cenie energii 13gr/kWh. W obszarze nowej krzywej kontraktu znajdują się 4 wyrobiska generujące łączny, niezdyktowany zysk na zbliżonym poziomie. Maksymalizacja zysku BM determinuje optymalną cenę węgla, wybór wyrobiska docelowego i podział zysku pomiędzy kopalnię i elektrownię. Podział ten może być zmieniony w II etapie gry poprzez wybór punktu na paretooptymalnej linii ($x+y=\max$. łączny zysk BM), czyli znalezienie rozwiązania gry o sumie stałej. Wskazano punkt wyznaczający rozwiązanie egalitarne zapewniające równy podział zysku [10].

Krajowym przykładem konieczności dokonania zmian wcześniejszych planów może być pogłębienie wyrobiska Bełchatów w celu eksploatacji węgla z rowu II rzędu (niestety jak dotąd nie zastosowano tu metod optymalizacji!), czy wcześniej rozważana budowa elektrowni „Bełchatów II” zamieniona na rozbudowa istniejącej elektrowni o kolejne bloki. Trudno oczekiwać, że projekt np. wyrobiska docelowego sporządzony kilkadziesiąt lat wcześniej przy dużo mniejszych możliwościach numerycznego przetwarzania i ograniczonych danych zachowa swą aktualność i choć w przybliżeniu odpowiadać będzie wyrobisku optymalnemu, które można zaprojektować dzisiaj dla aktualnych cen i kosztów oraz dzisiejszej wiedzy o złożu. Wprowadzenie wcześniejsze decyzje determinują wiele spraw (np. wybór zbrocza

transportowego i położenie ciągów) to żadnych zmian nie można wykluczyć, jeśli tylko okażą się one opłacalne z ekonomicznego punktu widzenia (wartość obecna korzyści ze zmiany projektu przekroczy wartość obecną kosztów ich dokonania). A nawet wtedy, gdy gruntowna przebudowa wcześniejszego projektu jest już niemożliwa, bo nieopłacalna, to i tak drobne zmiany i korekty można i trzeba wprowadzić np. na bieżąco optymalizując sterowanie mieszanym węglem z frontów [15]. Przy tak dużej skali działalności, z jaką mamy do czynienia w górnictwie węgla brunatnego, nawet najdrobniejsze zmiany projektu w kierunku jego optymalnego wariantu mogą wiązać się z dużą poprawą opłacalności. Równie ważne jest więc zastosowanie metod optymalizacji przy projektowaniu potencjalnej eksploatacji złoża „Legnica”, jak i optymalizacja rozwoju wyrobiska „Szczerców” (choć już projekt powstał, ale czy jest ostateczny i optymalny ?), a nawet optymalizacja pozostałej do wybrania części wyrobiska na polu „Bełchatów”. Istotnym zagadnieniem jest też optymalizacja postępu frontów kopalni wielo-wyrobiskowej [14]

Współczesne możliwości komputerowego wspomaganie projektowania kopalń i optymalizacji ich rozwoju (np. NPVScheduler [4]) pozwalają na szybką zmianę projektów i planów oraz ich dopasowanie do zdeterminowanych wcześniej rozwiązań poprzez nałożenie różnych ograniczeń (np. wyboru lokalizacji głównych ciągów transportowych, pochylni itp. ograniczeń). Każdy, nawet niewielki, wzrost elastyczności kierownictwa kopalni w dopasowywaniu się do zmian zwiększa wartość przedsięwzięcia. Na tym bazują nowe metody oceny opłacalności przedsięwzięć inwestycyjnych (w tym zwłaszcza górniczych [5]) tzw. „*opcji realnych*”³.

W świetle powyższych rozważań jasne jest, że częstość podejmowania decyzji strategicznych może być zbliżona do częstości decyzji podejmowanych w krótkim okresie, czyli okresie działania przy stałej wielkości zakładu. W przypadku kopalni odkrywkowej, krótki okres to okres, w którym kopalnia nie zmienia swej wielkości (wielkości i kształtu wyrobiska docelowego), a wszystkie inne czynniki produkcji (np. zatrudnienie, ilość maszyn itp.) mogą być dopasowywane do zmieniających się warunków oprócz projektu samej kopalni. Rozróżnienie pomiędzy długim, a krótkim okresem jest istotne w przypadku negocjacji pomiędzy kopalnią, a elektrownią. W pierwszym etapie, kooperacyjnym, rozstrzygany jest kształt i wielkość wyrobiska docelowego. Decyzja jest więc strategiczna i dotyczy długiego okresu. W drugim etapie ustala się podział zmaksymalizowanych łącznych zysków. Podział zarówno może dotyczyć długiego okresu jak i krótkiego. Wypracowanie zasad podziału dla całego okresu życia kopalni może bowiem obowiązywać w krótkim okresie, a więc również w corocznym ustalaniu ceny węgla. W takim przypadku cenę dobierano by tak by przy aktualnym układzie cen energii i kosztów jej produkcji (w tym kosztów eksploatacji) zapewniała ona wcześniej ustalony podział zysków (wynikający ze strategicznych decyzji) ewentualnie korygując mniejsze lub większe odchylenia w zaplanowanych wydatkach od założonych planów. Cena pełniłaby wtedy wyłącznie rolę *cen transferowej* i służyłaby doprowadzeniu do założonego podziału zysku. Taka „sztuczna” cena nie mogłaby być wykorzystywana przez kopalnię do oceny efektywności ekonomicznej

³ *Opcje realne* – Inwestycje strategiczne i decyzje budżetowe w każdej firmie są decyzjami nabycia, wykonania, zarzucenia lub wygaśnięcia *opcji realnych* - kupna i sprzedaży rzeczywistych aktywów firmy. Dają one zarządowi prawo, ale nie zobowiązują go do ich wykorzystania w celu osiągnięcia celów strategicznych i zmaksymalizowania wartości firmy. Opcje reprezentują wolność wyboru działania, po uzyskaniu informacji. Opcja realna jest prawem, a nie zobowiązaniem do wykonania decyzji biznesowych. Na rynkach finansowych opcja stanowi wolność wyboru po uzyskaniu dodatkowych informacji, które zwiększają lub zmniejszają wartość aktywów, na które właściciel opcji posiada opcję. *Opcja kupna* (*call option*) daje prawo zakupu, ale nie zobowiązuje, do kupna danych akcji w przyszłości po cenie określonej dzisiaj. *Opcja sprzedaży* (*put option*) daje właścicielowi prawo, ale nie zobowiązuje, do sprzedaży akcji w przyszłości po cenie określonej dzisiaj [2]

prowadzonych działań eksploatacyjnych. Do tego służyłaby *cena optymalna*⁴ [9]. Oczywiście rozważania dotyczą wyłącznie poziomu ceny. Zróżnicowanie cen ze względu na zmiany jakości dostarczanego węgla powinno stanowić odrębne i ważne zagadnienie, którego rozwiązanie należy szukać w analizie efektywności procesu spalania węgla w konkretnych kotłach elektrowni. W interesie elektrowni leży bowiem opracowanie takiej formuły cenowej, która dokładnie odzwierciedla ekonomiczne skutki spalania konkretnego węgla. Kopalnia może bowiem swoje działania optymalnie dopasować do każdej formuły, choćby była dla elektrowni nawet niekorzystna.

Teoria użyteczność i sprawiedliwość, a wypłaty pieniężne

Kamieniem węgielnym negocjacji – targowania się (bargaining) jest pojęcie *użyteczności*⁵ [24], jaką każda ze stron przypisuje dzielonemu dobru (tutaj wypracowanemu zyskowi). W tych kategoriach definiowana jest właśnie *sprawiedliwość* podziału – poziom dobrobytu mierzony użytecznością, jakie wnoszą stronom ich udziały (wypłaty). Można przyjąć, że każda ze stron woli dostać więcej niż mniej, oraz że nie obchodzi jej, co dostanie druga strona⁶. Ponadto oczekujemy, że funkcje użyteczności dla negocjujących będą uwzględniały ich stosunek do ryzyka. Wypracowany łączny zysk jest niewątpliwie podzielny, więc stosunek do ryzyka nie ma związku z loteriami (prawdopodobieństwem otrzymania całego dobra), lecz z możliwością zerwania negocjacji i utratą całości dobra. Zazwyczaj przyjmuje się, że negocjujący niepewne zdarzenia oceniają pod kątem wartości oczekiwanej ich użyteczności, przy czym zdarzenia o wyższej wartości oczekiwanej są preferowane względem zdarzeń o niższej oczekiwanej użyteczności [24].

Tradycyjne podejście przy podziale wspólnie wypracowanego zysku, jakim jest podział egalitarny, wymaga międzyosobowych porównań użyteczności. *Rozwiązanie egalitarne*, czyli suma wypłat (łączny zysk kopalni i elektrowni) podzielona na dwa „pomimo swej demokratycznej powierzchowności ma dwie istotne wady, na przykładzie których dobrze widać trudności jakie trzeba pokonać Pierwsza wątpliwość, co do rozwiązania egalitarnego bierze się stąd, że wypłaty w grze określone są w jednostkach użyteczności. ... wartość sumy użyteczności różnych graczy nie może być racjonalnie interpretowana, zatem niemożliwe jest obliczanie i wybieranie największej „łącznej użyteczności” wyników gry. Ponieważ użyteczności różnych graczy nie mogą być porównywane, ani transferowane pomiędzy nimi, nie możemy ich sumy podzielić pomiędzy graczy. Tak więc idea rozwiązania egalitarnego po prostu nie ma sensu. Po drugie, nawet gdyby udało się nam je racjonalnie zrealizować rozwiązanie egalitarne ignoruje asymetrię strategicznej pozycji obu graczy” [21].

⁴ *Cena optymalna* – cena węgla maksymalizująca wraz z optymalnym wyrobiskiem łączny zysk bilateralnego monopolu kopalni i elektrowni. Stanowi zdeterminowane rozwiązanie, które w przeciwieństwie do rozwiązania klasycznego (pozostawiającego cenę dobra pośredniego do swobodnej negocjacji stronom BM na krzywej kontraktu) jednoznacznie ją określa [9].

⁵ *Użyteczność* lub *funkcja użyteczności* – funkcja określona na zbiorze wyników gry jednoznacznie określająca *preferencje* graczy (ciągła, wklęsła i ściśle rosnąca oraz $u(0)=0$ [23]). Wartości funkcji użyteczności dla poszczególnych wyników gry nazywamy *wypłatami*. W teorii gier zakłada się, że funkcja użyteczności jest nie tylko *użytecznością porządkową* (wprowadza uporządkowanie wyników na *skali porządkowej*), lecz pozwala również na porównywanie proporcji różnic pomiędzy wynikami na *skali przedziałowej (interwałowej)* - jest więc *użytecznością kardynalną* [20]. Jest to szczególnie istotne, gdy dopuszczamy stosowanie *strategii mieszanych* przez graczy. Przykładem skali interwałowej jest skala temperaturowa. Aksjomaty użyteczności można znaleźć np. w pracy Owena [19]. Użyteczność kardynalna jest zamknięta na liniowe przekształcenie tzn. funkcję użyteczności $u(x)$ reprezentującą pewną preferencję na *loteriach* możemy zastąpić każdą z funkcji $au(x) + b$, gdzie a i b są dowolnymi liczbami (przy czym $a > 0$) [16]. Dowolność skalowania uwidacznia nam bezsensowność porównywania użyteczności różnych graczy (por. komentarz do *rozwiązania egalitarnego*).

⁶ Nie zawsze jednak tak jest i wtedy kryterium *braku zawiści* może być właściwszym sposobem podziału [23], tym bardziej, że w kryterium tym nie wymaga się międzyosobowych porównań użyteczności.

W przypadku, gdy graczami są firmy, a nie ludzie możemy uznać, że użyteczność pieniądza jest jednak, pomimo powyższych stwierdzeń, liniowa tzn. $u(x)=x$ (tzn. $k(x)=x$ i $e(x)=x$, gdzie k i e są odpowiednio użytecznościami kopalni i elektrowni, a x ilością pieniędzy – udziałem w zysku⁷) W przeciwnym wypadku zakwestionowalibyśmy zasadność wszelkich ocen opłacalności inwestycji, rachunków wyniku i bilansów. Oczywiście czasami, w szczególnych sytuacjach (np. gdy od wyniku negocjacji uzależnione jest utrzymanie kierowniczych stanowisk przez negocjatorów), większą rolę w negocjacjach mogą odgrywać użyteczności negocjatorów, jakie przynoszą im wynegocjowane wypłaty dla firm zamiast mierzonych w pieniądzu użyteczności samych firm. Należy pamiętać, że decyzje podejmują zawsze ludzie kierując się własną oceną użyteczności różnych rozwiązań. Generalnie jednak nie będziemy kwestionowali zasady racjonalnego zachowania właścicieli firm i ich zarządów polegającej na dążeniu do maksymalizacji wyniku finansowego (powiększania wartości firmy). Tym samym możemy w dalszej części uprościć nasze rozważania i zastąpić wartości funkcji użyteczności dla danych wypłat samymi wypłatami. Tym samym maksymalizacja łącznych zysków⁸ BM ma sens ekonomiczny i może być celem procesu optymalizacji i negocjacji.

Sposób podziału zysku zaprezentowane w następnym rozdziale nie wymaga jednak takiego założenia (jest ogólniejszy) i do rozwiązania można dojść posługując się wyłącznie funkcjami użyteczności, a nie bezpośrednio wartościami pieniężnymi. Zaprezentowane rozwiązanie nie jest więc ograniczone wyłącznie do liniowych funkcji użyteczności $u(x)=x$ ($k(x)=x$ i $e(x)=x$). Dodatkowo sposób dochodzenia do rozwiązania uwzględnia kontekst negocjacji, a więc pozwala dopasować podział łącznego zysku do strategicznych pozycji obu stron oraz uwzględnić zaangażowanie stron w jego osiągnięcie. Zaproponował go w 1950 John Nash⁸ [18].

Schemat arbitrażowy Nasha

Jako pierwsi problemem procedury arbitrażu, która nie zostawiałaby miejsca na nieuzasadnione manipulacje użytecznościami graczy, brałaby pod uwagę zróżnicowanie ich pozycji strategicznych oraz odwoływała się do pojęcia sprawiedliwości zajęli się von Neumann i Morgenstern [23]. Stwierdzili oni, że rozwiązanie arbitrażowe gry o sumie niezerowej muszą spełniać następujące warunki [20]:

- Muszą być *optymalne w sensie Pareto*: nie może być żadnego wyniku gry, który byłby lepszy dla obu graczy lub lepszy dla jednego, a nie gorszy dla drugiego.
- Wypłaty obu graczy powinny być nie niższe niż ich *poziomy bezpieczeństwa* (k^*, e^*)⁹. Żadnego z graczy nie można zmusić do zaakceptowania rozwiązania, w którym jego wypłata jest niższa niż ta, którą może on sobie zagwarantować grając niekooperacyjnie.

Zbiór wyników (czystych lub mieszanych), spełniający powyższe oba kryteria, nazywany jest *zbiorem negocjacyjnym* (lub *obszarem negocjacji*).

⁷ W dalszej części będziemy używać liter k i e do oznaczenia funkcji użyteczności $k(x)$ i $e(x)$. Z uwagi na charakter tych funkcji można je też interpretować jako kwoty pieniężne k i e przypadające kopalni i elektrowni.

⁸ **John Nash** (ur.1928), matematyk amerykański – jeden z twórców teorii gier. Wraz z Johnem C. Harsanyi i Reinhardem Seltenem w 1994r. otrzymał nagrodę Nobla z ekonomii „za ich pionierską analizę równowag w teorii gier niekooperacyjnych” (“for their pioneering analysis of equilibria in the theory of non-cooperative games”). John Nash znany jest m.in. z biograficznego filmu „Piękny umysł”, w którym zagrał go Russel Crow.

⁹ $k^* = \max_x \min_y xAy^t$ $e^* = \max_y \min_x xBy^t$, gdzie x i y przebiegają wszystkie zbiory strategii mieszanych, a A, B są macierzami wypłat w grze dwumacierzowej o sumie dodatniej [19]

John Nash poszukując sposobu podziału kwoty, o którą targują się strony zaproponował kilka warunków, które powinno spełniać dobre rozwiązanie¹⁰. Te wzajemnie niesprzeczne warunki ograniczyły zbiór rozwiązań do jednego¹¹ [21]. Stanowiły one rozszerzenie warunków zaproponowanych przez von Neumanna i Morgensterna i zostały nazwane schematem arbitrażowym Nasha. Obejmują one:

1. **Racjonalność - rozwiązanie powinno leżeć w obszarze negocjacji.** Obszar negocjacji to obszar, w którym dla żadnego punktu (pary wypłat) gracze nie mogą łącznie poprawić swoich wypłat (obszar negocjacyjny jest więc optymalny w sensie Pareto). W żadnym z punktów gracz nie otrzyma mniej niż zapewnia mu to jego *poziom bezpieczeństwa* (k^*, e^*) . Obszar ten nie wyznacza na ogół jednej pary wypłat, która powinna zostać osiągnięta, lecz wiele np. jakiś odcinek [22] (rys.3). W pracy [19] warunek 1 reprezentują 3 aksjomaty: **indywidualnej racjonalności** $((k, e) \geq (k^*, e^*))$, **dopuszczalności** $((k, e) \in S)$ i **optymalności w sensie Pareto** (jeśli $(k, e) \in S$ i $(k, e) \geq (\underline{k}, \underline{e})$, to $(k, e) = (\underline{k}, \underline{e})$), gdzie (k, e) to para wypłat w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych S^{12} , a $(\underline{k}, \underline{e})$ to rozwiązanie targu.
2. **Rozwiązanie powinno być niezależne od liniowego przekształcenia skali użyteczności**¹³. Żądanie to jest naturalne zważywszy, że użyteczność potrafimy określać tylko na skali przedziałowej, a więc z dokładnością do przekształcenia liniowego [22]. Podlega jednak zastrzeżeniu, jeśli nie uznajemy, że wszystkie funkcje użyteczności są równie dobre np. w przypadku użyteczności bezwzględnej [19].
3. **Warunek symetrii**¹⁴ – W teorii gier zakłada się brak różnic indywidualnych pomiędzy graczami, innych niż te, które określają ich użyteczności. W szczególności w przypadku targu zakłada się jednakowe zdolności targowania się obu uczestników. W tym świetle rozumiały stają się postulat symetrii, który żąda ażeby przy jednakowych użytecznościach pieniędzy dla obu uczestników rozwiązaniem był podział na równe części, a to ze względu na pełną symetrię ról obu uczestników [22]. Aksjomat ten można zaakceptować, gdy przetarg odbywa się między dwiema równymi jednostkami, natomiast nie da się go przyjąć, gdy w grę wchodzi jednostki nierówne np. konkretna osoba i całe społeczeństwo [19].
4. **Rozwiązanie powinno być niezależne od alternatywnych możliwości bez znaczenia.** Warunek ten stwierdza, że jeśli punkt $(\underline{k}, \underline{e})$ jest rozwiązaniem problemu przetargu, a zbiór rozwiązań dopuszczalnych zostanie zwiększony, to rozwiązaniem nowego problemu będzie albo ten sam punkt $(\underline{k}, \underline{e})$, albo jeden z punktów dodanych do zbioru wyjściowego, a nie żaden inny punkt z małego zbioru wyjściowego¹⁵ [19]. Warunek ten był kwestionowany m.in. przez Kalai'a i Smorodinsky'ego.

Rozwiązaniem arbitrażowym jest taki punkt $(\underline{k}, \underline{e})$ ze zbioru S_+ ¹⁶, że dla każdego innego (k, e) należącego do S_+ zachodzi:

$$(k - k^*)(e - e^*) < (\underline{k} - k^*)(\underline{e} - e^*) \quad (1)$$

¹⁰ Taka funkcja ϕ , która każdej trójce (S, k^*, e^*) przypisywałaby „rozwiązanie przetargowe” $\phi(S, k^*, e^*) = (k, e)$ [19]

¹¹ Istnieje dokładnie jedna funkcja ϕ określona dla wszystkich problemów targu (S, k^*, e^*) , spełniająca warunki Nasha 1-4 [19].

¹² S jest domkniętym, ograniczonym i wypukłym podzbiorem R^2 . Dla dowolnego wektora wypłat $u \in S$ i dowolnego wektora v takiego, że $0 \leq v \leq u \in S$, v także należy do S [23]

¹³ Załóżmy, że T powstaje z S poprzez przekształcenie liniowe: $k' = \alpha_1 k + \beta_1$ i $e' = \alpha_2 e + \beta_2$, to jeśli $\phi(S, k^*, e^*) = (\underline{k}, \underline{e})$ to $\phi(S, \alpha_1 k^* + \beta_1, \alpha_2 e^* + \beta_2) = (\alpha_1 \underline{k} + \beta_1, \alpha_2 \underline{e} + \beta_2)$ [19]

¹⁴ Jeśli S spełnia warunek: $(k, e) \in S \Leftrightarrow (e, k) \in S$ oraz $k^* = e^*$ i $(\underline{k}, \underline{e}) = \phi(S, k^*, e^*)$ to wówczas $\underline{k} = \underline{e}$ [19]

¹⁵ Jeśli $(\underline{k}, \underline{e}) \in T \subset S$ i $(\underline{k}, \underline{e}) = \phi(S, k^*, e^*)$, to $(\underline{k}, \underline{e}) = \phi(T, k^*, e^*)$

¹⁶ $S_+ \subset S$ taki, że dla każdego $(k, e) \in S_+$ zachodzi $k > k^*$ i $e > e^*$ [16]

Innymi słowy, rozwiązanie przetargowe Nasha to taka para wypłat, która dla obu graczy jest lepsza niż (k^*, e^*) i przy której iloczyn przyrostów wypłat obu graczy w stosunku do (k^*, e^*) jest największy. Jest to punkt Q w którym brzeg zbioru S_+ jest styczny do pewnej hiperboli o równaniu $(k-k^*)(e-e^*)=c$. [16]

Dla każdej sytuacji podziału istnieje jeden, ściśle określony podział sprawiedliwy ze względu na kryterium Nasha¹⁷, zaś związany z nim wektor wypłat nazywany jest **rozwiązaniem arbitrażowe Nasha**. Charakteryzuje się ono najwyższym iloczynem użyteczności uczestników podziału spośród wszystkich możliwych do przeprowadzenia podziałów [24].

Nieco inne podejście zaproponował Raiffa, a zaksjomatyzowali Kalai i Smorodinsky. Według nich wynik negocjacji jest sprawiedliwy, jeśli każdy z ich uczestników jest indyferentny między otrzymaniem na pewno przyznanego mu udziału i otrzymaniem całego dobra z ustalonym, takim samym dla wszystkich prawdopodobieństwem. Warunek ten prowadzi do jednoznacznego, efektywnego podziału znanego jako **rozwiązanie Kalai'a-Smorodinsk'ego**¹⁸ [24]. Podział ten spełnia równanie:

$$\frac{e - e^*}{k - k^*} = \frac{m_e(S_+, (k, e)) - e^*}{m_k(S_+, (k, e)) - k^*} \quad (2)$$

gdzie $m_k(S_+, (k, e)) = \max_{(x,y) \in S_+} x$ i $m_e(S_+, (k, e)) = \max_{(x,y) \in S_+} y$ reprezentują maksymalne wypłaty, które uczestnik negocjacji/targu może uzyskać w dowolnej, indywidualnej racjonalnej alokacji (por. 1 warunek) [17].

„Oba schematy opierają się (w różny sposób) na porównywaniu użyteczności uczestników negocjacji, nie łamiąc jednak założeń teorii użyteczności, ponieważ są niezależne od jednostek, w których te użyteczności są mierzone – są **niezmiennicze ze względu na skalę**. Po drugie oba prowadzą do podziałów **efektywnych** – nie istnieje podział, który dla kogoś byłby lepszy, a dla pozostałych nie gorszy niż wynik arbitrażu. Po trzecie oba są **bezstronne** – wyniki zależą wyłącznie od użyteczności uczestników podziału, a nie od innych wyróżniających ich cech. Zasadniczą różnicą między tymi schematami jest to, że schemat Nasha jest **zgodny**¹⁹, podczas, gdy Kalai-Smorodinsky'ego nie jest. Najważniejsze jest jednak to, że schemat arbitrażowy Nasha jest jedynym schematem zgodnym, efektywnym, bezstronnym i niezmienniczym ze względu na skalę” [24]. Według tego autora odwołanie się do kryterium Nasha wydaje się więc najlepszą metodą zdefiniowania sprawiedliwego wyniku negocjacji.

Podejście Nasha i jego następców do zagadnienia przetargu można określić jako statyczne i normatywne. Bardziej byli zainteresowani własnościami, jakie powinno mieć rozwiązanie niż to jak się do tego rozwiązania dochodzi. Jest to typowe dla teorii gier kooperacyjnych [16]. Ma to swoje zalety, gdyż pozwala określić racjonalne zasady „sprawiedliwego” podziału. Inne podejście dynamiczne polega na przedstawieniu przetargu jako gry niekooperacyjnej i szukaniu „rozwiązań” wśród równowag tej gry. Jest to jednak problem

¹⁷ **Kryterium porównawczym Nasha** jest procentowa zmiana w użyteczności uczestnika podziału, gdy uzyskuje on niewielkie zwiększenie wielkości przydziału. Transfer między stronami podziału jest usprawiedliwiony ze względu na to kryterium, jeśli użyteczność zyskującego na transferze zwiększa się procentowo bardziej niż procentowo spada użyteczność osoby na transferze stratnej. Podział jest **sprawiedliwy**, jeśli żaden transfer nie byłby usprawiedliwiony [23].

¹⁸ **Rozwiązanie Kalai'a-Smorodinsky'ego** to taki podział, w którym stosunek użyteczności uzyskanej części dobra do maksymalnej możliwej do uzyskania użyteczności jest taki sam dla wszystkich uczestników podziału [23].

¹⁹ Schemat arbitrażowy jest **zgodny**, jeśli wypłaty dla wszystkich podgrup uczestników podziału są takie jakie zgodnie ze schematem przyznano by im, gdyby wypłaty pozostałych uczestników były ustalone [23].

wymagający szerszego omówienia. Również i on może znaleźć praktyczne zastosowanie, gdyż może lepiej oddać stosunki w BM kopalni i elektrowni należących do dwóch różnych właścicieli (tak jak ma to miejsce np. KWB „Konin” i ZE PAK S.A.).

Podsumowanie

Bazując na najnowszych wynikach badań relacji pomiędzy kopalnią węgla brunatnego i elektrowni z wykorzystaniem modelu bilateralnego monopolu i optymalizacji kopalń odkrywkowych zaproponowano zastosowanie schematu arbitrażowego Nasha do podziału zysku w negocjacjach traktowanych jako kooperacyjna, dwuetapowa gra dwuosobowa o sumie niezerowej. Omówiono warunki jakie wg Nasha powinno spełniać sprawiedliwe rozwiązanie (efektywność/racjonalność, bezstronność/symetria, niezmienniczość ze względu na skalę/niezależność od liniowego przekształcenia skali użyteczności oraz zgodność/niezależność od alternatywnych możliwości bez znaczenia). Prowadzą one do jednoznacznego rozwiązania – jedyne podziału, który można uznać za sprawiedliwy wg zaproponowanego przez Nasha kryterium porównawczego – maksymalizacji iloczynu przyrostu użyteczności.

Niestety bez konkretnych danych o przychodach i kosztach elektrowni i kopalni nie można znaleźć odpowiedzi na następujące pytania:

- Które wyrobiska należałoby eksploatować?
- Jaką cenę węgla należy przyjąć za optymalną?
- Jaki będzie łączny zysk bilateralnego monopolu?
- Jaką cenę transferową zastosować by doprowadzić do uzgodnionego podziału zysku?

Nawet jeśli uzna się zasadność zastosowania schematu arbitrażowego Nasha do negocjacji pomiędzy kopalnią i elektrownią, z uwagi na jednoznaczność rozwiązania i dobór warunków, to i tak nie będzie można od razu wskazać jaki podział będzie sprawiedliwy wg tych kryteriów. Ciężar poszukiwań rozwiązania przenosi się bowiem wtedy ze znalezienia sprawiedliwego podziału na prawidłowe wyznaczenie punktu *status quo*. Metoda Nasha pozwala bowiem jednoznacznie wyznaczyć podział, jeśli tylko zna się ten punkt. Jednak to właśnie od negocjujących stron zależeć będzie, jakie obiektywne argumenty zastosują przy wyznaczeniu punktu *status quo* przy podejściu kooperacyjnym lub na jakie groźby się zdecydują i będą gotowe je wprowadzić w życie przy podejściu niekooperacyjnym. W gruncie rzeczy to one decydują bowiem o podziale zysku. Ich przyjęcie (wyznaczenie lub wykorzystanie) determinuje bowiem, przy zaakceptowaniu stosowania schematu arbitrażowego Nasha jako metody dochodzenia do celu, rozwiązanie targu/negocjacji pomiędzy kopalnią, a elektrownią.

Praktyczne rozważania w jaki sposób wykorzystać ten punkt w negocjacjach strategicznych, taktycznych i operacyjnych oraz jak graficznie i analitycznie znaleźć rozwiązanie, gdy zostanie już on wyznaczony będzie przedmiotem drugiej części pracy. Tu skoncentrowano się jedynie na podaniu metody analizy relacji kopalni i elektrowni oraz dochodzenia do jednoznacznego rozwiązania poprzez zastosowanie schematu Nasha wraz z teoretyczną podbudową. Nawet zaprezentowane rozwiązanie dla studialnego złoża Szczerców, oparte na fazach wygenerowanych w programie optymalizacyjnym NPVScheduler+, jest jedynie poglądowe i wymagałoby ponownego przeliczenia dla aktualnych cen i kosztów elektrowni i kopalni. Przydałoby się też porównanie aktualnego projektu wyrobiska docelowego na polu „Szczerców” z wersją optymalną dla aktualnej struktury kosztów i cen energii by sprawdzić, czy i na ile odbiega ono od niej oraz czy dodatkowy zysk ze zmiany projektu jest opcją realną, którą opłaca się teraz wykonać.

Literatura

1. Blair, R.D., Kaserman, D.L., 1987: *A Note on Bilateral Monopoly and Formula Price Contracts*. The American Economic Review; June 77;3.
2. Brach M.K.A., 2003: *Real Options in practice*. Wiley Finance.
3. Bowley A., 1928: *Bilateral Monopoly*. Economic Journal, December. cyt.za [1]
4. Jurdziak L., 1999: *Wartość bieżąca netto w projektowaniu kopalń odkrywkowych - możliwości programu MaxiPit i NPV Scheduler*. Materiały konferencyjne "Ekonomika, Organizacja i Zarządzanie w Górnictwie '99", Ustroń-Jaszowiec.
5. Jurdziak L., 2000: *Uwzględnienie ryzyka zmiany ceny surowców przy sporządzaniu optymalnego harmonogramu rozwoju kopalni i ocenie jej opłacalności*, Konferencja „Zarządzanie ryzykiem finansowym”, Wrocław 2000.
6. Jurdziak L., 2004a: *Kopalnia odkrywkowa węgla brunatnego i elektrownia jako bilateralny monopol w klasycznym ujęciu*. Górnictwo i Geologia VII. Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej Nr 106, Seria: Studia i Materiały: Nr 30, Wrocław 2004.
7. Jurdziak L., 2004b: *O potrzebie szczegółowego sterowania jakością węgla brunatnego na zliberalizowanym rynku energii – propozycja utworzenia modelu bilateralnego monopolu: kopalnia - elektrownia*, Górnictwo Odkrywkowe Nr 1
8. Jurdziak L., 2004c: *Tandem: lignite opencast mine & power plant as a bilateral monopoly*. Mine Planning and Equipment Selection Wrocław, Balkema 2004.
9. Jurdziak L. 2004d: *Wpływ optymalizacji kopalń odkrywkowych na rozwiązanie modelu bilateralnego monopolu: kopalnia & elektrownia w długim okresie*. Górnictwo Odkrywkowe 7-8/2004
10. Jurdziak L., 2005a: *Czy integracja pionowa kopalń odkrywkowych węgla z elektrowniami jest korzystna i dla kogo?* Biuletyn Urzędu Regulacji Energetyki Nr 2 (40), 2005.
11. Jurdziak L., 2005b: *Kopalnia węgla brunatnego i elektrownia w warunkach liberalizacji rynku energetycznego*. Energetyka Nr 6.
12. Jurdziak L., 2006: *Negocjacje pomiędzy kopalnią węgla brunatnego a elektrownią jako kooperacyjna, dwuetapowa gra dwuosobowa o sumie niezerowej*. Energetyka, planowany nr 2/2006.
13. Jurdziak L., Kawalec W., 2004: *Analiza wrażliwości wielkości wyrobiska docelowego i jego parametrów na zmianę ceny bazowej węgla brunatnego*. Górnictwo i Geologia VI., Górnictwo i Geologia VII. Prace Naukowe Instytutu Górnictwa Politechniki Wrocławskiej Nr 106, Seria: Studia i Materiały: Nr 30, Wrocław.
14. Jurdziak L., Kawalec W., 2005: *Procedura optymalizacji postępu wielowytrobiskowej kopalni węgla brunatnego*, Szkoła Ekonomiki i Zarządzanie w Górnictwie, Krynica, IX 2005.
15. Kawalec W., 2004. *Short-term scheduling and blending in lignite open-pit mine with BWEs*. Mine Planning and Equipment Selection Wrocław, Balkema.
16. Malwaski M., Wieczorek A., Sosnowska H., 1997: *Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
17. Myerson R.B., 2004: *Game Theory. Analysis of Conflict*. Harvard University Press.
18. Nash J., 1950: *The bargaining problem*, Econometrica 18 1950 cyt.za [16].
19. Owen G., 1975: *Teoria gier*. PWN Warszawa.
20. Specylak J., Kawalec W., 1998: *Modelowanie geometrii odkrywki węgla brunatnego z zastosowaniem algorytmu optymalizacji Lerchs'a-Grossmann'a*, 1998
21. Straffin P.D., 2004: *Teoria gier*, Wydawnictwo Naukowe Scholar.
22. Tyszka T., 1978: *Konflikty i strategie. Niektóre zastosowania teorii gier*. WNT, Warszawa 1978.
23. von Neumann, Morgenstern O., 1944: *Theory of Games and Economic Behavior* Wiley cyt za [16].
24. Young H.Peyton, 2003: *Sprawiedliwy podział*. Seria: Społeczeństwo współczesne, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.

dr inż. Leszek Jurdziak

Schemat arbitrażowy Nasha, a podział zysków w bilateralnym monopolu kopalni węgla brunatnego i elektrowni Cześć pierwsza – podstawy teoretyczne

Omówiono najnowsze wyniki analizy bilateralnego monopolu (BM) kopalni węgla brunatnego i elektrowni. Wskazano na determinizm optymalnego rozwiązania w długim okresie nie tylko w zakresie ilości węgla (wielkości i kształtu wyrobiska docelowego), lecz i jego ceny. Zaproponowano potraktowanie negocjacji ceny węgla jako kooperacyjnej, dwuetapowej gry dwuosobowej o sumie niezerowej. W pierwszym etapie miałyby być dokonywany wybór wyrobiska optymalnego maksymalizującego łączne zyski BM, a w drugim toczyłyby się targ o podział zysku i dobór ceny transferowej. Wskazano na różnice celów negocjacji strategicznych i taktycznych i zwrócono uwagę na potrzebę częstego dopasowywania optymalnego wyrobiska do zmieniających się warunków działania obu stron. Zaproponowano by potraktować to dopasowanie jako opcję realną zmiany skali działania. Do poszukiwania sprawiedliwego podziału zysku pomiędzy kopalnię, a elektrownię zaproponowano wykorzystanie schematu arbitrażowego Nasha i omówiono warunki, jakie powinno spełniać sprawiedliwe rozwiązanie.

dr inż. Leszek Jurdziak

Nash bargaining solution and the split of profit in bilateral monopoly of lignite opencast mine and power plant Part one – theoretical background

The newest findings in analysis of bilateral monopoly (BM) of lignite opencast mine & power plant have been discussed. The determinism of optimal solution not only in quantity of lignite (the size and shape of the ultimate pit) but also in its price has been depicted. It has been proposed to treat negotiation between power plant and mine as a two stage, cooperative, non-zero sum two-person game. In the first stage the ultimate pit maximizing the joint profit of BM would be chosen and in the second during bargaining the split of profit would be decided together with the transfer price of lignite. The differences of strategic and tactical negotiations have been depicted and the needs of frequent adjustments to changing conditions have been stressed. It has been proposed to treat this adjustment as a real option to change scale of activity. The Nash bargaining solution has been proposed as a tool for equitable split of profit in BM and conditions of good solution have been discussed.