Economic Analyses on the Gender Selection of the Traditional Parents in China

Dai, Darong

School of Business, Nanjing University

1 September 2012

对中国传统农村父母生育选择的经济学分析

戴大荣

摘要： 本文用主流经济学的分析工具来剖析一个被社会学广泛研究和讨论的问题，即中国农村父母的生育选择问题。笔者认为，首先，中国农村社会十分稳定，很多物质文化现象在漫长的历史长河中并没有发生剧烈的变动；其次，在以自给自足小农经济为基础的中国传统农村社会，演进出了极度理性的经济人，此亦为本文理论模型建构的事实前定和逻辑起点，主要从两个角度，用两个经济学数理模型剖析了父母的生育决策并揭示了大量的决策细节。

关键词： 生育选择 “数量消费” “质量消费”

Economic Analyses on the Gender Selection of the Traditional Parents in China

Dai Darong

(School of Business, Nanjing University)

Abstract: This study is encouraged to apply the methodology of economics to investigate the issue of gender selection of the traditional parents in China, which has been widely noted from the perspective of sociology. It is firstly argued that traditional society of China is a good object for economic analyses owing to its long-run stability. Secondly, it is obviously seen that traditional parents are highly rational in gender selection owing to the corresponding economic and social environments around them. Hence, economics will play a crucial role in the analyses of gender selection. We have established two simple mathematical models corresponding to two different cases to derive some propositions about the gender selection of the rational parents.

Key Words: Gender selection; Quantity consumption; Quality consumption.

JEL Classification: J13; J16; Z10.

对中国传统农村父母生育选择的经济学分析

戴大荣[1]

摘要： 本文用主流经济学的分析工具来剖析一个被社会学广泛研究和讨论的问题，即中国农村父母的生育选择问题。笔者认为，首先，中国农村社会十分稳定，很多物质文化现象在漫长的历史长河中并没有发生剧烈的变动；其次，在以自给自足小农经济为基础的中国传统农村社会，演进出了极度理性的经济人，此亦为本文理论模型建构的事实前定和逻辑起点，主要从两个角度，用两个经济学数理模型剖析了父母的生育决策并揭示了大量的决策细节。

关键词： 生育选择 “数量消费” “质量消费”

一、引言

“重男轻女”思想、“不孝有三，无后为大”观念不是“远去了的鼓角争鸣”，而是根深蒂固的一脉相承，正如斯图尔特所说：“祖先崇拜是中国人民的真正宗教。”[2] 在国内这更多地焦点为一个社会学、伦理学或历史学问题，经济学视阈则多局限在人口学领域。但这无论如何都是一个经济现象和经济学对象，虽然有的学者表示这没有意义，但笔者坚信采用主流的经济学分析工具来解剖一定别有洞天，其实这在西方学界早已不是新闻，西方有不少著名经济学家[3]对家庭生育选择等诸多微观领域的社会学、人类学问题进行了经济学范式的观照，纯理论研究和实证性研究均硕果累累，而开此先河并引致了重大学术影响的首推 92 年诺贝尔经济学奖得主加里•斯坦利•贝克尔，他“在家庭范畴全面应用了传统上只用于研究企业及消费者的分析框架”[4]，即“把微观经济学的研究领域延伸到人类行为及其相互关系”，“不仅对经济学，而且也给其他社会科学带来了较大影响”，“从而完成了一项革命性的突破”[5]，给经济学披上了一件有着鲜明“帝国主义色彩”[6] 的神秘外衣！蒙前贤启迪，本文力图用主流微观经济学分析理路来剖析我国传统农村社会父母生育选择问题，包括两部分：第一部分

---

[1]南京大学商学院经济学系（E-mail:daidarong998@163.com）。

[2]斯图尔特：《中国的文化与宗教》，1991 年，第 77 页。转引自李银河：《生育与村落文化 • 一爷之孙》，文化艺术出版社，2003 年，第 122 页。

[3]如刘易斯、墨菲、罗默等，参见贝克尔的《家庭论》（2005 年中译本）和齐梅曼的《适度人口经济理论》（1996 年北京大学出版社）。

[4]吕克 • 米格：《经济方法和非商品经济》，转引自《家庭论》2005 年中译本第 2 页。

[5]马克 • 布劳格：《现代百名经济学家》，经济科学出版社，1989 年，第 60 页。

[6]参见加里•斯坦利•贝克尔：《人类行为的经济分析》，上海人民出版社，1992 年。

解释了为何在中国传统农村父母在孩子的数量和质量选择中更加偏好于前者或者事实表征为前者，第二部分则是在重男轻女思想之先验前提下对父母理性生育选择的经济学解读。

本文分析对象的时空坐标是“中国传统农村社会”，无疑这是一个十分模糊和宽泛的时空划定，避开不必要的历史概念纠葛，本文的分析背景划定为新中国将计划生育决策作为一项基本国策之前的时空范围。其实，在这个漫长的历史长河之中，尤其是那段漫长的封建帝制年代，中国传统农村及其农民都是极度稳定[7]的社会实存，因为小农经济的经济基础和儒家文化的主流地位基本没有动摇过，关于家庭的一系列惯例制度和伦理价值取向也是代代相传，十分稳定。也正因为这是一种稳定的历史现象和文化心理现象，本文的模型构建及分析阐述才是有意义的。其次，本文第一部分提到的父母对孩子的“数量消费”和“质量消费”概念都借用自贝克尔的界定模式，既然是消费则必然存在支出，存在成本，所谓“数量消费”是指父母在预算硬约束之下生育多少个小孩的理性选择问题；而“质量消费”则主要指父母对孩子的人力资本投资如教育投资等选择问题。

本文的结构安排如下：第二部分是本文的核心，其中建立了标准的微观经济学模型，并详细分析了父母的生育决策；最后部分是简短的结论并讨论了本文分析的一些客观的不足。

二、数理模型

情况 1、先不区分男孩和女孩，混在一起讨论，则有如下经济学分析：

孩子出生前的支出与孩子的质量没有关系，只与孩子的数量有关系，比如母亲每次分娩的痛苦就与孩子的质量没有关系，假定母亲每次分娩的痛苦程度或者称为“精神支出”相同，

[7]反过来，社会演进本身的稳定性又强化了传统生育文化的存在感，人们的整个精神状态也已经在这环境氛围和文化空气的长期熏陶和浸润之下，从一种自在的必然状态转化成了一个自为的自由状态，家家如此、代代相传，而“这种被神圣化了的传统之所以不会被轻易抛弃，是因为乡土中国是一个变化极其缓慢的社会”（参见周晓虹：《传统与变迁：江浙农民的社会心理及其近代以来的嬗变》，三联书店，1998 年，第 57 页。），祖祖辈辈都“生于斯，长于斯，死于斯”，所以“变化的缓慢赋予了传统以有效性，乡民们完全可以凭借礼俗这种神圣化了的传统应付他们遇见的和他们的祖辈曾经遇见的没什么两样的生活问题”（参见周晓虹：《传统与变迁：江浙农民的社会心理及其近代以来的嬗变》，三联书店，1998 年，第 57 页。）。青木昌彦说：“制度是一种社会建构，在同一域还可能存在其他社会建构的情况下，它代表了参与人内生的、自我实施的行动决策规则的基本特征，因而治理着参与人在重复性博弈的策略互动。”（参见青木昌彦：《比较制度分析》，上海远东出版社，2001 年，第 187 页。） 农民与传统观念之间本身也有一个互动的过程，传统观念先是一种外生的约束性制度，后来慢慢就被接纳并且内化为一种 “习惯”，包括思维习惯与行为习惯，于是传统观念之地位得到加强即“特定的决策或选择系统一旦确立，它就倾向于自我维系”（参见青木昌彦：《比较制度分析》，上海远东出版社，2001 年，第 247 页。）“传统观念或多或少地被认同为正确的观念。事实上，传统观念的地位是不可动摇的。”（参见约翰 • 肯尼斯 • 加尔布雷思：《加尔布雷思文集》，上海财经大学出版社，2006 年，第 19 页。） 并且因为“传统观念的特点就是它的可接受性”（参见约翰 •肯尼斯 •加尔布雷思：《加尔布雷思文集》，上海财经大学出版社，2006 年，第 19 页。），所以农民对其已然“刻骨铭心”，进而建构了他们的性格，如诺思所言：“人们持有的信念决定了他们所做出的选择，然后，这些选择建构了人类行为的变化。”（参见道格拉斯 •诺思：《理解经济变迁的过程》，中国人民大学出版社，2007 年，第 22 页。） 那么当“传统观念”没有变化时，其生育选择也不会变化，最后农民的生育行为也就十分稳定，甚至可以说极具惰性。

那么这样的精神支出就只与孩子的数量有关即孩子的“数量消费”越多则“精神支出”就越多；孩子“数量消费”越少则相应的“精神支出”也就越少。计此成本支出为$p_n n$。

在孩子出生以后，把孩子养大，假定对每个孩子的“质量消费”水平都一样即孩子是同质的，计为q，并且此处将质量数量化，比如$q=5$就相当于消费 5 个“单位质量”后获得的质量消费量，那么q越大即孩子的质量消费水平越高，也即消费的孩子“单位质量”数目越多。若计每个“单位质量”不变价格为p_q，则在每个孩子身上的质量消费支出为$p_q q$，所以质量消费总支出为：$p_q qn$。此时理性父母所面对的最优化问题为：

$$\max U(n,q,x_1,\dots,x_m)$$

$s.t.$

$$p_n n + p_q qn + \sum_{i=1}^{m} p_i x_i = I.$$

$$\sum_{i=1}^{m} p_i x_i := p_y y.$$[8]

于是可得如下的拉格朗日函数：

$$\mathcal{L} \equiv \mathcal{L}(n,q,y,\lambda) := U(n,q,y) + \lambda\left(I - p_n n - p_q qn - p_y y\right)$$

以及相应的一阶条件：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n} - \lambda p_n - \lambda p_q q = 0 \Rightarrow MU_n = \lambda\left(p_n + p_q q\right) := \lambda \pi_n$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \frac{\partial U}{\partial q} - \lambda p_q n = 0 \Rightarrow MU_q = \lambda p_q n := \lambda \pi_q$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_y = 0 \Rightarrow MU_y = \lambda p_y := \lambda \pi_y$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_n n - p_q qn - p_y y = 0 \Rightarrow I = p_n n + p_q qn + p_y y$$

于是有边际替代率为：

$$MRS := \frac{MU_n}{MU_q} = \frac{p_n + p_q q}{p_q n}$$

进一步，由于，

$$\frac{\partial MRS}{\partial n} = \frac{1}{n}\frac{dq}{dn} - \frac{1}{n^2}\frac{p_n + p_q q}{p_q} = \frac{1}{n}\left(\frac{dq}{dn} - MRS\right) = -\frac{2}{n} MRS < 0$$

可得如下引理：

引理 1：在假定y不变的情况下，效用函数严格拟凹，即拉格朗日一阶条件既是效用最大化的必要条件也是充分条件，所以效用函数在线性约束下有唯一均衡点。

注意到其中π_n，π_q分别表示n, q的影子价格，于是有：

[8]将其他实物商品简化地看成希克斯复合商品。

引理 2：在此静态最优化问题中，可得控制变量之间的两两边际替代率为：$\sigma_{n,q} := \frac{MU_n}{MU_q} = \frac{p_n+p_q q}{p_q n} = \frac{\pi_n}{\pi_q}$，$\sigma_{n,y} := \frac{MU_n}{MU_y} = \frac{p_n+p_q q}{p_y} = \frac{\pi_n}{\pi_y}$，和$\sigma_{q,y} := \frac{MU_q}{MU_y} = \frac{p_q n}{p_y} = \frac{\pi_q}{\pi_y}$；并由均衡条件可得均衡需求函数分别为：$n^* := d_n(p_n, p_q, p_y, I)$，$q^* := d_q(p_n, p_q, p_y, I)$，和$y^* := d_y(p_n, p_q, p_y, I)$。

现将均衡需求代入一阶条件并分别在等式两边关于p_n求微：

$$D^2\mathcal{L}(\lambda^*, n^*, q^*, y^*)\left(\frac{\partial \lambda^*}{\partial p_n}, \frac{\partial n^*}{\partial p_n}, \frac{\partial q^*}{\partial p_n}, \frac{\partial y^*}{\partial p_n}\right)^T = (-n^*, -\lambda^*, 0,0)^T$$

于是根据克莱姆法则可得：

$$\frac{\partial n^*}{\partial p_n} := \frac{|A|}{|H|}$$

其中，$|H| < 0$，证明如下：在效用最大化的均衡点处使用泰勒展式有：

$$\begin{aligned} &U(n+\Delta n, q+\Delta q, y+\Delta y) \\ &\cong U(n,q,y) + (\Delta n U_1 + \Delta q U_2 + \Delta y U_3) \\ &+ \frac{1}{2!}[(\Delta n)^2 U_{11} + (\Delta q)^2 U_{22} + (\Delta y)^2 U_{33} + 2\Delta n \Delta q U_{12} + 2\Delta n \Delta y U_{13} \\ &+ 2\Delta q \Delta y U_{23}] \end{aligned}$$

$$\therefore U(n+\Delta n, q+\Delta q, y+\Delta y) \cong U(n,q,y) + (\Delta n, \Delta q, \Delta y)\begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta n \\ \Delta q \\ \Delta y \end{pmatrix}$$

于是根据引理 1 可得：

$$|H| := \begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{vmatrix} < 0$$

证毕。

又因为n, q, y是两两替代关系，即效用函数是一个严格凹曲面或者严格凸向原点的曲面[9]，而$I = p_n n + p_q qn + p_y y$为与之相切的一个分割超平面。于是，

$$U_{11} < 0, U_{22} < 0, U_{33} < 0, U_{12} = U_{21} > 0, U_{13} = U_{31} > 0, U_{23} = U_{32} > 0$$

所以可得如下引理：

引理 3：根据如上假设易得$|A| > 0$，故$\frac{\partial n^*}{\partial p_n} := \frac{|A|}{|H|} < 0$，同理可得$\frac{\partial q^*}{\partial p_q} < 0$，$\frac{\partial y^*}{\partial p_y} < 0$，也即自价格效应均为负，不存在"吉芬商品"，都为正常"消费品"。

由于显见的理由，n, q, y三者之间既不可能完全替代也不可能完全互补，所以可以使用一个具体的柯布—道格拉斯效用函数来研究一些细节。其中p_n, p_q, p_y, I都是外生给定的常数。

[9]如果效用函数不是一个严格拟凹的曲面，那么唯一确定的均衡点就不存在，现在可能存在的就是一个"均衡面"或者"均衡曲线"，当然两者都意味有无数多种选择，即没有本论所论证的有理论意义的唯一均衡点。

于是有如下的拉格朗日函数：

$$\mathcal{L} := n^{\alpha}q^{\beta}y^{\gamma} + \lambda\left(I - p_n n - p_q q n - p_y y\right)\ (\alpha+\beta+\gamma=1)$$

于是相应的一阶条件可写为：

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial n} = 0 \Rightarrow \alpha n^{\alpha-1}q^{\beta}y^{\gamma} = \lambda\left(p_n + p_q q\right)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q} = 0 \Rightarrow \beta n^{\alpha}q^{\beta-1}y^{\gamma} = \lambda p_q n$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y} = 0 \Rightarrow \gamma n^{\alpha}q^{\beta}y^{\gamma-1} = \lambda p_y$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow I = p_n n + p_q q n + p_y y$$

可由该组一阶条件得：

引理 4：各自的马歇尔需求函数可显示地写为$n^{*} = \frac{\alpha-\beta}{p_n(\alpha+\gamma)}I$，$q^{*} = \frac{p_n\beta}{p_q(\alpha-\beta)}$，和$y^{*} = \frac{\gamma}{p_y(\alpha+\gamma)}I$。所以，当$\alpha=\beta$时，$n^{*}=0, q^{*}=+\infty$；当$\alpha<\beta$时，$n^{*}<0, q^{*}<0$；当$\alpha>\beta$时，$n^{*}>0, q^{*}>0$。

很显然前两种情况都没有现实意义，只有第三种情况成立。如无特别说明，下面的分析基于假设$\alpha>\beta$，又因为有弹性系数：

$$e_{U,n} := \alpha, e_{U,q} := \beta$$

于是，

$$\alpha > \beta \Rightarrow e_{U,n} > e_{U,q}$$

命题 1：根据引理 4，在不计孩子个数必须为整数的情况下，以上结果说明消费增加同样的1%，n带来的效用增量更大。

在中国传统农村社会，不论男孩还是女孩接受正规教育的机会都十分渺茫，因为社会格局和经济基础决定了送孩子读书往往是达官贵人或者城市居民（如科举制度）才有能力办到的事，“朝为田舍男，暮登天子堂”毕竟是小概率事件，“穷人家的孩子早当家”，靠山吃山、靠水吃水，习以为常。所以可以十分确定q值水平很低，即父母在孩子教育投资上的支出几乎为零；而相反在孩子的数量方面则有格外不同的追求，这不仅与经济有关而且与中国历来的主流文化有紧密的联系。首先，在传统的农村社会休闲娱乐极度匮乏，生活十分艰辛且无比单调，恰如一西方学者所说[10]，对夫妻唯一解乏的娱乐活动就是交媾，加之避孕技术落后和避孕成本高昂，客观导致对孩子的“数量消费”很大，但对性的需求是人之本能和常情[11]。

[10]薄兹等：《社会与生育》，天津人民出版社，1991 年，第 97 页。
[11]英国著名性心理学家亨利·埃利斯在《性心理学》（潘光旦译）中写到：“性冲动是一些强烈的酵母作用所

其次，与儒家文化长期浸润有很大干系，父母有利己一面但更是利他主义的。仰对父母讲孝道，“不孝有三，无后为大”就是最权威的佐证，历来讲究多子多福和儿孙满堂，其实是一种最重要的精神诉求和最基本的伦理导向；俯还要怜惜自己的儿孙，用标准的经济学语言表述即：$U(U_0, U_1, \ldots, U_n; x)$表示某一对夫妻的效用函数，$x$表示衣食住行的消费需求， U_0表示自己父母甚至祖辈的效用函数，U_i则表示自己的每个子女的效用函数，则一般而言有：$\frac{\partial U}{\partial U_0} > 0, \frac{\partial U}{\partial U_i} > 0,\ i = 1, \ldots, n$。

另外，“多子”往往是有能力的象征，事关尊严和地位[12]。而且，“延续香火”的家族使命只是冰山一角；更加现实和迫切的是在劳动密集型生产的既定生产力水平之上，“多子”等价于“先进生产力水平”,这是对当时的社会环境尤其是自然环境之理性适应和均衡选择。

再通过各自的马歇尔需求可知：

$$\frac{\partial q^*}{\partial I} = 0$$

可得如下比较静态分析结论：

命题 2:给定上面具体的柯布—道格拉斯效用函数形式,可得收入约束对孩子的均衡“质量消费”数量并没有实质的影响。

在自给自足的小农经济之中，农民的绝大部分收入都来自于自己耕作收成[13]，因此可以认为收入绝对变化区间很小，由于对孩子的“质量消费”不涉及直接收入的支出，因为教育孩子的任务在家里由父母言传身教，故“质量消费”支出以机会成本形式体现，比如孩子在村里打架惹事，父母就要花时间教其做人的道理，这肯定就相对减少了花在生产上面的时间投入，因此它作为一种机会成本存在而与直接的货币支出或者实物支出没有关系。而收入对孩子的“数量消费”需求和其他实物商品需求都构成硬约束，因为孩子的数量增加必然就要有额外的衣服和粮食消费，至于其他商品的需求比如赶集买东西总是要有货币或者实物支出的，直接而非机会成本的形式。又

$$\frac{\partial q^*}{\partial p_n} = \frac{\beta}{p_q(\alpha - \beta)} > 0, \frac{\partial n^*}{\partial p_q} = 0$$

命题 3：上面比较静态分析结果说明“数量价格”对质量消费需求有正的影响即两种消费需求之间呈现一种替代的关系，而数量消费需求对“质量价格”变化则没有反应。

产生的一种动力…　并且可以说是一股无限量的力量。”(转引自李银河:《性爱十二讲》,天津人民出版社，2007 年，第 117 页和第 121 页)，古语也常讲“食色，性也!”。

[12]李银河：《生育与村落文化·一爷之孙》，北京：文化艺术出版社，2003 年，第 119 页。

[13]此时有$I := f(l, \epsilon)$，l表示耕作劳动付出，ϵ表示天气因素等对生产的外生冲击，比如服从概率分布函数$F(\epsilon)$，则有拉格朗日函数：$\mathcal{L} := EU(n, q, y, l) + \lambda\left(\int f(l, \epsilon) d\, F(\epsilon) - p_n n - p_q q n - p_y y\right)$。

为何？因为“质量价格”可以看成是一种机会成本，没有直接的约束力，而数量消费的价格则是可见的货币或者实物支出，比如发生天灾人祸，养活一个小孩且十分困难，则父母此时一般都理性地选择少生育，因为存活率极低，此时父母倾向于教育好比如一两个小孩，正所谓物以稀为贵，其实人又何尝例外。为了看清二者替代效应大小，下面给出父母的支出函数和斯卢茨基方程中的净替代效应。由间接效用函数，

$$V := \left[\frac{\alpha-\beta}{p_n(\alpha+\gamma)}I\right]^{\alpha}\left[\frac{p_n\beta}{p_q(\alpha-\beta)}\right]^{\beta}\left[\frac{\gamma}{p_y(\alpha+\gamma)}I\right]^{\gamma}$$

可得如下的支出函数：

$$E(p_n,p_q,p_y,V)=\frac{(\alpha-\beta)^{\frac{\beta-\alpha}{\alpha+\gamma}}(\alpha+\gamma)}{\beta^{\frac{\beta}{\alpha+\gamma}}\gamma^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}}p_n{}^{\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\gamma}}p_q{}^{\frac{\beta}{\alpha+\gamma}}p_y{}^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}V^{\frac{1}{\alpha+\gamma}}$$

于是有补偿需求：

$$n^c := \frac{\partial E}{\partial p_n}=\frac{(\alpha-\beta)^{\frac{\beta+\gamma}{\alpha+\gamma}}}{\beta^{\frac{\beta}{\alpha+\gamma}}\gamma^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}}p_n{}^{\frac{-\gamma-\beta}{\alpha+\gamma}}p_q{}^{\frac{\beta}{\alpha+\gamma}}p_y{}^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}V^{\frac{1}{\alpha+\gamma}}$$

和比较静态结果：

$$\frac{\partial n^c}{\partial p_q}=\frac{(\alpha-\beta)^{\frac{\beta+\gamma}{\alpha+\gamma}}\beta}{\beta^{\frac{\beta}{\alpha+\gamma}}\gamma^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}(\alpha+\gamma)}p_n{}^{\frac{-\gamma-\beta}{\alpha+\gamma}}p_q{}^{\frac{2\beta-1}{\alpha+\gamma}}p_y{}^{\frac{\gamma}{\alpha+\gamma}}V^{\frac{1}{\alpha+\gamma}}$$

例如，考虑下面的数值解：

$$\alpha=\frac{1}{2},\beta=\frac{1}{3},\gamma=\frac{1}{6}\Rightarrow\frac{\partial n^c}{\partial p_q}=\frac{3}{4}\sqrt[4]{3/2}\,p_n{}^{\frac{-3}{4}}p_q{}^{\frac{-1}{2}}p_y{}^{\frac{1}{4}}V^{\frac{3}{2}}$$

命题 4：补偿需求不同于前面的马歇尔需求，质量价格的变化对父母的“数量消费”需求有净替代效应，而替代效应的大小则取决于各自对效用的弹性取值。

又由收入约束$I=p_nn+p_qqn+p_yy$有：

$$(p_n+p_qq)n+p_qqn+p_yy=I+p_qqn := R$$

也即，

$$\pi_nn+\pi_qq+\pi_yy=R$$

其中π_n,π_q,π_y,R分别表示n,q,y的影子价格和由之构成的影子收入。由拉格朗日函数：

$$\mathcal{L} := n^{\alpha}q^{\beta}y^{\gamma}+\lambda(R-\pi_nn-\pi_qq-\pi_yy)\ (\alpha+\beta+\gamma=1)$$

有一阶条件：

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial n}=0\Rightarrow\alpha n^{\alpha-1}q^{\beta}y^{\gamma}=\lambda\pi_n$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}=0 \Rightarrow \beta n^{\alpha} q^{\beta-1} y^{\gamma}=\lambda \pi_q$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}=0 \Rightarrow \gamma n^{\alpha} q^{\beta} y^{\gamma-1}=\lambda \pi_y$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=0 \Rightarrow \pi_n n+\pi_q q+\pi_y y=R$$

于是可得马歇尔需求为：

$$n^*=\frac{\alpha R}{\pi_n}, q^*=\frac{\beta R}{\pi_q}, y^*=\frac{\gamma R}{\pi_y} \Rightarrow \frac{\partial n^*}{\partial \pi_n}<0, \frac{\partial q^*}{\partial \pi_q}<0, \frac{\partial y^*}{\partial \pi_y}<0$$

进一步，可得如下比较静态结果：

$$n^* \uparrow \Rightarrow \pi_q := p_q n^* \uparrow \Rightarrow q^* \downarrow$$

$$q^* \uparrow \Longrightarrow \pi_n := p_n + p_q q^* \uparrow \Rightarrow n^* \downarrow$$

命题 5：给定上面具体的柯布—道格拉斯效用函数形式，故可得马歇尔需求n^*和q^*呈负相关关系，到底程度如何则依赖于这些因子的具体取值情况。

因为，

$$\frac{\partial n^*}{\partial \pi_n}=-\frac{\alpha R}{\pi_n^2}, \frac{d\pi_n}{dq^*}=p_q$$

所以q^*增加一单位能使π_n增加几单位取决于p_q的外生初始赋值情况，而π_n增加一单位到底可以减少几单位n^*则又要看α, R和π_n初始赋值情况。当然也可以根据两两替代弹性即效用无差异曲面的曲率来分析，因为易知此时有：$\sigma_{n,q}=\sigma_{n,y}=\sigma_{y,q}=1$。不过这只是决定了不同程度而本身的负相关性质不变，而这样的性质才是本文论证所最关注的。在中国传统农村社会，q值处在“陷阱水平”，导致π_n很小，故n值就很大。综上，即使不考虑避孕成本，父母也倾向于选择“消费”更大的n来代替大部分的q，即只“消费”很少的q。其实在上面的模型中可以很好地解释，比如暂时假定y是一个外生给定的值，现在效用函数就处在二维坐标系中，在一个既定的I值下，假设效用曲线一个初始位置，现在的p_n不变而p_q对农民父母而言上升为一个很大的值，那么线性预算线就会发生剧烈转动，结果在新的均衡点有比初始均衡点更大的n和更小的q，仅仅考虑替代效应均衡q值也会减少，当然到底程度如何，则取决于二者的替代弹性大小。

上面假定孩子都能够顺利成活，但显见在中国传统农村社会，医疗和卫生水平极度低下，且靠天吃饭，因此婴儿的死亡率是比较高的，那么婴儿存活率理应以某种合适的方式进入父母的效用函数中。

假定婴儿存活率为ρ，代入上面的柯布—道格拉斯效用函数求解如下：

$$\mathcal{L} := (\rho n)^{\alpha} q^{\beta} y^{\gamma}+\lambda\left(I-p_n \rho n-p_q q \rho n-p_y y\right) \ (\alpha+\beta+\gamma=1)$$

相应的一阶条件可写为：

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial n}=0\Rightarrow\alpha\rho(\rho n)^{\alpha-1}q^{\beta}y^{\gamma}=\lambda(p_n\rho+p_q q\rho)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q}=0\Rightarrow\beta(\rho n)^{\alpha}q^{\beta-1}y^{\gamma}=\lambda p_q\rho n$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y}=0\Rightarrow\gamma(\rho n)^{\alpha}q^{\beta}y^{\gamma-1}=\lambda p_y$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\lambda}=0\Rightarrow I=p_n\rho n+p_q q\rho n+p_y y$$

于是有：

命题 6：此时的马歇尔需求为$n^*=\frac{\alpha-\beta}{p_n(\alpha+\gamma)\rho}I$，$q^*=\frac{p_n\beta}{p_q(\alpha-\beta)}$，因此存活率对质量消费需求没有影响，而与数量消费需求呈反向变化关系。

在传统农村社会父母选择多生的一个朴素的理由即前面生的孩子或者由于无法控制的疾病或者由于饥荒，死掉了很多。因此，如果父母根据经验或理性预期婴儿存活率很高，则“数量消费”需求就会减少。

情况 2、男孩和女孩给父母带来的效用其实是不一样的。假定不论男孩还是女孩，存活率都为100%，当然这仅仅是为了简化分析。

现在父母面对要不要生一个小孩或者让孩子出生的选择，假定父母的初始财富水平为W_0，把一个男婴抚养到成年的预期成本为δ_b，女婴则为δ_g，μ表示生男孩的主观概率，则父母的预期成本为：$\delta_b\mu+\delta_g(1-\mu)$。再假定生一个男孩的预期收益为$\omega_b$，女孩为$\omega_g$，且先验假定$\omega_b\gg\omega_g$，从“养儿防老”和“嫁出去的女儿就是泼出去的水”这些通俗说法中可以得到充分的印证，则预期收益为：$\omega_b\mu+\omega_g(1-\mu)$。此处假定父母为风险中性，因此理性的父母此时面对的最优化问题为：

$$\begin{cases}\max\int_0^{\infty}EU(\mu)dF(\mu)\\ s.t.\,\omega_b\mu+\omega_g(1-\mu)\geq\delta_b\mu+\delta_g(1-\mu)\\ EU(\mu):=U(\sum_0^{\infty}\theta^tW_t-\delta_b+\omega_b)\mu+U\left(\sum_0^{\infty}\theta^tW_t-\delta_g+\omega_g\right)(1-\mu)\end{cases}.$$

对不等式约束的“库恩—塔克条件”使用松弛变量法有拉格朗日函数：

$$\mathcal{L}:=\left[U(\sum_0^{\infty}\theta^tW_t-\delta_b+\omega_b)\mu+U\left(\sum_0^{\infty}\theta^tW_t-\delta_g+\omega_g\right)(1-\mu)\right]f(\mu)+\lambda\left[\omega_b\mu+\omega_g(1-\mu)-\delta_b\mu-\delta_g(1-\mu)-a^2\right].$$

和对应的一阶条件：

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial a}=-2\lambda a=0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=\omega_b\mu+\omega_g(1-\mu)-\delta_b\mu-\delta_g(1-\mu)-a^2=0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu}=\left[U\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_b+\omega_b\right)-U\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_g+\omega_g\right)\right]f(\mu)+\left[U\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_b+\omega_b\right)\mu+U\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_g+\omega_g\right)(1-\mu)\right]f'(\mu)+\lambda\left(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g\right)=0.$$

其中$f(\mu)$表示生男孩的概率μ的密度函数，而$\theta^t:=1/(1+\zeta)^t$为贴现函数，θ为时间偏好因子，ζ为时间的贴现率，假设效用函数具有特殊形式：

$$U(W):=\xi W^{14}，\ \xi>0$$

其中ξ为一常数，表示增加一单位财富随之而增加的效用数量。则上面的均衡条件为：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a}=-2\lambda a=0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=\omega_b\mu+\omega_g(1-\mu)-\delta_b\mu-\delta_g(1-\mu)-a^2=0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu}=\left[\xi\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_b+\omega_b\right)-\xi\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_g+\omega_g\right)\right]f(\mu)+\left[\xi\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_b+\omega_b\right)\mu+\xi\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_g+\omega_g\right)(1-\mu)\right]f'(\mu)+\lambda\left(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g\right)=0.$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu}=[\xi f(\mu)+\xi\mu f'(\mu)+\lambda]\left(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g\right)+\xi\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t-\delta_g+\omega_g\right)f'(\mu)=0.$$

在$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a}=0$中若$a\neq 0,\lambda=0$，则约束条件所允许的松弛程度对目标函数没有任何意义；此处不考虑两者都为零的情况，因为没有意义，所以可以认为：

$$a=0,\lambda\neq 0$$

则由$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}=\omega_b\mu+\omega_g(1-\mu)-\delta_b\mu-\delta_g(1-\mu)-a^2=0$得到：

$$\mu^*=\frac{\delta_g-\omega_g}{\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g}$$

若$\mu^*=1/2\Rightarrow \omega_b-\delta_b=\delta_g-\omega_g\Rightarrow \omega_b+\omega_g=\delta_b+\delta_g$，从纯粹数学概率角度认为生男孩和生女孩的概率各为50%没有半点问题，但是此处所指并非客观概率分布，乃是父母的主观概率分布，就有巨大区别，与父母的心理情状、知识水平以及精神信仰都密切相关，比如前面连续生了 4 个女儿，那么下一个是男孩的主观概率就一定远远超过50%，如果父母很虔诚地拜了送子观音并且抽到一枝上上签，那么父母对于生男孩的主观概率就一定很高甚至就是100%；中国历来讲究求神拜佛，上至满腹经纶的贵人，下到目不识丁的平民，概莫能外，其实说穿了就是对未来不确定性求一个心安理得，也算一种概率问题的解决之道，虽然不一定科学，但是却不可否认其广泛存在性。下面将$\mu^*,\lambda^*,a^*\equiv 0$代入拉格朗日函数中得到$\mathcal{L}^*$，

[14]风险中性（risk neutrality）偏好假定。

再利用包络定理分析男孩和女孩各自的预期收益或成本对最优化效用的影响方式和影响程度。如下：

$$\mathcal{L}^* := \xi\left\{\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t\right) + \left[\left(\omega_b - \omega_g - \delta_b + \delta_g\right)\mu^* + \omega_g - \delta_g\right]\right\} f(\mu^*) + \lambda^*\left[\left(\omega_b - \omega_g - \delta_b + \delta_g\right)\mu^* + \omega_g - \delta_g\right].$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}^*}{\partial \omega_b} = \xi\left[\mu^* + \left(\omega_b - \omega_g - \delta_b + \delta_g\right)\frac{\partial \mu^*}{\partial \omega_b}\right] f(\mu^*) + \xi\left\{\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t\right) + \left[\left(\omega_b - \omega_g - \delta_b + \delta_g\right)\mu^* + \omega_g - \delta_g\right]\right\} f'(\mu^*)\frac{\partial \mu^*}{\partial \omega_b} + \lambda^*\left[\mu^* + \left(\omega_b - \omega_g - \delta_b + \delta_g\right)\frac{\partial \mu^*}{\partial \omega_b}\right] = \xi\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t\right) f'(\mu^*)\frac{\partial \mu^*}{\partial \omega_b}.$$

假定随机变量为伯努利变量，则有：

$$\Pr(r.v. = 1) = \mu^* \Rightarrow f'(\mu^*)\frac{\partial \mu^*}{\partial \omega_b} = \frac{\omega_g - \delta_g}{\left(\omega_b - \omega_g - \delta_b + \delta_g\right)^2}$$

因此可得：

$$\frac{\partial U^*}{\partial \omega_b} = \frac{\partial \mathcal{L}^*}{\partial \omega_b} = \xi\left(\sum_0^\infty \theta^t W_t\right)\frac{\omega_g - \delta_g}{\left(\omega_b - \omega_g - \delta_b + \delta_g\right)^2}.$$

命题 7：若$\omega_g = \delta_g$，即女孩的预期收益等于预期成本的时候，$\frac{\partial U^*}{\partial \omega_b} = 0$，即男孩预期收益的变化对父母的最优化效用没有任何影响，先验的男孩的预期净收益为正，在此条件下求得父母均衡的最优化效用，则即使男孩的预期成本不变而预期收益增加，也不会使父母感觉更加幸福。因为当生女孩的预期收益等于预期成本时，生女孩和选择不生孩子的预期最优化效用是等价的，那么男孩的预期收益对父母最优化效用不构成任何影响；若$\omega_g > \delta_g$，即女孩的预期收益大于预期成本时，$\frac{\partial U^*}{\partial \omega_b} > 0$，男孩的预期收益同父母的最优化效用同方向变化，这似乎是女孩的预期正净收益对男孩的一种正外溢效应，如果生女孩，则父母的预期财富不是减少而是有净增加，虽然在父母心中的地位没有男孩高，但至少还是一支“绩优股”，那么此时父母就没有一点后顾之忧，而如果男孩的预期成本不变而预期收益增加即男孩的预期净收益增加，对于父母而言当然好比锦上添花；若$\omega_g < \delta_g$，即女孩的预期净收益为负，那么此时$\frac{\partial U^*}{\partial \omega_b} < 0$，即男孩的预期收益和父母最优化效用呈负相关关系，这又好像是女孩对男孩或父母的一种“诅咒”，产生了负外部性，因为此时父母面临不小的风险，在预期当中即使男孩的预期净收益增加了，但是也被女孩的预期净成本完全抵消掉了，进而预期最优化效用不是增加而是减少，说明父母此时理性地从纯经济角度考虑就讨厌生女孩，进而也说明了当时的社会氛围或者时代文化背景对女孩的先验偏见十分强烈。

下面是对女孩的类似分析：

$$\frac{\partial\mathcal{L}^*}{\partial\omega_g}=\xi\left[-\mu^*+\left(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g\right)\frac{\partial\mu^*}{\partial\omega_g}+1\right]f(\mu^*)+\xi\{(\textstyle\sum_0^\infty\theta^tW_t)+[(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g)\mu^*+\omega_g-\delta_g]\}f'(\mu^*)\frac{\partial\mu^*}{\partial\omega_g}+\lambda^*\left[-\mu^*+\left(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g\right)\frac{\partial\mu^*}{\partial\omega_g}+1\right]=\xi(\textstyle\sum_0^\infty\theta^tW_t)f'(\mu^*)\frac{\partial\mu^*}{\partial\omega_g}.$$

假定随机变量为伯努利变量，则有：

$$\Pr(r.v.=1)=\mu^*\Rightarrow f'(\mu^*)\frac{\partial\mu^*}{\partial\omega_g}=\frac{\delta_b-\omega_b}{\left(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g\right)^2}$$

因此可得：

$$\frac{\partial U^*}{\partial\omega_g}=\frac{\partial\mathcal{L}^*}{\partial\omega_g}=\xi(\textstyle\sum_0^\infty\theta^tW_t)\frac{\delta_b-\omega_b}{(\omega_b-\omega_g-\delta_b+\delta_g)^2}.$$

于是有下面的命题：

命题 8：若$\delta_b=\omega_b$，即男孩的预期收益等于预期成本的时候，有$\frac{\partial U^*}{\partial\omega_g}=0$，此时女孩预期收益的变化对父母的最优化效用没有任何影响，但这样的可能性太小，因为可以先验地认为$\delta_b<\omega_b$，而非$\delta_b\geqq\omega_b$对应的情况，于是唯一的结论是$\frac{\partial U^*}{\partial\omega_g}<0$，即当男孩的预期净收益为正值时，女孩的预期收益增加反而使得父母的预期最优化效用变小。

对此命题有两种可能的解释：一是女孩的预期收益增加必然要使女孩的预期成本以更大的数量增加，而且一并抵消掉了男孩的预期净收益，代价可谓高昂；另一种可能是女孩的预期成本并没有变化，而是因为父母预感到的一种“后悔情绪”（regret emotion），比如古诗所描绘的“反是生女好，生女尤得嫁比邻，生男埋没随白草”，虽父母先验地甚至顽固地偏好男孩，但战争属于男性，儿子往往要充军，生死难料，此时父母对女孩的预期收益就大大增加了，一种预期中的极度后悔情绪使得父母的预期最优化效用大打折扣。

三、结论

结合上面的数理模型分析，本文得到如下结论：

1、在中国传统农村社会，父母的生育选择本身是一种理性选择，生育选择对于父母而言就是一项经济活动，之所以会选择更多的“数量消费”而不是“质量消费”，[15] 不仅仅与父母自身的偏好有关，而且与当时客观的经济水平和社会结构有重大关联。

[15]这里的分析也在很大程度上解释了传统生育制度自身自发制度变迁之困难性。因此需要外在的典章化的制度实存（即计划生育制度）来诱导和促进传统生育制度的变迁，这本质上也是家族理性对国家（或民族）理性的妥协和让步。当然，二者之间的长期动态关系将会比较复杂，比如计划生育制度本身也会带来性别比例严重失衡、婚姻市场非均衡以及人口结构老龄化和劳动市场非均衡等复杂的社会经济问题。我们将这些更复杂的动态博弈均衡分析留到将来的研究中。

2、关于在中国历史上乃至今天依旧存在的重男轻女思想，笔者不否认儒家文化的重要影响，但是思想本身不是悬浮存在的，尤其是社会中长期存在的主流思想必须建立在相适应的经济基础之上才可能被人民广泛接纳。所以，在第二个数学模型中，本文详细论证了父母在偏好男孩上的消费选择也是父母做出的理性选择，就相当于一种“质量消费”选择。

3、虽然本文的模型构建有理论支撑和经验依据，但由于缺乏全面的权威的数据，本文并没有进行计量建模和实证分析。所以，笔者认为，在本文的数学模型基础上结合大量数据建立计量模型和做出实证分析将会是很好的补充和发展。

4、最后，值得特别注意的是，尽管本文采用经典经济学的范式来剖析传统农村父母的生育选择，但是我们是在给定的传统文化和社会心理背景之下展开经济学分析的，因此显见父母作为经济人的生育选择不仅仅关涉理性选择，同时也在一定程度上包容了社会习俗和情感心智等方面的考量。基于此，本文的均衡生育选择建立在一个更加全面的“均衡”概念之上，而非仅仅“理性均衡”（rational equilibrium）。这也在某种程度上体现了对弗兰克·奈特给予的深刻教诲[16]的充分尊重。

参考文献

[1]薄兹等：《社会与生育》，天津人民出版社，1991。

[2]道格拉斯·诺思：《理解经济变迁的过程》，中国人民大学出版社，2007。

[3]丹尼斯•豪斯曼：《经济学的哲学》，上海人民出版社，2007。

[4]加里•斯坦利•贝克尔：《人类行为的经济分析》，上海人民出版社，1992。

[5]加里•斯坦利•贝克尔：《家庭论》，商务印书馆，2005。

[6]李银河：《生育与村落文化•一爷之孙》，文化艺术出版社，2003。

[7]李银河：《性爱十二讲》，天津人民出版社，2007。

[8]马克•布劳格：《现代百名经济学家》，经济科学出版社，1989。

[9]齐梅曼：《适度人口经济理论》，北京大学出版社，1996。

[10]青木昌彦：《比较制度分析》，上海远东出版社，2001。

[11]约翰·肯尼斯·加尔布雷思：《加尔布雷思文集》，上海财经大学出版社，2006。

[12]周晓虹：《传统与变迁：江浙农民的社会心理及其近代以来的嬗变》，三联书店，1998。

[16]“如果不考虑人类活动中的努力、意外以及重要的——谬误（这些在自然科学研究中通常不加考虑），就几乎不可能提出什么关于人的真实问题。”（参见丹尼斯·豪斯曼：《经济学的哲学》，上海人民出版社，2007年，第107页。）