MPRA
Munich Personal RePEc Archive

Estimating the VaR (Value-at-Risk) of portfolios via GARCH family models and via Monte Carlo Simulation

Lúcio Godeiro, Lucas

Federal Rural University of Semi-Arid

21 June 2012

Online at https://mpra.ub.uni-muenchen.de/45146/
MPRA Paper No. 45146, posted 17 Mar 2013 15:12 UTC

Estimando o VaR (*Value-at-Risk)* de carteiras via modelos da família GARCH e via Simulação de Monte Carlo

Lucas Lúcio Godeiro (PUC-SP)

Resumo

O objetivo deste trabalho é calcular o VaR de carteiras por meio dos modelos da família GARCH com erros normais e *t-student* e via Simulação de Monte Carlo. Foram utilizadas três carteiras compostas por ações preferenciais de cinco empresas do Ibovespa. Os resultados indicam que a distribuição *t* ajusta-se melhor aos dados, pois a taxa de violação do VaR calculado com a distribuição *t* foi menor do que a taxa de violação do VaR estimado com a distribuição normal.

Palavras Chave: VaR; GARCH; Simulação de Monte Carlo.

Classificação JEL: G17, C53.

Estimating the VaR (*Value-at-Risk)* of portfolios via GARCH family models and via Monte Carlo Simulation

Abstract

The objective this work is to calculate the VaR of portfolios via GARCH family models with normal and *t-student* distribution and via Monte Carlo Simulation. It was used three portfolios composite with preferential stocks of five companies of the Ibovespa. The results show that the *t* distribution adjusts better to data, because the violation ratio of the VaR calculated with *t* distribution is less violation ratio estimated with normal distribution.

Keywords: VaR; GARCH; Monte Carlo Simulation.

JEL Classification: G17, C53.

1 Introdução

A gestão de risco vem passando por várias transformações nas últimas décadas. A desregulamentação financeira com o fim do sistema de Bretton Woods proporcionou uma diversidade maior de aplicações financeiras, bem como uma maior possibilidade tanto de ganhar como de perder muito dinheiro. Por isso, o problema dos agentes consiste em minimizar risco obtendo o maior retorno possível. A medida de risco mais utilizada pelo mercado é o VaR (*Value-at-Risk)* devido a mesma ser simples é representar um número em dinheiro. O VaR surge após grandes perdas que os investidores tiveram no início da década de 90. O VaR também é uma das medidas de risco usada pelos acordos de Basiléia para regular o sistema bancário.

O VaR é a maior perda provável caso o pior cenário aconteça. O VaR é calculado por diversos métodos, tanto paramétricos, não paramétricos ou semiparamétricos. O VaR também pode ser obtido pela simulação histórica dos retornos, ou pela simulação de Monte Carlo.

A literatura sobre o VaR é bastante extensa e tem alguns trabalhos importantes como os de Jorion (2007), Chela, Abrahão e Kamogawa (2011), Gaglianone, Lima e Linton (2008), Manganelli e Engle (2001), Glasserman, Heidelberger e Shahabuddin (2000), Taylor (2005) entre outros. Os trabalhos acima abordam o VaR de diversas formas, como o CAViaR de Manganelli e Engle (2001) e o backtesting VQR de Gaglianone, Lima e Linton (2008).

Bezerra (2001) que estima o VaR de ações de Petrobras com simulação de Monte Carlo e compara as estimativas com as de modelos paramétricos. O autor encontra evidências empíricas de que a estimativa do VaR pela simulação de Monte Carlo supera a dos métodos paramétricos. Ainda segundo Bezerra (2001) o método de simulação de Monte Carlo é ainda melhor devido a sua capacidade de capturar os efeitos da não linearidade dos ativos financeiros.

O presente artigo propõe calcular o VaR de porfolios por meio dos modelos da família GARCH com erros normais e *t-student* e via simulação de Monte Carlo para assim, verificar se a distribuição *t* ajusta-se melhor aos dados empíricos. O trabalho também realizará backtests com o intuito de saber se os modelos desempenham bem mesmo para a amostra usada, que contém períodos de alta volatilidade como a crise de 2008. Além desta introdução e da conclusão o trabalho tem mais três sessões. A segundo sessão revisa a literatura sobre o

VaR e a terceira traz os métodos. A quarta apresenta e discute os resultados obtidos pela pesquisa.

2 Revisão da Literatura

Chela, Abrahão e Kamogawa (2011) estimam o VaR de três carteiras por meio dos modelos GARCH DCC e CCC, O-GARCH e EWMA. Os autores reduzem as dimensões das carteiras compostas por taxa de juros, taxas de câmbio, índices de ações e ativos de alta volatilidade como os CDS, por exemplo, com a metodologia denominada componentes principais. Como critérios de avaliação os pesquisadores utilizaram o teste de Kupiec, a pior perda relativa e o VaR médio. O primeiro mede a eficiência da proteção, o segundo a proteção no pior cenário e o terceiro o custo da proteção. A conclusão do paper é que os melhores modelos pelo critério da ponderação entre controle de risco na frequência e na pior perda e custo de VaR médio foram o VaR tradicional por EWMA e o VaR O-GARCH.

De acordo com Jorion (2007) Mr. Till Guldimann do J. P. Morgan foi quem criou o termo “Value-at-Risk” no final da década de 80. Todavia, os modelos VaR começaram a ser desenvolvidos no início dos anos 90 em resposta as crises financeiras desse período.

Gaglianone, Lima e Linton (2008) calculam o VaR por meio da regressão quantílica , com o objetivo de verificar o aumento de exposição a risco nos ativos. Os autores fazem simulação de Monte Carlo para mostrar que o modelo desenvolvido tem uma maior potência do que outros modelos de backtesting.

Ainda de acordo com os autores acima o VaR é uma medida estatística que resume em um simples número a pior perda em um horizonte de tempo dado intervalo de confiança e também é a principal medida de risco utilizada pelo mercado. No entanto, um dos problemas de pesquisa é como calcular da melhor forma um modelo VaR. O teste VQR (*VaR Quantile Regression)* demonstrado no paper encontra evidências de que o VaR subestima o risco em alguns períodos. Para comprovar a eficácia do teste VQR, os pesquisadores fizeram simulação de Monte Carlo e compararam os resultados com de outros testes. O VaR é estimado com o Riskmetrics e com o modelo GARCH (1,1) com erros normais. Em alguns experimentos de Monte Carlo os testes de Kupiec (1995) e Christoffersen (1998) obtém um melhor desempenho que o VQR.

A aplicação empírica feita com dados do S&P 500 por Gaglianone, Lima e Linton (2008) mostra que o GARCH(1,1) é uma boa estimativa do VaR de acordo com os backtestings efetuados, apesar da assunção de normalidade. O modelo RiskMetrics VaR(99%) não teve um bom ajuste para os dados de acordo com o teste VQR.

Cordeiro (2009) aplica a metodologia de cópulas para calcular o VaR do mercado pois, segundo o autor a função de cópulas oferece uma maior flexibilidade para agregação de riscos quando comparada com abordagens tradicionais de mensuração de risco. Na pesquisa citada é demonstrada as várias formas de se calcular o VaR, entre eles o de simulação de Monte Carlo e os modelos da família GARCH. Cordeiro (2009) calcula o VaR usando cópulas, simulação histórica e o método delta-normal. Em seguida é efetuado o Backtesting a fim de verificar se o VaR calculado com as cópulas tem uma melhor performance. As carteiras na qual foram estimados o VaR são compostas pelo índice Ibovespa e pela taxa de câmbio ptax. Os resultados encontrados mostram que para o VaR a 99% o melhor modelo foi o de Cópulas de Frank e para o VaR a 95% o delta normal obteve um melhor desempenho. Nas suas conclusões Cordeiro (2009) diz que a principal crítica a utilização do método delta normal é a incapacidade do mesmo em caracterizar as caudas pesadas dos dados financeiros.

Araújo (2009) demonstra que uma carteira de fundos multimercado brasileiros otimizada é mais eficiente quando a medida de risco utilizada é o *Conditional Value-at-Risk (CVaR).* O portfolio de fundos de investimento multimercado é otimizado via fronteira eficiente de Markowitz (1952). Segundo o autor o CVaR mede a perda esperada condicionada às perdas que excederem ou forem iguais ao VaR. Umas das constatações da pesquisa é que carteira de fundos selecionada pelo método CVaR gera uma maior proteção ao investidor. No entanto, uma das carências do trabalho é não realizar o Backtesting a fim de verificar a eficiência dos modelos VaR e CVaR.

O paper de Manganelli e Engle (2001) resolve o VaR por vários métodos, entre eles os modelos GARCH e Simulação de Monte Carlo. Há duas contribuições originais no trabalho à época: introdução da teoria dos valores extremos no Valor em risco autoregressivo condicional (CAViaR) e a segunda é a estimação do Expected Shortfall com uma regressão simples. Os pesquisadores reforçam que os Modelos GARCH e Riskmetrics subestimam o VaR quando é assumida a distribuição normal no erros. No entanto, a vantagem citada pelos autores do GARCH e do EWMA em relação aos modelos não paramétricos e semiparamétricos é a ausência de má especificação nos mesmos. O desempenho dos modelos

foi avaliado por meio da Simulação de Monte Carlo. As conclusões da pesquisa mostram que o CAViaR produz as melhores estimativas para as caudas pesadas dos dados financeiros.

Taylor (2005) estima o risco de índices de ações e de ações individuais por meio do CAViaR. Uma das conclusões de Taylor (2005) é que o CAViaR assimétrico performa melhor que os modelos GARCH estimados com a distribuição t. Também é defendia a tese de uma melhora da modelagem da cauda da distribuição com a utilização do CAViaR.

Glasserman, Heidelberger e Shahabuddin (2000) descrevem, analisam e avaliam um algoritmo que estima a probabilidade de perda em um portfolio usando simulação de Monte Carlo. Segundo os autores acima a simulação de Monte Carlo podem ter um custo computacional enorme, principalmente quando se tem um número grande de ativos no portfolio ou um número alto de simulação de trajetórias. Para diminuir o número de simulações os autores usam o método de redução da variância e assim, resolver o problema do alto custo computacional.

Jorion (2002) destaca a importância do VaR na comparação entre o perfil de risco dos diversos bancos. O paper estima a relação entre a VaR divulgado pelos bancos e suas receitas. Essa relação é importante, pois mostra quanto o banco precisa se expor ao risco para aumentar suas receitas. A constatação da pesquisa é que bancos com baixa exposição apresentam baixo Valor em risco e pouca volatilidade em suas receitas.

3 Métodos

3.1 Dados

A amostra pesquisada é composta pelo preço das ações preferencias da Petrobras, Vale, Bradesco, Eletrobrás e Pão de Açúcar entre o período de 01 de janeiro de 2000 e 14 de maio de 2012. Em seguido foram obtidos os retornos compostos de todos esses ativos. O passo seguinte foi agrupar esses ativos em três carteiras de ações . O percentual alocado em cada ativo foi escolhido conforme otimização descrito nos resultados.

3.2 Value-at-Risk (VaR)

O VaR é definido segundo Daníelsson (2011) como:

$$p = pr[Q \leq -VaR(p)]$$
$$p = \int_{-\infty}^{-VaR(p)} f_q(x)\,dx \tag{1}$$

Onde Q é definido como as perdas ou lucros do agente e p a probabilidade do VaR. Com isso, o VaR pode ser calculado facilmente assumindo-se normalidade ou não por meio da fórmula:

$$VaR(p) = -\sigma\gamma(p)\vartheta \tag{2}$$

ϑ representa o valor do portfolio e $\gamma(p)$ é a inversa da distribuição escolhida.

3.3 Modelos da família GARCH

Seja y_t o retorno do ativo ou porfolio sem estrutura na média, a equação para a volatilidade condicional é dada por:

$$\sigma_t^2 = \varpi + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{3}$$

Essa equação define o modelo GARCH desenvolvido por Bollerslev (1986). Com o objetivo de modelar a assimetria dos dados financeiros, Nelson (1991) cria o modelo EGARCH e Glosten, Jaganathan e Runkle (1993) desenvolvem o TGARCH. O EGARCH é dada pela equação:

$$\ln \sigma_t^2 = \varpi + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \left[\left(\frac{|y_{t-i}^2|}{\sigma_{t-i}} - E\frac{|y_{t-i}^2|}{\sigma_{t-i}} \right) \right] + \sum_{i=1}^{q} \theta_i \frac{y_{t-i}^2}{\sigma_{t-i}} \tag{4}$$

O modelo capta basicamente se, o choque negativo causa um maior impacto na volatilidade do que o choque positivo. Caso a parâmetro θ_i seja zero, não existe assimetria nos choques.

O TGARCH é definido pela equação:

$$\sigma_t^2 = \varpi + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{q} \gamma_i I[y_{t-i} < 0] y_{t-i}^2 \tag{5}$$

A assimetria nos choque é captada por meio da dummie que representa 1 quando o retorno é negativo. Quando o parâmetro gamma é positivo é porque o modelo é assimétrico e choque negativos influem mais na volatilidade que choques positivos.

3.4 Simulação de Monte Carlo

A simulação será feita seguindo Huynh, Lai e Soumaré (2008) e o processo gerador dos dados para cada ação é dado por:

$$
\begin{aligned}
\frac{dpetr4(t)}{petr4(t)} &= \mu_{petr4}dt + \sigma_{petr4}\sqrt{dt}dZ_1(t) \\
\frac{dvale5(t)}{vale5(t)} &= \mu_{vale5}dt + \sigma_{vale5}\sqrt{dt}dZ_2(t) \\
\frac{dbbdc4(t)}{bbdc4(t)} &= \mu_{bbdc4}dt + \sigma_{bbdc4}\sqrt{dt}dZ_3(t) \\
\frac{delet6(t)}{elet6(t)} &= \mu_{elet6}dt + \sigma_{elet6}\sqrt{dt}dZ_4(t) \\
\frac{dpcar4(t)}{pcar4(t)} &= \mu_{pcar4}dt + \sigma_{pcar4}\sqrt{dt}dZ_5(t)
\end{aligned}
\tag{6}
$$

As variáveis Z serão geradas pelo método de Cholesky utilizando a correlação entre as ações obtidas por meio das estatísticas descritivas.

4 Resultados

Parte-se de uma carteira de cinco ativos com pesos iguais para todos os ativos sem a permissão de venda à descoberto, ou seja, um peso de 20% para cada ação. Esta carteira representa a carteira 1. Em seguida o portfolio será otimizado pelo método da fronteira eficiente de Markowitz (1952). A carteira ótima com permissão de vendas a descoberto será a carteira 2. Por fim, a carteira ótima com a restrição de que são proibidas vendas a descoberto será a carteira 3. Cabe ressaltar que todas as carteiras apresentaram um menor desvio padrão do que os ativos individuais pesquisados. O valor da posição será de R$100000,00. Destaca-se ainda que todas as carteiras apresentaram menor risco do que a ação de menos arriscada, que é a ação preferencial da Eletrobrás, que tem um VaR de R$ 5127,50 quando calculado seguindo a normal. A carteira mais arriscada tem um VaR de 4888,90. Todas as carteiras tiveram retornos médios diários maiores que o retorno do Ibovespa, que foi de 0.04%. A tabela 1 traz as estatísticas descritivas das três carteiras.

A etapa seguinte foi efetuar o cálculo do VaR(*Value at Risk)* a 1% das carteiras utilizando os dados históricos, a distribuição normal e a distribuição *t-student* respectivamente. A distribuição *t* controla as caudas pesadas apresentadas pelos dados

financeiros. Espera-se que a otimização de carteiras diminua o risco do portfolio, ou seja, as carteiras 2 e 3 sejam menos arriscadas que a carteira 1.No entanto não foi o que ocorreu na carteira 2, que é mais rentável e mais arriscada que a carteira 1, indicando algumas falhas na otimização por meio da fronteira eficiente.

A carteira 2, que permite efetuar-se vendas à descoberto apresenta um retorno de 271.88%, maior que o retorno da carteira 1 que é de 176.10%. No entanto o valor em risco da carteira 2 é maior que o da carteira 1 em todas as simulações. A carteira indica que se deve vender a descoberto a ação preferencial da Eletrobrás com um peso de 18,56%. Os resultados encontrados estão de acordo com a teoria, mostrando que um aumento no retorno gera um prêmio de risco para os investidores. Fazendo um exercício numérico com as carteiras 1 e 2 e tomando como base o VaR estimado por meio dos retornos históricos, cada aumento de 1% no retorno proporciona um aumento de R$9.57 no valor em risco da carteira.

A carteira 3, otimizada sem permissão de vendas a descoberto, mostra que o investimento deve ser feito apenas nas ações da Vale, do Bradesco e do Pão de Açúcar. A carteira também é mais rentável e arriscada que a 1. A tabela 2 mostra os percentuais a serem investidos em cada ativo e a tabela 3 apresenta o cálculo do valor em risco efetuado para as três carteiras. O *trade off* risco retorno entre as carteiras 1 e 3 é de R$7,81, denotando um aumento no valor em risco nesse montante para cada aumento de 1% no retorno, como mostra a figura 2. O aumento de R$1 no VaR da carteira 2 proporciona um aumento no retorno de 0.10%, enquanto na carteira 3 esse aumento é de 0.12%. Por isso conclui-se que o prêmio de risco da carteira 3 é maior que o da carteira 2.

O passo seguinte é verificar se a otimização de carteiras consegue diminuir o VaR *time-varying*, já que o VaR estimado por meio da simulação histórica e pelas distribuições normal e *t* não foram menores nas carteiras otimizadas. Por isso serão estimados modelos GARCH, EGARCH e GJR para as três carteiras e utilizadas as variâncias condicionais para serem calculados os valores em risco. O objetivo é verificar se o valor em risco médio das carteiras 2 e 3 é menor que o da carteira 1. Para se estimar o GARCH é preciso verificar se não há estrutura na média. O teste Q, que segue na tabela 1 mostra que não há estrutura na média em nenhuma das três carteiras a 5%. Por isso será utilizada a própria série sem estrutura na estimação dos modelos.

Foram estimados nove modelos da família GARCH com distribuição normal para cada carteira. Os parâmetros estimados seguem na tabela 5. Em seguida foi calculado o VaR para cada carteira evoluindo no tempo e retirado a média, como mostra a tabela 4. Para o cálculo do VaR utilizou-se a previsão um passo a frente da variância condicional estimada por cada modelo. O período em que os portfolios tiveram maior VaR foi na crise de 2008. No entanto, a análise das figuras 3,4 e 5 mostra que a carteira 1 apresentou o menor risco nesse período. O VaR a 1% da mesma não chegou a R$ 15000,00, enquanto nas outras carteiras esse indicador chega próximo de R$ 20000,00. Os sinais dos parâmetros de assimetria estimados pelos modelos EGARCH e GJR estão de acordo com a teoria, denotando que há um aumento na volatilidade quando o retorno é negativo. Outro pico de alta volatilidade identificada pelos modelos é em 2011, reflexo da crise da zona do euro. As carteiras que apresentaram um VaR médio próximo de R$4000,00, nesse intervalo atingem valores próximos a R$ 10000,00.

O VaR a 1% dos três portfolios foi calculado admitindo-se que os dados seguem a distribuição *t-student*, com o objetivo de replicar o fato estilizado de caudas pesadas. Observa-se um aumento no VaR de todas as carteiras, denotando que a distribuição t cumpre o papel de modelar os valores extremos da cauda dos retornos das carteiras. Analisando as figuras 6,7 e 8 dos Valores em risco das carteiras no tempo, constata-se que houve períodos durante a crise de 2008 em que a perda esperada dos agentes para uma posição de R$ 100.000,00 passa de R$ 20.000,00. Esse valor corresponde a mais de três vezes dos Valores em risco médio observados, que foi de R$6682,00.

As Tabelas 8 e 9 trazem a previsão um passo a frente para o VaR com horizonte de um dia. Nota-se que os modelos que captam assimetria, como o EGARCH e o GJR preveem um maior risco para todos os portfolios, tanto na distribuição normal quanto na t. Isso acontece porque os mesmos captam a aversão a risco dos agentes, indicando uma maior volatilidade quando o retorno é negativo. Os valores estimados pelos modelos com a distribuição t foram maiores que os valores estimados pela distribuição normal, o que corrobora a tese de que a t replica melhor os fatos estilizados dos dados financeiros e calcula um valor mais confiável para o risco.

O VaR dos portfolios foram estimados por meio da Simulação de Monte Carlo. Variáveis normais multivariadas foram geradas pelo método de decomposição de Cholesky da matriz de correlação. Os preços do dia 14 de maio de 2012 foram usados como valores iniciais. Os resultados obtidos estão na Tabela 10. Constata-se que os valores obtidos pela

simulação de Monte Carlo estão mais próximos dos valores calculados pela distribuição *t* do que os calculados pela distribuição normal, o que fortalece a tese de que a *t* ajusta-se melhor aos dados. Observa-se também que à medida que se aumenta o número de trajetórias o valor em risco diário de todas as carteiras diminui. Para a simulação feita com o horizonte de um ano, admite-se 250 *trading days*. Os valores calculados são bastante elevados, mostrando que há probabilidade de se perder até 70% da posição em um ano. No entanto, como o desvio padrão dos ativos faz parte do processo gerador dos dados, essa estimativa alta justifica-se pela amostra estar entre períodos de alta volatilidade, como as crises de 2008, e 2011.

Na sequencia da pesquisa foi efetuado o Backtest para todos os portfolios. Seguindo Danielsson (2011) um modelo é considerado impreciso se a taxa de violação do VaR é menor que 0.5 ou maior que 1.5. Quando a taxa de violação é igual a 1, o VaR está dentro do nível de significância escolhido. Os resultados dos testes de Bernoulli de cobertura e de independência das violações de Christoffersen (1998) seguem na tabela 12. Verifica-se que houve para o GARCH, um número de violações no VaR maior que o nível de significância de 1%, dado que rejeita-se a nula do teste de Bernoulli para todas as carteiras . Quando utilizada a distribuição t na estimação do GARCH, há uma melhora no índice de violação e se aceita a nula do teste de Bernoulli a 1% em todos os porfolios. O teste de independência indica aceitação da nula na maioria das simulações nos três portfolios, denotando que uma violação no VaR hoje não indica violação no dia seguinte. Os resultados encontrados não estão em linha com os de Gaglianone, Lima e Linton (2008), pois para as carteiras pesquisadas houve um número de violações no VaR acima do esperado. Um fato que pode justificar a assimetria entre os resultados é que o trabalho dos autores citados acima utiliza uma amostra pré crise de 2008.

A melhora nas estimativas quando o VaR é estimado com a distribuição *t* enfatiza a tese de Cordeiro (2009) de incapacidade da distribuição normal em replicar as caudas pesadas dos dados empíricos. Diferentemente de Glasserman, Heidelberger e Shahabuddin (2000) não foi preciso utilizar a técnica de redução da variância para diminuir o esforço computacional, pois as simulações do portfolio foram feitas com 5 ações apenas.

5 Conclusão

A pesquisa propôs calcular o VaR via modelos GARCH e via simulação de Monte Carlo. Uma das constatações é que o VaR calculado pelos modelos GARCH com erros t são

uma melhor medida de risco do que os calculados com a normal. Isso porque a distribuição t replica as caudas pesadas dos dados financeiros. Essa conclusão é comprovada porque os valores obtidos com simulação de Monte Carlo são mais próximos dos valores calculados com a distribuição *t.* Outro indício de melhor ajuste da distribuição t é obtido pelo backtest, dado que o número de violações do VaR com a t é menor do que com a normal.

Com relação as carteiras usadas, todas obtiveram um retorno médio maior que o Ibovespa e também um menor risco do que o ativo individual menos arriscado. As carteiras mais arriscadas também são as mais rentáveis. Os valores em risco estimados no tempo apresentam momentos em que a possibilidade de perda chegou próximo de 1/5 da posição em alguns períodos de alta volatilidade, como a crise de 2008. Portanto, a pesquisa cumpre o objetivo proposto e tem como principal contribuição a análise comparativa entre o VaR estimado por simulação de Monte Carlo e pelos modelos da família GARCH para dados de empresas negociadas na Bovespa.

Referências

[1] Araújo, L.M.B., 2009. Composição de fundo de fundos Multimercado – Otimização de carteira pelo método de média – CVaR. Dissertação de Mestrado. FGV. São Paulo-SP.

[2] Bezerra, F. O., 2001. *Avaliação da Estimativa do Risco de Mercado pela Metodologia Value at Risk (VaR) com Simulação de Monte Carlo.* Dissertação de Mestrado em Administração, Recife.

[3] Bollerslev, T., 1986. Generalized Autoregressive conditional heteroskedasticity. *J. Econometrics 31* 307-327.

[4] Chela, J.L., Abrahão, J.C., Kamogawa, L.F.O., 2011. Modelos Ortogonais para Estimativa Multivariada de VaR (*Value at Risk)* para risco de mercado: Um estudo de caso comparativo. *Revista de Economia do Mackenzie* 9 p.70-93.

[5] Cordeiro, F.N.B., 2009. *Aplicação da teoria de Cópulas para o cálculo do Value at Risk.* Dissertação de Mestrado. FGV. São Paulo-SP.

[6] Christoffersen, P. F. Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, v. 39, p. 841-862, 1998.

[7] Daníelsson, D., 2011. *Financial risk forecasting*, Wiley Finance.

[8] Glasserman, P., Heidelberger, P., Shahabuddin, P., Variance Reduction Techniques for Estimating Value-at-Risk. *Management Science*, Vol. 46, No. 10 (Oct., 2000), pp. 1349-1364.

[9] Gaglianone, W.P.,Lima,L.R. e Linton,O., 2008. Evaluating Value-at-Risk Models via Quantile Regressions. Working Paper Series 161. *Banco Central do Brasil*.

[10] Glosten, L.R., Jaganathan, R., Runkle, D. On the relation between the expected value and the volatility of the normal excess return on stocks. *Journal of Finance, 48,* p.1779-1801, 1993.

[11] Huynh, H. T., Lai, V. S., Soumare, I., 2008. *Stochastic Simulation and Applications in Finance with MATLAB Programs*, Wiley Finance.

[12] Jorion, P., 2007. Value-at-Risk: The new benchmark for managing financial risk. McGraw Hill 3rd edition.
[14] Jorion, P., 2002. How Informative Are Value-at-Risk Disclosures? *The Accouting Review* 77 911-931
[15] Kupiec, P., 1995. Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *Journal of Derivatives 3*, 73-84.
[16] Manganelli, S., Engle, R., 2001. Value-at-Risk Models in Finance. Working Paper 75. *European Central Bank.*
[17] Markowitz, H. *Portfolio selection*. Journal of Finance, junho, pp. 77 – 91, 1952.
[18] Nelson, D. B. 1991. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica* 59 347-370.
[19] Taylor, J.W., 2005. Generating Volatility Forecasts from Value at Risk Estimates. *Management Science*, Vol. 51, No. 5 (May, 2005), pp. 712-725

Anexo 1: Tabelas

Tabela1: Estatísticas Descritivas

Carteira	Média	Desvio Padrão	Min	Max	Assimetria	Curtose	AC (One lag) returns	AC (One lag) of squared returns	p-valor Q1(1)	p-valor Q2(1)
1	0.0006	0.0171	-0.1045	0.1245	-0.0736	7.1890	0.0330	0.1878	0.0615	0
2	0.0008	0.0210	-0.1452	0.1637	0.0353	8.0076	0.0340	0.1363	0.054	0
3	0.0008	0.0197	-0.1385	0.1459	-0.0367	7.8613	0.0267	0.13	0.1305	0

Fonte: Elaboração própria

Tabela 2: Percentuais aplicados em cada ativo

Ativo/Carteira	1	2	3
PETR4	20.00%	1.09%	0.00%
VALE5	20.00%	68.08%	68.22%
BBDC4	20.00%	46.94%	30.84%
ELET6	20.00%	-18.56%	0.00%
PCAR4	20.00%	2.45%	0.94%

Fonte: Elaboração própria

Tabela 3: VaR das carteiras

Carteira	VaR Histórico (R$)	VaR Normal (R$)	VaR t-student (R$)
1	4489.30	3981.10	4512.30
2	5406.50	4888.90	5661.00
3	5063.00	4590.70	5348.70

Fonte: Elaboração própria

Tabela 4: VaR Médio distribuição Normal

Carteira	GARCH			EGARCH			TGARCH		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	3766.40	3768.90	3766.90	3742.30	3739.30	3736.60	3740.20	3741.20	3739.40
2	4577.70	4585.20	4585.50	4551.20	4551.00	4528.60	4555.30	4543.50	4542.90
3	4303.90	4304.00	4310.70	4277.50	4361.10	4287.70	4284.80	4265.50	4274.60

Fonte: Elaboração própria

Tabela 5: VaR Médio distribuição t

Carteira	GARCH			EGARCH			TGARCH		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	5657.70	5654.40	5652.00	5618.90	5614.10	5613.50	5614.40	5630.20	5635.30
2	7397.10	7403.90	7405.80	7347.50	7347.00	7387.20	7351.70	7351.30	7349.90
3	7058.80	7084.60	7079.10	7009.50	7009.60	7041.70	7019.00	7041.70	7056.60

Fonte: Elaboração própria

Tabela 6: Parâmetros estimados dos modelos GARCH com erros Normais

Carteira	$\omega\times10^4$	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	θ_1	θ_2
1	0.080	0.069		0.900					
	(0.010)	(0.006)		(0.009)					
	0.0090	0.041	0.033	0.891					
	(0.0012)	(0.016)	(0.017)	(0.011)					
	0.130	0.037	0.071	0.324	0.517				
	(0.026)	(0.015)	(0.015)	(0.285)	(0.263)				

	-0.256	0.119		0.968				-0.070	
	(0.035)	(0.012)		(0.004)				(0.007)	
	-0.233	0.036	0.081	0.971				-0.161	0.090
	(0.034)	(0.034)	(0.036)	(0.034)				(0.023)	(0.022)
	-0.035	0.081	-0.054	1.691	-0.696			-0.174	0.161
	(0.013)	(0.021)	(0.022)	(0.072)	(0.070)			(0.019)	(0.017)
	0.099	0.002		0.904		0.112			
	(0.010)	(0.007)		(0.009)		(0.012)			
	0.100	0.000	0.012	0.897		0.117	-0.012		
	(0.001)	(0.001)	(0.023)	(0.011)		(0.036)	(0.034)		
	0.175	0.000	0.016	0.139	0.684	0.097	0.089		
	(0.038)	(0.001)	(0.016)	(0.324)	(0.296)	(0.024)	(0.036)		
2	0.120	0.082		0.887					
	(0.017)	(0.007)		(0.010)					
	0.111	0.076	0.012	0.896					
	(0.016)	(0.016)	(0.007)	(0.009)					
	0.013	0.085	0.068	0.000	0.789				
	(0.011)	(0.012)	(0.031)	(0.313)	(0.279)				
	-0.299	0.166		0.961				-0.081	
	(0.039)	(0.014)		(0.005)				(0.008)	
	-0.209	0.161	-0.017	0.972				-0.149	0.085
	(0.032)	(0.004)	(0.032)	(0.032)				(0.022)	(0.022)
	0.078	0.197	-0.177	1.741	-0.743			-0.149	0.144
	(0.030)	(0.025)	(0.024)	(0.053)	(0.052)			(0.016)	(0.017)
	0.165	0.025		0.876		0.122			
	(0.021)	(0.007)		(0.012)		(0.013)			
	0.168	0.001	0.028	0.868		0.151	-0.028		
	(0.033)	(0.017)	(0.017)	(0.013)		(0.030)	(0.030)		
	0.168	0.002	0.028	0.818	0.046	0.155	-0.028		
	(0.103)	(0.017)	(0.021)	(0.619)	(0.541)	(0.030)	(0.084)		
3	0.100	0.079		0.892					
	(0.012)	(0.007)		(0.009)					
	0.100	0.079	0.000	0.892					
	(0.015)	(0.017)	(0.017)	(0.010)					
	0.174	0.071	0.067	0.032	0.779				
	(0.055)	(0.012)	(0.036)	(0.547)	(0.492)				
	-0.302	0.164		0.961				-0.080	
	(0.039)	(0.013)		(0.004)				(0.007)	
	-0.255	0.137	0.017	0.967				-0.143	0.072
	(0.036)	(0.031)	(0.032)	(0.004)				(0.022)	(0.021)
	-0.012	0.180	-0.164	1.778	-0.780			-0.149	0.145
	(0.005)	(0.022)	(0.021)	(0.042)	(0.042)			(0.016)	(0.015)
	0.139	0.025		0.878		0.119			
	(0.016)	(0.006)		(0.011)		(0.013)			
	0.159	0.000	0.036	0.857		0.156	-0.036		
	(0.002)	(0.019)	(0.019)	(0.014)		(0.032)	(0.032)		

0.148	0.000	0.030	0.866	0.000	0.155	-0.030	
(0.085)	(0.019)	(0.023)	(0.565)	(0.493)	(0.032)	(0.078)	

Fonte: Elaboração própria. Erro Padrão entre parêntese.

Tabela 7: Parâmetros estimados dos modelos GARCH com erros t-student

Carteira	$\omega\times10^4$	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	θ_1	θ_2
1	0.080	0.069		0.900					
	(0.010)	(0.006)		(0.009)					
	0.094	0.045	0.0311	0.888					
	(0.013)	(0.016)	(0.017)	(0.011)					
	0.140	0.041	0.074	0.245	0.585				
	(0.027)	(0.015)	(0.014)	(0.260)	(0.239)				
	-0.256	0.119		0.968				-0.075	
	(0.035)	(0.012)		(0.004)				(0.007)	
	-0.232	0.036	0.082	0.971				-0.163	0.094
	(0.034)	(0.034)	(0.035)	(0.004)				(0.023)	(0.022)
	-0.036	0.080	-0.051	1.680	-0.685			-0.173	0.161
	(0.014)	(0.021)	(0.022)	(0.074)	(0.073)			(0.019)	(0.017)
	0.099	0.002		0.902		0.109			
	(0.010)	(0.007)		(0.009)		(0.012)			
	0.084	0.000	0.015	0.899		0.119	-0.015		
	(0.018)	(0.030)	(0.029)	(0.015)		(0.044)	(0.043)		
	0.088	0.001	0.015	0.850	0.044	0.125	-0.015		
	(0.139)	(0.030)	(0.034)	(1.619)	(1.458)	(0.044)	(0.181)		
2	0.122	0.082		0.887					
	(0.017)	(0.007)		(0.010)					
	0.106	0.081	0.000	0.893					
	(0.027)	(0.023)	(0.025)	(0.016)					
	0.122	0.102	0.000	0.505	0.362				
	(0.070)	(0.026)	(0.064)	(0.622)	(0.557)				
	-0.296	0.167		0.961				-0.077	
	(0.039)	(0.014)		(0.005)				(0.008)	
	-0.201	0.163	-0.020	0.974				-0.148	0.089
	(0.031)	(0.032)	(0.031)	(0.004)				(0.022)	(0.022)
	-0.568	0.191	0.163	-0.015	0.943			-0.078	-0.087
	(0.111)	(0.024)	(0.026)	(0.026)	(0.025)			(0.014)	(0.014)
	0.160	0.028		0.874		0.115			
	(0.020)	(0.007)		(0.012)		(0.013)			
	0.155	0.017	0.017	0.868				0.135	-0.017
	(0.033)	(0.024)	(0.025)	(0.018)				(0.042)	(0.043)
	0.205	0.003	0.034	0.577	0.259			0.153	-0.007
	(0.085)	(0.019)	(0.018)	(0.517)	(0.453)			(0.030)	(0.074)
3	0.100	0.079		0.892					
	(0.012)	(0.007)		(0.009)					

0.074	0.078	0.011	0.901					
(0.023)	(0.025)	(0.026)	(0.014)					
0.088	0.094	0.013	0.638	0.244				
(0.079)	(0.027)	(0.091)	(1.011)	(0.912)				
-0.297	0.163		0.962				-0.075	
(0.039)	(0.013)		(0.004)				(0.007)	
-0.240	0.139	0.011	0.969				-0.143	0.079
(0.034)	(0.031)	(0.032)	(0.004)				(0.022)	(0.021)
-0.012	0.180	-0.164	1.781	-0.783			-0.145	0.141
(0.005)	(0.021)	(0.021)	(0.042)	(0.041)			(0.016)	(0.015)
0.137	0.027		0.877		0.113			
(0.016)	(0.007)		(0.011)		(0.013)			
0.124	0.005	0.028	0.873		0.146	-0.028		
(0.026)	(0.024)	(0.024)	(0.017)		(0.043)	(0.044)		
0.123	0.004	0.025	0.826	0.045	0.155	-0.025		
(0.118)	(0.023)	(0.033)	(0.975)	(0.859)	(0.044)	(0.133)		

Fonte: Elaboração própria. Erro Padrão entre parêntese.

Tabela8:Previsão um passo a frente VaR distribuição normal

Carteira	GARCH			EGARCH			TGARCH		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	3255.10	3188.60	3181.90	3961.20	3977.80	4052.90	3750.90	3708.20	3664.90
2	3685.50	3685.40	3694.50	4329.20	4262.30	4294.60	4153.90	4155.80	4151.80
3	3599.80	3599.90	3597.40	4231.10	4195.10	4234.80	4119.30	4142.10	4139.80

Fonte: Elaboração própria

Tabela 9:Previsão um passo a frente VaR distribuição t

Carteira	GARCH			EGARCH			TGARCH		
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(1,1)	(1,2)	(2,2)
1	4833.80	4782.70	4764.70	5967.40	6009.60	6088.70	5615.60	5559.70	5578.40
2	5909.00	5909.50	5893.10	7020.30	6862.70	6974.60	6713.70	6710.80	6727.30
3	5828.30	5828.00	5822.40	7004.10	6823.00	6993.80	6763.50	6786.80	6778.50

Fonte: Elaboração própria

Tabela 10: VaR Portfolio Simulação de Monte Carlo

Portfolio	1		2		3	
N	Diário	Anual	Diário	Anual	Diário	Anual
100	6503.00	64433.00	7281.70	73306.00	6424.70	71049.00
1000	5847.50	57131.00	7253.30	76696.00	6366.80	66328.00
10000	5481.20	56544.00	7108.50	75897.00	6588.60	65609.00
100000	5653.60	55781.00	6929.60	76398.00	6437.20	66154.00
1000000	5617.20	55963.00	6911.80	76677.00	6494.60	65936.00
10000000	5626.60	55929.00	6917.10	76570.00	6487.90	65856.00

Fonte: Elaboração própria

Tabela 11: Backtesting Portfolios

Carteira	1		2		3	
Método	VR	Volatilidade VaR	VR	Volatilidade VaR	VR	Volatilidade VaR
EWMA	1.50	0.0162	1.68	0.0209	1.81	0.0196
MA	1.95	0.0050	2.04	0.0103	1.95	0.0092
HS	1.04	0.0094	1.36	0.0174	1.40	0.0154
GARCH	1.59	0.0125	1.59	0.0179	1.59	0.0165
GARCH t	1.54	0.0130	1.45	0.0184	1.54	0.0174

Fonte: Elabobração própria

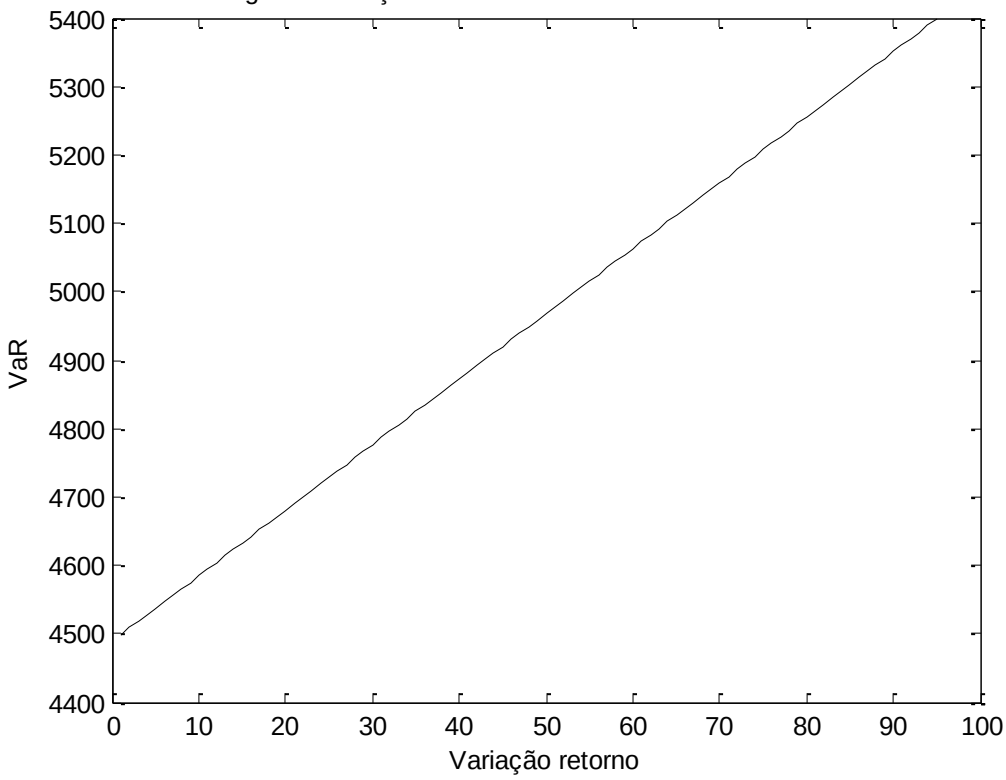
Tabela 12:Coverage test and independence test

Carteira	1				2				3			
Teste	Coverage test		Independence test		Coverage test		Independence test		Coverage test		Independence test	
Método	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
EWMA	4.82	0.02	0.41	0.52	8.57	0.00	2.02	0.15	11.98	0.00	1.58	0.20
MA	15.84	0.00	6.65	0.00	18.65	0.00	9.55	0.00	15.84	0.00	3.54	0.05
HS	0.05	0.83	1.38	0.23	2.64	0.10	0.63	0.42	3.30	0.06	0.55	0.45
GARCH	6.58	0.01	0.30	0.58	6.58	0.01	1.13	0.28	6.58	0.01	1.13	0.28
GARCH t	5.66	0.02	0.35	0.55	4.02	0.04	0.94	0.33	5.66	0.02	1.06	0.30

Fonte: Elabobração própria

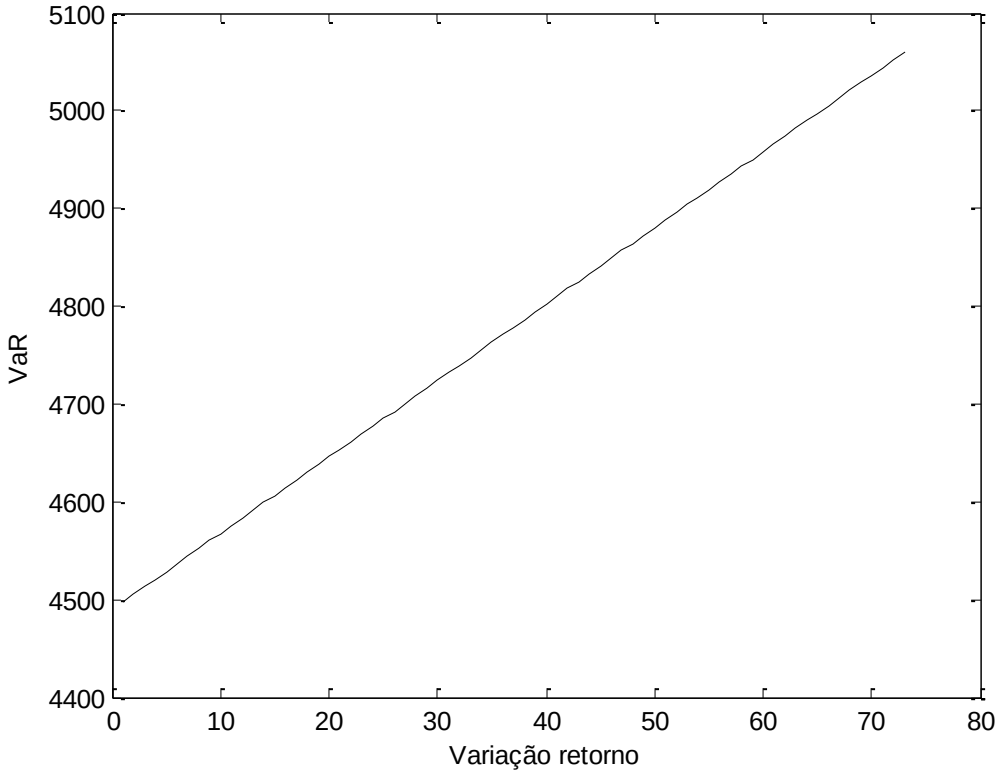
Anexo 2: Figuras

Figura 1:Relação Risco Retorno entre as carteiras 1 e 2



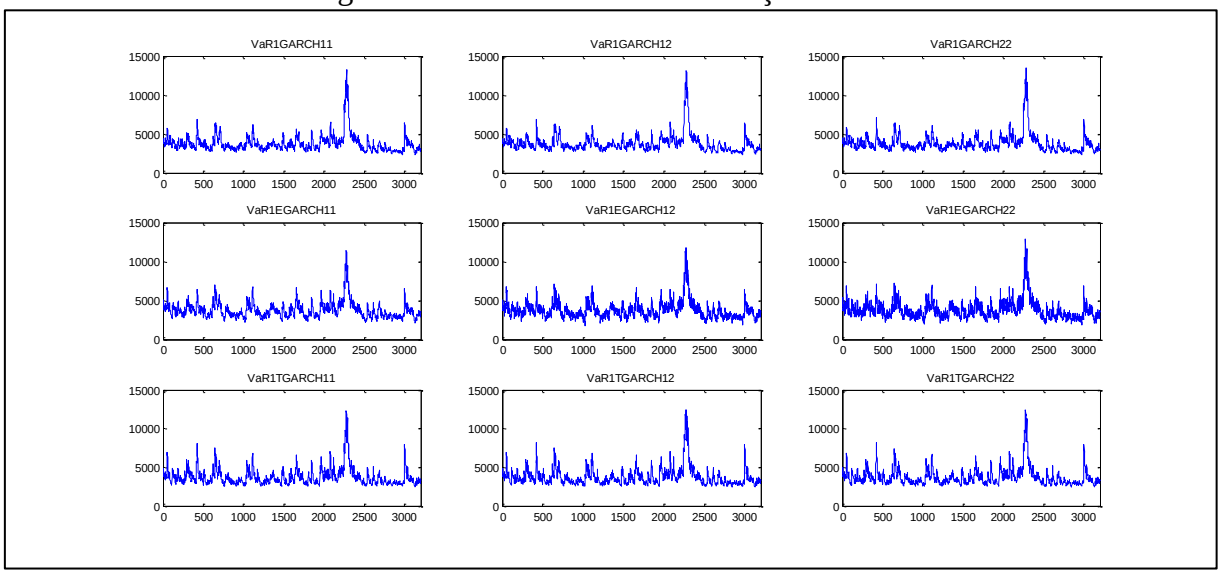
Fonte: Elaboração própria

Figura 2:Relação Risco Retorno entre as carteiras 1 e 3



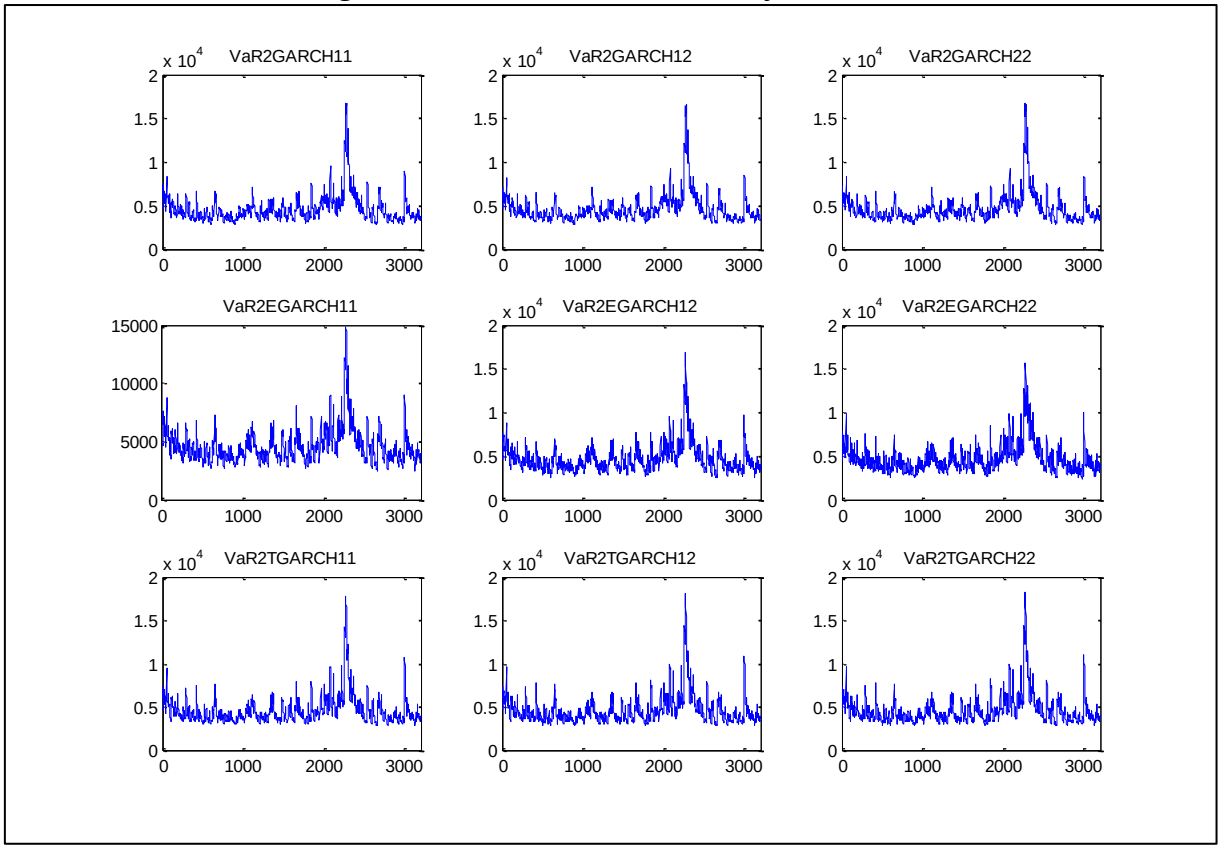
Fonte: Elaboração própria

Figura 3: VaR Carteira 1 distribuição normal



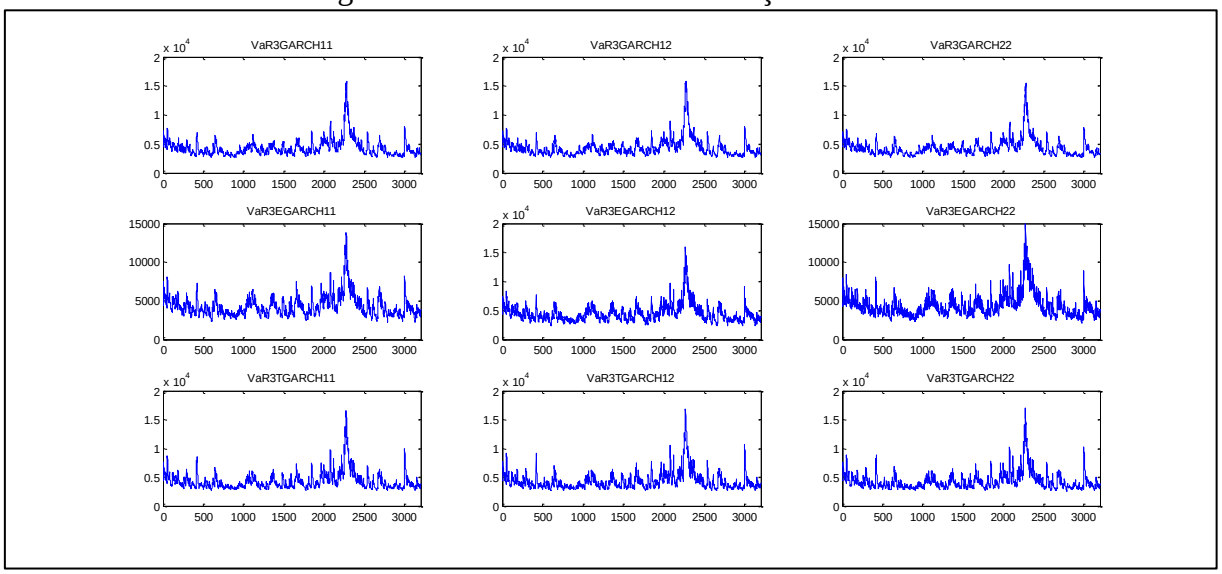
Fonte: Elaboração própria

Figura 4: VaR Carteira 2 distribuição normal



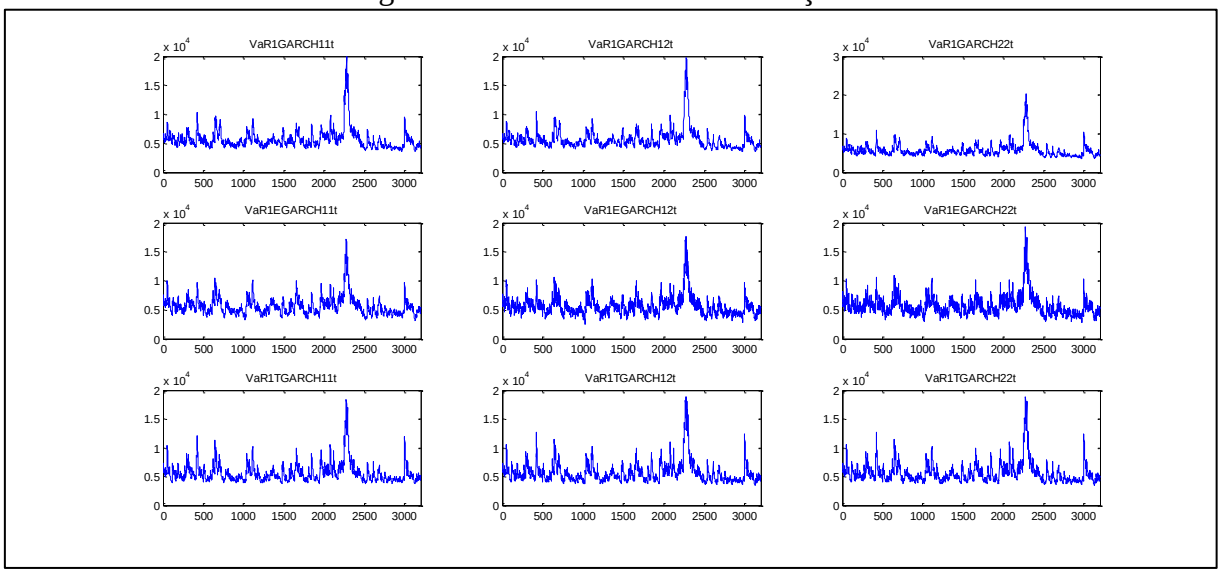
Fonte: Elaboração própria

Figura 5: VaR Carteira 3 distribuição normal



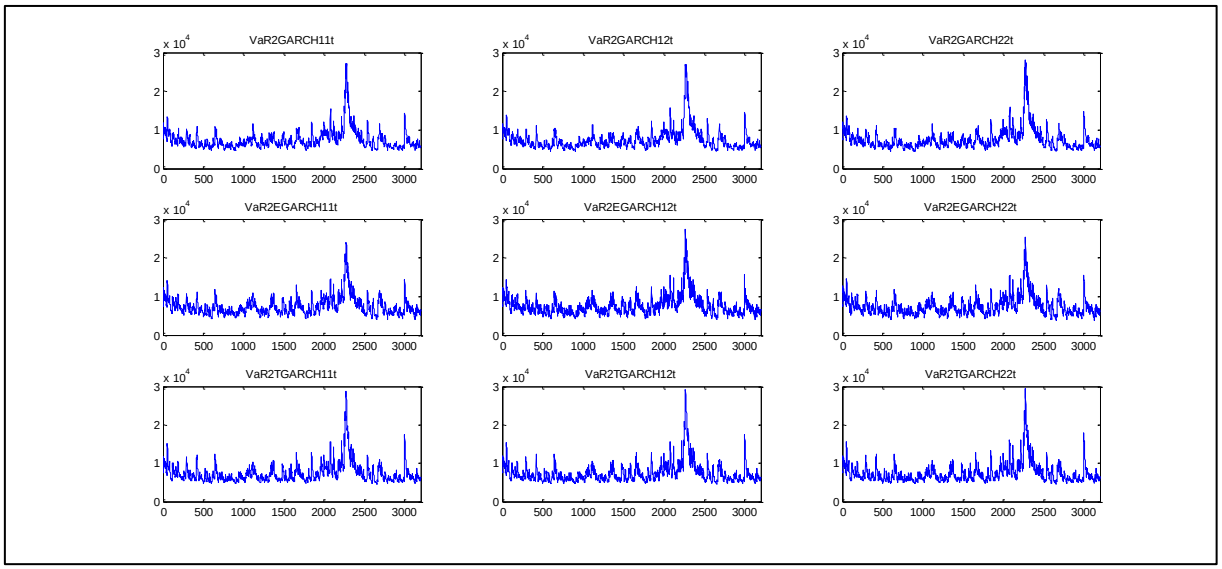
Fonte: Elaboração Própria

Figura 6: VaR Carteira 1 distribuição t



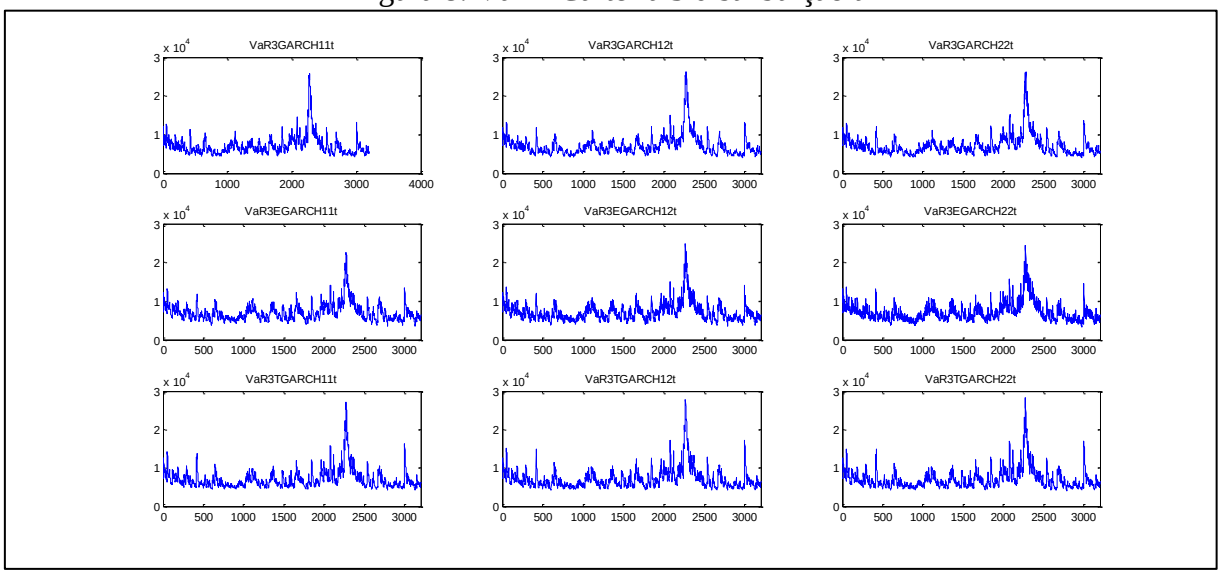
Fonte: Elaboração Própria

Figura 7: VaR Carteira 2 distribuição t



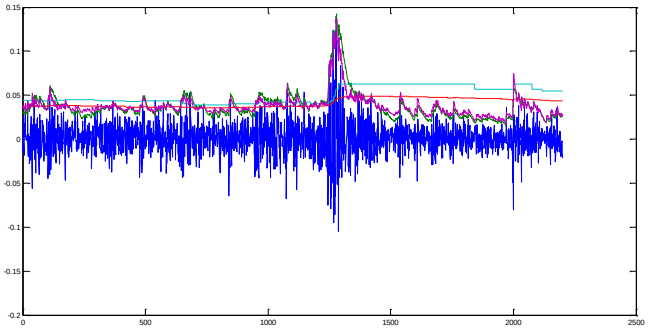
Fonte: Elaboração Própria

Figura 8: VaR Carteira 3 distribuição t



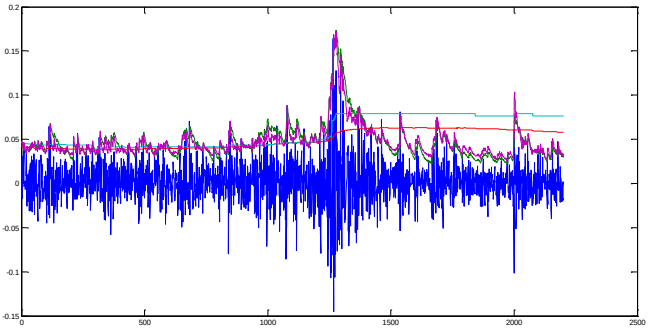
Fonte: Elaboração Própria

Figura 9: Backtesting Carteira 1



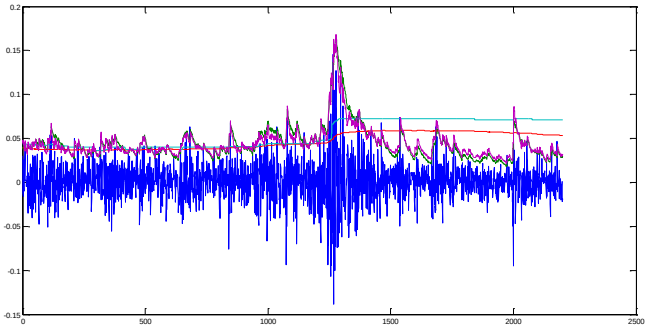
Fonte: Elaboração própria

Figura 10: Backtesting Portfolio 2



Fonte: Elaboração própria

Figura 11: Backtesting Portfolio 3



Fonte: Elaboração própria