CRI RMI - New Approach to Default Probability Calculation

Bławat, Bogusław

September 2012

Bogusław Bławat

CRI RMI - NOWY MODEL OCENY RYZYKA WYSTAPIENIA TRUDNOŚCI FINANSOWYCH FIRM

Wstęp

Istnieje wiele uznanych metod prognozowania trudności finansowych lub upadłości firm. Główna linia podziału przebiega pomiędzy metodami bazującymi na analizie fundamentalnej opartej o szereg wskaźników księgowych, finansowych i operacyjnych interpretowanych metodami eksperckimi, a metodami statystycznymi estymującymi parametry danego modelu prawdopodobieństwa trudności finansowych lub upadłości spółki w oparciu o serie danych historycznych zawierających zarówno wskaźniki finansowo-księgowe jak i dane makroekonomiczne i inne zmienne istotne dla modelu. Sposób drugi wymaga wprawdzie większego nakładu teoretycznego i obliczeniowego w fazie projektowania, łatwiejszy jest jednak w użyciu pozwalając często na zautomatyzowany pomiar i prognozę zdarzeń przyszłych. Począwszy od pierwszych prac Edwarda I. Altmana do współczesnych Jin-Chuan Duana obserwować można ewolucję metod stosowanych do oceny prawdopodobieństwa wystąpienia trudności finansowych firm. Ten biorący się z sektora finansowego punkt widzenia wyraża, najczęściej w formie kategorii ratingowych, prawdopodobieństwo danego zdarzenia na macierzy operującej w obrębie danego horyzontu czasowego. Dokładność predykcji w odniesieniu do zdarzeń odleglejszych na osi czasu decyduje o sile danego modelu, stąd pojawienie się implementacji modelu o horyzoncie predykcyjnym od 1-24 miesięcy wydaje mi się istotnym wydarzeniem dla rynków finansowych.

Autor przebywając w czerwcu 2012 roku na Narodowym Uniwersytecie w Singapurze[1] miał okazję do zapoznania się z pracą Instytutu Zarządzania Ryzykiem[2] i jego inicjatywą budowy systemu oceny ryzyka kredytowego[3]. Kierowany przez prof. Jin-Chuan Duana Instytut, wychodząc od modeli z procesem Poissona, rozwinął własną metodologię prognozy trudności finansowych spółek. Co warte jest podkreślenia, aktualne dane i prognozy Instytutu dostępne są nieodpłatnie i obejmują już ponad 62,000 spółek giełdowych pochodzących z 37 gospodarek. Baza ta jest nieustannie poszerzana z zamiarem objęcia swoim zasięgiem całego globu. Pojawienie się możliwości niezależnego źródła oceny prawdopodobieństwa upadku spółek z głównych indeksów Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych jak i całości polskiej gospodarki wydaje się istotną zachętą do dokładniejszego poznania zasad teoretycznych i praktycznej implementacji tego modelu.

Praca składa się z dwóch części, w których po omówieniu podstawowych modeli prognozowania trudności finansowych przedstawiona zostanie budowa teoretyczna, sposób kalibracji oraz rodzaj danych wejściowych modelu CRI RMI.

1. Podstawowe modele metod prognozowania trudności finansowych firm

1.1. Model Altmana

Edward Altman[4] uważany jest za pierwszego uczonego, który starał się połączyć przyszłą niewypłacalność firm z kilkoma współczynnikami księgowymi użytymi w formie równania liniowego. Mając zbiór firm które upadły w danym okresie czasu i zbiór firm które *przeżyły* w tym okresie starał się on estymować współczynniki, które nadałyby określone wagi dobranym przez niego parametrom księgowym. Jego model zwany Z-score przedstawić można w sposób ogólny jako:

$$Z = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_m X_m$$

gdzie m to liczba kryteriów księgowych użytych jako zmienne dyskryminujące $X_1, X_2, \dots, X_m$ zaś $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ szukanymi parametrami modelu. Estymacja modelu odbywała się za pomocą wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej[5], która dobrze nadaje się do sytuacji, w których zmienna zależna reprezentuje dane jakościowe, czyli w naszym przypadku cechy typu *bankrutujący* lub *niebankrutujacy*. Aby omówić tę metodę zastosowaną do Z-score niech w postaci uogólnionej:

$$Z_{kj} = \beta_0 + \beta_1 X_{1kj} + \beta_2 X_{2kj} + \cdots + \beta_m X_{mkj}$$

gdzie Z_{kj} to funkcja dyskryminująca firmy j z grupy k, X_{ikj} to wartość $i - tego$ współczynnika księgowego dla firmy j z grupy k, zaś N_k to liczba firm w grupie k. W przypadku tego konkretnego modelu są tylko dwie grupy firm: te które zbankrutowały oraz te które jeszcze nie zbankrutowały. Altman do estymacji parametrów $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ użył kryterium maksymalizacji współczynnika $\lambda = S_B / S_W$, gdzie S_B to suma kwadratów wariacji pomiędzy grupami, zaś S_W to suma kwadratów wariacji wewnątrz grupy:

$$S_B = \sum_{k=1}^{2} N_k \left(\bar{Z}_k - \bar{\bar{Z}}\right)^2$$

$$S_W = \sum_{k=1}^{2} \sum_{j=1}^{N_k} \left(Z_{kj} - \bar{Z}_k\right)^2$$

$$\bar{Z}_k = \frac{1}{N_k} \sum_{j=1}^{N_k} Z_{kj}$$

$$\bar{\bar{Z}} = \frac{1}{N_1 + N_2} \sum_{k=1}^{2} \sum_{j=1}^{N_k} Z_{kj}$$

gdzie $\bar{Z}_k$ jest średnią Z-score dla grupy k wewnątrz próbki N_k, zaś $\bar{\bar{Z}}$ średnią wartości Z-score dla całej populacji. Ponieważ współczynnik λ jest niezależny od β_0, tym samym proces maksymalizacji λ nie moża znaleść wartości parametru β_0. Rzeczywiście, w pierwotnym [Altman, 1968] modelu Z-score,

β_0 po prostu ustalona została na 0. Pozostałe parametry tego modelu w jego pierwotnej formie przedstawiają się w sposób następujący:

$$Z = 1.2X_1 + 1.4X_2 + 3.3X_3 + 0.6X_4 + 1.0X_5$$

gdzie:

X_1 to stosunek majątku obrotowego do aktywów ogółem

X_2 to stosunek zysku zatrzymanego do aktywów ogółem

X_3 to stosunek EBIT do aktywów ogółem

X_4 to stosunek wartości rynkowej kapitału firmy do jej księgowej wartości zadłużenia

X_5 to stosunek wartości obrotu do aktywów ogółem.

Model ten do dziś dnia posiada duży walor prognostyczny i używany jest na całym świecie do oceny kondycji finansowej firm. Ponieważ nie wszystkie firmy znajdują się w obrocie publicznych, Edward Altman zaproponował model uwzględniający nieco inne zmienne księgowe:

X_1 = (aktywa płynne - zobowiązania krótkoterminowe)/aktywa ogółem

X_2 = zysk zatrzymany/aktywa ogółem

X_3 = EBIT/aktywa ogółem

X_4 = księgowa wartość kapitału podstawowego/łączna wartość kapitału

X_5 =obrót/aktywa ogółem

co, po estymacji, dało następujący model:

$$Z^{'} = 0.717X_1 + 0.847X_2 + 3.107X_3 + 0.420X_4 + 0.998X_5.$$

Edward Altman zaproponował również modyfikację tego modelu dla rynków wschodzących i firm nieprodukcyjnych w formie nieuwzględniającej parametru X_5. Jest to o tyle słuszne, że obrót jest cechą bardzo branżową i przez to może zakłócać ocenę sytuacji finansowej firm należących do różnych sektorów, a także mniej relewantną dla rynków innych niż USA. Natomiast, aby skorelować swój model z ratingiem krajów wschodzących, dla których wartość D odpowiadać miałaby wynikowi Z”-score równemu 0, wprowadził arbitralnie parametr β_0 ustalając jego wartość na 3.25. Ten modyfikowany model Z”-score przedstawia się w sposób następujący:

$$Z" = 3.25 + 6.56X_1 + 3.26X_2 + 6.72X_3 + 1.05X_4$$

Prace Altmana i sukces jego modeli przyczyniły się do ogromnego wzrostu zainteresowanie problematyką prognozowania trudności finansowych firm prowadząc do powstania innych modeli prognostycznych. Przeciwnicy tego modelu podnoszą przede wszystkim brak wyraźnego określenia prawdopodobieństwa upadłości bezpośrednio czytelnego wartościowo z modelu.

1.2. Model O-score Ohlsona

Model Ohlsona miał być odpowiedzą na deficyt możliwości intuicyjnego określenia prawdopodobieństwa upadłości oferowaną w modelu Altmana. James Ohlson zaproponował metodę regresji logistycznej do określenia prawdopodobieństwa upadku firmy w obrębie kolejnego roku [Ohlson, 1980]: $P(X_i, \beta); 0 \leq P \leq 1$, gdzie $\boldsymbol{X}_i$ jest wektorem zmiennych dyskryminujących dla $i - tej$ obserwacji, zaś $\boldsymbol{\beta}$ wektorem nieznanych parametrów modelu. Mając dane zbiory S_1 firm które zbankrutowały oraz S_2 firm, które nie zbankrutowały, logarytm prawdopodobieństwa danego zdarzenia $l(\beta)$ w takiej przestrzeni binarnej określić można jako:

$$l(\boldsymbol{\beta}) \equiv \sum_{i \in S_1} \log P(\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{\beta}) + \sum_{i \in S_2} \log\big(1 - P(\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{\beta})\big)$$

Parametry $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j$ modelu estymować można poprzez maksymalizację funkcji:

$$\max_{\beta} l(\boldsymbol{\beta})$$

Z braku pozytywnej teorii upadku firm trudno jest dobrać odpowiednią klasę funkcji $P(X_i, \beta)$, względem których można by maksymalizować ten model. Ohlson zaproponował tu rozwiązanie intuicyjne, polegające na użyciu funkcji logistycznej

$$P = (1 + \exp\{-y_i\}^{-1})$$

gdzie

$$y_i = \sum_j \beta_j X_{ij} = \beta' \boldsymbol{X}_i$$

z czego wynikają dwie implikacje: P jest rosnące względem y, a y równe jest $\log[P/(1-P)]$.
Jak widać model tej jest dość intuicyjny w interpretacji, w czym też leży jego siła i źródło rozpowszechnienia.

Omówić jeszcze należy zmienne księgowe użyte do jego budowy. Ohlson wymienia dziewięć zmiennych niezależnych X_i:

1. Log(aktywa ogółem/indeks cen GNP), w oryginalnym modelu indeks cen GNP=100 dla roku 1968 [SIZE] - sugerowany znak współczynnika (-)
2. Zobowiązania ogółem/aktywa ogółem [TLTA] - sugerowany znak współczynnika (+)
3. Kapitał obrotowy/aktywa ogółem [WCTA] - sugerowany znak współczynnika (-)
4. Zobowiązania krótkoterminowe/aktywa obrotowe [CLCA] - sugerowany znak współczynnika (+)
5. Wartość równa jeden jeżeli zobowiązania ogółem przekraczają aktywa ogółem, wartość równa zero w pozostałych przypadkach [OENEG] - brak sugerowanego znaku współczynnika
6. Przychód netto/aktywa ogółem [NITA] - sugerowany znak współczynnika (-)
7. Środki z działalności operacyjnej/zobowiązania ogółem [FUTL] - sugerowany znak współczynnika (-)
8. Wartość równa jeden jeśli przychód netto był negatywny w ciągu ostatnich dwóch lat, zero w pozostałych przypadkach [INTWO] - sugerowany znak współczynnika (+)
9. $CHIN = (NI_t - NI_{t-1})/(|NI_t| - |NI_{t-1}|)$ gdzie NI_t jest przychodem netto w ostatnim okresie - sugerowany znak współczynnika (-).

Bazując na firmach notowanych na NYSE i AMSE i dodając dodatkowe zmienne binarne oznaczające notowanie firmy na danej giełdzie Ohlson w swojej oryginalnej pracy estymował następujące wartości parametrów β modelu:

Tabela 1. Parametry $\boldsymbol{\beta}$ w modelu Ohlsona

Zmienna	Parametr modelu β	t-statystyka
SIZE	-0.2670	-2.020
TLTA	5.6300	6.040
WCTA	-1.4300	-1.910
CLCA	0.0585	0.595
NITA	-2.3500	-1.820
FUTL	-1.9900	-2.530
INTWO	-0.3070	0.877
OENEG	-1.5600	-2.200
CHIN	-0.5092	-2.150
NYSE	-0.8540	-1.710
AMSW	-0.0513	-0.186
CONST	-2.6300	-1.700
Procent prawidłowych predykcji		96.30%
Indeks współczynnika prawdopodobieństwa		0.8399

Źródło: [Ohlson, 1980, s. 123].

Model Ohlsona w porównaniu do modelu Altmana nie zawsze oferuje lepszą zdolność predykcyjną. Nadal jego zaletą jest intuicyjność i jasne wyrażenie prawdopodobieństwa upadłości. Natomiast implementując regresję logistyczną tylko do jednego okresu tracił z oczu fakt, że dana firma przeżyła już kilka wcześniejszych okresów. Próbują temu zaradzić modele wielookresowe.

1.3. Modele z procesem Poissona

Modele z procesem Poissona bazują na podwójnym procesie stochastycznym znanym najczęściej jako proces Coxa. Typowym przykładem bazującym na tym procesie jest model Duffiego, Saity i Wanga[6]. Zakłada on, że procesy Poissona dla dwóch różnych dłużników są niezależne i że wynik procesu Poissona nie ma wpływu na zmienne, które determinują jego intensywność. Ponadto, pomiędzy dwoma typami zmiennych stochastycznych istnieje zależność jednokierunkowa bez sprzężenia zwrotnego. Proces Poissona może wykonać wiele skoków w dowolnym okresie, ale prawdopodobieństwo wykonania dwóch skoków na raz równe jest zeru. Modelując upadłość przedsiębiorstwa procesem Poissona, możemy przyjąć, że proces ten po wykonaniu pierwszego skoku sygnalizować będzie upadłość w momencie wykonania tego skoku.

Intensywność procesu Poissona oznaczyć można jako funkcję zmiennych objaśniających i parametrów:

$$\lambda(x_t;\mu) = e^{\mu_0+\mu_1 X_{1t}+\cdots+\mu_k X_{kt}}$$

gdzie $\mu_0, \mu_1, \ldots, \mu_k$ są parametrami, a $X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{kt}$ są zmiennymi objaśniającymi dla chwili t, zawierającymi zmienne charakterystyczne dla danej spółki i sytuacji makroekonomicznej. Zgodnie z właściwościami procesu Poissona prawdopodobieństwo „przeżycia" przez spółkę małego odcinka czasu Δt wynosi $e^{-\lambda(x_t;\mu)\Delta t}$. Stąd prawdopodobieństwo upadku w tym samym okresie czasu wynosi:

$$1 - e^{-\lambda(x_t;\mu)\Delta t} \cong \lambda(x_t;\mu)\Delta t$$

Prawdopodobieństwo przeżycia przez dłuższy okres czasu można przedstawić jako prawdopodobieństwo przeżycia n krótkich odcinków czasu o długości Δt w czasie od 0 do t:

$$e^{-\int_0^t \lambda(x_s;\mu)ds} \cong e^{-\sum_{i=1}^{n} \lambda(x_{(i-1)\Delta t};\mu)\Delta t}$$

Upadłość nie jest jedyną formą zakończenia życia przez spółkę, dlatego wprowadzić można kolejną funkcję intensywności dla likwidacji lub przejęcia i oznaczyć ją jako $\delta(x_t;\nu)$. Aby firma przeżyła czas od t do $t+\Delta t$ musi przeżyć dwa możliwe scenariusze zakończenia swojego bytu. Zgodnie z właściwościami procesu Poissona, ta część firm, która przeżyje, poddana jest sumie tych dwóch intensywności. Stąd prawdopodobieństwo upadku bezpośrednio po czasie t wynosi:

$$e^{-\sum_{i=1}^{n}[\lambda(x_{(i-1)\Delta t};\mu)+\delta(x_{(i-1)\Delta t};\nu)]\Delta t}\lambda(x_t;\mu)\Delta t$$

Podobnie prawdopodobieństwo, że firma zakończy życie za sprawą innych czynników jak likwidacja czy przejęcie w okresie od t do Δt wynosi:

$$e^{-\sum_{i=1}^{n}[\lambda(x_{(i-1)\Delta t};\mu)+\delta(x_{(i-1)\Delta t};\nu)]\Delta t}\delta(x_t;\mu)\Delta t$$

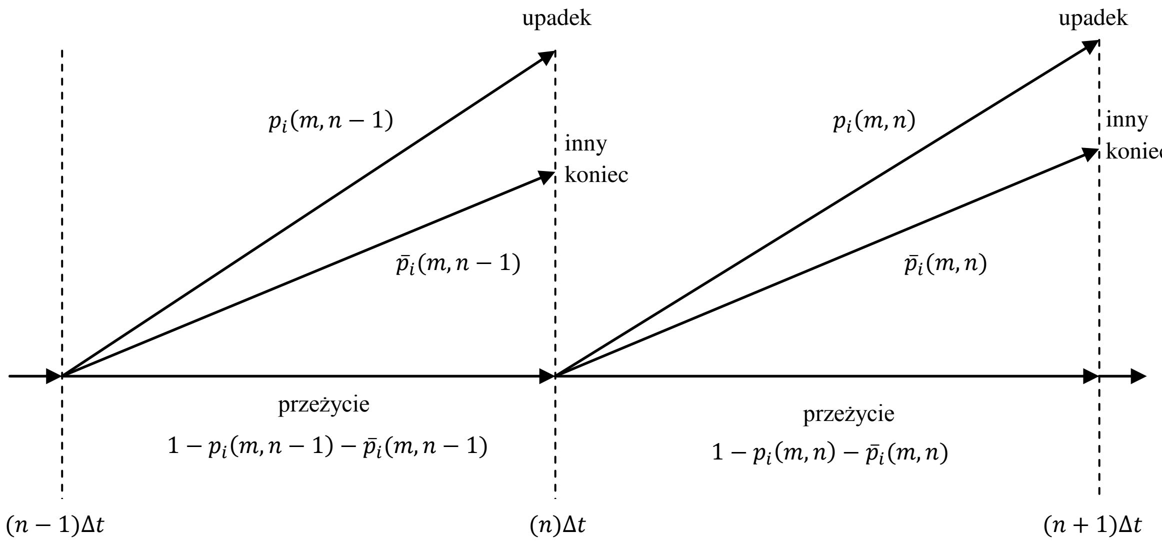
Mając na uwadze powyższe można zbudować funkcję prawdopodobieństwa, której maksymalizacja umożliwiłaby estymację parametrów modelu. Ponieważ model ten leży u fundamentów modelu CRI RMI, skomentowany zostanie przy omówieniu tego drugiego modelu.

2. Model CRI RMI

2.1. Założenia

Chcąc omówić model prezentowany przez CRI RMI należy rozpocząć od przedstawienia typowej sytuacji z jaką spotykają się firmy w trakcie swego życia. Rozważyć trzeba trzy możliwości: albo firma przeżyje do następnego okresu Δt, albo upadnie w okresie Δt, albo zakończy swoje istnienie np. w formie likwidacji lub przejęcia. Poniższy wykres prezentuje możliwości, jakie zaistnieć mogą w czasie $t = (n-1)\Delta t$ a $(n+1)\Delta t$ przy mając informację o firmie i w chwili $t = m\Delta t$, przy czym m i n są liczbami całkowitymi i $m < n$.

Rys. 1. Scenariusze zdarzeń dla danej firmy w okresie od $(n-1)\Delta t$ do $(n+1)\Delta t$.



Źródło: CRI RMI.

Dla przykładu, prawdopodobieństwo $p_i(m,n)$ to prawdopodobieństwo warunkowe widziane w czasie $t = m\Delta t$ że firma *i* upadnie przed czasem $(n+1)\Delta t$ pod warunkiem, że firma *i* przeżyje do czasu $n\Delta t$. Podobnie $\bar{p}_i(m,n)$ jest prawdopodobieństwem warunkowym widzianym z perspektywy $t = m\Delta t$ że firma *i* będzie miała inny niż upadek koniec działalności przed czasem $(n+1)\Delta t$ pod warunkiem, że firma *i* przeżyje do czasu $n\Delta t$. Znając prawdopodobieństwa warunkowe upadku lub innego końca działalności spółki można obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe przeżycia firmy *i* jako $1 - p_i(m,n) - \bar{p}_i(m,n)$. Prawdopodobieństwo, że firma *i* podążać będzie po określonej ścieżce (por. Rys.1.) jest iloczynem prawdopodobieństw warunkowych wzdłuż danej ścieżki. Dla przykładu, prawdopodobieństwo w czasie $t = m\Delta t$ przeżycia firmy *i* do okresu $(n-1)\Delta t$ a następnie upadnie w okresie pomiędzy $(n-1)\Delta t$ a $n\Delta t$ wynosi:

$$Prob_{t=m\Delta t}[\tau_i = n, \tau_i < \bar{\tau}_i] = p_i(m, n-1) \prod_{j=m}^{n-2} [1 - p_i(m,j) - \bar{p}_i(m,j)]$$

gdzie τ_i jest czasem po jakim upadnie firma *i* a $\bar{\tau}_i$ czasem po jakim firma zakończy działalność z innych powodów, przy założeniu, że $\tau_i < \bar{\tau}_i$. W modelu budowanym przez CRI RMI jednostką czasu dla τ jest jeden miesiąc. Mając na uwadze powyższe równanie można policzyć skumulowane prawdopodobieństwo upadku firmy *i* w chwili lub przed $n\Delta t$ liczone w czasie $m\Delta t$ i nie kończącej działalności przed $t = n\Delta t$ jako:

$$Prob_{t=m\Delta t}[m < \tau_i \leq n, \tau_i < \bar{\tau}_i] = \sum_{k=m}^{n-1} \left\{ p_i(m,k) \prod_{j=m}^{k-1} [1 - p_i(m,j) - \bar{p}_i(m,j)] \right\}$$

Oba powyższe równania wyrażone są w formie prawdopodobieństw warunkowych. Aby przejść do kategorii intensywności procesu Poissona prowadzącego do upadku firmy wprowadzić można na jej oznaczenie $h_i(m,n)$ gdzie $m \leq n$. Analogicznie intensywność procesu prowadzącego do innego końca działalności firmy oznaczyć można jako $\bar{h}_i(m,n)$. Ponieważ upadek sygnalizowany jest jako skok w procesie Poissona, jej warunkowe prawdopodobieństwo będzie prostą funkcją przyszłej intensywności:

$$p_i = (m,n) = \exp[-\Delta t h_i(m,n)]$$

Prawdopodobieństwo innego zakończenia działalności firmy oznaczyć można jako funkcję:

$$\bar{p}_i(m,n) = \exp[-\Delta t h_i(m,n)]\left\{1 - \exp\left[-\Delta t \bar{h}_i(m,n)\right]\right\}$$

przy założeniu że skoki w procesie Poissona w tym samym okresie oznaczać będą upadłość.

Prawdopodobieństwo warunkowe przeżycia pod warunkiem, że nie upadnie w danym okresie i że nie zakończy swojej działalności w inny sposób wynosi:

$$Prob_{t=m\Delta t}[\tau_i, \bar{\tau}_i > n+1 | \tau_i, \bar{\tau}_i > n] = \exp\left\{-\Delta t\left[h_i(m,n) + \bar{h}_i(m,n)\right]\right\}$$

Ponieważ przyszła intensywność procesu Poissona ma być funkcją danej wejściowej $X_i(m)$ niech wyrazi się jako liniowa kombinacja:

$$h_i(m,n) = \exp[\beta(n-m) \cdot Y_i(m)]$$

$$\bar{h}_i(m,n) = \exp\left[\bar{\beta}(n-m) \cdot Y_i(m)\right]$$

gdzie β i $\bar{\beta}$ są współczynnikami wektorowymi będącymi funkcją liczbą miesięcy pomiędzy datą obserwacji a początkiem przyszłego okresu $(n-m)$, natomiast $Y(m)$ jest po prostu wektorem $X_i(m)$ powiększonym o poprzedzającą go wektor jednostkowy $Y_i(m) = \left(1X_i(m)\right)$, którego rolą jest eliminacja ujemnych prawdopodobieństw warunkowych.

W obecnej swojej wersji model zaproponowany przez RMI posiada maksymalny horyzont prognostyczny równy 24 miesiącom przy 12 zmiennych wejściowych i jednym intercepcie. Daje to 24 zestawy każdego z wektorów współczynników $\beta(0), \dots, \beta(23)$ oraz $\bar{\beta}(0), \dots, \bar{\beta}(23)$ i każdy z tych wektorów posiada 13 elementów. W celu wyakcentowania istotnych dla przyszłej intensywności procesu Poissona prowadzącego do upadku firmy można użyć następującej notacji:

$$H\left(\beta(n-m), X_i(m)\right) \coloneqq \exp[\beta(n-m) \cdot Y_i(m)]$$

Podobnie dla procesu prowadzącego do innego zakończenia działalności firmy:

$$H\left(\bar{\beta}(n-m), X_i(m)\right) \coloneqq \exp\left[\bar{\beta}(n-m) \cdot Y_i(m)\right]$$

Skąd skumulowana wartość prawdopodobieństwa upadku firmy wyrażona w kategorii przyszłej intensywności procesu Poissona wyrażona może zostać jako:

$$Prob_{t=m\Delta t}[m < \tau_i \leq n, \tau_i < \bar{\tau}_i]$$

$$= \sum_{k=m}^{n-1} \left\{ \{1 - \exp -\Delta t H(\beta(k-m), X_i(m))\} \times \exp\left\{ -\Delta t \sum_{k=m}^{k-1} \left[H\big(\beta(j-m), X_i(m)\big) + H\big(\bar{\beta}(j-m), X_i(m)\big) \right] \right\} \right\}$$

Powyższa formuła używana jest przez CRI RMI do wyliczenia prawdopodobieństwa upadku danej firmy w obrębie różnych horyzontów czasowych. Parametry β i $\bar{\beta}$ uzyskuje się w trakcie kalibracji indywidualnej gospodarki, w obrębie której działa dana firma, co w połączeniu ze zmiennymi wejściowymi danej firmy służy do kalkulacji jej prawdopodobieństwa upadku.

2.2. Kalibracja modelu CRI RMI

Do kalibracji modelu CRI RMI używa danych empirycznych o zakresie jak poniżej:
Dla gospodarki jako całości czyni się *N* obserwacji na koniec miesiąca, indeksowanych jako $n = 1, \ldots, N$. Oczywiście nie dla wszystkich firm posiada się *N* obserwacji ponieważ mogą one zarówno rozpocząć działalność w okresie późniejszym niż 1 lub też zakończyć działalność przed okresem *N*.
W całości ekonomii istnieje *I* firm, które indeksowane są jako $i = 1, \ldots, I$. Zmienna wejściowa i-tej firmy w miesiącu *n* oznaczona jest jako X_n. Zbiór wszystkich obserwacji dla wszystkich firm oznaczony jest jako *X*. Kalibracja parametrów β i $\bar{\beta}$ odbywa się poprzez maksymalizację funkcji pseudo prawdopodobieństwa[7]. Formułując funkcję pseudo prawdopodobieństwa założone zostało, że firmy są warunkowo niezależne jedna od drugiej, co oznacza, że korelacje zachodzą tylko pod wpływem wspólnych czynników $W(n)$. Mając na uwadze powyższe założenia, w horyzoncie ℓ miesięcy, przy zbiorze parametrów β i $\bar{\beta}$ oraz zbiorze danych $(\tau, \bar{\tau}, X)$ otrzymuje się:

$$\mathcal{L}_\ell\big(\beta, \bar{\beta}; \tau, \bar{\tau}, X\big) = \prod_{m=1}^{N-\ell} \prod_{i=1}^{I} P_\ell(\beta, \bar{\beta}; \tau_i, \bar{\tau}_i, X_i(m))$$

Gdzie $P_\ell(\beta, \bar{\beta}; \tau_i, \bar{\tau}_i, X_i(m))$ jest prawdopodobieństwem dla firmy i co się stanie w okresie od miesiąca *m* do miesiąca $m + \ell$, czyli:

$$
\begin{aligned}
&P_\ell\left(\beta,\bar{\beta};\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)\\
&\quad= 1_{\{t_{0i}\le m,\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)>m+\ell\}}\times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\ell-1}\left[H\big(\beta(j),X_i(m)\big)+H\left(\bar{\beta}(j),X_i(m)\right)\right]\right\}\\
&\quad+1_{\{t_{0i}\le m,\tau_i\le\bar{t}_i,\tau_i\le m+\ell\}}\left\{1-\exp\left[-\Delta tH\big(\beta(\tau_i-m-1),X_i(m)\big)\right]\right\}\\
&\quad\times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\tau_i-m-2}\left[H\big(\beta(j),X_i(m)\big)+H\left(\bar{\beta}(j),X_i(m)\right)\right]\right\}\\
&\quad+1_{\{t_{0i}\le m,\bar{\tau}_i\le\tau_i,\bar{\tau}_i\le m+\ell\}}\left\{1-\exp\left[-\Delta tH\left(\bar{\beta}(\bar{\tau}_i-m-1),X_i(m)\right)\right]\right\}\\
&\quad\times\exp\left[-\Delta tH\big(\beta(\tau_i-m-1),X_i(m)\big)\right]\\
&\quad\times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\tau_i-m-2}\left[H\big(\beta(j),X_i(m)\big)+H\left(\bar{\beta}(j),X_i(m)\right)\right]\right\}+1_{\{\tau_{0i>m}\}}\\
&\quad+1_{\{\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)\le m\}}
\end{aligned}
$$

Poszczególne składniki tego wyrażenia zawierają w kolejności przypadki, kiedy firma przeżyje cały horyzont, upadnie w ciągu danego horyzontu lub zakończy działalność z powodów trzecich. Dwa ostatnie wyrażenia stałe reprezentują sytuację, w której nie istnieją dane dla firmy w miesiącu *m* lub firma już przestała istnieć. Te wyrażenia stałe dodane są by uniknąć wpływu obu tych przypadków na proces maksymalizacji funkcji.

Powyższa funkcja pseudo prawdopodobieństwa może być maksymalizowana z użyciem metod numerycznych tak by estymować parametry β i $\bar{\beta}$. Ponieważ każde z wyrażeń powyższego równania może być zapisane jako iloczyn czynników zawierających tylko β lub $\bar{\beta}$, proces maksymalizacji można przeprowadzić osobno z uwagi na parametry β i $\bar{\beta}$:

$$
\begin{aligned}
&P_\ell^{\beta}\left(\beta;\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)\\
&\quad= 1_{\{t_{0i}\le m,\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)>m+\ell\}}\times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\ell-1}\left[H\big(\beta(j),X_i(m)\big)\right]\right\}+1_{\{t_{0i}\le m,\tau_i\le\bar{t}_i,\tau_i\le m+\ell\}}\\
&\quad\times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\tau_i-m-2}\left[H\big(\beta(j),X_i(m)\big)\right]\right\}\times\left\{1-\exp\left[-\Delta tH\big(\beta(\tau_i-m-1),X_i(m)\big)\right]\right\}\\
&\quad+1_{\{t_{0i}\le m,\bar{\tau}_i\le\tau_i,\bar{\tau}_i\le m+\ell\}}\times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\bar{\tau}_i-m-2}\left[H\big(\beta(j),X_i(m)\big)\right]\right\}\\
&\quad\times\exp\left[-\Delta tH\big(\beta(\tau_i-m-1),X_i(m)\big)\right]+1_{\{\tau_{0i>m}\}}+1_{\{\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)\le m\}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P_\ell^{\bar{\beta}}\left(\bar{\beta};\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)\\
&\qquad = 1_{\{t_{0i}\le m,\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)>m+\ell\}}\times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\ell-1}\left[H\left(\bar{\beta}(j),X_i(m)\right)\right]\right\}+1_{\{t_{0i}\le m,\tau_i\le\bar{t}_i,\tau_i\le m+\ell\}}\\
&\qquad \times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\tau_i-m-2}\left[H\left(\bar{\beta}(j),X_i(m)\right)\right]\right\}+1_{\{t_{0i}\le m,\bar{\tau}_i\le\tau_i,\bar{\tau}_i\le m+\ell\}}\\
&\qquad \times\exp\left\{-\Delta t\sum_{j=0}^{\bar{\tau}_i-m-2}\left[H\left(\bar{\beta}(j),X_i(m)\right)\right]\right\}\\
&\qquad \times\left\{1-\exp\left[-\Delta tH\left(\bar{\beta}(\bar{\tau}_i-m-1),X_i(m)\right)\right]\right\}+1_{\{\tau_{0i}>m\}}+1_{\{\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)\le m\}}
\end{aligned}
$$

Funkcje pseudo prawdopodobieństwa dla poszczególnych parametrów β i $\bar{\beta}$ wyrazić można jako:

$$\mathcal{L}_\ell^{\beta}(\beta;\tau,\bar{\tau},X)=\prod_{m=1}^{N-\ell}\prod_{i=1}^{I}P_\ell^{\beta}\left(\beta;\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)$$

$$\mathcal{L}_\ell^{\bar{\beta}}\left(\bar{\beta};\tau,\bar{\tau},X\right)=\prod_{m=1}^{N-\ell}\prod_{i=1}^{I}P_\ell^{\bar{\beta}}\left(\bar{\beta};\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)$$

Obie funkcje $\mathcal{L}_\ell^{\beta}$ i $\mathcal{L}_\ell^{\bar{\beta}}$ mogą być maksymalizowane osobno w celu znalezienia ich parametrów. Kolejną właściwością modelu jest możliwość maksymalizacji dla różnych horyzontów czasowych. P_ℓ^{β} i $P_\ell^{\bar{\beta}}$ można zdekomponować jako:

$$P_\ell^{\beta}\left(\beta;\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)=\prod_{\ell'=0}^{\ell-1}P^{\beta(\ell')}\left(\beta(\ell');\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)$$

$$P_\ell^{\bar{\beta}}\left(\bar{\beta};\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)=\prod_{\ell'=0}^{\ell-1}P^{\bar{\beta}(\ell')}\left(\bar{\beta}(\ell');\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)$$

$$
\begin{aligned}
&P^{\beta(\ell')}\left(\beta(\ell');\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)\\
&\qquad = 1_{\{t_{0i}\le m,\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)>m+\ell'+1\}}\exp\left[-\Delta tH\left(\beta(\ell'),X_i(m)\right)\right]\\
&\qquad + 1_{\{t_{0i}\le m,\tau_i\le\bar{\tau}_i,\tau_i=m+\ell'+1\}}\left\{1-\exp\left[-\Delta tH\left(\beta(\ell'),X_i(m)\right)\right]\right\}\\
&\qquad + 1_{\{t_{0i}\le m,\bar{\tau}_i<\tau_i,\bar{\tau}_i=m+\ell'+1\}}\exp\left[-\Delta tH\left(\beta(\ell'),X_i(m)\right)\right]+1_{\{t_{0i}>m\}}\\
&\qquad + 1_{\{\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)<m+\ell'+1\}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P^{\bar{\beta}(\ell')}\left(\bar{\beta}(\ell');\tau_i,\bar{\tau}_i,X_i(m)\right)\\
&\qquad = 1_{\{t_{0i}\le m,\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)>m+\ell'+1\}}\exp\left[-\Delta tH\left(\bar{\beta}(\ell'),X_i(m)\right)\right]+1_{\{t_{0i}\le m,\tau_i\le\bar{\tau}_i,\tau_i=m+\ell'+1\}}\\
&\qquad + 1_{\{t_{0i}\le m,\bar{\tau}_i<\tau_i,\bar{\tau}_i=m+\ell'+1\}}\left\{1-\exp\left[-\Delta tH\left(\bar{\beta}(\ell'),X_i(m)\right)\right]\right\}+1_{\{t_{0i}>m\}}\\
&\qquad + 1_{\{\min(\tau_i,\bar{\tau}_i)<m+\ell'+1\}}
\end{aligned}
$$

Skąd funkcje pseudo prawdopodobieństwa dla β i $\bar{\beta}$ można zdekomponować jako:

$$\mathcal{L}_{\ell}^{\beta}(\beta;\tau_i,\bar{\tau}_i,X)=\prod_{\ell'=0}^{\ell-1}\mathcal{L}^{\beta(\ell')}\left(\beta(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X\right)$$

$$\mathcal{L}_{\ell}^{\bar{\beta}}(\bar{\beta};\tau_i,\bar{\tau}_i,X)=\prod_{\ell'=0}^{\ell-1}\mathcal{L}^{\bar{\beta}(\ell')}\left(\bar{\beta}(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X\right)$$

gdzie:

$$\mathcal{L}^{\beta(\ell')}\left(\beta(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X\right)=\prod_{m=1}^{N-\ell}\prod_{i=1}^{\ell}P^{\beta(\ell')}\left(\beta(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X(m)\right)$$

$$\mathcal{L}^{\bar{\beta}(\ell')}\left(\bar{\beta}(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X\right)=\prod_{m=1}^{N-\ell}\prod_{i=1}^{\ell}P^{\bar{\beta}(\ell')}\left(\bar{\beta}(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X(m)\right)$$

W ten sposób funkcje $\mathcal{L}^{\beta(\ell')}\left(\beta(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X\right)$ i $\mathcal{L}^{\bar{\beta}(\ell')}\left(\bar{\beta}(\ell')\tau_i,\bar{\tau}_i,X\right)$ maksymalizowane mogą być niezależnie od siebie dla każdego horyzontu czasowego ℓ'.

W obecnej implementacji model obejmuje horyzonty czasowe od jednego do dwudziestu czterech miesięcy przy trzynastu zmiennych, zaś problem maksymalizacji 2x24x13 wymiarowej zredukowany został do maksymalizacji 13 wymiarowej wykonywanej 2x24 razy.

2.3. Dane wejściowe modelu

Jak już wspomniałem, dane wejściowe modelu dla firmy i w czasie $t=n\Delta t$ reprezentuje wektor $X_i(n)=\left(W(n),U_i(n)\right)$, gdzie $W(n)$ jest wektorem wspólnym dla wszystkich firm danej ekonomii i składa się ze stopy zwrotu z głównego indeksu giełdowego danej ekonomii oraz trzymiesięcznej stopy procentowej, natomiast wektor $U_i(n)$ składa się z dziesięciu zmiennych wejściowych charakterystycznych dla danej firmy. Są nimi:

1. Poziom odległości do punktu niewypłacalności (DTD)
2. Trend DTD
3. Poziom współczynnika (gotówka + inwestycje krótkoterminowe)/aktywa całkowite (CASH/TA)
4. Trend (CASH/TA)
5. Poziom współczynnika przychody netto/aktywa całkowite (NI/TA)
6. Trend (NI/TA)
7. Logarytm ilorazu: kapitalizacja rynkowa firmy/średnia rynkowa kapitalizacja dla danej ekonomii (SIZE)
8. Trend (SIZE)

9. Aktualna wartość współczynnika (kapitalizacja rynkowa + poziom zobowiązań)/aktywa całkowite (M/B)
10. Aktualna wartość odchylenia standardowego (SIGMA)

Warto zwrócić uwagę na użycie w miejsce danej wartości dla czasu *t* pojęcia *poziomu* współczynnika i *trendu* [Duan *et alii,* 2012, s. 12-13] gdyż użycie tych pojęć znacznie poprawia krótkoterminową zdolność predykcyjną modelu. Poziom współczynnika rozumie się jako średnią roczną danej wartości, natomiast przez trend rozumie się różnicę między aktualną wartością a jej średnią roczną.

Osobnego wyjaśnienia wymaga sposób kalkulacji wartości SIGMA. W modeli RMI SIGMA liczona jest za pomocą regresji miesięcznej stopy zwrotu z kapitalizacji rynkowej firmy w stosunku do stopy zwrotu z głównego indeksu giełdowego danej ekonomii. W ten sposób SIGMA oznacza odchylenie standardowe wartości rezydualnych tej regresji. Jak wykazał Tyler Shumway [Shumway, 2001] firmy o większej zmienności przepływów pieniężnych mają większą zmienność rynkowej stopy zwrotu w porównaniu do głównych indeksów giełdowych danej ekonomi, a także większe prawdopodobieństwo upadłości.

Pozostaje jeszcze przedstawienie sposobu liczenie odległości prawdopodobieństwa od punktu niewypłacalności (DTD). Omawiany model, w odróżnieniu od standardowego podejścia do tego zagadnienia, stara się nie wykluczać firm z sektora finansowego, co w klasycznych ujęciach często prowadzi do eliminacji znacznej części danej gospodarki z modelu. Przywołać zatem powinno się standardowy model DTD Mertona dla $T - t$, w którym V_t oznacza całkowitą wartość firmy w czasie t, μ jest spodziewaną skumulowaną stopą zwrotu z V, L oznacza wartość nominalną zobowiązań firmy, a σ to zmienność wartości V:

$$DTD_t = \frac{\log\left(\frac{V_t}{L}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

przy czym $T - t$ wynosi z reguły jeden rok. Ponieważ firmy sektora finansowego mają z reguły duże zobowiązania po stronie rachunków depozytowych, które często nie są klasyfikowane ani jako zobowiązania krótkoterminowe, ani jako zobowiązania długoterminowe, jak wykazali Crosbie i Bohn, model ten traci z oczu znaczną część zobowiązań takich firm [Crosbie i Bohn, 2003].

Jin-Chuan Duan zaproponował by w przypadku firm finansowych dołączyć część δ z pozostałych ich zobowiązań do całości zobowiązań [Duan, 2010]. Przez pozostałe zobowiązania rozumie on różnicę całości zobowiązań firmy i zobowiązań krótko oraz długo okresowych. Tym samym poziom L zobowiązań staje się sumą zobowiązań bieżących i połowy zobowiązań długoterminowych plus część δ z pozostałych zobowiązań. Przyrównując to do standardowego modelu KMV można powiedzieć, że KMV stanowi przypadek DSV, w którym $\delta = 0$. W modelu DSW poziom zobowiązań jest funkcją δ i parametr ten można optymalizować maksymalizując logarytmiczną funkcję prawdopodobieństwa $\mathcal{L}(\mu, \sigma, \delta)$ równą:

$$\mathcal{L}(\mu,\sigma,\delta) = \frac{n-1}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=2}^{n}\log(\sigma^2 h_t) - \sum_{t=2}^{n}\log\left(\frac{\hat{V}_t(\sigma,\delta)}{A_t}\right) - \sum_{t=2}^{n}\log\left[N\left(\hat{d}_1\big(\hat{V}_t(\sigma,\delta),\sigma,\delta\big)\right)\right]$$
$$-\sum_{t=2}^{n}\frac{1}{2\sigma^2 h_t}\left[\log\left(\frac{\hat{V}_t(\sigma,\delta)}{A_t}\times\frac{A_{t-1}}{\hat{V}_{t-1}(\sigma,\delta)}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)h_t\right]^2$$

gdzie n jest liczbą obserwowanych dni, $\hat{V}_t$ wartością aktywów w chwili t otrzymaną w wyniku rozwiązania równania Blacka-Scholesa [BS]:

$$E_t = V_t N(d_1) - e^{-r(T-t)} L N d_2$$

zaś $\hat{d}_1$ wartością wyliczoną za pomocą standardowego równania BS:

$$d_{1,2} = \frac{\log\left(\frac{V_t}{L}\right) + \left(r \pm \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

natomiast h_t jest liczbą dni giełdowych zawartych pomiędzy chwilą obserwacji $t-1$ a t.

Mimo złożoności tego modelu każdego dnia obliczane jest PD dla poszczególnych firm i udostępniane online poprzez stronę RMI. Kalkulacja DTD wykonywana jest dwustopniowo: najpierw niezależnie dla każdej z firm, a następnie, po wyliczeniu wartości δ dla każdego z sektorów, obliczane jest ponownie DTD dla każdej z firm w horyzoncie od jednego do dwudziestu czterech miesięcy. Proces obliczeniowy dla 62.000 spółek przy 12 zmiennych wejściowych bazując na 20 latach danych historycznych zajmuje mniej niż dzień. Numerycznie zadanie to delegowane jest na farmę kilkuset komputerów administrowanych przez NUS.

3. Podsumowanie

Prezentowane modele nie stanowią całości repertuaru używanego do prognozowania trudności finansowych firm. Istnieje cała klasa modeli opartych o sieci neuronowe[8] oraz bardziej odpowiednich do modelowania zjawisk nieliniowych modeli opartych o maszynę wektorów nośnych[9]. Dokładniejsze omówienie tych modeli i stojących za nimi teorii sieci neuronowych przekraczałoby ramy tej pracy. Dodać wszakże należy, że z powodzeniem wykorzystywane są przez amerykańską agencje S&P czy włoską CBI. Istnieją też modele mieszane lub bazujące przede wszystkim na przepływach gotówkowych czy wycenie opcji[10]. Wydać tutaj ewolucję od modeli jednoczynnikowych do wieloczynnikowych i od modeli jednookresowych do wielookresowych.

Istotne jest wszakże, że nie wszystkie te modele dostępne są w sposób publiczny, umożliwiający poszczególnym inwestorom czy wierzycielom informować się na bieżąco o ryzyku wystąpienia trudności finansowych danej firmy. Jest to po części spowodowane wysokością nakładów jakie agencje ratingowe ponieść muszą za utrzymanie swoich systemów, czyniąc tym samym dostęp do bardziej szczegółowych danych produktem dostępnym tylko dla komercyjnych subskrybentów.

Ponadto, w ostatnich latach rozgorzało wiele dyskusji na temat rzetelności przedstawionych przez te firmy ocen i rekomendacji wskazując na niedostatki predykcyjne, zwłaszcza w odniesieniu do całych gospodarek [por. Weston, 2012].

Dlatego jako bardzo istotne dla społeczności międzynarodowej należy wymienić te inicjatywy, które dostarczają szerokiej rzeszy zainteresowanych wyniku predykcji trudności finansowych zarówno poszczególnych firm jak i całych gospodarek. W zamiarze Unii Europejskiej miałaby powstać taka instytucja pracująca na potrzeby europejskich gospodarek. Przykładem istniejącego rozwiązania jest inicjatywa Risk Management Institute z Singapuru, która swym zasięgiem zamierza objąć całość globalnej gospodarki w odniesieniu do spółek publicznych notowanych na poszczególnych giełdach. Wyniki prac tej inicjatywy, stojący za nim model oraz aktualne predykcje dostępne są bezpłatnie jako *dobro publiczne* [Duan i Leahre, 2012].

Na koniec należy podkreślić jeszcze najistotniejsze różnice pomiędzy modelem CRI RMI a jego bezpośrednim poprzednikiem modelem DSW.

Model DSW bazuje na pośredniej metodzie oceny prawdopodobieństwa upadku poza bezpośrednim horyzontem czasowym. Wymaga do tego symulacji łącznej dynamiki zmiennych, tak aby obliczyć prawdopodobieństwa warunkowe dla przyszłego okresu. Następnie uśrednia warunkowe prawdopodobieństwa upadłości w celu wyliczenia przyszłego PD. Jest to połączone z koniecznością wprowadzenia dodatkowego systemu zmiennych i system ten może być źródłem dodatkowych błędów. W dłuższych horyzontach prowadzi to do dużej zmienności wyników [Duan et alii, 2012, s.20-23]. W okresie do sześciu miesięcy oba modele wykazują podobne wyniki.

Kolejna istotna różnica wynika stąd, że model CRI RMI inaczej niż DSW czy wiele innych nie unika włączenia firm sektora finansowego. Prowadzi to do dokładniejszej oceny prawdopodobieństwa trudności finansowych nie tylko pojedynczych firm, ale także całych gospodarek, co w świetle ostatniego kryzysu gospodarczego ma bardzo istotne znaczenie wykraczające poza decyzje inwestycyjne i wkraczające w prognozę makroekonomiczną. To w połączeniu z udostępnieniem na zasadzie dobra publicznego wydają mi się dostatecznymi wartościami, by poza jego dojrzałością matematyczną, uczynić przedmiotem niniejszej pracy.

---

[1] National University of Singapore [NUS]. Autor dziękuje Świętokrzyskiemu Centrum Innowacji i Transferu Technologii za wsparcie finansowe tego pobytu, jak również Poznańskiemu Akademickiemu Inkubatorowi Przedsiębiorczości za dofinansowanie tej publikacji w ramach programu *Naukowe stypendia doktoranckie szansą na rozwój województwa.* Ponadto słowa podziękowania należą się Radosławowi Rejman za cenne uwagi do ostatecznej redakcji tekstu artykułu.

[2] Risk Management Institute [RMI].

[3] Credit Risk Initiative [CRI].

[4] [Altman, 1968], Altman i Hotchkiss, 2007].

[5] Multiple Discriminant Analysis [MDA].

[6] Model ten występuje w literaturze jako DSW. Podstawy teoretyczne: [Duffie *et* alii, 2007].

[7] Choć dzieje się to przy naruszeniu standardowych założeń dla takich funkcji, jednakże naruszenie takie nie jest istotne dla dużego zbioru danych [Duan *et alii,* 2012].

[8] Artificial Neural Network [ANN]. Więcej o tych modelach w [Zhang *et alii*, 1999].

[9] Support-Vector Machine [SVM]. Podstawy teoretyczne tych modeli przedstawili [Cortes i Vapnik, 1995].

[10] Krótkie omówienie ich ewolucji znajdziemy w [Altman *et alii*, 2007)] lub [Hull, 2012, s. 347-376].

Literatura

1. Altman E. I.: *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*, Journal of Finance, **23** (1968), ss. 589-609.
2. Altman E. I., Hotchkiss E.: *Trudności Finansowe a upadłość firm*, Warszawa 2007.
3. Cortes C., Vapnik V.: *Support-Vector Networks*, Machine Learning, **20** (1995), 273-297.
4. Crosbie P., Bohn J.: *Modeling Default Risk. Modeling Methodology.* Moody's KMV 2003.
5. Duan J-Ch.: *Clustered Defaults*, National University of Singapore Working Paper (2010).
6. Duan J-Ch., Sun J., Wang T.: *Multiperiod Corporate Default Prediction - A Forward Intensity Approach*, artykuł przygotowany do publikacji w *Journal of Econometrics* (DOI: 10.1016/j.jecom.2012.05.002).
7. Duan J-Ch., Leare E. Van,: *A* public good *approach to credit ratings - From concept to reality*, 2012, artykuł przygotowany do publikacji w *Journal of Banking and Finance*.
8. Duffie D., Saita L., Wang K.: *Multiperiod corporate default prediction with stochastic covariates,* Journal of Financial Economics, **83** (2007), 635-665.
9. Hull J. C.: *Risk Management and Financial Institutions*, 3 wyd., Willey 2012.
10. Ohlson J. A.: *Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy,* Journal of Accounting, **18** (1980), 101-139.
11. Shumway T.: *Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model*, Journal of Business, **74** (2001), 101-124.
12. Weston J.: *An Improved Regulatory Framework for Credit Rating Agencies?* Global Credit Review, **2** (2012), 11-37.
13. Zhang G., Hu M. Y., B. Patuwo B. E., Indro D. C.: *Artificial neural network in bankruptcy prediction: General framework and cross-validation analysis*, European Journal of Operational Research, **116** (1999), 16-32.

Streszczenie

W zaprezentowanej pracy autor starał się przybliżyć nową inicjatywę oceny ryzyka wystąpienia trudności finansowych firm, jaka powstaje w ramach CRI RMI w Singapurze pod kierownictwem

prof. Jin-Chuan Duan. Inicjatywa ta i proponowany model teoretyczny bazujący na procesie Poissona dostępny jest na zasadzie *public good* zaś aktualizowane codziennie wyniki publikowane online.

Praca składa się z dwóch części, w których po omówieniu strony teoretycznej głównych istniejących modeli prezentuje szczegółowo założenia, estymację parametrów, sposób kalibracji oraz dobór danych wejściowych modelu CRI RMI.

CRI RMI - NEW APPROACH TO DEFAULT PROBABILITY CALCULATION

Summary

In the presented paper, the author tried to introduce a new initiative in risk assessment of companies' financial difficulties, which arise in the RMI CRI in Singapore under the guidance of prof. Jin-Chuan Duan. This initiative and proposed based on Poisson process theoretical model is available on a *public good* principle, and its updated daily results published on the RMI website.

The work consists of two parts, in which after the discussion of the main existing theoretical models, the assumptions, parameter estimation, calibration and selection of input data for the CRI RMI model is presented in detail.

Bogusław Bławat
doktorant w Instytucie Nauk Ekonomicznych
Polskiej Akademii Nauk
boguslaw.blawat@yahoo.com