



Munich Personal RePEc Archive

**Analysis of regional disparities in
Colombia: an approach from spatial
statistics, 1985 - 2010**

Moncada Mesa, Jhonny and Loaiza Quintero, Osmar
Leandro

30 October 2013

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/51405/>
MPRA Paper No. 51405, posted 14 Nov 2013 11:59 UTC

Borradores Departamento de Economía

N° 52

Octubre de 2013

Análisis de las disparidades regionales en Colombia: una aproximación desde la estadística espacial, 1985 – 2010

Elaborado por:

Jhonny Moncada Mesa
Osmar Leandro Loaiza Quintero

Este documento es producto del trabajo que, como Jóvenes Investigadores de Colciencias, realizaron los autores bajo la orientación de los profesores Juan Esteban Vélez y Camilo Restrepo Estrada.



**FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS**

**DEPARTAMENTO DE
ECONOMÍA**

Medellín - Colombia

La serie Borradores Departamento de Economía está conformada por documentos de carácter provisional en los que se presentan avances de proyectos y actividades de investigación, con miras a su publicación posterior en revistas o libros nacionales e internacionales. El contenido de los Borradores es responsabilidad de los autores y no compromete a la institución.

[Click aquí para consultar todos los borradores en texto completo](#)

Análisis de las disparidades regionales en Colombia: una aproximación desde la estadística espacial, 1985 – 2010

Jhonny Moncada Mesa
Osmar Leandro Loaiza Quintero*

–Introducción. –I. Algunos antecedentes. –II. Metodologías implementadas. –III. Análisis empírico. –Conclusiones. –Bibliografía. –Anexos.

Resumen:

Este trabajo tiene por objetivo determinar si existe convergencia en la actividad económica de los municipios de Colombia, medida por medio de los Ingresos Tributarios per cápita, para el periodo 1985-2010. Con este fin se realiza un análisis exploratorio de datos espaciales, elaborando los indicadores de Moran Global y Local; además, se construye la Matriz de Markov del Moran Local, donde se encuentra autocorrelación espacial positiva entre los municipios del país, sobresaliendo las Áreas Metropolitanas ubicadas en Cundinamarca y Antioquia. Por otro lado, se testea la hipótesis de convergencia no condicional mediante estimaciones de convergencia clásica, en primera medida, para luego incluir explícitamente la dependencia espacial en el modelo de regresión. De esta forma, se concluye que hay convergencia en los municipios colombianos para el periodo analizado, llegado a una velocidad de convergencia aproximada de 3,34% anual.

Palabras clave: Economía Espacial, Econometría Espacial, Disparidad regional, Convergencia.

Abstract

This paper aims to determine whether there is any convergence at all between the economic activities of the Colombian municipalities, measured by the per capita tax revenues of each

* Jhonny Moncada Mesa, Investigador: Grupo de Estudios Regionales, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: jhomome@gmail.com.

Osmar Loaiza, Investigador: Grupo de Estudios Regionales, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Email: olloaizaq@unal.edu.co.

Los autores agradecen las sugerencias de Camilo Restrepo Estrada y Juan Esteban Vélez. Este trabajo fue financiado por el Programa Nacional de Formación de Investigadores “Generación del Bicentenario”, Programa Jóvenes Investigadores e Innovadores “Virginia Gutiérrez de Pineda” del Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación - Colciencias- y por el CODI de la Universidad de Antioquia, en el marco del proyecto de investigación “Análisis de las disparidades regionales en Colombia desde la economía espacial, 1984-2009”.

one, for the period 1985-2010. To this end, an exploratory spatial data analysis is performed, calculating the local and global Moran indicators, as well as the Markov Matrix of the local Moran. Positive spatial autocorrelation is found between Colombian municipalities, being the metropolitan areas located in Cundinamarca and Antioquia examples of outstanding performance. This way, it is concluded that there is convergence between the Colombian municipalities for the period analyzed, reaching an approximate convergence speed of 3.34% per annum.

Keywords: Spatial Economics, Spatial Econometrics, Regional Disparity, Convergence.

Clasificación JEL / JEL classification: C21, O47, R11, R12.

Introducción

Recientemente la ciencia económica ha profundizado su foco de atención en la introducción explícita del espacio como parte fundamental del análisis, todo esto impulsado principalmente por las condiciones económicas dispares encontradas en el mundo. Factores como la globalización, la decisión de donde producir, ya sea para estar cerca de los mercados o para obtener los recursos requeridos para competir, o la importancia relativa que han tomado las regiones sobre las divisiones nacionales han logrado un redescubrimiento del espacio, y una posición preponderante de éste para el análisis de fenómenos económicos y sociales.

Por otro lado, a nivel nacional se ha visto como desde la adopción de la Constitución de 1991 y la consecuente Ley Orgánica de Ordenamiento Territorial, el país se ha encaminado sobre una senda de descentralización fiscal, la cual le ha dado a los departamentos y municipios una mayor importancia e independencia para adoptar políticas que permitan sus subsecuentes desarrollos. Esta política de estado viene encaminada, entre otros aspectos, como mecanismos para incentivar cambios de la actividad económica de las regiones, en concordancia con los beneficios que puede brindar el comercio internacional.

Esto además de otras consideraciones, como los flujos migratorios, han hecho que el país se encuentre densamente poblado en las zonas urbanas, en contraposición de las rurales, lo que posiciona a las ciudades y áreas metropolitanas como los centros político-económicos de Colombia. Es por ello que el estudio de la actividad económica de forma agregada no es conveniente para analizar a profundidad lo que está aconteciendo con la población colombiana. Lo cierto es que la investigación, partiendo desde una distribución uniforme en el territorio, ya no tiene cabida en el análisis regional, y por tanto es apremiante pensar de una forma más amplia los problemas, teniendo en consideración las posibles disparidades regionales de un país.

La expresión disparidad regional se emplea comúnmente para designar las inequidades de bienestar o de desarrollo entre regiones, por lo que su evaluación requiere necesariamente de una situación de referencia o norma (enfoque normativo de lo que es aceptable o inaceptable). Las disparidades regionales son una realidad multidimensional, en la que los distintos indicadores están frecuentemente interrelacionados. Es importante tener claro que la búsqueda de la igualación, o al menos de la reducción de las disparidades del ingreso per cápita, es un objetivo político legítimo; por el contrario, la “igualación” de la distribución espacial de las actividades económicas y de las poblaciones puede ser difícil de realizar (Polese, 1998).

En el marco de las anteriores consideraciones, el presente trabajo pretende analizar las disparidades regionales en Colombia, en el periodo 1985 – 2010¹. Esto equivale a analizar los procesos de aglomeración espacial de riqueza para el país, tomando como escala de análisis los municipios. El ingreso per cápita, medido a través del PIB (Producto Interno

¹ Inicialmente este trabajo estaba propuesto para hacer el análisis en el periodo 1984-2009, sin embargo por problemas estrictamente técnicos se decidió sacar de la muestra el año de 1984 y agregar el año de 2010. La dificultad se encuentra en que se necesita trabajar con datos relativizados a la población, sin embargo las estimaciones del DANE para población solo se encuentran disponibles desde el Censo de 1985.

Bruto) per cápita, usualmente es la variable empleada para aproximarse a una medida de la riqueza de un país o una región. Sin embargo, en Colombia no se encuentran estimativos del PIB para cada municipio, razón por la cual una fuente de información valiosa en este respecto la constituye las cuentas fiscales municipales que están disponibles en el DNP, en tanto esta información podría utilizarse como una variable proxy para el PIB municipal .

Aunque se han realizado innumerables trabajos sobre la convergencia en Colombia, el problema no se ha especializado en términos de la riqueza, y no se ha usado como fuente de información las cuentas fiscales, ambos elementos añaden valor agregado a este trabajo. Generalmente la variable utilizada como proxy la constituye las captaciones bancarias municipales, las cuales tienen un problema de cobertura, en el sentido en que no todos los municipios del país cuentan con servicios bancarios (por lo tanto, no registran captaciones), y pueden sobreestimar el peso de las principales ciudades las cuales cuentan con una gama más amplia de servicios financieros y, por tanto, son las receptoras probables de gran parte de los recursos de otros municipios más pequeños o de aquellos que no cuentan con servicios financieros.

I. Algunos Antecedentes

a. Referentes Internacionales

Los referentes más importantes a tener en cuenta en este trabajo surgen desde la economía espacial, los cuales pueden dividirse principalmente en dos campos de investigación, la economía regional y la economía urbana. El primero surge de la teoría de la localización, la cual es su núcleo teórico y metodológico para el estudio de la producción y el consumo, lo que implica un enfoque de análisis fundamentado en las decisiones de localización de las empresas y los hogares respectivamente; este tipo de enfoque hace que este fundamentada originalmente a un nivel microeconómico. A partir de este análisis, la teoría de la localización indaga sobre las desigualdades en la distribución espacial de las actividades, lo que le permite un examen desde enfoques dinámicos, desequilibrios y jerarquías territoriales. Igualmente, se dedica a preguntar sobre las fuentes del crecimiento regional, donde existen dos teorías representativas, teorías del crecimiento regional y las teorías del desarrollo regional (Capello, 2006).

Esta corriente de estudio surge del trabajo de varios autores como Von Thunen (1826), con modelos de renta de la tierra y el modelo de anillos concéntricos en torno al mercado; Weber (1909) y su modelo de localización espacial fundamentado en la minimización de los costos de transporte; Christaller (1933) y Lösch (1940) que se refieren a la teoría del lugar central, además de otras formulaciones como los modelos gravitatorios.

El segundo campo de investigación nace como una necesidad de estudiar el acelerado proceso de urbanización mundial, donde la distribución de la densidad poblacional es claramente desigual entre territorios urbanos y rurales. Para el estudio de este enfoque se profundiza sobre las razones que lleva a que unas ciudades se desarrollen más que otras, dado que se esperan surjan como los impulsores del crecimiento y la innovación, ya sean en procesos productivos o institucionales (Camagni, 2005), lo que en palabras de Polèse (1998) sería revolución en la geografía poblacional y en las actividades económicas.

De todos estos desarrollos surge un elemento importante en este trabajo, el cual es el concepto de economías de aglomeración, las cuales están enlazadas a la existencia costos de transporte y economías a escala. Estos dos aspectos son fundamentales en la concentración de las empresas que buscan ciertos beneficios derivados de, primero, la existencia de un capital fijo social o de recursos naturales específicos, segundo, la presencia de indivisibilidades en el suministro de bienes o servicios concretos, y tercero, la creación de efectos de sinergia que se manifiestan en una mejora de la eficiencia conjunta de la producción. Todo lo anterior se resume en darle importancia a las externalidades y al territorio en el estudio de los problemas regionales y urbanos.

A partir de todos estos desarrollos surge la Nueva Geografía Económica –NGE-, la cual concibe a las aglomeraciones como fuentes de las grandes disparidades regionales en la renta per capital, ya sea bajo una esquema centro-periferia o urbano-rural, lo que manifiesta una distribución desigual del capital humano (Mella et al, 2005). La NGE se destaca por la introducción de las económicas de escala en el análisis de la demanda y la aglomeración.

Esto puede entenderse como un círculo en el cual la concentración espacial crea ciertas condiciones que estimulan y refuerzan una mayor concentración (Puga, 1999). Esta concentración continuará en la medida que los costos de transporte no sean lo suficientemente altos, ya que si llegan a ciertos niveles algunos productores podrían localizarse fuera de la aglomeración, donde competirían a unos niveles de eficiencia menores a los de los competidores de las grandes urbes; no obstante, la tendencia mundial es contraria, generando nuevos modelos de transporte que incentivan las económicas a escala y las grandes aglomeraciones (Krugman, 1996)².

Los postulados anteriores indican como las regiones con grandes ciudades podrían encontrarse en relativa ventaja con respecto a las demás, ya que pueden generar ciertos procesos que a su vez impliquen mayores niveles de eficiencia y competitividad que no se encuentran en otros espacios. Todo esto da a entender cómo se pueden presentar las disparidades regionales a niveles no precisamente nacionales, lo que apoya la idea de estudiar la convergencia desde un enfoque a nivel municipal. Esta es la razón por la cual se pretenden estudiar las disparidades regionales, tomando como unidad de análisis geográfica el municipio, pues esto permitirá identificar como se configuran las regiones a través del agrupamiento de municipios con base en la fuerza de interacción y el nivel de interdependencia económica entre los mismos, lo cual se puede captar a través del grado de correlación espacial entre diferentes variables e indicadores sociales y económicos.

El grado de correlación espacial que presentan las variables consideradas también puede proporcionar una manera indirecta de acercarse a la interacción espacial como determinante de la configuración territorial. La interacción espacial trata sobre las relaciones que establece cada actividad con el entorno que la rodea en una compleja red de relaciones bidireccionales que tienen lugar a múltiples niveles. Alrededor de estas se materializa un complejo campo de fuerzas de atracción, de irradiación, de repulsión, de cooperación que suministran “*la energía de base*” para el funcionamiento del sistema territorial (y su existencia misma), además, todas las actividades localizadas en el entorno ejercen a su vez una influencia sobre el primer centro, a través de los canales más diversos, relaciones comerciales, movimiento de factores de producción, difusión del *know-how* y de información, interacción a través de redes de comunicación y transporte, relaciones de colaboración y cooperación. Esas relaciones parecen organizarse sobre la base de campos gravitatorios, sensibles a la dimensión de las actividades localizadas en el territorio y a sus distancias relativas.

b. Trabajos para Colombia sobre convergencia

Son varios los estudios de convergencia en Colombia. La diferencia de los estudios no radica en la metodología que utilizan sino en la fuente de los datos (CEGA o DANE)³, en el periodo de estudio y en la unidad territorial de referencia (departamentos, ciudades o regiones). En el

² El apartado anterior es fundamentado en el trabajo de Mella et al (2005), donde se hace una presentación con varios casos de estudio para el caso español.

³ El Centro de Estudios Ganaderos –CEGA– dispone de información a nivel departamental de 1975 a 2000 con la metodología SNA-93. Por su parte, el DANE provee información del PIB pc departamental de 1986-2000, dividida en 3 subperiodos en los que utiliza 3 diferentes metodologías (Branisa y Cardozo, 2009).

siguiente cuadro se muestra las diferentes velocidades de convergencia calculadas por algunos de los estudios más representativos elaborados para el caso colombiano.

En términos generales los resultados son muy diversos. Bonet y Meisel (1999) nos ofrecen el análisis de convergencia de mayor cobertura en tiempo. Así, sí se podría pensar que hubo convergencia en el periodo 1926-1960. Los resultados de Cárdenas y Pontón (1994) han sido los más controvertidos pero sus resultados se pueden explicar por el periodo de su análisis; de hecho, encuentran que la velocidad de convergencia más alta fue en la década de 1950, periodo que no se incluye en las regresiones que no encuentran convergencia; y no incluyen el periodo de la década de 1990, en el que las disparidades se han aumentado considerablemente, (Bonet y Meisel (1999) encuentran una velocidad de convergencia de -3% entre 1990-95).

Cuadro 1. *Estudios de Convergencia para Colombia*

Autor(es)	Unidad territorial	Periodo	β -est.	Correlación (entre LogYo y tasa.
Cárdenas y Pontón (1994).	Departamento (#24)	1950-1989	4.22%	Negativo
Bonet y Meisel (1999).	Departamento	1926-1960*** ⁴	2.5%*	-0.89
		1960-1995	1.3%**	-0.30
Galvis y Meisel (2000)	Ciudades (#20)	1973-1998	-1.8%**	---
Barón (2003)	Departamentos	1980-1990	4.1%* ⁵	-0.36**
		1990-2000	-0.4%**	
Bramisa y Cardozo	Departamentos (#25)	1975-2000	Absoluta PDB: 0.7%** IDBH: 1.19*	---
			Condicional PDB: no hay IDBH: no hay	

*Significativo al 5%. ** No significativo. ***Utilizaron los depósitos bancarios como Proxy del PIB per cápita departamental (y de las ciudades). Construcción propia.

Como se puede observar, la inclusión del espacio en el estudio de la convergencia en Colombia no ha sido desarrollada como un factor importante para su análisis. Es por esto que este trabajo trata de dar un enfoque diferente al estudio de las disparidades regionales en Colombia desde una óptica espacial, donde se permite igualmente hacer una aproximación a la naturaleza y persistencia de las aglomeraciones en el país, lo cual arroja luces sobre las causas probables de la concentración de la actividad económica alrededor de ciertas ciudades o regiones en Colombia.

⁴ Para este periodo utilizaron los depósitos bancarios per cápita como Proxy del ingreso per cápita departamental.

⁵ Este coeficiente se hace igual a 1.8% y significativo al 99% al eliminar de la muestra La Guajira y los Nuevos Departamentos. El coeficiente estimado de 1980-2000 es 1.7%, significativo.

II. Metodologías implementadas

Para el estudio de la convergencia en Colombia se utilizan principalmente tres metodologías, que tienen como objetivo dar un espectro amplio acerca del fenómeno que se desea analizar; estas se encuentran distribuidas de la siguiente forma: en primer lugar se hace un Análisis Exploratorio de Datos Espaciales (AEDE) a través del Índice de Moran Global y Local, en segundo lugar se examinan los efectos difusión resumiéndolos por medio de la Matriz de Markov del Moran Local y finalmente, se hace el respectivo trabajo econométrico, iniciando por el clásico y terminando con la especificación espacial del mismo. A continuación se explican brevemente cada una de las metodologías.

a. Índice de Moran Global y Local

La técnica de AEDE comúnmente encontrada en la literatura es el Índice de Moran, en su versiones Global y Local. Mediante estas técnicas se logra identificar el tipo de asociación espacial existente en la distribución territorial de los datos, además de la ubicación de localizaciones atípicas u outliers espaciales, lo que da un panorama general sobre el comportamiento del fenómeno a estudiar mediante el contraste de dependencia espacial. El Índice de Moran Global, se calcula de la siguiente manera:

$$I = \frac{N}{S_0} \frac{\sum_{(2)} w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (1)$$

donde:

w_{ij} : elemento de la matriz de pesos espaciales correspondiente al par (i, j) .

$S_0 = \sum_i \sum_j w_{ij} = \sum_{(2)} w_{ij}$, es decir, la suma de los pesos espaciales.

\bar{y} : valor medio o esperado de la variable y

N : número de observaciones o tamaño muestral.

Como se observa en la ecuación 1 el contraste de autocorrelación espacial se basa, para este caso, en una noción de contigüidad binaria entre las unidades espaciales. De acuerdo con este concepto, una situación de vecindad entre dos unidades espaciales se podría expresar mediante valores de tipo 0-1. Es decir, si dos unidades espaciales tienen una frontera común de longitud no nula, se considera que son contiguas y se les asigna el valor 1. La matriz de pesos espaciales se crea con base en este concepto (puede tener los valores 0 y 1, o ser normalizada, esto depende del investigador⁶), y existen diferentes técnicas para crearla entre las que cabe mencionar: torre (solo tiene en cuenta la contigüidad en sentido norte, sur, oriente y occidente), alfil (solo tiene en cuenta la contigüidad en sentido nororiente, noroccidente, suroriente, suroccidente) o reina⁷ (combinación de las dos anteriores). Tiene como características que su diagonal es 0 (por convención) y es simétrica (no considera la

⁶ Para el caso particular de este trabajo se procede a utilizar la normalización por filas de la matriz de pesos espaciales para facilitar la interpretación del índice.

⁷ Que es nuestro caso.

dirección de los impactos).

Cuando se cuenta con muestras suficientemente grandes, el I estandarizado sigue una distribución normal $(0,1)$. Así, un valor significativo con signo positivo (negativo) del estadístico estandarizado indica la presencia de autocorrelación espacial positiva (negativa). Sin embargo, este no es adecuado para detectar clúster, razón por la cual surge el Indicador Local de Asociación Espacial, conocido como LISA por su sigla en inglés, desarrollado por Anselin (1995). En este caso, al calcular un valor estadístico local para cada unidad espacial se proporciona información que permite determinar la relevancia de agrupaciones espaciales de valores similares en torno a la observación en cuestión⁸.

Entre los estadísticos locales está el contraste Local I de Moran desarrollado por Anselin (1995), este mide el grado de asociación existente entre un atributo localizado en un área i y sus vecinos. Su cálculo es el siguiente,

$$I_i = \frac{z_i}{m_2} \sum_j w_{ij} z_j \quad (2)$$

donde:

z_i y z_j : variable y_i estandarizada

\sum_j : sumatoria que únicamente incluye los valores vecinos de i : $j \in J_i$.

$m_2 = \sum_i \frac{z_i^2}{N}$: momento de 2° orden de la variable z_i .

Existen ciertos aspectos a tener en cuenta al calcular el índice mostrado en la ecuación 2. En primer lugar, la suma de los estadísticos de las observaciones equivale a un indicador global, es decir, el Índice de Moran Global puede descomponerse en sus respectivos Índices de Moran Local. En segundo lugar, en contraste con el global, cada indicador local cuenta con muchas menos observaciones, por lo que es recomendable que para la prueba de autocorrelación se realice el test de permutaciones como lo propone Anselin (1995).

Además de esto, es posible representar el índice en el mapa de clúster y en el mapa de significancia de LISA, el primero representa las ubicaciones con valores significativos del estadístico local de Moran por tipo de correlación espacial (esto es, asociaciones alto-alto, bajo-bajo, que sugieren la existencia de clústeres por valores similares, o bajo-alto, alto-bajo, que indica datos atípicos espaciales), el segundo representa la existencia de clústeres espaciales (independientemente del valor) a diferentes niveles de significancia ($p < 0,05$; $p < 0,01$; $p < 0,001$)⁹.

b. Matriz de Markov del Moran Local

La segunda metodología utilizada en este trabajo tiene que ver con una medida resumen del Moran Local, la cual puede dar cuenta de los cambios distribucionales en el índice y mostrar

⁸ Este estadístico posee las mismas propiedades básicas que del Índice de Moran global.

⁹ Este trabajo considera aceptar o rechazar la hipótesis a un nivel de significancia del 5%.

los posibles efectos difusión jerárquica o por contagio ocurridos durante el periodo de estudio. Básicamente la matriz consiste en determinar la probabilidad de permanecer o cambiar de un estado de un periodo a otro. Así, su construcción consiste en contabilizar los movimientos a través de las diferentes categorías del Moran Local como Alto-Alto (AA), Bajo-Bajo (BB), Alto-Bajo (AB) y Bajo-Alto (BA).

Por tanto, cada celda de la matriz se constituye como la probabilidad de estar en la clase k en el periodo $t + 1$, determinada a partir de la información suministrada por la unidad espacial en el periodo t . Definida así, la probabilidad toma la siguiente forma,

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_j n_{ij}} \quad (3)$$

donde n_{ij} indica el número de transiciones empíricamente observadas desde la clase i a la j ; las cuales cumplen las siguiente propiedades, primero, $p_{ij} \geq 0 \forall i$ y j , y segundo, $\sum_j^k p_{ij} = 1 \forall i = 1, 2, \dots, k$ (Rey, 2001); de esta forma las probabilidades de transición se encuentran invariantes en el tiempo¹⁰.

Además de esto, es posible obtener una distribución de largo plazo mediante el proceso markoviano que presenta la distribución de largo plazo. Para esto se define F_t como el vector $(K, 1)$ de la distribución de cada grupo de clasificación en el tiempo t , y M como la matriz (K, K) de transición de probabilidad, así puede definirse la siguiente expresión de la cadena de Markov:

$$F_{t+1} = MF_t, F_{t+2} = MF_{t+1}, F_{t+3} = MF_{t+2} =, \dots F_{t+n} = MF_{t+(n-1)}. \quad (4)$$

Por lo que la distribución estacionaria debe determinarse iterativamente. De esta forma, la existencia de una distribución ergódica F^* está caracterizada por: $F^* M = F^*$, la cual solo existe si la cadena de Markov es regular.

c. Regresiones econométricas Clásica¹¹ y Espacial

La tercera metodología surge a partir de la teoría de crecimiento neoclásica, donde se tiene que el producto per cápita por trabajo efectivo en el periodo t , converge hacia el nivel de estado estacionario q^* . Donde la aproximación log-lineal alrededor del estado estacionario está dada por

$$\frac{d \log(q(t))}{dt} = \lambda \cdot [\log(q^*) - \log(q(t))] \quad (5)$$

¹⁰ El desarrollo de esta parte se encuentra fundamentado en el trabajo de Rey (2001).

¹¹ Este apartado es tomado del texto de Hayashi (2000), con una ampliación al enfoque espacial.

donde λ es la velocidad de convergencia y $q(t) \equiv \frac{Y(t)}{A(t)L(t)}$ y $Y(t)$ es el producto agregado, $L(t)$ las horas trabajadas agregadas y $A(t)$ el progreso técnico que aumenta el trabajo. Esto implica que, para dos puntos cualesquiera, t_{m-1} y t_m en el tiempo.

$$\log(q(t_m)) = (1 - \delta) \cdot \log(q^*) + \rho \cdot \log(q(t_{m-1})), \quad (6)$$

donde $\delta \equiv \exp[-\lambda \cdot (t_m - t_{m-1})]$.

Asumiendo que $A(t)$ crece a una tasa constante g de la forma $A(t) = A(0)\exp(gt)$, implica que:

$$\log(q(t)) = \log\left(\frac{Y(t)}{L(t)}\right) - \log(A(0)) - g \cdot t \quad (7)$$

Sustituyendo esto en 6, tenemos

$$\log\left(\frac{Y(t_m)}{L(t_m)}\right) = \delta \cdot \log\left(\frac{Y(t_{m-1})}{L(t_{m-1})}\right) + (1 - \delta) \cdot [\log(q^*) + \log(A(0))] + \Phi_m, \quad (8)$$

$$\text{donde } \Phi_m \equiv g \cdot (t_m - \rho \cdot t_{m-1}). \quad (9)$$

Una forma equivalente de 8 puede ser obtenida sustrayendo $\log\left(\frac{Y(t_{m-1})}{L(t_{m-1})}\right)$ a ambos lados de la ecuación:

$$\log\left(\frac{Y(t_m)}{L(t_m)}\right) - \log\left(\frac{Y(t_{m-1})}{L(t_{m-1})}\right) = (\delta - 1) \cdot \log\left(\frac{Y(t_{m-1})}{L(t_{m-1})}\right) + (1 - \delta) \cdot [\log(q^*) + \log(A(0))] + \Phi_m \quad (10)$$

Dado que $\delta < 1$ como $\lambda > 0$, esta ecuación propone que el nivel de producto per cápita tiene un efecto negativo sobre el crecimiento posterior. Es decir, cuando el municipio es pobre, debería crecer más rápido. En la práctica, para la estimación de la ecuación se agrega el término de perturbación y el subíndice i para diferenciar por municipios, por lo que a partir de 8 tenemos lo siguiente:

$$y_{i,m} = \Phi_m + \delta y_{i,m-1} + \alpha_i + \varepsilon_{i,m} \quad (11)$$

Donde

$$y_{i,m} = \log\left(\frac{Y(t_m)}{L(t_m)}\right) \text{ y } \alpha_i = (1 - \delta) \cdot [\log(q^*) + \log(A(0))] \text{ para cada municipio } i \quad (12)$$

y $\varepsilon_{i,m}$ es un término de error.

Como se puede observar, esta especificación es general, donde se espera que la diferencia en cada una de las unidades espaciales sea determinada por la tasa de crecimiento del trabajo.

Sin embargo, en la literatura se ha planteado la hipótesis de convergencia condicional, la cual indica que la diferencia en las condiciones iniciales, viene determinada por otras variables además del trabajo, con el fin de controlar por otros factores además de α_i .

Como se puede ver hay ciertas diferencias importantes entre ambas concepciones que parten de una premisa de convergencia diferente, absoluta o condicional. Este primer modelo predice que las economías relativamente más pobres crecerán más rápido que las de mayor ingreso cuando las economías son idénticas y en lo único que difieren es en sus niveles de capital por trabajador. De otra manera, la convergencia hacia el estado estacionario estará condicionada por otras variables adicionales que actúan como determinantes del crecimiento. Se puede hablar de convergencia condicional en el sentido de que la tasa de crecimiento de una economía está relacionada inversamente con la distancia a la que se encuentra de su estado estacionario o con el nivel de ingreso. La forma de trabajar con estas dos especificaciones es primero evaluar la convergencia absoluta, y en caso de no encontrarse convergencia, proceder a evaluar la convergencia condicional.

Para el caso particular de este trabajo la estimación a realizar será

$$\Delta y = y_{i,t} - y_{i,0} = a + (\delta - 1)y_{i,0} + \varepsilon_i, \quad (13)$$

donde Δy es la tasa de crecimiento del logaritmo de los ITP entre el periodo 2010 y 1985, $y_{i,0}$ es el logaritmo de los ITP en el año 1985, a y $(\delta - 1)$ son parámetros a estimar y ε_i es un término de perturbación. La transformación logarítmica permite estabilizar la varianza de los datos, con la finalidad de disminuir que los residuales de la regresión ajustada presenten problemas de heteroscedasticidad. La hipótesis de convergencia se ve verificada si los municipios con menor ingreso tributario en el año inicial (esto es, 1985) son los que presentan la mayor tasa de crecimiento, lo cual implicaría que el signo de la pendiente de regresión $(\delta - 1)$ debería ser negativo. Si su signo es positivo, se tendría que los municipios con mayores ingresos tributarios son los que más crecen, implicando que se están ampliando las diferencias entre municipios.

Por otro lado, luego de evaluar la convergencia a través de la especificación clásica se incorporará explícitamente el espacio, con el propósito de evaluar como este influencia el comportamiento de los municipios. Su justificación radica en que la especificación anterior no tiene en cuenta las posibles externalidades espaciales, ni la consideración de grupos, o en otras palabras heterogeneidad espacial. Ello es posible mediante la estimación de tres posibles modelos: un modelo autorregresivo espacial (SAR), un modelo de error espacial (SEM) o uno que resuma los dos anteriores (SARAR). Con el fin de mostrar de forma genérica cada uno de estos modelos, a continuación se presenta el modelo SARAR¹² quien tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Delta y &= a + (\delta - 1)y_{i,0} + \rho W \Delta y + u_i \\ u_i &= \lambda W u_i + \varepsilon_i \end{aligned} \quad (14)$$

¹² Se recurre a la especificación de regresión de convergencia absoluta por facilidad en la escritura.

donde ε_i es un término de perturbación ruido blanco gaussiano y W es la matriz de pesos espaciales, similar a la considerada para el cálculo de Índice de Moran¹³. La obtención del modelo SAR o SEM depende de los resultados de los nuevos coeficientes. En el caso $\rho = 0$ y $\lambda \neq 0$ se tendría un modelo SEM, en caso contrario el resultado sería un modelo SAR. La diferencia principal entre estos dos modelos radica en el tipo de asociaciones que se generan entre los vecinos; en el primer caso (SEM) los efectos espaciales implican que el contexto espacial de los municipios se ve afectado por autocorrelación espacial residual, lo que podría deberse a que la fronteras administrativas de las unidades espaciales no corresponden con las fronteras naturales en las cuales se llevan a cabo los fenómenos de crecimiento, es decir, errores de medida, o la no inclusión de variables que recogen elementos espaciales; en el segundo (SAR) al tenerse la multiplicación $W\Delta y$, esto se interpreta como el rezago espacial de la variable dependiente, que no es otra cosa que el promedio vecinal de primer orden, lo que implica autocorrelación causada por fenómenos de interdependencia espacial.

El modelo 14 se estima generalmente por máxima verosimilitud. De esta forma, la elección entre las tres especificaciones se hace por medio de pruebas basadas en el principio de multiplicadores de Lagrange¹⁴ sobre los residuales del modelo estimado por Mínimos Cuadrados Ordinarios, quienes se basan en las propiedades óptimas del estimador Máximo-Verosímil. Estos test son propuestos para evaluar la dependencia espacial sustantiva (modelo SAR) o residual (modelo SEM). En Anselin (1999) se presentan tres tipos de test, un estadístico de autocorrelación espacial global Moran I, para estructuras de rezago espacial LM-LAG y de error LM-ERR¹⁵ (Pérez, 2006).

La presentación de estos estadísticos es presentada a continuación, basada en el trabajo de Pérez (2006), donde se muestran cada uno de los estadísticos¹⁶.

¹³ La matriz se construyó a partir de un gráfico de esferas de influencia (en inglés SOI, ver Bivand et ál., 2008, pp. 244-246). Este criterio procede a través de un algoritmo que traza un círculo alrededor del centroide municipal, cuyo radio está dado por la distancia al municipio más cercano. Finalmente, son considerados vecinos aquellos municipios para los cuales estos círculos se intersectan. De acuerdo a este criterio de vecindad cada municipio posee en promedio 4.75 vecinos. El municipio más conectado posee 9 vínculos, mientras hay seis poblaciones con solo un vecino.

¹⁴ También son conocidos como Rao's Score test en la literatura anglosajona.

¹⁵ Existen igualmente las versiones robustas de estos dos últimos estadísticos, creados para posibles especificaciones erróneas locales.

¹⁶ Para una presentación más amplia de la construcción de cada uno de los test ver Vaya y Moreno (2000).

Cuadro 2. *Contrastes de dependencia espacial en modelos de regresión*

Sustantiva	Residual
$LM - LAG = \frac{[e'Wy/S^2]^2}{RJ_{\rho-\beta}}$ donde e es el vector de residuos mínimos cuadráticos del modelo clásico, W y la tasa de crecimiento rezagada, S^2 la estimación de la varianza residual del mismo modelo y $RJ_{\rho-\beta} = [T_1 + (WX\beta)'M(WX\beta)/S^2]$ con $T_1 = Tr(W'W + W^2)$. Este se distribuye χ^2 con un grado de libertad, asignando $\lambda = 0$ y $H_0 = \rho = 0$.	$I = \frac{N}{S} \frac{e'We}{e'e}$ donde e es el vector de residuos mínimos cuadráticos del modelo clásico, N el tamaño muestral y $S = \sum_i \sum_j w_{ij} = \sum_{(2)} w_{ij}$, es decir, la suma de los pesos espaciales ¹⁷ .
	$LM - ERR = \frac{[e'We/S^2]^2}{T_1}$ donde cada símbolo es similar al estadístico $LM - LAG$. Este se distribuye χ^2 con un grado de libertad, asignando $\rho = 0$ y $H_0 = \lambda = 0$.
Test Robustos	
$LM - LE = \frac{[e'Wy/S^2 - e'rwe/S^2]^2}{RJ_{\rho-\beta} - T_1}$ donde cada símbolo es similar a la versión no robusta, con distribución χ^2 e iguales grados de libertad.	$LM - EL = \frac{[e'We/S^2 - T_1(RJ_{\rho-\beta})^{-1}e'We/S^2]^2}{[T_1 - T_1^2(RJ_{\rho-\beta})^{-1}]}$ donde cada símbolo es similar al estadístico $LM - LAG$, con distribución χ^2 e iguales grados de libertad al no robusto.

Tomado a partir del trabajo de Pérez (2006).

¹⁷ Este estadístico tiene las propiedades similares al Índice de Moran presentado anteriormente.

III. Análisis empírico

El análisis aquí presentado tiene por objeto hacer una descripción del comportamiento de la actividad económica en Colombia durante los últimos 25 años a partir de las técnicas mencionadas anteriormente. Hecho esto, será posible hacer un análisis estático del comportamiento de la variable Ingresos Tributarios per cápita (ITP) para el periodo de estudio, y luego analizar los diferentes cambios presentados a través de los años. Para terminar se realizará un análisis econométrico clásico y espacial confirmatorio que permita determinar la convergencia o no de la actividad económica medida por la variable ITP en los municipios del país.

a. Datos Empleados

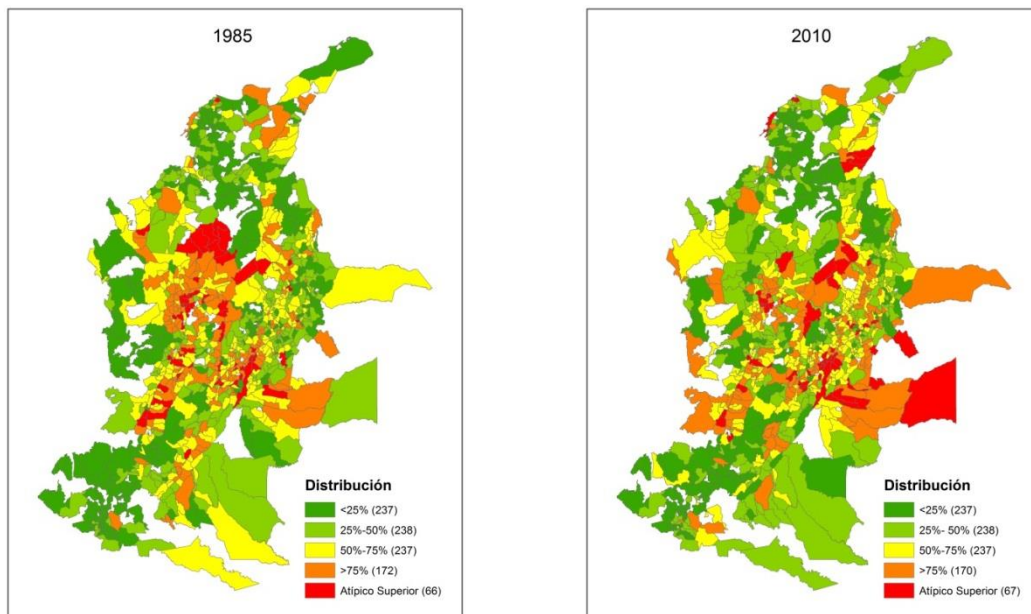
La base de datos utilizada en este estudio corresponde a los ingresos tributarios para los años 1985 y 2010, pertenecientes a las ejecuciones presupuestales suministradas por el Departamento Administrativo de Planeación -DNP-, las cuales están conformadas por la suma de los ingresos por impuesto predial e industria y comercio, además de otros ingresos. Esta información da cuenta indirectamente de la capacidad de generación de riqueza del municipio con sus propios recursos, lo que es una medida proxy de la actividad económica. Igualmente, se extrae de las proyecciones de población del Departamento Administrativo Nacional de Estadística -DANE-, el nivel de población municipal para los mismos años mencionados anteriormente. Esta información permite obtener los ingresos tributarios per cápita, que es la variable a utilizar en el estudio.

b. Análisis Exploratorio de Datos Espaciales

Esta primera aproximación empírica busca responder a la pregunta, ¿se encuentra en Colombia el nivel de actividad económica influenciada por los posibles efectos espaciales de ubicación en un determinado territorio del país? Es decir, se indaga sobre como el contexto espacial puede tener incidencia en la determinación del nivel de actividad económica para los municipios colombianos. Así, con el fin de responder esta pregunta se utilizan los indicadores de Moran Global y Local, que permiten hacer una contrastación empírica sobre las relaciones entre los municipios y sus vecinos, definiendo la posible dependencia espacial existente entre ellos, además de ilustrar sobre qué tipo es ésta, en otras palabras conocer si existe un esquema asociación espacial positiva o negativa.

De esta forma se procedió a calcular el diagrama de caja para los años inicial y final, dándose así una idea general de la distribución de los datos en todo el territorio de la muestra. Este es un método de representación que considera a las realizaciones individuales como generadas desde un proceso estocástico, y tiene como objetivo la identificación de puntos atípicos espaciales. Los resultados son presentados en el Gráfico 1.

Gráfico 1. *Diagrama/mapa de caja. Ingresos Tributarios per cápita*



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP. Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

Como se puede observar, si bien la gran mayoría de los datos se encuentran en el centro de la distribución, esto no es tan dicente como la gran dispersión de los datos hacia valores altos, los cuales presentan aproximadamente el 7% de la muestra para los dos años, un valor relativamente alto si se tiene en cuenta el número de datos a estudiar. Además, la participación de los valores atípicos en el cuartil superior de los datos es del 28% aproximadamente, lo que indica una heterogeneidad importante de los valores superiores en la distribución que debe tenerse en cuenta. Igualmente, es posible dar cuenta de una especie de estructura centro-periferia en los niveles de ITP, en la cual departamentos como Cundinamarca, Antioquia, Valle del Cauca, Meta y la zona del eje cafetero aglutinan los niveles más altos de actividad económica, en contraposición a apariciones sutiles en el resto del territorio. La Tabla 4.1 muestra cómo se distribuyen cada uno de los atípicos en los departamentos del país.

Tabla 1. *Cantidad de atípicos por departamento/1985 y 2010*

Departamento	Nº 1985	Municipio 1985	Valor más alto	Nº 2010	Municipio 2010	Valor más alto
Antioquia	29	El bagre	3.429,712	13	Sabaneta	7.879,952
Cundinamarca	14	Cogua	950,0797	19	Cota	14.218,57
Valle del cauca	5	Yumbo	3.086,287	3	Yumbo	8.172,995
Santander	3	Barrancabermeja	674,9729	4		
Risaralda	3	Pereira	566,5656	2	Balboa	2.791,388
Boyacá	3	Nobsa	1.442,173	8	Nobsa	7.148,317
Caldas	3	Manizales	508,3696	0		
Quindío	1	Armenia	382,3024	0		
Bogotá	1		1.211,379	1		
Atlántico	1	Barranquilla	448,5945	2	Puerto Colombia	937,263
Meta	1	Villavicencio	429,5441	7	Puerto Gaitán	16.054,88
Huila	1	Yaguará	468,5038	0		
Cesar	0			3	La Jagua de Ibirico	7.683,215
Tolima	0			2	Melgar	3.222,078
Casanare	0			1	Yopal	2.426,9
Bolívar	0			1	Cartagena	3.209,121
Cauca	0			1	Caloto	3.359,87
Total general	65			67		

Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP. Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

La Tabla 1 muestra como los outliers están fuertemente concentrados en el año 1985 en dos departamentos principalmente, Antioquia (29) y Cundinamarca (14), lo que muestra la diferencia preponderante de estas dos unidades espaciales con respecto al resto del territorio; sin embargo, en el año 2010 Cundinamarca toma el liderato con respecto a Antioquia, lo que encuentra explicación en la pérdida relativa del Bajo Cauca antioqueño como atípico en la distribución, lo que estaría indicando que la riqueza relativa de esta región no se sostuvo en el tiempo. Por otro lado, se ve como se dispersan los valores outliers a otros departamentos que no aparecen en la distribución inicial, entre ellos se tiene a Cesar, Tolima, Casanare, Bolívar y Cauca, en donde los municipios que constituyen atípicos no son necesariamente sus respectivas capitales departamentales. No obstante, el caso del departamento de Meta resalta como interesante en la medida que a pesar de estar en la lista de 1985, su participación relativa aumenta considerablemente, esto posiblemente ligado a la extracción de hidrocarburos ubicados en esta región.

Además, si se ordenan los departamentos por sus respectivos valores atípicos municipales en 1985, el orden sería Antioquia, Valle Del Cauca, Boyacá y Bogotá, con 3.429,712; 3.086,287; 1.442,173 y 1.211,379¹⁸ respectivamente. Estos valores se encuentran muy por encima del promedio, inclusive, puede decirse que dentro de estos outliers aún la distribución es muy dispersa ya que el valor más alto (3.429,712 del Bagre Antioquia), es casi 9 veces el valor más bajo (382,3024 de Armenia, Quindío) siendo ambos valores atípicos; lo que puede hacerse extensivo igualmente para el año 2010, aunque claramente no se presenta con las mismas unidades espaciales.

También, se muestra como curioso que los municipios con valores atípicos en el año 1985 sean en su mayoría capitales departamentales, no siendo lo mismo para el 2010, lo que indicaría cierta dispersión de los ITP a municipios vecinos o de segunda jerarquía en el departamento¹⁹ al pasar el tiempo. En cuanto a los municipios donde se encuentran los valores atípicos más altos para este año, los únicos que se mantienen en sentido estricto son Nobsa (Boyacá) y Barrancabermeja (Santander)²⁰, el resto de los municipios varía. En cuanto a Antioquia y Cundinamarca, se observa para el año de 2010 que sus municipios más altos son Sabaneta y Cota, pequeños en cuanto al tamaño de su territorio pero que contienen gran riqueza y crecimiento en los últimos años, aproximados por los ITP.

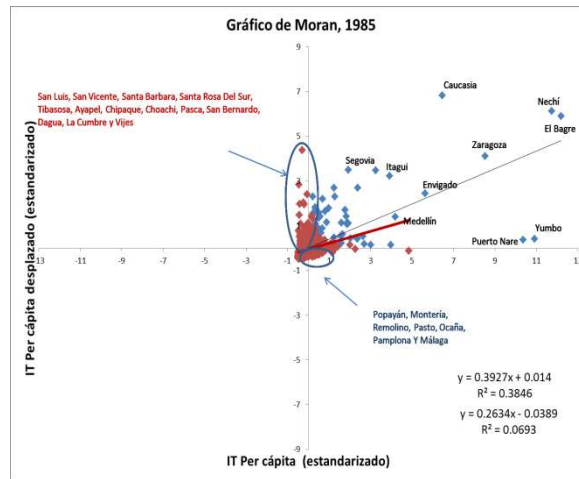
Como se puede ver hasta ahora, la distribución se encuentra repartida desigualmente en todo el país, donde las mayores concentraciones se presentan en los departamentos de Cundinamarca y Antioquia, y agrupaciones bajas en otras regiones del país. Este primer resultado da indicios de posibles efectos espaciales en la distribución de los ITP; no obstante, es necesario hacer una evaluación más rigurosa con respecto a este asunto para conocer qué tipo de asociación espacial se presenta, para esto se muestra el cálculo del Moran Global y Local en los años 1985 y 2010 en el Gráfico 2 y Gráfico 3 respectivamente.

¹⁸ En este caso las variables per cápita fueron multiplicadas por un millón para facilidad en la interpretación.

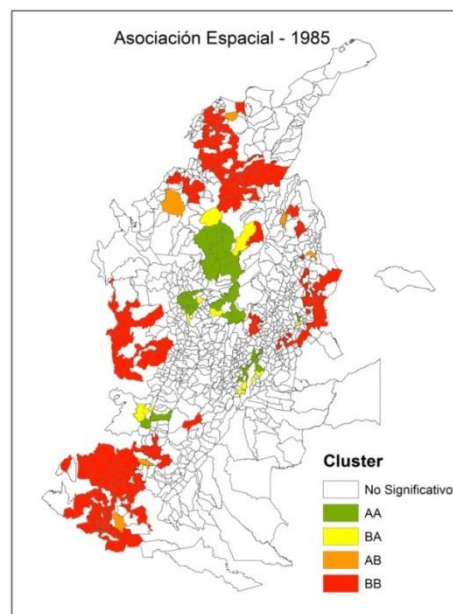
¹⁹ Es posible que este resultado se presente dado la alta población localizada en las capitales departamentales, lo que hace que el valor per cápita baje notablemente con respecto a otros poblados menos densos demográficamente.

²⁰ Se dice que en sentido estricto, ya que si bien Bogotá surgen en ambos cuadros, esto solo es por tomarse como una unidad espacial independiente.

Gráfico 2. Gráfico de Dispersión de Moran, 1985



Mapa Clúster, 1985



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP. Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

Los gráficos muestran una clara correspondencia positiva en términos generales, lo que indica que estamos ante un proceso de autocorrelación espacial positiva; esto revela que la mayoría de los municipios se encuentran alojados en espacios donde sus vecinos comparten el mismo nivel de actividad económica, es decir, municipios ricos rodeados de ricos y viceversa. A pesar de esto, también se encuentran casos atípicos, que se comportan como

islas de pobreza o de riqueza según el caso, quienes son los que se encuentran en los cuadrantes II y IV del gráfico de dispersión de Moran. Entre los atípicos BA se tienen a:

Tabla 2. *Valores atípicos BA según departamento/1985*

Departamento	Municipio	Departamento	Municipio
Antioquia	San Luis	Cundinamarca	Chipaque
Antioquia	San Vicente	Cundinamarca	Choachí
Antioquia	Santa Bárbara	Cundinamarca	Pasca
Bolívar	Santa Rosa Del Sur	Cundinamarca	San Bernardo
Boyacá	Tibasosa	Valle Del Cauca	Dagua
Córdoba	Ayapel	Valle Del Cauca	La Cumbre
		Valle Del Cauca	Vijes

Fuente: Cálculos propios.

Para el caso de los municipios de Santa Barbará y San Vicente en Antioquia, su posición se explica al estar cerca del Área Metropolitana del Valle del Aburra y el Oriente cercano, donde se presenta un clúster AA. En el caso específico de San Luis, éste se encuentra rodeado por San Carlos y Puerto Triunfo, dos municipios que se encuentran también en un clúster AA. Los casos de Santa Rosa del Sur y Ayapel son particulares, ya que se encuentran en la zona de influencia del Bajo Cauca Antioqueño, un territorio que como se mostró anteriormente, para este año presenta altos niveles de Ingresos Tributarios per cápita. Los cuatro municipios de Cundinamarca evidencian que a pesar de estar relativamente cerca del Área Metropolitana de Bogotá, no se estaban viendo influenciadas positivamente, para el año de 1985, de los efectos de estar en una región tan dinámica como es ésta. En cuanto a los municipios del Valle, parecen padecer el mismo fenómeno, ya que al estar cerca de Cali no han visto influenciarse por un efecto desbordamiento. Finalmente, en cuanto al municipio de Tibasosa, no se ven signos claros de porqué presenta esta característica, ya que solo se ve influenciado por Santa Rosa de Viterbo.

Con respecto a las islas de riqueza o clúster AB se encontró lo siguiente:

Tabla 3. *Valores atípicos AB según departamento/1985*

Departamento	Municipio
Cauca	Popayán
Córdoba	Montería
Magdalena	Remolino
Nariño	Pasto
Norte De Santander	Ocaña
Norte De Santander	Pamplona
Santander	Málaga

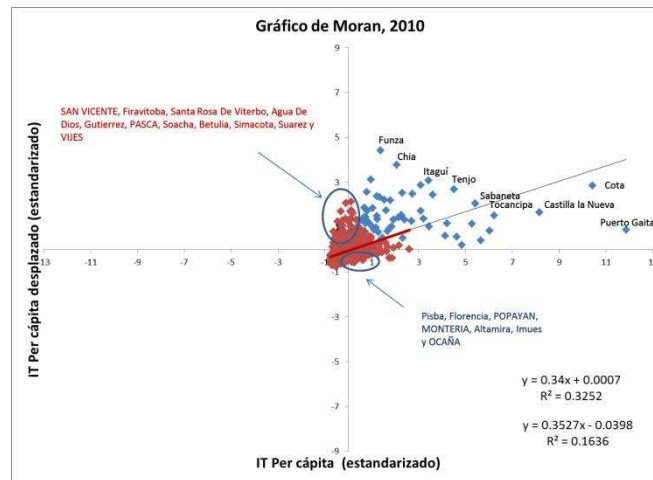
Fuente: Cálculos propios.

Como se puede ver en la Tabla 3, 3 de los 7 municipios que presentan la situación de AB, son capitales de departamento, lo que es de esperarse, ya que es allí donde deberían situarse los niveles más altos de riqueza de la zona. Sin embargo, hay 4 casos totalmente diferentes; para este año las capitales de sus respectivos departamentos no muestran un clúster estadísticamente significativo, lo que podría implicar dos cosas, que estos dos municipios se están convirtiendo en las verdaderas cabezas regionales de la zona o por otro lado, el nivel de ingresos tributarios son muy altos con respecto a su población.

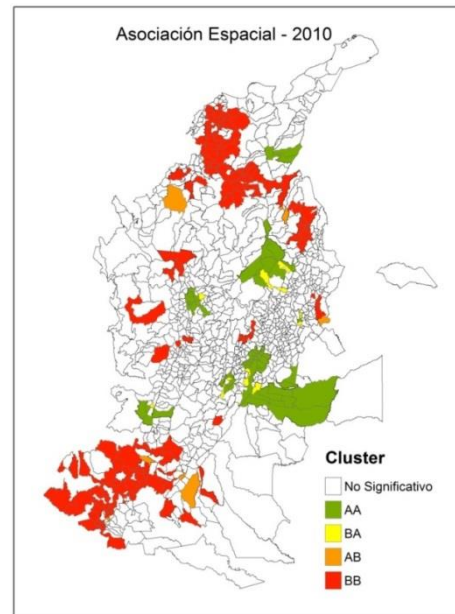
En cuanto al estadístico de Moran, luego de extraer del cálculo los outliers más altos, se encuentra una disminución con respecto al resultado cuando se tiene toda la muestra de 0,39 a 0,26; esto debido posiblemente a que se sustrae de su medición municipios con altos valores²¹ en la variable, quedando para el análisis una nube de puntos cercana al origen, lo que disminuye la pendiente. Además, como se puede ver el grado de explicación, medido por el R^2 disminuye de 0,3846 a 0,0693, fenómeno potencialmente explicado por la gran cantidad de valores que se encuentran cerca del origen y dificultan la capacidad de explicación lineal, o ubicados muy cerca de la abscisa o de la ordenada. Ahora, como se dijo anteriormente, este mismo análisis se realizó para el año 2010, del cual se obtuvieron los siguientes resultados.

²¹ Todos los municipios resaltados con azul salen del segundo cálculo al ser outliers.

Gráfico 3. Gráfico de dispersión de Moran, 2010 Mapa Clúster, 2010



Mapa Clúster, 2010



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP. Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

En este caso también se observa una correspondencia positiva entre el ITP de un municipio con el de sus vecinos; y aunque el nivel del Moran es un poco más bajo con respecto al mostrado en 1985, para el 2010 se mantiene cercano al mismo nivel al hacer a un lado de la muestra los outliers. Esto podría indicar que el resultado es robusto ya que la pendiente incluso aumenta con respecto al año inicial (0,34 a 0,35). Además, es importante tener en cuenta que aunque el nivel de explicación baja de 0,32 a 0,16; este cambio es menor que en el análisis anterior. Otro aspecto a notar es como la nube de puntos se dispersa un poco más a lo largo del primer y tercer cuadrante, mostrando una relación positiva en aumento y con unos atípicos no tan altos como en la distribución de 1985.

En cuanto a la ubicación de los clústeres AA y BB se notan algunos cambios destacados. El primero de ellos es la desaparición total del agrupamiento AA en el Bajo Cauca antioqueño, el cual podría pensarse se desplazó hacia municipios cercanos al río Magdalena. El segundo es que surge un nuevo polo de riqueza en el departamento del Meta y municipios aledaños, lo que sugeriría que proviene de la extracción de hidrocarburos como se mencionó anteriormente. Tercero, también surge un pequeño polo en tres municipios del Cesar. Por otro lado, parece que los círculos viciosos de pobreza presentes en los departamentos de Nariño y el Cauca se mantienen; además, surgen otros en municipios de la región caribe y el departamento de Norte de Santander.

Con respecto a las asociaciones espaciales por fuera de la tendencia positiva generan se tiene lo siguiente. Las “islas de pobreza” observadas son:

Tabla 4. *Valores atípicos BA según departamento/2010*

Departamento	Municipio
Antioquia	<i>San Vicente</i>
Boyacá	Firavitoba
Boyacá	Santa Rosa De Viterbo
Cundinamarca	Agua De Dios
Cundinamarca	Gutiérrez
Cundinamarca	<i>Pasca</i>
Cundinamarca	Soacha
Santander	Betulia
Santander	Simacota
Tolima	Suarez
Valle Del Cauca	<i>Vijes</i>

Fuente: Cálculos propios.

Lo primero que se observa es que el número de islas de pobreza es menor a 2010. Además, se puede ver como algunos municipios continúan en esta categoría desde 1985: San Vicente, Pasca, y Vijes; dado esto, es importante investigar en trabajos posteriores más a fondo estos municipios e indagar porque continúan en el retraso, a pesar de encontrarse rodeados de municipios relativamente ricos. Entre los nuevos municipios en esta categoría se tiene a Santa Rosa de Viterbo, quien en vez de verse beneficiado de su cercanía con Tibasosa, un municipio con riqueza, se quedó retrasado al igual que Firavitoba. En cuanto a los municipios de Cundinamarca, Agua de Dios muestra un resultado muy particular, ya que está rodeada totalmente de un esquema AA, que incluye municipios de Cundinamarca y Tolima y sin

embargo no ha mostrado beneficios de este clúster; en cuanto a los demás municipios de este departamento parecen mostrar en un esquema centro-periferia, donde Bogotá se posiciona como el centro y ellos una periferia atrasada y sin vincularse a los beneficios de estar cerca de la mayor metrópoli del país. Algo parecido ocurre con los municipios de Santander, Simacota y Betulia, que se encuentran en una zona AA liderada por Barrancabermeja, no obstante no es el mismo caso anunciado anteriormente ya que esta no es la capital del departamento, que no evidencia un nivel de clúster significativo.

En el caso de las islas de riqueza los resultados obtenidos fueron:

Tabla 5. *Valores atípicos AB según departamento/2010*

Departamento	Municipio
Boyacá	Pisba
Caquetá	Florencia
Cauca	<i>Popayán</i>
Córdoba	<i>Montería</i>
Huila	Altamira
Nariño	Imués
Norte De Santander	<i>Ocaña</i>

Fuente: Cálculos propios.

En este caso las poblaciones que se mantienen en la categoría AB son Popayán, Montería y Ocaña, dos de ellas capitales de departamento, lo que explica en parte su comportamiento y Ocaña el único municipio que sobresale en su departamento (Norte de Santander). Finalmente, los demás municipios muestran un fenómeno típico de isla de riqueza, ya que se encuentran explícitamente en un lugar donde están rodeados de un esquema BB.

Para observar como fue el comportamiento en términos generales se construyó una tabla resumen, en la cual se contabilizan cada uno de los clúster y su peso con respecto al total de significativos, la cual arrojó los siguientes resultados:

La Tabla 6 muestra que tanto para el año 1985 como para el 2010, el mayor peso del clúster cae sobre las categorías AA y BB, lo que es consecuente con la conclusión de autocorrelación espacial positiva adoptada anteriormente. Sin embargo, se observa una pérdida de peso del clúster BB, ganada en su mayoría por el AA, lo que puede interpretarse como un aumento en la aglomeración de los más ricos, aspecto que puede ser dado por un efecto desbordamiento o propagación. Por otro lado, aunque las islas tanto AB como BA tienen un peso minúsculo, éste se mantiene relativamente constante al pasar el tiempo, aspecto para tener en cuenta con la hipótesis de convergencia y la conclusión anterior.

Tabla 6. *Resumen de Asociación espacial*

Clúster	1985	%	2009	%
AA	46	19%	65	28%
BB	178	73%	148	64%
AB	7	3%	7	3%
BA	13	5%	11	5%
No Significativo	705		718	
Total Significativos	244		231	

Fuente: Cálculos propios.

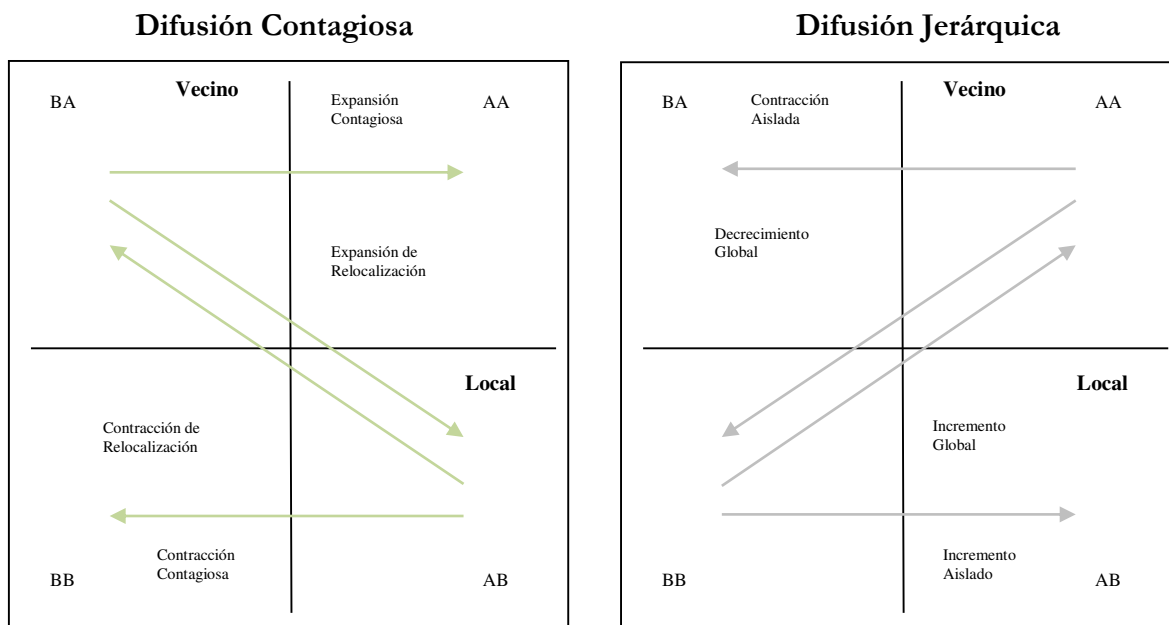
Además, aunque la mayoría de los resultados fueron no significativos, la proporción cambia poco de un año a otro; sin embargo, esto no quiere decir que los 244 municipios estadísticamente significativos en el año 1985 sean los mismos para el año 2010. Si se contrastan los dos mapas presentados anteriormente se puede ver que la distribución de los clúster cambia, especialmente en zonas como el Bajo Cauca antioqueño, algunos municipios del Choco, Meta, Santander y Norte de Santander principalmente.

c. Efectos de Difusión Contagiosa y Jerárquica

Ahora, a diferencia del apartado anterior que estudio el comportamiento de los clústeres desde un método estático, donde mediante la comparación de los años inicial y final se observó la conducta de asociación espacial de los municipios. Este apartado tratará de exponer como se han modificado espacialmente estas asociaciones en el periodo de estudio, es decir, es posible que durante este lapso de tiempo los municipios cambien su ubicación en el plano cartesiano a cualquier otro cuadrante, lo que se conoce como *efecto difusión*²².

Esta dinámica puede ser categorizada en dos grupos, difusión espacial contagiosa y difusión espacial jerárquica. Estas se exponen en el siguiente Gráfico 4.

²² El punto de partida para este apartado surge de lo propuesto por Pérez (2005) y Sánchez et al (2003) en cuanto a las dinámicas espaciales.

Gráfico 4. *Efectos de Difusión Espacial*

Fuente: Tomado de Sánchez, et al (2003).

La Difusión Contagiosa trata de cómo un municipio puede llegar a afectar a su vecino: de esta forma la situación de la unidad espacial se ve afectada por su condición espacial particular. Esto se puede dar por medio de una relocalización o una expansión (o contracción). En la primera, la situación del municipio cambia, no obstante causa efectos negativos o positivos sobre sus vecinos. Un ejemplo podría ser el caso en el cual un municipio se encuentre en situación de pobreza, rodeado de vecinos ricos; sin embargo, al cambiar el tiempo la situación se invierte dados los efectos negativos del municipio sobre sus vecinos. En la segunda son los vecinos quienes influyen en la situación del municipio, sin cambiar ellos de estado, lo que implica un contagio.

El caso de la difusión jerárquica, se presenta un contagio pero no determinada por el tipo de contacto espacial, lo que dificulta su explicación, donde una definición plausible sería la adopción de políticas económicas y/o sociales independientes, que no encuentran su explicación en el contexto espacial.

Para observar este comportamiento se dispuso a construir una matriz de transiciones de Markov tomando como variables las diferentes posiciones de los municipios en el plano cartesiano. Esta se construyó teniendo en cuenta los años iniciales y finales de la muestra con el fin de determinar el punto de partida y el final del periodo y hacerse una idea que lo que ocurrió en términos generales en el país.

Tabla 7. *Matriz de Markov del Moran Local, transiciones de 1985 y 2010*

		ti+1 t	Con respecto al País				N° de Obs.
			AA	BB	BA	AB	
Moran	AA		0.588	0.141	0.175	0.096	177
	BB		0.056	0.767	0.109	0.069	540
	BA		0.340	0.278	0.354	0.028	144
	AB		0.250	0.318	0.091	0.341	88
Distribución inicial			0.1865	0.5690	0.1517	0.0927	949
Distribución Ergódica			0.2584	0.4819	0.1649	0.0947	

+ - + +

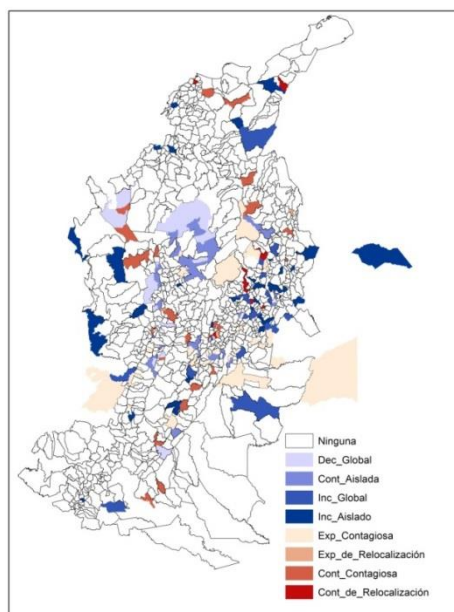
Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP. Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

Lo primero que se observa es la confirmación de asociaciones espacial positiva, medida por los valores de la distribución inicial y ergódica de la muestra. Como se puede observar las categorías con mayor peso son AA y BB, ambas contienen el aproximadamente el 74% de las transiciones, es decir, la relación entre los municipios es, en su mayoría, asociada con vecinos de similar clase, donde la clasificación AA haga peso en la distribución ergódica o de largo plazo con respecto a la inicial, en contraste con la BB quien es la única que pierde peso. Lo anterior se muestra como positivo en la medida que indica que relativamente los municipios están mejorando la situación, no obstante, es necesario percatarse que este positivismo se ve opacado al ser esta categoría la de mayor peso aún en el largo plazo.

En la matriz se encuentran resaltadas las transiciones contagiosas (naranja) y jerárquica (amarillo), donde se ven varios resultados interesantes. En primer lugar, las transiciones que más se dan son de tipo BA→AA, lo que indica una expansión contagiosa en algunas regiones del país, las cuales se difunden por todo el territorio colombiano. En el Gráfico 4 se observa cómo se distribuyen estas transiciones en el país. Por ejemplo, en Antioquia se presenta en los municipios de Guadalupe, Concepción y Santo Domingo, donde los dos últimos están relativamente cerca del área metropolitana; también se presenta este fenómeno en el departamento de Cundinamarca y Meta, especialmente en municipios cercanos a Bogotá, lo que mostraría a la Capital de la República como fuente de efectos espaciales positivos con sus vecinos.

La segunda relación que más se presenta es AB→BB, lo que significa una contracción contagiosa. Este caso puede entenderse, en cierta medida como un círculo vicioso de asociación espacial, donde la situación de un municipio se ve influida negativamente por su contexto espacial. Ella, al igual que el caso anterior también se encuentra distribuida por todo el territorio, presentándose en mayor medida en los departamentos de Antioquia y Cundinamarca. En Antioquia, el fenómeno se presenta en las subregiones de Urabá y Occidente, municipios que en cierta medida han tenido problemas para salir de la pobreza. En cuanto a Cundinamarca, se distribuye en municipios al occidente del departamento y algunos limítrofes con el Tolima.

Gráfico 5. *Ubicación de asociación espacial contagiosa y jerárquica*



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación -DNP-. Departamento Administrativo Nacional de Estadística -DANE-. Cálculos propios.

En los resultados hasta ahora analizados se han esgrimido situaciones de difusión contagiosa, ahora se expondrán casos de difusión jerárquica, los cuales son casos particulares en los cuales el comportamiento es más difícil de explicar, en la medida que no se debe a los efectos espaciales propiamente, sino que indagan sobre situaciones particulares acontecidas de los municipios. Uno de esos casos es el paso AA-BA de contracción aislada, el cual lidera ampliamente el departamento de Antioquia. Este muestra como municipios que en un principio se encontraban en situación de riqueza, ven disminuida esta al pasar el tiempo, aun cuando se encuentren con vecinos en promedio ricos. Particularmente en Antioquia se muestran casos de municipios al occidente, relativamente cercanos al área metropolitana, además de otros al nordeste.

Otro caso de difusión jerárquica es el paso AA→BB, es decir un decrecimiento global del municipio y sus respectivos vecinos. Al igual que en caso anterior Antioquia es quien presenta la mayor cantidad de casos, específicamente en el Bajo Cauca, parte de Urabá y al sur-occidente. Esto muestra como una región que en el año de 1985 era particularmente rica ha venido perdiendo fuerza en el contexto departamental, situación particular ocurrida en el Bajo Cauca, donde como se puede ver en cálculos anteriores, parecía existir un clúster AA, el cual ha desaparecido totalmente estos últimos años. Esto podría deberse a la relación existente entre la población y los ingresos tributarios, donde los segundos no crecieron lo suficiente como para que los ITP se mantuvieran en aumento al pasar el tiempo.

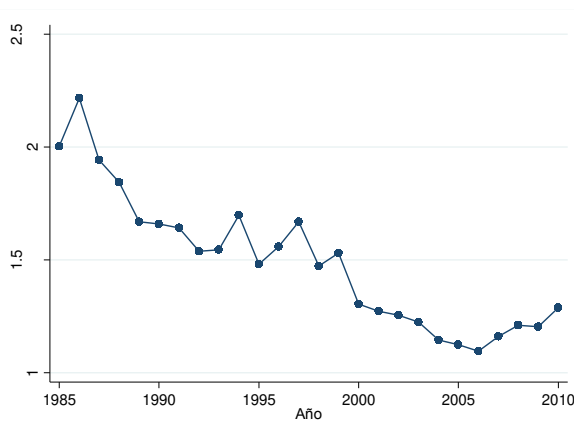
Con lo presentado en este apartado puede concluirse que los departamentos más dinámicos a través del tiempo son Antioquia y Cundinamarca, lo cual es de esperarse en la medida que

son de cierto modo, los dos centros económicos del país y por tanto es donde se esperan mayores efectos espaciales a nivel zonal.

d. Convergencia clásica y espacial

Este apartado busca finalmente, después de hacer una caracterización general sobre el comportamiento de la variable de estudio, realizar un ejercicio de convergencia para los ITP para el periodo 1985-2010 en Colombia a nivel municipal. Primero se analiza el comportamiento que tiene la dispersión de los ingresos tributarios municipales per cápita en el periodo de estudio. El gráfico 6 muestra que la dispersión relativa de los ingresos tributarios municipales per cápita ha disminuido. En concreto, el cociente entre la desviación estándar y la media de los ingresos tributarios municipales ha disminuido entre 1985 y 2010. Por ejemplo, en 1985 la desviación estándar equivalía aproximadamente a 2 veces la media, mientras en 2010 equivalía a 1.28 veces la media. Por tanto, de acuerdo a la variable analizada hay indicios de que las brechas entre municipios se están cerrando.

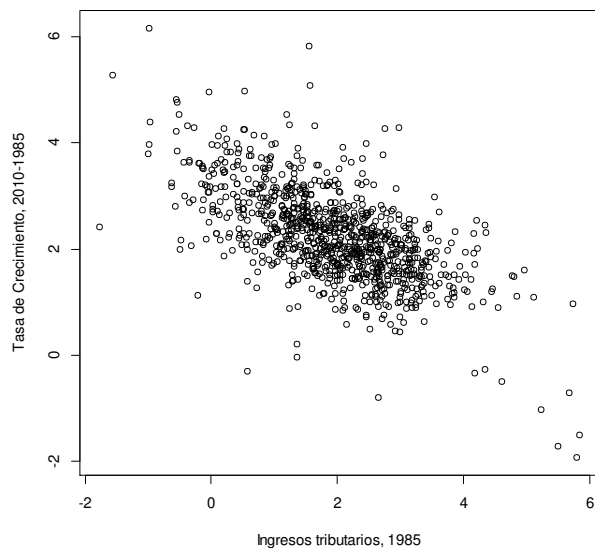
Gráfico 6. Evolución de la dispersión de los ingresos tributarios municipales per cápita.



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP. Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

Ahora, como se dijo anteriormente se evaluará la posible convergencia de los municipios a partir de la estimación de ecuación 13. Una primera aproximación a esta estimación se presenta en el gráfico 7, quien muestra un diagrama de dispersión donde se relaciona la tasa de crecimiento de los ingresos tributarios per cápita contra el logaritmo los ingresos tributarios per cápita en 1985. De acuerdo a este gráfico es aparente que hay una relación negativa entre las dos variables.

Gráfico 7. *Diagrama de dispersión. Tasa de crecimiento de los ingresos tributarios per cápita versus el logaritmo los ingresos tributarios per cápita en 1985*



Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP.
Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

El modelo de regresión en la ecuación 13 es estimado por mínimos cuadrados ordinarios (OLS). Se obtienen los resultados presentados en la primera fila de la tabla 8²³. La pendiente de la regresión es negativa, lo que significa que, en promedio, los municipios con menores ingresos tributarios en 1985 crecen más rápido, de manera que estos municipios pobres están cerrando su distancia con respecto a los municipios más prósperos (o con mayor recaudo tributario). Por lo tanto, se verifica la hipótesis de convergencia absoluta, hecho que no sorprende teniendo en cuenta la evidencia aportada por los gráficos 6 y 7. La pendiente estimada implica que la velocidad de convergencia es de aproximadamente un 2.71% anual. Sin embargo, el modelo OLS estimado presenta signos de mala especificación, por lo cual hay lugar para dudar de los resultados obtenidos. En primer lugar, hay signos de heteroscedasticidad de acuerdo al test de Breusch y Pagan (ver Tabla 10)²⁴. En segundo lugar, hay evidencia de autocorrelación transversal en los residuales. En particular, los residuales del modelo OLS presentan autocorrelación espacial, de acuerdo al test de Moran, cuyos resultados se presentan en la tabla 9. Este hecho no sorprende, dado el apreciable nivel de autocorrelación espacial positiva presente en los datos, como se pudo visualizar en apartados anteriores²⁵.

Posteriormente, se estimaron las variaciones SAR Y SEM del modelo SARAR presentado en la ecuación 14 con el objetivo de estudiar cuál de los dos diferentes casos de

²³ Las tablas se presentan en el anexo.

²⁴ Siguiendo a Anselin (2005, p. 195), el cuadrado de los residuales estandarizado por su varianza es regresado contra el cuadrado de las variables explicativas. Además, para ver mejor el desarrollo de este test en presencia o no de dependencia espacial ver Vaya y Moreno (2000).

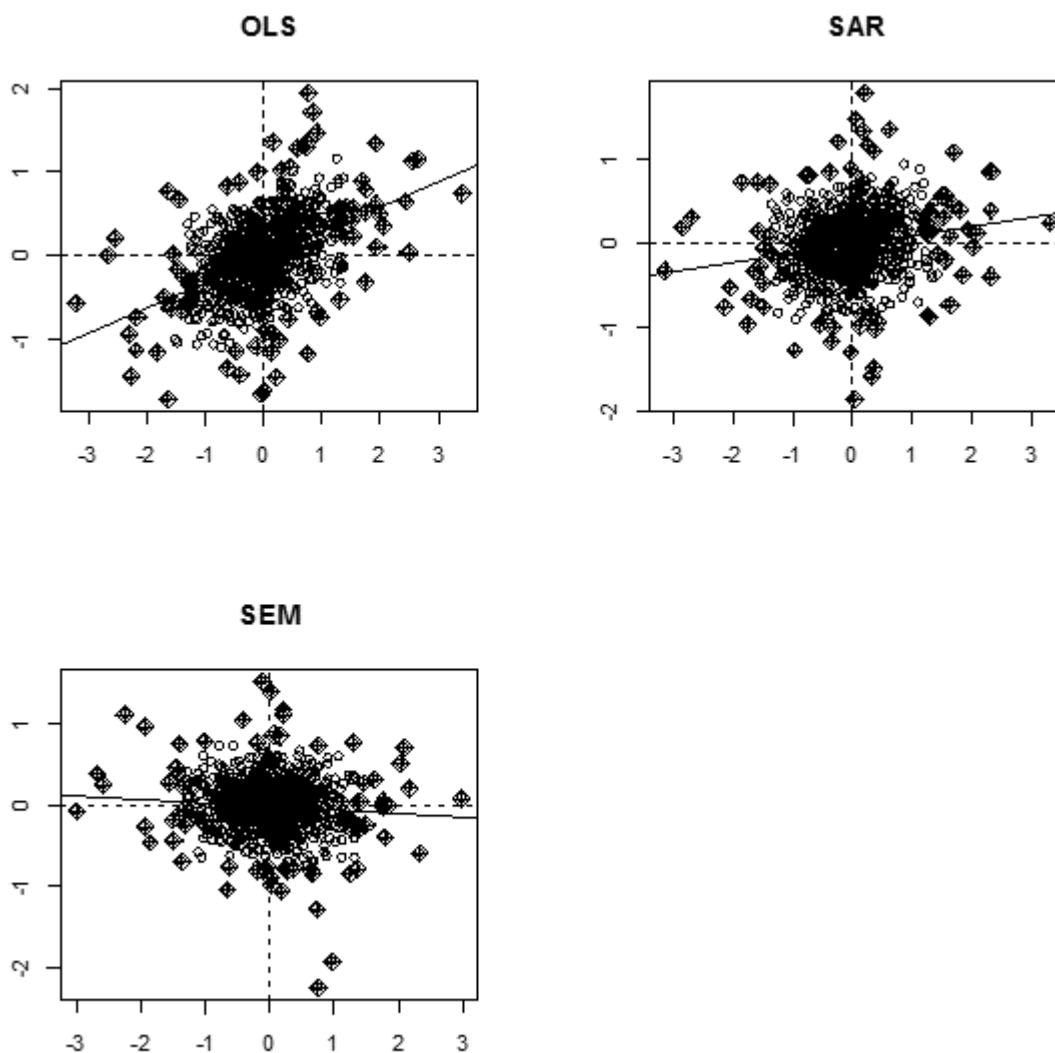
²⁵ Similarmente para la variable en logaritmo en los años inicial y final fueron 0.534 y 0.489 respectivamente, siendo ambos estadísticamente significativos a un nivel del 1%.

autocorrelación espacial, sustantiva o residual, se ajusta mejor a la distribución de los datos²⁶ por el método de Máxima Verosimilitud. Además, como se mencionó anteriormente para decidir entre uno de estas dos especificaciones, se emplean pruebas de hipótesis basadas en el principio del multiplicador de Lagrange sobre los residuales del modelo OLS. Se obtienen los resultados reportados en la tabla 9. Los cuatro estadísticos de prueba son significativos al 1%, razón por la cual no se reportan sus p-valores. El test reportado en la primera fila de la tabla 9 se verifica por la presencia de un término de error autocorrelacionado (modelo SEM), mientras en la segunda fila se indaga sobre la posible presencia de un rezago espacial de la variable dependiente (modelo SAR). Los test reportados en las dos últimas filas son sus versiones robustas. El test en la penúltima fila indaga sobre la presencia de dependencia espacial en el término de error bajo la hipótesis de que existe un rezago espacial de la variable dependiente, el cual es incorrectamente excluido en el modelo de regresión. El test en la última fila hace una tarea análoga para detectar la presencia de un rezago espacial de la variable dependiente.

El hecho de que los cuatro estadísticos sean significativos dificulta la elección del modelo. No obstante, el estadístico de prueba es bastante más grande para el caso del modelo de error espacial, tanto en su versión no robusta como robusta. La tabla 8 reporta los resultados de la estimación de los modelos SAR y SEM. Los errores estándar de los coeficientes de regresión estimados son pequeños, indicando la significancia individual de los mismos (su p-valor, no reportado en la tabla, es inferior al 1%). En las dos últimas filas se reporta la log-verosimilitud de cada uno de los modelos estimados y el criterio de información de Akaike (AIC). El modelo con la mayor log-verosimilitud y el menor coeficiente AIC es el modelo de error espacial (SEM), indicando que esta es la especificación más pertinente.

Además, en el presente caso, modelar de manera explícita la dependencia espacial presente en los datos permite corregir los problemas de heteroscedasticidad que presenta el modelo OLS. En este sentido la Tabla 10 muestra que, de acuerdo al test de Breusch-Pagan, los modelos SAR y SEM no presentan problemas de heteroscedasticidad (el estadístico de prueba es bastante pequeño). Sin embargo, el modelo SAR no elimina la autocorrelación residual. La Tabla 11 muestra el test de Moran sobre los residuales de los tres modelos estimados. De acuerdo a este test, los modelos OLS y SAR presentan autocorrelación espacial positiva en los residuales de regresión. Por el contrario, el modelo SEM no presenta autocorrelación espacial significativa (su p-valor es grande, indicando que el indicador de Moran en este caso no es estadísticamente diferente de cero). Asimismo, el gráfico 8 muestra los diagramas de dispersión de Moran para los residuales de los tres modelos de regresión estimados. Allí es evidente como el modelo SEM alivia la dependencia espacial existente en los residuales.

²⁶ Solo se estiman estos dos modelos para hacer una diferenciación explícita entre los dos tipos de autocorrelación espacial, en vez de hacerlo de forma agregada por medio del SARAR.

Gráfico 8. Diagrama de dispersión de Moran sobre los residuales de regresión

Fuente: Departamento Administrativo de Planeación- DNP. Departamento Administrativo Nacional de Estadística- DANE. Cálculos propios.

De acuerdo a la pendiente del modelo SEM, al tener en cuenta la estructura de dependencia en los residuales, es posible calcular que la velocidad de convergencia aumenta. En este caso la velocidad asciende aproximadamente a un 3.34% anual. Por tanto, de acuerdo al modelo SEM las brechas entre municipios se están cerrando a una velocidad superior de lo esperado a partir de un modelo de regresión clásica, ya que los municipios más pobres están acercándose a su ingreso de estado estacionario a una velocidad superior que los municipios más ricos.

Ahora bien, teniendo en cuenta que el parámetro λ es positivo. Esto indica que se generan externalidades positivas de la cercanía con otros municipios de rápido crecimiento. En otras palabras, en presencia de un shock positivo en una determinada ubicación, no solo crecerá más rápido el municipio que recibe este estímulo, sino también las poblaciones cercanas a él; así, el crecimiento de los municipios se verá afectado por cambios imposibles de anticipar en los vecinos, o de otro modo, crecimiento anómalo en los municipios colindantes. Por tanto, que la velocidad de convergencia sea más alta en este caso no necesariamente significa que las brechas entre regiones se están cerrando más deprisa. Finalmente, se concluye que hay que tener en cuenta que la estimación tradicional de convergencia tiene problemas de especificación, debido a la existencia de interdependencias entre los municipios vecinos.

Conclusiones

Como se mostró en el desarrollo del trabajo, el contexto espacial de los municipios influye en las dinámicas de crecimiento de la actividad económica medida por los ITP. Ello indica que el estudio de la convergencia en Colombia a nivel municipal, llevado a cabo por técnicas como en análisis exploratorio de datos espacial y el análisis confirmatorio, se constituye en una buena opción para la realización de futuros trabajos.

En el caso particular de este estudio se encontró como las fuentes de mayor crecimiento son las correspondientes áreas metropolitanas de los departamentos de Cundinamarca y Antioquia principalmente y en cierta medida la del Valle del Cauca, lo que en la literatura se conoce como el triángulo de oro. Esto implica que en Colombia existe de cierto modo un esquema centro-periferia, donde esta última está fuertemente afianzada en algunos departamentos de la costa Caribe, Norte de Santander, Nariño y Cauca. Un caso particular de crecimiento en los últimos años lo constituye el Meta, el cual es explicado posiblemente por la extracción de recursos minero energéticos, por lo que está viendo aumentada su riqueza. Todo lo anterior se resume en una autocorrelación espacial positiva, donde los municipios de igual nivel de riqueza se encuentran contiguos, y solo una pequeña proporción de los municipios rompe con este modelo, especialmente representado por capitales departamentales o segundas cabezas departamentales.

Por otro lado, se encuentra que los departamentos que presentan mayores niveles de efectos difusión, ya sea contagiosa o jerárquica, son Antioquia y Cundinamarca, en cierto modo explicado por las expansiones cercanas a las áreas metropolitanas, o contracciones en la periferia de estos departamentos. Lo anterior establece a estos dos departamentos como los centros económicos principales del país, donde al pasar los años se generaron los mayores efectos espaciales a nivel municipal, según el periodo y los datos utilizados en este estudio. A partir de lo anterior se conjetura que para la regiones distantes de los principales focos de crecimiento, es necesario adoptar políticas económicas muy precisas que permitan a la periferia crecer más rápidamente, ello en la medida que no se están viendo beneficiadas de los procesos de crecimiento adoptados en otros lugares, lo que indica que los efectos espacial no se están difundiendo en ciertas parte del territorio. Finalmente, se encuentra que existe convergencia no condicional entre los municipios del país, explicada de cierto modo, por un esquema de autocorrelación espacial residual, lo que indica que las evaluaciones tradicionales de convergencia tienen problemas de especificación que deben tenerse en cuenta a la hora de testear la hipótesis.

Bibliografía

ANSELIN, Luc (1995). "Local indicators of spatial association – LISA", *Geographical Analysis*, Vol. 27, No. 2, 1995, pp. 93-115.

ANSELIN, Luc (1999). "Spatial Econometrics", Bruton Center, School of Social Sciences, Richardson, University of Texas at Dallas, 1999, pp. 1-30.

ANSELIN, Luc (2005). *Exploring spatial data with GeoDa: A workbook*, Illinois, Center for Spatially Integrated Social Science.

BARÓN, Juan David (2003) "¿Qué sucedió con las disparidades económicas regionales en Colombia entre 1980 y el 2000?," Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional, Banco de la República - Economía Regional, 2003.

BIVAND, Roger; PEBESMA, Edzer & GÓMEZ-RUBIO, Virgilio (2008). *Applied spatial data analysis with R*, New York, Springer.

BRANISA, Boris & CARDOZO, Adriana (2009). "Revisiting the Regional Growth Convergence Debate in Colombia Using Income Indicators," Ibero America Institute for Econ. Research (IAI) Discussion Papers 194, Ibero-America Institute for Economic Research, revised 21 Aug 2009.

BONET, Jaime & MEISEL, Adolfo (1999). "La convergencia Regional en Colombia: una visión de largo plazo, 1926-1995", Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional, Banco de la República - Economía Regional, 1999.

CAMAGNI, Roberto (2005). *Economía Urbana*. Barcelona. Antoni Bosch S.A. Editor.

CAPELLO, Roberta (1995). "La Economía Regional tras cincuenta años: Desarrollos teóricos recientes y desafíos futuros". *Investigaciones Regionales*, No. otoño, 2006, pp. 169-192.

CARDENAS, Mauricio & PONTÓN, Adriana (1995). Growth and convergence in Colombia: 1950-1990, *Journal of Development Economics*, Vol. 47, No. 1, 1995, pp. 5-37.

CHRISTALLER, Walter (1966). *Central Places in Southern Germany*. Jena, Germany: Fischer, 1933 (English translation by C. W. Baskin, London: Prentice Hall, 1966).

GALVIS, Luis Armando & MEISEL, Adolfo (2000). "El crecimiento económico de la ciudades colombianas y sus determinantes, 1973-1998," Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional, Banco de la República – Economía Regional.

HAYASHI, Fumio (2000). *Econometrics*, Princeton University Press.

KRUGMAN, Paul (1996). "Urban concentration: the role of increasing returns and transport costs", *International Regional Science Review*, No 19, 1996, pp. 5-30.

LÖSCH, August (1954). *The Economics of Location*. Jena, Germany: Fischer, 1940 (English translation, New Haven, CT: Yale University Press, 1954).

MELLA, José María; LÓPEZ, Asunción & CHASCO, Coro (2005). *Crecimiento económico y convergencia urbana en España*. Madrid, Instituto de Estudios Fiscales.

PERÉZ, Gerson Javier (2005). “Dimensión espacial de la pobreza en Colombia”, Documentos de Trabajo sobre Economía Regional, No. 54, Banco de la República, Cartagena, 2005.

PÉREZ, Jorge (2006). "Econometría espacial y ciencia regional". *Investigación Económica*, No. octubre-diciembre, 2006, pp. 129-160.

POLÉSE, Mario; BARRAGÁN, Carmen & PÉREZ, Salvador (1998). *Economía urbana y regional. Introducción a la relación entre territorio y desarrollo*. Cartago, Editorial tecnológica de Costa Rica.

PUGA, Diego (1999). “The rise and fall of regional inequalities”, *European Economic Review*, No 43, 1999, pp. 303-334.

REY, Sergio (2001). “Spatial Empirics for Economic Growth and Convergence”, *Geographical Analysis*, Vol. 33, No. 3, Ohio, The Ohio State University, 2001, pp. 195-214.

SÁNCHEZ, Fabio; DÍAZ, Ana María & FORMISANO, Michel (2003). “Conflicto, violencia y actividad criminal en Colombia: un análisis espacial”, Archivos de Economía, No. 219, Departamento Administrativo de Planeación, Bogotá, 2003.

VAYA, Esther & MORENO, Rossina (2000). *Técnicas econométricas para el tratamiento de datos espaciales: la econometría espacial*, Universidad de Barcelona, UB44 Manuals.

VON THUNEN, Johann (1966). *Der Isolierte Staat in Beziehung auf ländtschaft itrid Nationalökonomie*. Hamburg, 1826 (Traducción al inglés por C. M. Wartenberg, *von Thünen's Isolated State*, Oxford: Pergamon Press, 1966).

WEBER, Alfred (1929). *Urber den Starndort der Industrie*. Tübingen, Germany: J. C. B. Mohr, 1909 (Traducción al inglés por Carl J. Friedrich, The University of Chicago Press, 1929).

Anexos

*A1. Tablas de resultados y pruebas de hipótesis***Tabla 8. Resultados**

	OLS	SAR	SEM
Intercepto	3.19561 (0.04464)	2.452658 (0.110977)	3.343912 (0.058545)
Pendiente	-0.49181 (0.02002)	-0.433869 (0.022389)	-0.565684 (0.022739)
Rho (ρ)		0.2819 (0.03564)	
Lambda (λ)			0.48532 (0.036154)
LogLik	-991.5722	-960.51	-914.07
AIC	1989.1	1929.0	1836.2
Nota: desviación estándar entre paréntesis. Los coeficientes reportados son significativos al 1%.			

Fuente: Cálculos propios.

Tabla 9. Pruebas de Multiplicador de Lagrange para dependencia espacial

Modelo	Estadístico de prueba
SEM	190.359
SAR	73.301
SEM (test robusto)	147.857
SAR (test robusto)	30.799

Fuente: Cálculos propios.

Tabla 10. *Test Breusch-Pagan de heteroscedasticidad*

	Estadístico	de P-valor
	Prueba	
OLS	4.211008	0.0401625
SAR	0.1550791	0.6937281
SEM	0.718591	0.3966065

Fuente: Cálculos propios.

Tabla 11. *Test de Moran sobre los residuales de regresión*

	Índice de Moran	P-valor
OLS	0.3010195583	0.001
SAR	0.1072168113	0.001
SEM	-0.0430608795	0.975

Nota: p-valores obtenidos tras 999 permutaciones

Fuente: Cálculos propios.

Borradores del CIE

No.	Título	Autor(es)	Fecha
01	Organismos reguladores del sistema de salud colombiano: conformación, funcionamiento y responsabilidades.	Durfari Velandia Naranjo Jairo Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Agosto de 2002
02	Economía y relaciones sexuales: un modelo económico, su verificación empírica y posibles recomendaciones para disminuir los casos de sida.	Marcela Montoya Múnera Danny García Callejas	Noviembre de 2002
03	Un modelo RSDAIDS para las importaciones de madera de Estados Unidos y sus implicaciones para Colombia	Mauricio Alviar Ramírez Medardo Restrepo Patiño Santiago Gallón Gómez	Noviembre de 2002
04	Determinantes de la deserción estudiantil en la Universidad de Antioquia	Johanna Vásquez Velásquez Elkin Castaño Vélez Santiago Gallón Gómez Karoll Gómez Portilla	Julio de 2003
05	Producción académica en Economía de la Salud en Colombia, 1980-2002	Karem Espinosa Echavarría Jairo Humberto Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Agosto de 2003
06	Las relaciones del desarrollo económico con la geografía y el territorio: una revisión.	Jorge Lotero Contreras	Septiembre de 2003
07	La ética de los estudiantes frente a los exámenes académicos: un problema relacionado con beneficios económicos y probabilidades	Danny García Callejas	Noviembre de 2003
08	Impactos monetarios e institucionales de la deuda pública en Colombia 1840-1890	Angela Milena Rojas R.	Febrero de 2004
09	Institucionalidad e incentivos en la educación básica y media en Colombia	David Fernando Tobón Germán Darío Valencia Danny García Guillermo Pérez Gustavo Adolfo Castillo	Febrero de 2004
10	Selección adversa en el régimen contributivo de salud: el caso de la EPS de Susalud	Johanna Vásquez Velásquez Karoll Gómez Portilla	Marzo de 2004
11	Diseño y experiencia de la regulación en salud en Colombia	Jairo Humberto Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Marzo de 2004
12	Economic Growth, Consumption and Oil Scarcity in Colombia: A Ramsey model, time series and panel data approach	Danny García Callejas	Marzo de 2005
13	La competitividad: aproximación conceptual desde la teoría del crecimiento y la geografía económica	Jorge Lotero Contreras Ana Isabel Moreno Monroy Mauricio Giovanni Valencia Amaya	Mayo de 2005
14	La curva Ambiental de Kuznets para la calidad del agua: un análisis de su validez mediante raíces unitarias y cointegración	Mauricio Alviar Ramírez Catalina Granda Carvajal Luis Guillermo Pérez Puerta Juan Carlos Muñoz Mora Diana Constanza Restrepo Ochoa	Mayo de 2006
15	Integración vertical en el sistema de salud colombiano: Aproximaciones empíricas y análisis de doble marginalización	Jairo Humberto Restrepo Zea John Fernando Lopera Sierra Sandra Rodríguez Acosta	Mayo de 2006
16	Clometrics: a market account of a scientific community (1957-2005)	Angela Milena Rojas	Septiembre de 2006
17	Regulación ambiental sobre la contaminación vehicular en Colombia: ¿hacia dónde vamos?	David Tobón Orozco Andrés Felipe Sánchez Gandur Maria Victoria Cárdenas Londoño	Septiembre de 2006

18	Biology and Economics: Metaphors that Economists usually take from Biology	Danny García Callejas	Septiembre de 2006
19	Perspectiva Económica sobre la demanda de combustibles en Antioquia	Elizeth Ramos Oyola María Victoria Cárdenas Londoño David Tobón Orozco	Septiembre de 2006
20	Caracterización económica del deporte en Antioquia y Colombia: 1998-2001	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Ana Milena Olarte Cadavid Carlos Mario Londoño Toro Juan David Gómez Gonzalo Valderrama	Octubre de 2006
21	Impacto Económico de los Juegos Deportivos Departamentales 2004: el caso de Santa Fe De Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Ana Milena Olarte Cadavid Nini Johana Marín Rodríguez Mauricio A. Hernández Monsalve Rodrigo Arboleda Sierra	Octubre de 2006
22	Diagnóstico del sector deporte, la recreación y la educación física en Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Juan Francisco Gutiérrez Betancur Mauricio López González Nini Johana Marín Rodríguez Nelson Alveiro Gaviria García	Octubre de 2006
23	Formulación de una política pública para el sector del deporte, la recreación y la educación física en Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Juan Francisco Gutiérrez Betancur Mauricio López González Nini Johana Marín Rodríguez Nelson Alveiro Gaviria García	Octubre de 2006
24	El efecto de las intervenciones cambiarias: la experiencia colombiana 2004-2006	Mauricio A. Hernández Monsalve Ramón Javier Mesa Callejas	Octubre de 2006
25	Economic policy and institutional change: a context-specific model for explaining the economic reforms failure in 1970's Colombia	Angela Milena Rojas	Noviembre de 2006
26	Definición teórica y medición del Comercio Intraindustrial	Ana Isabel Moreno M. Héctor Mauricio Posada D	Noviembre de 2006
Borradores Departamento de Economía			
27	Aportes teóricos al debate de la agricultura desde la economía	Marleny Cardona Acevedo Yady Marcela Barrero Amortegui Carlos Felipe Gaviria Garcés Ever Humberto Álvarez Sánchez Juan Carlos Muñoz Mora	Septiembre de 2007
28	Competitiveness of Colombian Departments observed from an Economic geography Perspective	Jorge Lotero Contreras Héctor Mauricio Posada Duque Daniel Valderrama	Abril de 2009
29	La Curva de Engel de los Servicios de Salud En Colombia. Una Aproximación Semiparamétrica	Jorge Barrientos Marín Juan Miguel Gallego Juan Pablo Saldarriaga	Julio de 2009
30	La función reguladora del Estado: ¿qué regular y por qué?: Conceptualización y el caso de Colombia	Jorge Hernán Flórez Acosta	Julio de 2009
31	Evolución y determinantes de las exportaciones industriales regionales: evidencia empírica para Colombia, 1977-2002	Jorge Barrientos Marín Jorge Lotero Contreras	Septiembre de 2009
32	La política ambiental en Colombia: Tasas retributivas y Equilibrios de Nash	Medardo Restrepo Patiño	Octubre de 2009
33	Restricción vehicular y regulación ambiental: el programa "Pico y Placa" en Medellín	David Tobón Orozco Carlos Vasco Correa Blanca Gómez Olivo	Mayo de 2010

34	Corruption, Economic Freedom and Political Freedom in South America: In Pursuit of the missing Link	Danny García Callejas	Agosto de 2010
35	Karl Marx: dinero, capital y crisis	Ghislain Deleplace	Octubre de 2010
36	Democracy and Environmental Quality in Latin America: A Panel System of Equations Approach, 1995-2008	Danny García Callejas	Noviembre de 2010
37	Political competition in dual economies: clientelism in Latin America	Angela M.Rojas Rivera	Febrero de 2011
38	Implicaciones de Forward y Futuros para el Sector Eléctrico Colombiano	Duvan Fernando Torres Gómez Astrid Carolina Arroyave Tangarife	Marzo de 2011
39	Per Capita GDP Convergence in South America, 1960-2007	Danny García Callejas	Mayo de 2011
40	Efectos del salario mínimo sobre el estatus laboral de los jóvenes en Colombia	Yenny Catalina Aguirre Botero	Agosto de 2011
41	Determinantes del margen de intermediación en el sector bancario colombiano para el periodo 2000 – 2010	Perla Escobar Julián Gómez	Septiembre de 2011
42	Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría del crecimiento endógeno	Camilo Alvis Cristian Castrillón	Septiembre de 2011
43	Estimación del stock de capital humano bajo la metodología Jorgenson-Fraumeni para Colombia 2001-2009	Juan David Correa Ramírez Jaime Alberto Montoya Arbeláez	Septiembre de 2011
44	Estructura de ingresos para trabajadores asalariados y por cuenta propia en la ciudad de Ibagué	José Daniel Salinas Rincón Daniel Aragón Urrego	Noviembre de 2011
45	Identificación y priorización de barreras a la eficiencia energética: un estudio en microempresas de Medellín	Juan Gabriel Vanegas Sergio Botero Botero	Marzo de 2012
47	El tiempo, el éter que lo cubre todo: Un análisis de la temporalidad en la economía política de Karl Marx	Germán Darío Valencia Agudelo	Septiembre de 2012
48	Características de la Población Ocupada en Colombia: Un análisis del perfil de los formales e informales	José Daniel Salinas Rincón Sara Isabel González Arismendy Leidy Johana Marín	Octubre de 2012
49	Desarrollo económico Territorial: El caso del Cluster TIC, Medellín y Valle de Aburrá. Propuesta de fomento y consolidación de la industria de Contenidos Digitales	Felipe Molina Otálvaro Pablo Barrera Bolaños Tulio Montemiranda Aguirre	Noviembre de 2012
50	Análisis de la interacción entre las autoridades monetaria y fiscal en Colombia (1991-2011). Una aplicación desde la teoría de juegos	Sebastián Giraldo González Edwin Esteban Torres Gómez Ana Cristina Muñoz Toro	Enero de 2013
51	Tangible Temptation in the Social Dilema: Cash, Cooperation, and Self Control	Kristian Ove R. Myrseth Gerhard Riener Conny Wollbrant	Mayo de 2013
52	Análisis de las disparidades regionales en Colombia: una aproximación desde la estadística espacial, 1985 – 2010	Jhonny Moncada Osmar Leandro Loaiza Quintero	Octubre de 2013