



Munich Personal RePEc Archive

Does speculation explain food prices movements in Senegal?

Diagne, Youssoupha S and Fall, Alsim

Direction de la Prévision et des Etudes Economiques

10 May 2009

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/54880/>
MPRA Paper No. 54880, posted 30 Mar 2014 22:20 UTC

La spéculation contribue-t-elle à expliquer la dynamique des prix des produits alimentaires au Sénégal ?

Par

Youssoupha S. DIAGNE

Direction de la Prévision et des Etudes
Economiques (DPEE)

Alsim FALL

Direction de la Prévision et des Etudes
Economiques (DPEE)

RESUMÉ

Ce travail cherche à expliquer le rôle de la spéculation dans la dynamique des prix des produits alimentaires au Sénégal. L'analyse s'appuie sur un modèle de stockage avec anticipation rationnelle qui semble être le mieux indiqué pour aborder le comportement des spéculateurs qui interviennent sur les marchés de biens alimentaires. Les résultats empiriques permettent de corroborer l'existence de la spéculation dans la quasi-totalité des marchés de biens alimentaires. Sur sept des neuf produits étudiés, le modèle permet d'identifier un prix seuil en deçà duquel le commerçant a intérêt à détenir une certaine quantité de stock spéculatif pour augmenter son profit. Le modèle permet également d'évaluer la perte de revenu supportée par les consommateurs du fait de la spéculation. A titre d'exemple, les résultats montrent que, pour les années 2007 et 2008, les budgets du consommateur sénégalais consacrés à ses dépenses en riz brisé et en lait en poudre sont respectivement de 40% et 7,3% plus élevés que ce qu'ils auraient été en absence de spéculation.

Classification JEL: C61 C63 D84 Q11

Mots Clés: Spéculation, Prix de bien alimentaire, Modèle de stockage avec anticipations rationnelles, Sénégal

ABSTRACT

This paper deals with the role of speculation on food prices' fluctuations in Senegal. The analysis is based on a nonlinear rational expectations commodity storage model which seems to be the appropriate approach to explain the behavior of the speculators who intervene on the food markets. The results corroborate the presence of speculation in food markets. For seven out of nine studied products, the model identifies a price threshold under which the tradesperson may find it advantageous to hold some stock to increase his profit. The model also evaluates the income loss for consumers due to speculation. For example, the results show that, in 2007 and 2008, the Senegalese households' budgets consumer's budgets devoted to broken rice and dried consumption are respectively of 40% and 7.3% higher than they would have been in the absence of speculation.

JEL Classification: C61 C63 D84 Q11

Keywords: Speculation, Food price, Rational expectations commodity storage model, Senegal

I INTRODUCTION

La forte augmentation de prix des produits alimentaires constatée ces dernières années remet en cause l'ensemble de la stratégie de réduction de la pauvreté et de croissance consenties par les pays en développement et en particulier les pays africains où les achats alimentaires représentent 60% à 90 % des revenus des ménages¹. Cependant, ces événements récents ne doivent pas faire oublier que la problématique de la maîtrise des prix des produits alimentaires de base s'est toujours posée avec d'autant plus d'acuité que les marchés sont de nature extrêmement volatiles. Un fait contraignant pour un pays en développement comme le Sénégal est que les incertitudes sur les prix des biens alimentaires compromettent toute perspective de développement agricole, d'allocation optimale des ressources, d'équité sociale et de préservation des revenus des pauvres.

Fort de ce constat, la compréhension des facteurs qui gouvernent la dynamique des prix des produits alimentaires se révèle être un enjeu important de politique économique et sociale car elle permet sinon de repérer les imperfections du marché et de procéder à leurs corrections, du moins de mieux prévoir les chocs de nature à perturber la stabilité des marchés.

Cette présente étude s'intéresse au rôle que peut jouer le phénomène de la spéculation dans le comportement dynamique des prix des produits alimentaires au Sénégal. La spéculation est définie de manière usuelle comme l'achat (ou la vente) d'un bien dans l'optique de réaliser un gain résultant de la variation de son prix dans le temps. Il existe deux types de spéculation sur le marché des produits alimentaires. Le premier consiste à mesurer, sur la base des anticipations de prix, les opportunités de profit à réaliser consécutivement à la décision de détenir une certaine quantité de stock. Le second type de spéculation a émergé récemment, en fin 2006, avec le début de la crise financière. En effet, les marchés financiers n'étant plus rentables, les *hedge funds* et autres fonds d'investissements se sont détournés vers les contrats à terme avec l'idée d'acheter la récolte plusieurs mois avant sa production dans l'optique de réaliser des profits si les cours deviennent plus intéressants.

L'étude se focalise sur le premier type de spéculation étant donné que le second reste encore inconnu sur les marchés intérieurs du Sénégal.

L'analyse s'appuie sur un modèle mathématique de stockage avec anticipation rationnelle qui semble être le mieux indiqué pour aborder le comportement des spéculateurs qui interviennent sur les marchés de biens alimentaires. Ce modèle apparaît cohérent avec les réalités du marché du fait qu'il intègre parfaitement le concept de la spéculation dans un système

¹ Source : Sarr et al. (2008)

initialement en équilibre partiel où le prix est déterminé par la confrontation entre la demande et l'offre. La notion de la pratique spéculative dans le système d'équilibre partiel naît des anticipations de prix du commerçant sur la base desquelles il choisit de détenir ou non de stock selon le résultat escompté.

Un autre avantage du modèle réside dans le fait qu'il est peu consommateur de données – il ne nécessite que des informations sur les prix – dans un contexte où la disponibilité des séries infra annuelles sur les stocks et les quantités produites est une véritable source d'écueils.

Préalablement à l'estimation des paramètres structurels, la démarche requiert l'évaluation de la fonction objective de prix issue du nouvel équilibre (avec spéculation) laquelle peut être approximée à l'aide de méthodes numériques.

L'application du modèle aux données du Sénégal permet de valider le modèle et d'apprécier l'étendue de la spéculation dans les marchés de produits alimentaires. Ainsi, au cas où l'hypothèse de présence de spéculation est validée, l'étude procèdera à la mesure de la contribution de la spéculation dans la hausse des prix ou des dépenses des consommateurs.

La section suivante analyse de manière descriptive les mouvements de prix des produits alimentaires à la lumière des événements conjoncturels récents et de la politique de prix de l'Etat. L'étude de ces faits stylisés permet d'orienter la démarche vers l'utilisation des modèles d'anticipation rationnelle. La section III propose une revue de la littérature sur les modèles de stockage avec anticipation rationnelle. La méthodologie est présentée à la section IV. De cette méthodologie découle les résultats d'une application aux données des prix des produits alimentaires dont la section V se charge de les commenter. Et enfin, la section VI fournit les principales conclusions.

II ANALYSE DE L'EVOLUTION DES PRIX DES PRODUITS ALIMENTAIRES AU SENEGAL

Les données utilisées dans le cadre de cette étude proviennent de l'Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie (ANSD). Il s'agit de prix mensuels de biens alimentaires extraits de l'Indice Harmonisé des Prix à la Consommation (IHPC) sur la période allant de septembre 1997 à décembre 2008. Pour des raisons liées à la convenance de l'analyse descriptive et empirique, quelques traitements sont effectués sur ces indices notamment à travers un changement de base qui est ramenée à 100 en décembre 2005². Pour les indices de prix international des produits alimentaires, les données proviennent de l'Organisation des Nations Unies pour l'Alimentation et l'Agriculture (FAO). Enfin, la base de données est complétée par des statistiques douanières relatives aux importations de produits céréaliers mais également des informations conjoncturelles fournies par la Direction de la Prévision et des Etudes Economiques (DPEE).

II.1 ORIGINE DE LA SPECULATION ET ROLE DES MECANISMES INTERNES DE REGULATION

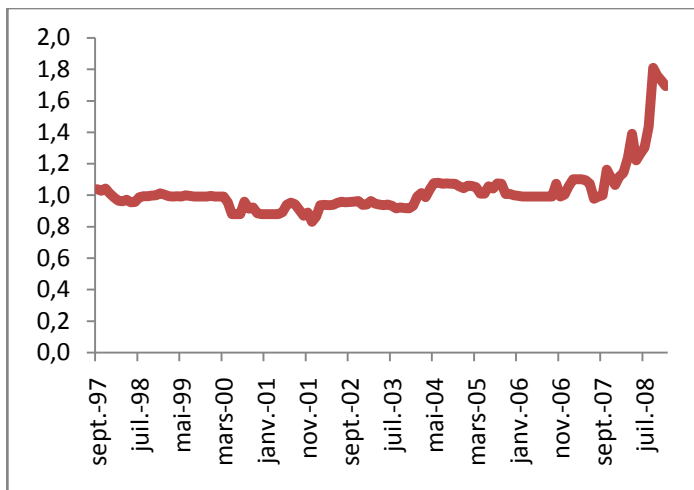
L'évolution de ces indices montre que les prix des produits alimentaires ont fluctué de manière erratique ces deux dernières années. Les graphiques II.1 et II.2 illustrent le changement de tendance des prix observé depuis le printemps 2007 pour le riz brisé et le lait en poudre. Cependant, ces deux produits sont des cas particuliers du fait qu'ils ont connu de longues périodes de stabilité grâce à des mécanismes de régulation. En général, les prix des produits alimentaires sont, par définition, très volatiles, c'est le cas par exemple de l'oignon et du niébé (voir graphiques II.3 et II.4).

Ces fluctuations sont en partie expliquées par les perturbations notées sur les marchés internationaux de matières premières. Les explications sur la flambée des prix internationaux sont nombreuses. En effet, en dehors des facteurs de coûts engendrés par la hausse des prix de l'énergie, la dérégulation des marchés agricoles, conjuguée à une demande sans cesse croissante tirée notamment par la consommation en Chine et en Inde, a considérablement changé les conditions de formation des prix. A cela s'ajoute la ruée vers les biocarburants dont la culture est devenue très attractive consécutivement à la crise pétrolière.

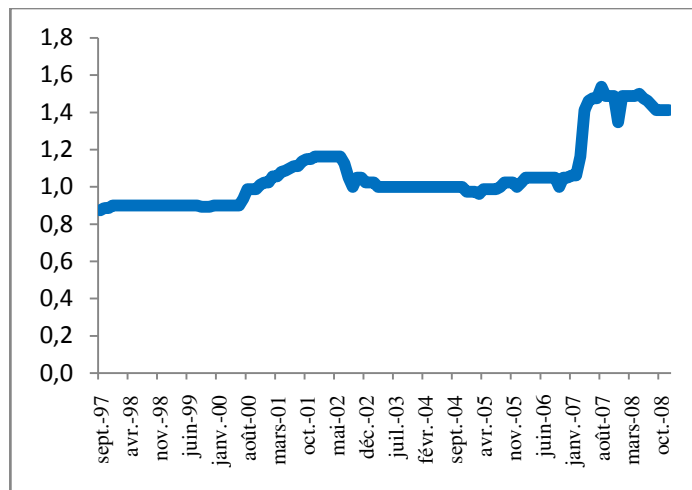
² Le choix de décembre 2005 comme mois de référence est guidé par une analyse préalable qui a montré que la période la plus stable de l'échantillon gravite autour de la fin de l'année 2005.

Evolution des indices de prix du riz et du lait en poudre (09/1997 – 12/2008)

GRAPHIQUE II.1 : Riz brisé



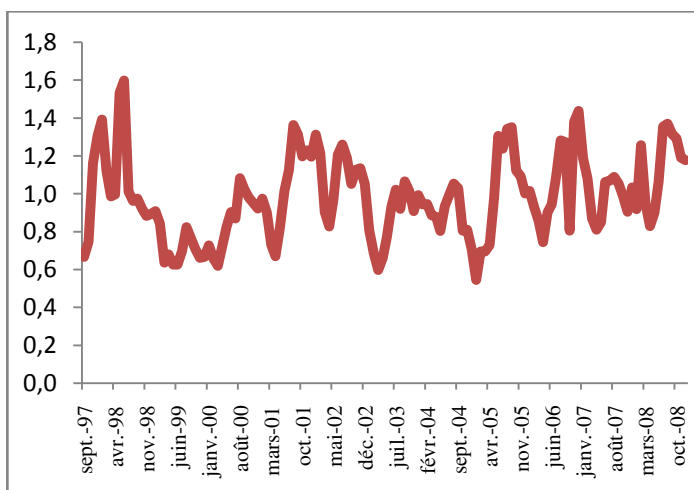
GRAPHIQUE II.2 : Lait en poudre



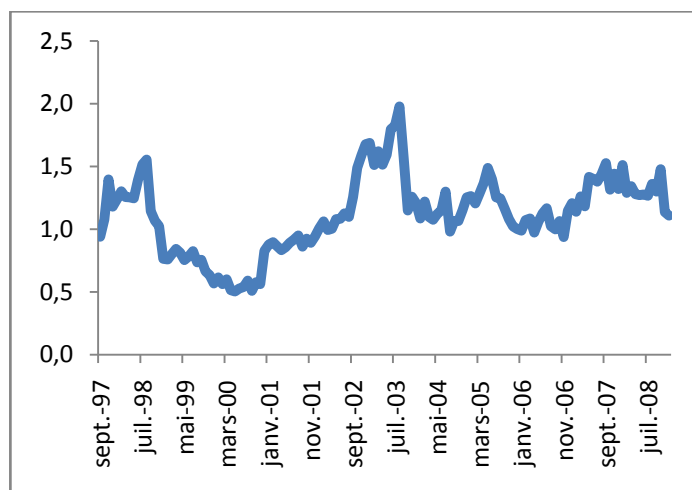
Sources : IHPC - ANSD

Evolution des indices de prix de l'Oignon et du Niébé (09/1997 – 12/2008)

GRAPHIQUE II.3 : Oignon



GRAPHIQUE II.4 : Niébé



Sources : IHPC - ANSD

La libéralisation du commerce international accroît aussi la spéculation sur les denrées alimentaires qui à son tour est source de fluctuations et d'incertitudes. Il existe deux types de spéculateurs : les producteurs (ou vendeurs) et les fonds d'investissements. Les premiers, sur la base d'un arbitrage entre les prix actuels et futurs, tentent de tirer profit d'une quelconque hausse des prix. Ces spéculateurs stockent pendant plusieurs mois dans le but de vendre au

plus haut. Une forme agressive de ce type de spéculation consiste à détenir d'importantes quantités en stock en période de pénurie afin d'influencer les prix. Les seconds ont émergé récemment, en fin 2006, avec le début de la crise financière. En effet, les marchés financiers n'étant plus rentables, les *hedge funds* et autres fonds d'investissements se sont détournés de leur vocation initiale pour investir massivement dans les contrats à terme. L'idée étant d'acheter la récolte plusieurs mois avant sa production dans l'optique de réaliser des profits si les cours deviennent plus intéressants. Le premier type de spéculation est assez courant au Sénégal tandis que le second type n'est constaté que sur les marchés internationaux.

Par ailleurs, si la volatilité des prix des produits alimentaires de base engendre des difficultés réelles liées au revenu national des pays pauvres qui en sont les principaux exportateurs, il n'en demeure pas moins qu'au Sénégal les incertitudes sur ces prix posent de véritables enjeux socioéconomiques en matière de consommation, d'épargne, de stratégies de développement agricole³ et de partage de risques entre les producteurs, les commerçants, le gouvernement et les consommateurs. C'est la raison pour laquelle des mesures sont prises pour certains produits alimentaires (ainsi que d'autres produits et services spécifiques) jugés très sensibles pour éviter certaines distorsions liées à la répartition des richesses afin de soutenir les ménages à revenus faibles⁴. Ces mesures ont conduit à la mise en place de dispositifs légaux en matière de régime de prix lesquels peuvent être résumés comme suit (voir Sarr et al., 2008):

- Libre fixation des prix par le marché dans le respect du jeu libre d'une concurrence saine et loyale (Loi n° 94-63 du 22 août 1994 portant sur les prix, la concurrence et le contentieux économique).
- Dispositions dérogatoires permettant d'administrer des prix pour certains produits sensibles en cas de crise ou de chocs conjoncturels (Décret n° 95-77 du 20 janvier 1995 portant fixation ou homologation de certains produits et services).
- Contrôle hebdomadaire des prix des denrées de grande consommation et fixation de marges maximum pour certains produits par les services du commerce intérieur pour limiter la hausse des prix par les intermédiaires.
- Création de l'Agence de Régulation des Marchés (ARM) chargée de suivre les cours mondiaux du riz ainsi que les prix intérieurs des céréales et d'autres produits tels que l'oignon.

³ En effet, dans l'élaboration des politiques de développement agricole, les autorités sont toujours amenées à s'interroger sur la pertinence de promouvoir une filière agricole étant données leurs connaissances sur la volatilité du prix.

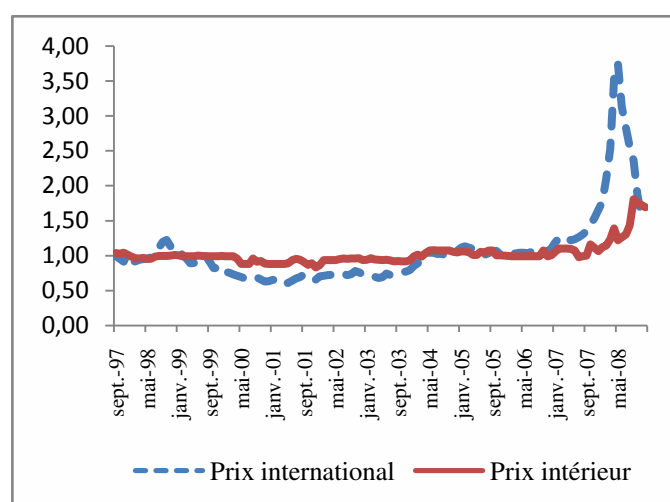
⁴ Selon Sarr et al. (2008), les achats alimentaires représentent dans les pays les plus pauvres entre 60 et 90 % des revenus des ménages contre 10 à 20 % dans les pays avancés.

- Création du Conseil National de la Consommation (CNC), composé des associations de consommateurs, des syndicats, de la presse, des industriels et des opérateurs économiques, qui constitue un organe de concertation sur le niveau des prix et l'état des marchés.

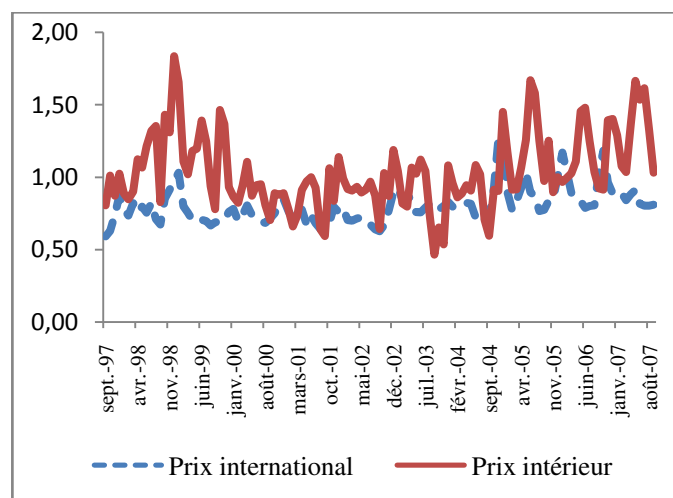
Ces politiques de régulation des prix connaissent quelques succès à en juger par ces deux exemples comparant les prix internationaux et intérieurs (graphiques 5 et 6) :

Evolution des indices de prix internationaux et intérieurs du Riz et de la Tomate (09/1997 – 12/2008)

GRAPHIQUE II.5 : Riz brisé



GRAPHIQUE II.6 : Tomate



Sources : ANSD/ FAO

Le graphique II.5 montre que les mécanismes de stabilisation des prix ont, dans une certaine mesure, joué leur rôle dans la filière riz du fait que le prix intérieur du produit est plus stable que celui constaté sur le marché international malgré l'importance des importations qui couvrent 88,5 % des besoins de consommation⁵. De plus, en ce qui concerne la tomate, son prix intérieur est plus volatile que sa valeur sur le marché mondial (graphique II.6), ce qui est sans doute lié à l'absence de stratégie de régulation du prix de ce produit.

Toutefois, il ne faut pas négliger l'effet du taux de change qui a grandement contribué à la stabilisation des prix intérieurs.

Par ailleurs, il convient de souligner certaines faiblesses affectant l'effectivité de ces mesures notamment l'incompatibilité entre la libéralisation et les subventions, les nombreux litiges entre le gouvernement et les commerçants (retard de paiement des subventions etc.), l'élimination brutale des appuis à la consommation, l'insuffisance des moyens de contrôle des

⁵ Source Sarr et al. (2008)

stocks, les cas de fraude et de contrebande etc. Tout ceci tend à exacerber les comportements spéculatifs d'agents économiques⁶.

II.2 MANIFESTATION DE LA PRATIQUE SPECULATIVE AU SENEGAL

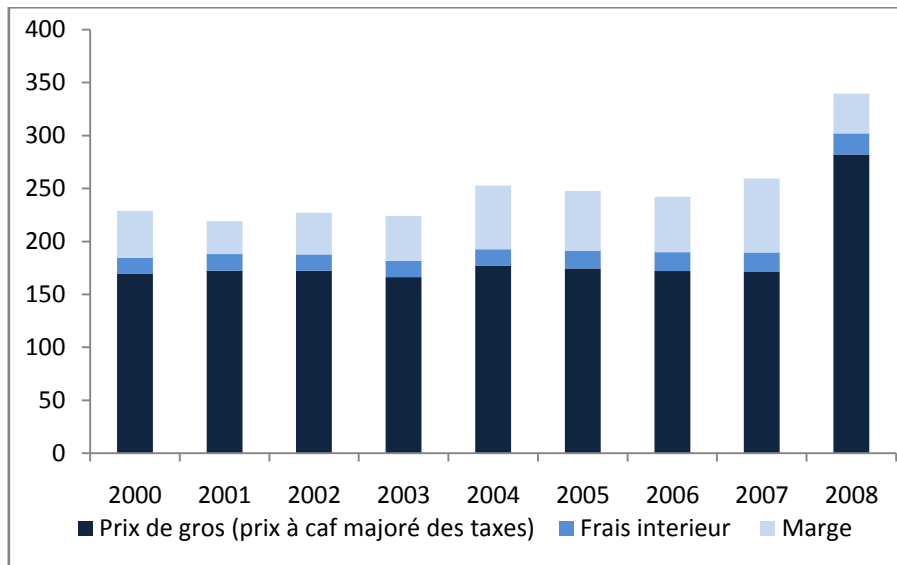
La prise en compte d'un certain nombre d'informations relatives à l'évolution des prix intérieurs de denrées alimentaires pourrait édifier quant à la compréhension du phénomène de la spéculation. Entant donnée qu'au Sénégal, la spéculation se manifeste par la détention de stocks en vue de réaliser des profits, il est judicieux de ne considérer que les produits pouvant faire l'objet d'une longue période de conservation du fait de leur nature impérissable. Ces produits sont en général des produits céréaliers, arachidières et laitiers. Par contre, il est moins évident pour le commerçant de conserver des produits tels que la tomate ou l'oignon dont la durée de péremption est très courte. Ainsi, pour la suite du document, l'étude se cantonne sur l'analyse des produits dits « impérissables ».

Un examen de la structure du prix du riz permet d'apprécier l'influence de la marge des commerçants sur le prix à la consommation. La marge peut être déterminée par la différence entre le prix à la consommation d'un kg de riz et son prix de gros qui tient compte de la valeur caf des importations, des taxes et frais liés au transport et à la mise en sac⁷. Elle est partagée entre trois intervenants du marché que sont les grossistes ou importateurs, les semi-grossistes et les détaillants. Le graphique II.7 décrit l'évolution de la structure du prix à la consommation du riz sur la période 2000-2008. Le prix à la consommation est ici un indicateur synthétique des prix du riz brisé et du riz entier compte tenu de leur poids respectifs dans l'IHPC. Les éléments de la structure du prix sont également des indicateurs synthétiques de l'ensemble des variétés de riz importées au Sénégal. Le graphique montre que les variations annuelles des marges des commerçants sont en grande partie responsables des changements constatés dans l'évolution du prix à la consommation du riz. En effet, de 2000 à 2007, le prix annuel de gros à l'import (prix caf à l'import majoré des taxes) est resté quasiment stable tandis que le prix à la consommation a sensiblement varié au cours de la

⁶ Y compris les ménages qui, en cas de pénuries ou dans l'éventualité d'augmentations de prix, détiennent des stocks de précaution.

⁷ Les frais de transport et de mise en sac sont estimés à 2 francs par kilogramme en 2008, ils sont estimés pour les années antérieures à l'aide du taux de croissance annuel du prix du transport.

GRAPHIQUE II.7 : Structure du prix à la consommation du riz



Sources : ANSD, DGD, nos calculs

même période. Mieux, entre 2006 et 2007, le prix de gros à l'import a diminué de 0,4 % alors que le prix à la consommation affiche une hausse de 7,1% correspondant à une augmentation substantielle des marges de 33,4 %. En 2008, la flambée du prix international du riz s'est traduite au Sénégal par une hausse importante du prix de gros du riz de 64,8% ; de ce fait, la baisse de la demande⁸ conjuguée à un contrôle plus rigoureux des prix et des stocks de la part des services de l'Etat a fléchi la marge des vendeurs qui est passé de 70 francs à 37,5 francs le kg. Nonobstant cette forte baisse, la marge par kg est restée largement au-delà de sa valeur maximale de 22 francs par kg telle que fixée par l'Etat en Avril 2008⁹. Ainsi, l'évolution des marges qui n'est cohérente ni avec les prix de gros ni avec sa valeur maximale légalement autorisée, peut se justifier par des comportements de rétention du produit à des fins de spéculation.

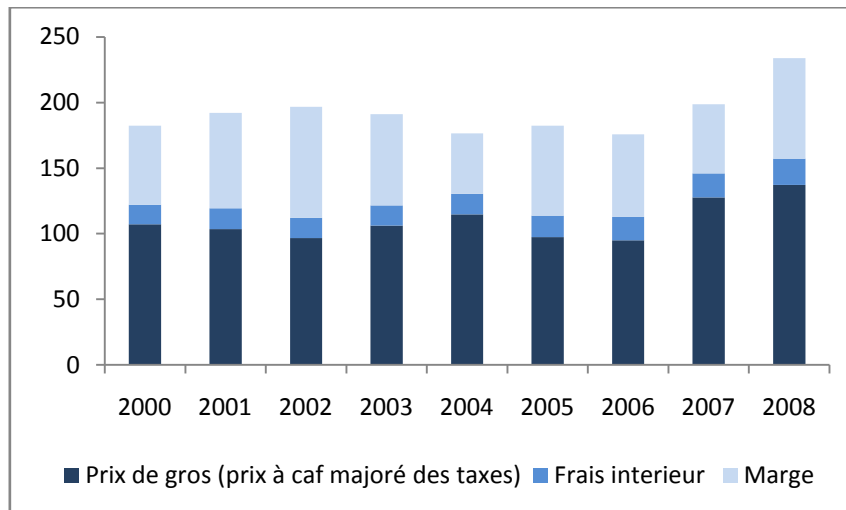
Le même exercice est reproduit pour le lait en poudre et le maïs. Les marges proviennent du prix à la consommation déduites du prix de gros à l'import et des frais intérieurs (frais de conditionnement et de transport)¹⁰.

⁸ Les importations de riz en volume baissé en 2008 de 21%

⁹ Selon le rapport d'Analyse de Marché du Programme Alimentaire Mondial des Nations Unies : « Sénégal : Commerce du Riz », les interventions publiques, en 2007 et 2008, pour réguler le prix du riz ont porté essentiellement sur la suspension des droits de douanes de 10% et un plafonnement des marges entre les différents acteurs qui sont de 2 francs le kg pour l'importateur, 5 francs le kg pour le demi-grossiste et 15 francs le kg pour le détaillant.

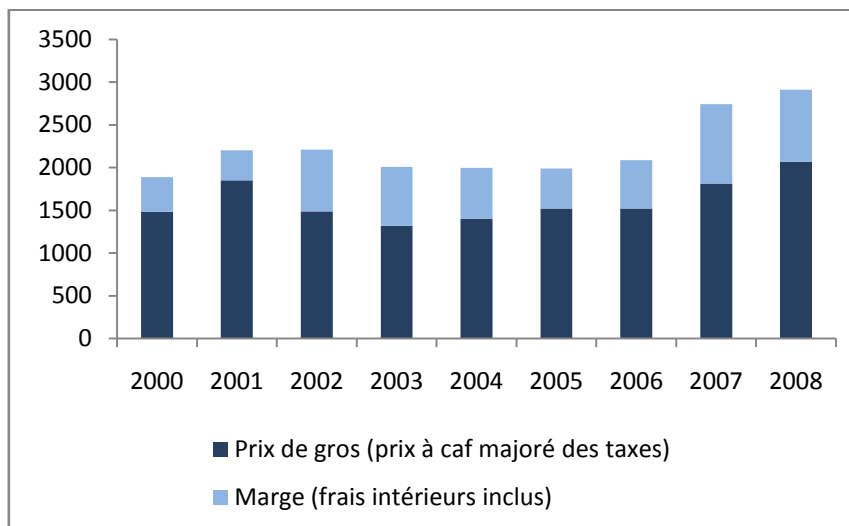
¹⁰ Pour le maïs les frais intérieurs sont jugés voisins de ceux du riz. Pour le lait en poudre, la méconnaissance de coût d'emballage ainsi que d'autres frais de conditionnement rendent difficile la détermination des ses frais intérieurs, de ce fait ils sont intégrés dans les marges des vendeurs.

GRAPHIQUE II.8 : Structure du prix à la consommation du maïs



Sources : ANSD, DGD, nos calculs

GRAPHIQUE II.9 : Structure du prix à la consommation du lait



Sources : ANSD, DGD, nos calculs

En ce qui concerne le maïs, le graphique II.8 montre que les variations de prix à la consommation sont tributaires de celles des marges. Entre 2007 et 2008 la marge a augmenté de 45% correspondant à une contribution de 68% à la hausse du prix à la consommation. Une réduction de la marge des commerçants de 77 francs à 41 francs le kg en 2008, aurait permis de stabiliser le prix du maïs entre 2007 et 2008.

S'agissant du lait en poudre, l'analyse apparaît plus difficile du fait que les frais intérieurs sont inclus dans la marge faute de pouvoir les mesurer avec précision. Néanmoins, le

graphique II.9 montre que les marges (frais intérieurs inclus) les plus élevées sont celles de 2007 et 2008 qui sont évaluées respectivement à 928 francs et 844 francs le kg.

En définitive, la tension sur les prix internationaux des biens alimentaires intervenue en 2007 et 2008 s'est accompagnée d'un niveau de marge particulièrement élevé. Ainsi, l'augmentation du prix à la consommation ne reflète pas systématiquement la montée des prix internationaux. Ce constat laisse croire que le jeu de la spéculation pratiqué par les commerçants peut bien avoir lieu ; la spéculation – principalement en période de crise ou de rareté – se manifeste par la détention de stocks en vue d'une augmentation du prix plus que compensatoire de celle induite par les coûts de revient.

II.3 QUELQUES FAITS STYLISÉS SUR LES PRIX DES BIENS ALIMENTAIRES AU SENEGAL

Le tableau II.1 recense à cet effet des indicateurs communément utilisés dans la littérature économique, dont l'analyse devrait aider à justifier le choix de la méthodologie.

TABLEAU II.1 : Quelques faits stylisés sur les prix des biens alimentaires au Sénégal (09/1997 – 12/2008)

Bien alimentaire	Taux de croissance moyen mensuel		Auto-corrélation d'ordre 1	Persistance	Coefficient de variation	Skewness	Kurtosis
	1997	2007					
	2006	2008					
Riz brisé	0,00 %	2,49 %	0,88	0,47	0,16	3,17	11,67
Riz entier	-0,12 %	0,89 %	0,92	0,41	0,17	0,83	0,55
Mil	0,26 %	1,31 %	0,92	0,86	0,17	0,39	2,00
Maïs	-0,02 %	1,05 %	0,90	0,56	0,09	1,24	4,94
Lait caillé	0,55 %	0,97 %	0,72	0,24	0,14	1,36	6,11
Lait en poudre	0,18 %	1,39 %	0,96	1,37	0,18	1,32	3,58
Arachide	0,31 %	1,31 %	0,82	0,41	0,14	0,57	3,13
Arachide pâte	0,03 %	0,76 %	0,83	0,36	0,07	1,18	4,02
Niébé	0,74 %	0,35 %	0,91	0,80	0,30	0,02	2,84

Notes : La persistance est interprétée comme la fraction d'un choc qui ne s'estompe pas. Sa mesure est obtenue à partir de la procédure de Cochrane (1988), exécutée sous le logiciel RATS. Le taux de croissance mensuel moyen est calculé sur deux périodes différentes afin de faire ressortir la hausse des prix intervenue les deux dernières années. Le coefficient de variation correspond à l'indicateur de volatilité.

Sources : les données sont extraites de l'indice harmonisé des prix à la consommation (IHPC) suivi par l'Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie (ANSD).

Les taux de croissance moyens pour les périodes 1997-2006 et 2007-2008 mettent en évidence la hausse des prix constatée les deux dernières années sur tous les produits exception faite du niébé.

Les coefficients d'autocorrélation (troisième colonne du tableau) dépassent tous 0,7 avec 8 produits sur 9 pour lesquels cette statistique se situe au dessus de 0,8.

La persistance, correspondant au degré de constance dans le temps d'une perturbation ou le pourcentage du choc qui persiste indéfiniment dans le temps, est inférieure à 0,5 pour tous les produits sauf le mil, le maïs, le niébé et le lait en poudre. Pour rappel, la série est stationnaire lorsque la persistance est proche de zéro, cependant la persistance est proche de l'unité lorsqu'elle est une marche aléatoire. Le lait en poudre est le seul bien qui présente une persistance supérieure à 1. Celle-ci peut être corroborée par l'allure de sa courbe (graphique II.2) qui montre que l'évolution de ce prix persiste dans le temps. Autrement dit, lorsqu'un choc se produit, la nouvelle tendance se maintient.

Par ailleurs, le tableau montre dans l'ensemble des fluctuations de prix plus faibles que celles observées sur les prix internationaux¹¹. Les politiques de régulation (subventions et contrôle notamment) ainsi que le taux de change expliquent sans doute ces différences de volatilité. Enfin, les deux dernières colonnes du tableau II.1, donnent des indications sur la distribution des indices de prix en termes de symétrie et d'aplatissement. Le *skewness* et l'excès de *kurtosis* devraient être nuls si les prix étaient normalement distribués. La statistique *skewness* est positive pour tous les prix, ce qui signifie que les distributions de ces derniers sont étalées à droite, en d'autres termes il existe plus de valeurs extrêmes élevées que de valeurs extrêmes basses. Les produits céréaliers et laitiers affichent les valeurs *skewness* les plus élevées. Un excès de *kurtosis* est également constaté sur tous les indices de prix, autrement dit, les queues de leur distribution sont plus épaisses que celle de la loi normale.

En résumé, les indices de prix alimentaires étudiés sont caractérisés par une forte autocorrélation de même qu'une asymétrie et un aplatissement supérieurs à la normale. Les coefficients de variation restent non négligeables quoiqu'inférieurs à ceux des prix internationaux. Plusieurs méthodes économétriques permettent de prendre en compte les caractéristiques de ces séries dans l'optique d'appréhender leur comportement stochastique. L'approche généralement utilisée consiste à décrire le processus dynamique de la série temporelle à partir des modèles de prévision usuels. Du fait que les coefficients d'autocorrélation sont proches de 1, certains auteurs considèrent que la dynamique des prix

¹¹ Les coefficients de variation des prix internationaux du maïs, du riz brisé et du lait en poudre calculé sur la période 09/1997 – 12/2008 sont respectivement de 0,40 ; 0,42 ; 0,53

s'apparente à une marche aléatoire et optent ainsi pour un processus ARMA d'ordre faible sur les séries en différence première.

Néanmoins, au regard du faible niveau des persistances relativement à l'unité, l'hypothèse d'une marche aléatoire ne peut être retenue. Par ailleurs, d'un point de vue économique l'hypothèse d'une marche aléatoire semble peu réaliste pour décrire l'évolution des prix agricoles étant donnée l'influence des aléas climatiques sur ces types de produits.

En conséquence, la méthode qui paraît la mieux adaptée, compte tenu des remarques formulées plus haut, devrait permettre de cerner les aspects théoriques inhérents à l'offre et la demande intégrant des comportements de spéculation.

III REVUE DE LA LITTÉRATURE

L'étude s'intéresse à l'analyse des comportements d'anticipation sur la dynamique des prix. La littérature économique consacrée à ce type d'analyse s'appuie notamment sur des modèles d'anticipation rationnelle du type « *rational expectation model of speculative storage* ». Les travaux pionniers dans ce domaine sont l'œuvre de Kaldor (1939) et Working (1949) qui ont posé les premiers jalons de la théorie en supposant que des bénéfices marginaux peuvent être générés par la détention de stocks. Cependant, ces profits sont décroissants avec le niveau des réserves. La théorie a connu des avancées notables avec les publications de Gustafson (1958), qui a étudié les propriétés de la demande optimale de stocks de produits de base, et de Muth (1961), qui a introduit l'hypothèse des anticipations rationnelles. Seulement à la différence de Gustafson, Muth a insisté sur l'impossibilité de conserver des stocks négatifs « une récolte ne peut être consommée sans avoir été cultivée ». Cette contrainte de non-négativité demeure encore un point central de la littérature récente. Par la suite, le modèle de base a été développé suivant plusieurs directions. Ainsi, Samuelson (1971) a démontré l'optimalité du stockage compétitif, et aboutit à la conclusion que les prix sont décrits par un processus de Markov non linéaire du premier ordre. Dans le même sillage, d'autres contributions non moins importantes sont à relever notamment celles de Danthine (1977), Schechtman et Escudero (1977), Kohn (1978), Newbery et Stiglitz (1981, 1982), Sheinkman et Schechtman (1983), Salant (1983), Wright et Williams (1982, 1984, 1990, 1991), et Hart et Kreps (1986).

Comme il est d'usage avec les modèles d'anticipation rationnelle, les auteurs ont recours à des solutions numériques d'un problème de programmation dynamique. Pour ce faire, les hypothèses sont faites à propos du processus de génération des données relatives à la production. Dans le modèle de Sheinkman et Schechtman (1983), une quantité du bien étudié est produite toutes les périodes selon un processus indépendamment et identiquement distribué (*iid*). A ce sujet, les auteurs comme Wright et Williams (1991), Deaton et Laroque (1992), Miranda (1998) et Fackler et Miranda (2002) ont proposé une description détaillée des techniques numériques utilisées pour trouver des solutions au programme dynamique.

Ce genre de modèle est alors cohérent avec un bien alimentaire produit de manière continue selon des chocs d'offre distribués indépendamment et identiquement. Il n'empêche que les prix peuvent être autocorrélés en raison notamment de l'existence de stocks. Par exemple, la faiblesse de la demande à une période donnée accroît les quantités stockées entraînant un surcroît de disponibilités futures et une baisse des prix à la période suivante.

Suivant les mêmes hypothèses que les auteurs précédents, Deaton et Laroque (1992) ont effectué des tests empiriques à l'aide du modèle de stockage avec anticipation rationnelle à partir de données annuelles portant sur une variété de produits de base. Les auteurs trouvent que les cours mondiaux sont caractérisés par une plus grande persistance que les prix générés par le modèle. Dans un papier subséquent (Deaton et Laroque, 1996), les auteurs attribuent cette forte persistance à une certaine autocorrélation qui pourrait exister entre les chocs d'offre. Ces derniers sont dès lors générés par un processus autorégressif AR(1). Pour leur part, Michaelides et Ng (2000) sont revenus sur l'hypothèse du processus *iid* et ont proposé, pour l'estimation des paramètres structurels du modèle, une comparaison de trois types d'estimateurs sur la base de la méthode de Monté Carlo.

Plus récemment Hall et Rust (1999, 2001, 2002, 2003) ont exploité la méthode reposant sur la règle (S,s) pour estimer le modèle structurel de spéculation optimale sur les prix des produits de base. Pirrong (2006, 2007) a prolongé les travaux de Scheinkman-Schectman en y introduisant une autocorrélation multiple des chocs d'offre d'un bien pour lequel la décision de stockage a la même fréquence que la production. Et enfin, Pirrong (2008) a proposé une nouvelle formulation du modèle de stockage avec anticipation rationnelle en incluant une volatilité stochastique dans les chocs d'offre excédentaire pour expliquer un comportement de stockage apparemment anormal survenu aux Etats-Unis sur la période 2005-2006.

Sur la base de tous ces développements, il est pertinent de remarquer que les hypothèses qui sont à la base du modèle dépendent de la conception que se fait l'économiste quant à l'état de la nature qui est responsable des chocs d'offre (ou de demande). La quantité produite du bien dépend du processus stochastique qui la génère.

Cette présente étude cherche à analyser la dynamique des prix des produits alimentaires au Sénégal à travers l'exploitation des modèles de stockage avec anticipation rationnelle. L'hypothèse retenue est celle de chocs d'offre suivant un processus *iid*. Cette hypothèse semble réaliste compte tenu du fait que les productions agricoles sont affectées par les aléas climatiques qui sont indépendants. De plus, l'indisponibilité d'informations statistiques mensuelles sur la production agricole empêche la réalisation de tests d'autocorrélation. Et enfin, il n'existe, à ce jour, à notre connaissance aucune étude réalisée dans ce domaine au Sénégal pouvant servir de référence aux hypothèses de base.

Ainsi, la démarche adoptée s'appuie sur les travaux de Deaton et Laroque (1992, 1996), de Chambers et Bailey (1996) et de Fackler et Miranda (2002).

IV METHODOLOGIE

A l'instar de ceux de Deaton et Laroque (1992, 1996) et de Chambers et Bailey (1996), le modèle utilisé dans le cadre de ce travail considère un bien alimentaire dont le prix unitaire, à l'instant t , est p_t et deux types d'agents : les consommateurs pour lesquels la demande du bien ne dépend que du prix actuel p_t , et les détenteurs de stock ou spéculateurs qui conservent le bien en vue de réaliser un profit ultérieur.

IV.1 HYPOTHESES SUR LE MECANISME DE FORMATION DES PRIX

En l'absence de spéculation, le prix d'équilibre est donné par l'égalité suivante :

$$D(.) = w_t \tag{1}$$

Avec : $D(p_t)$ la fonction de demande déterministe, w_t la quantité produite du bien alimentaire (la production ou récolte) laquelle est distribuée suivant un processus aléatoire.

Dans ces conditions, où il n'existe pas de stocks spéculatifs, la fonction de demande inverse donnée par l'expression : $P(w_t) = D^{-1}(w_t)$ correspond au prix d'équilibre à l'instant t .

Les (w_t) sont supposées être des valeurs indépendantes et identiquement distribuées (*i.i.d*) avec \underline{w} et \bar{w} , respectivement ses limites inférieures et supérieures. Il va sans dire que le prix $p_t = P(w_t)$ est également un processus *i.i.d*.

La fonction de demande $D(.)$, définie sur l'intervalle (p_0, p_1) , est continue et strictement décroissante et il s'y ajoute que : $\lim_{p \rightarrow p_0} D(p_t) = +\infty$.

La fonction de demande inverse $P(w)$ vérifie les inégalités : $0 < P(\underline{w}) < +\infty$. Autrement dit, même lorsque la récolte est mauvaise, il existe toujours un prix permettant d'équilibrer le marché. La spécification de cette fonction de demande inverse (ou fonction de prix), retenue dans le cadre de cette étude, est la suivante¹² :

$$D^{-1}(w_t) = P(w_t) = \lambda w_t^{-\gamma} \tag{2}$$

¹² Dans la pratique, pour contourner certaines difficultés liées à la complexité des formes analytiques, certains auteurs supposent que la fonction de demande $D(p)$ est linéaire (Gustafson, 1958 ; Newbery et Stiglitz, 1981,1982 ; Deaton et Laroque, 1992, 1996). Dans cette perspective, les bornes de l'intervalle des prix sont étendues aux extrémités infinies si bien que $p_0 = -\infty$ et $p_1 = +\infty$. A la différence de ces auteurs le présent travail propose une forme non linéaire de la fonction de demande qui reflète mieux la réalité parce qu'étant continue, non négative et strictement décroissante et définie sur un intervalle de prix non négatifs.

Si bien que la fonction de demande est donnée par l'expression :

$$D(p_t) = \alpha p_t^{-\frac{1}{\gamma}} \quad (3)$$

Avec λ , γ et $\alpha = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}$ des réels strictement positifs.

En présence de spéculation, l'équilibre défini précédemment n'est plus valable. En effet, les spéculateurs ont la possibilité de conserver des unités du produit pour en tirer profit à l'instant $t+1$ lorsqu'ils estiment que le prix espéré à cette période est plus intéressant que le prix actuel. A ce niveau, il convient de préciser que le spéculateur subit deux types de coûts liés à la détention de stocks. Le premier type de coût est relatif à la détérioration et aux charges d'entretien des stocks, et est pris en compte dans le modèle par le paramètre δ qui désigne le taux de dépréciation d'une unité du produit stocké. Le second type rend compte des charges d'intérêts. En supposant que les détenteurs de stocks sont neutres vis-à-vis du risque et peuvent emprunter ou prêter des fonds sur le marché financier au taux d'intérêt réel r , alors ils subissent un coût réel noté $\beta=1/1+r$. d'où le coût total de détention de stock est de :

$$\beta(1-\delta) = (1-\delta)/1+r < 1 \quad (4)$$

Il résulte ainsi de la maximisation du profit du spéculateur l'arbitrage suivant :

$$\begin{aligned} x_t = 0 & \text{ si } \beta(1-\delta) E_t p_{t+1} < p_t \\ x_t \geq 0 & \text{ si } \beta(1-\delta) E_t p_{t+1} = p_t \end{aligned} \quad (5)$$

où x_t est la quantité stockée à l'année t .

$E_t p_{t+1}$: la valeur espérée du produit à $t+1$

Le spéculateur procède à un arbitrage quant à l'opportunité de stocker le bien alimentaire. Il choisit de ne pas garder le produit en stock s'il risque d'être exposé à une perte c'est-à-dire lorsque le prix actuel excède la valeur espérée du bien stocké. En revanche, tant que le spéculateur espère réaliser un gain à partir d'une unité du bien détenu, il augmentera son stock provoquant à la fois une hausse du prix actuel, p_t , et une baisse du prix espéré, $E_t p_{t+1}$, jusqu'à ce que les deux soient égaux.

L'équilibre intégrant le comportement du spéculateur correspond alors à l'égalité entre la quantité produite à laquelle s'ajoute le stock de la période précédente, et la somme des demandes de consommation et de stock à reporter à la période suivante, soit :

$$w_t + (1 - \delta)x_{t-1} - x_t = D(p_t) \quad (6)$$

Partant des relations (5) et (6), le prix d'équilibre est donné par l'expression suivante¹³ :

$$p_t = \max\{\beta(1 - \delta)E_t p_{t+1}, P[w_t + (1 - \delta)x_{t-1}]\} \quad (7)$$

Enfin, il est important de définir l'information disponible à la période t , laquelle est utilisée par les agents pour former leurs anticipations. Pour ce faire, il est supposé que les agents ont connaissance de la quantité actuelle disponible du bien alimentaire qui est égale à la somme de la production actuelle w_t et du stock de la période précédente $(1 - \delta)x_{t-1}$. Cette quantité correspond à la **variable d'état** du modèle, notée s_t , soit :

$$s_t = w_t + (1 - \delta)x_{t-1} \quad (8)$$

Puisque x_{t-1} est non négatif – il n'est pas possible de consommer ce qui n'est pas encore produit – $s_t \in [w, \infty)$.

Etant donné le niveau anticipé des prix, la relation (7) détermine le prix d'équilibre à l'instant t , et l'équation (6) donne le niveau correspondant de stocks x_t à conserver jusqu'à la période suivante. Ce niveau de stock est défini comme la **variable de contrôle** ou **de réponse** du système et dépend de l'état s_t .

Finalement, le spéculateur qui décide de stocker espère réaliser un profit de :

$$[\beta(1 - \delta)E_t p_{t+1} - P(s_t)] s_t \quad (9)$$

Avec :

$E_t p_{t+1}$: la valeur espérée du produit à $t+1$;

s_t : la quantité actuelle disponible du produit à l'instant t .

¹³ Cette équation découle d'une condition d'arbitrage, mais comme il est si bien reconnu dans la littérature sur le comportement des prix des produits de base, elle peut également être considérée comme une condition optimale de stockage dans un problème de planification sociale (Samuelson, 1970). Cette équation peut aussi être comprise comme la condition optimale d'un choix de consommation intertemporelle pour un consommateur qui a la possibilité d'épargner mais n'ayant pas accès au crédit (Deaton, 1991). Plus généralement, cette condition (7) peut correspondre à l'équation d'Euler dans un modèle du cycle réel ou dans d'autres modèles dynamiques d'ailleurs, et, suivant certains cas, elle est utilisée pour servir à l'estimation comme se sera le cas pour cette étude.

IV.2 DEFINITION THEOREME ET COROLLAIRES DE L'EQUILIBRE AVEC ANTICIPATION RATIONNELLE

IV.2.1 DEFINITION

Un équilibre stationnaire avec anticipations rationnelles (ESAR)¹⁴ est une fonction de prix $f: S \rightarrow R$, qui décrit les mouvements du prix courant p_t comme une fonction de la variable d'état s_t , et qui satisfait pour tout s_t :

$$p_t = f(s_t) = \max\{\beta(1-\delta)E_t f[w_{t+1} + (1-\delta)x_t], P(s_t)\} \quad (10)$$

où

$$x_t = s_t - P^{-1}(p_t) = s_t - P^{-1}[f(s_t)]$$

En conséquence, la fonction $f(s_t)$ est la solution de l'équation fonctionnel suivante¹⁵ :

$$f(s) = \max\{\beta(1-\delta)E f[w + (1-\delta)\{s - P^{-1}[f(s)]\}], P(s)\} \quad (11)$$

Où les anticipations sont faites compte tenu de la variable aléatoire w . En définissant $\Psi(w)$ la loi de probabilité donnant la répartition des chocs¹⁶ w_t , la fonction $f(\cdot)$ précédente qui est monotone et décroissance en s , peut être réécrite de la façon suivante :

$$f(s) = \max\left(\frac{1-\delta}{1-r} \int f[w' + (1-\delta)\{s - P^{-1}[f(s)]\}]d\Psi(w'), P(s)\right) \quad (12)$$

¹⁴ Le terme anglo-saxon est Stationary Rational Expectations Equilibrium (SREE).

¹⁵ La fonction de prix $f(s)$ est également appelée fonction stratégique (policy function) ou fonction de valeur (value function).

¹⁶ En réalité $\Psi(w)$ n'est qu'une écriture abusive de la distribution des w_t . En effet, dans un cadre plus général, la production w_t est décrite par un processus stochastique caractérisé par une fonction de transition $\Psi(w, W)$ qui donne la probabilité que la production à l'instant $t+1$ est inférieure ou égale W tandis que celle à l'instant t est égale à w .

L'existence et l'unicité de la fonction de prix $f(s)$, ainsi que certaines de ses propriétés non moins importantes sont vérifiées par le théorème suivant (pour la preuve du théorème, voir Deaton et Laroque, 1992 et Cafiero et al., 2007).

IV.2.2 THEOREME

Étant données les hypothèses précédemment établies, il existe un unique ESAR f de la classe des, fonctions non-négatives continues et non-croissante. De plus, en notant

$p^* = \beta(1 - \delta)E f(w)$, alors :

$$\begin{aligned} f(s) > P(s) & \quad \text{pour} & \quad P(s) < p^* \quad \text{ou encore} & \quad s > P^{-1}(p^*) \\ f(s) = P(s) & \quad \text{pour} & \quad P(s) \geq p^* \quad \text{ou encore} & \quad s \leq P^{-1}(p^*) \end{aligned} \quad (13)$$

Le seuil $p^* = \beta(1 - \delta)E f(w)$ étant interprété comme le prix actuel au niveau duquel, en l'absence de demande de stock, toute unité de bien conservée jusqu'à la période $t+1$ rapporterait un profit nul.

La fonction f est strictement décroissante tant qu'elle est strictement positive. Le niveau de stock d'équilibre, $s_t - P^{-1}[f(s_t)]$, est strictement croissante tant que $P(s) < p^*$.

IV.2.2 COROLLAIRES

Les implications de ce théorème méritent une attention particulière étant donnée leur importance dans l'analyse empirique ultérieure. Il existe, en effet, deux types de régimes qui dépendent de la présence ou non de stocks.

- Si $p_t \geq p^*$, alors $x_t = 0$ et $p_t = P(s_t)$ est le prix constaté sur le marché qui égalise la demande de consommation $D(p_t)$ et l'offre (qui inclut les stocks de la période précédente). Dans ce cas p_{t+1} est indépendant de p_t et ne dépend que de w_{t+1} si bien que :

$$p_{t+1} = f(w_{t+1})$$

$$\text{alors, } \mathbf{E}(p_{t+1}/p_t) = E(p_{t+1}) = E[f(w_{t+1})] = \int f(w) d\Psi(w) \quad (14)$$

Sachant que $p^* = \beta(1 - \delta)E f(w)$, il est également possible d'écrire :

$$\mathbf{E}(p_{t+1}/p_t) = E[f(w_{t+1})] = \frac{p^*}{\beta(1 - \delta)} \quad (15)$$

- Si $p_t < p^*$, alors $x_t = s_t - P^{-1}[f(s_t)]$, la demande de consommation se contracte au profit d'une demande de stock strictement positive. A cet égard, le prix du marché, $p_t = \beta(1-\delta) E_t p_{t+1}$, est strictement supérieur à $P(s_t)$, et ;

$$p_{t+1} = [\beta(1-\delta)]^{-1} p_t + \varepsilon_{t+1} \quad (16)$$

où $\varepsilon_{t+1} = f(s_{t+1}) - [\beta(1-\delta)]^{-1} p_t = f[w_{t+1} + (1-\delta)\{s_t - P^{-1}[f(s_t)]\}] - [\beta(1-\delta)]^{-1} p_t$ est une innovation avec $E(\varepsilon_{t+1})=0$.

Dans tous les cas, la fonction d'autorégression de p_t , $E(p_{t+1}/p_t)$, est donnée par l'expression ci-après :

$$E(p_{t+1}/p_t) = \frac{\min(p^*, p_t)}{\beta(1-\delta)} \quad (17)$$

Pour l'analyse ultérieure des résultats empiriques, il est également pertinent de donner les caractéristiques de la variance conditionnelle des prix, $V(p_{t+1}/p_t)$. Deaton et Laroque (1992) prouvent que, si la fonction de demande inverse $P(s)$ est convexe alors :

$$\partial V(p_{t+1}/p_t) / \partial p_t \geq 0 \quad (18)$$

Cette relation s'interprète comme suit : le niveau de stocks détenus diminue à mesure que le prix est élevé ; de ce fait, le prix anticipé devient de plus en plus volatile. Cependant, lorsque le prix dépasse le seuil p^* , les stocks deviennent inexistantes et la variance se stabilise. Ainsi, à l'instar la spécification autorégressive de l'espérance conditionnelle (17), la variance conditionnelle est une fonction croissante du prix lorsque ce dernier est en deçà de p^* , puis constante au-delà de ce niveau seuil.

IV.3 PROBLEMATIQUE DE L'ESTIMATION DES PARAMETRES

Dans certains travaux empiriques, l'équation (17) sert de base à l'estimation du modèle de stockage avec anticipation rationnelle en utilisant des techniques d'estimation à informations incomplètes comme la Méthode des Moments Généralisés (GMM)¹⁷. En effet, le vecteur des

¹⁷ Generalized Method of Moments

résidus correspondant à la différence entre p_{t+1} et sa valeur ajustée par le modèle est orthogonal à l'information disponible présente et passée. De ce fait, les prix actuel et retardé constituent des instruments naturels pour l'estimation GMM, (voir Deaton et Laroque, 1992 et Chambers et Bailey, 1996) avec $([\theta = \gamma = \beta(1 - \delta)], p^*)$ comme paramètres à estimer. Cependant, l'estimation de l'équation (17) telle que spécifiée ne parvient pas à dissocier le paramètre δ de β , ni ne donne d'indication quant aux caractéristiques du modèle telle que la spécification de la fonction de demande. Cette méthode représente donc une limite pour le chercheur dont l'objectif est d'identifier les coefficients du modèle, mais elle présente l'avantage de décrire les mouvements du prix générés par le modèle à travers une estimation robuste qui permet de palier à l'insuffisance de l'information disponible. De plus, il est impossible, à partir de cette équation, de vérifier les propriétés théoriques de la variance conditionnel décrite plus haut. Il est alors préférable d'utiliser, dans le cadre de cette étude, l'estimation par la méthode du Pseudo Maximum de Vraisemblance (PMLE)¹⁸.

Le principe repose sur la conception des espérances et variance conditionnelles des prix anticipés, et ensuite, associer ces moments théoriques avec les séries observées pour en déduire les paramètres estimés. Cette procédure se fait au moyen de l'écriture d'une fonction appelée Pseudo-Vraisemblance qui doit être maximisée par l'utilisation de techniques appropriées (voir Gourieroux et al., 1984)¹⁹.

Soient $\mu(p_t)$ et $s(p_t)$ les espérance et variance conditionnelles des prix anticipés :

$$\begin{aligned} \mu(p_t) &= E(p_{t+1} / p_t) \\ s(p_t) &= V(p_{t+1} / p_t) \end{aligned} \quad (19)$$

La section réservée à l'estimation donnera plus de détails quant à la détermination de ces moments. Le logarithme de la pseudo-fonction de vraisemblance est défini comme suit :

$$\log(L) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T-1} \log(l_t) = \frac{1}{2} \left[-(T-1) \log(2\pi) - \sum_{t=1}^{T-1} \log[s(p_t)] - \sum_{t=1}^{T-1} \frac{[p_{t+1} - \mu(p_t)]^2}{s(p_t)} \right] \quad (20)$$

¹⁸ Pseudo Maximum Likelihood Estimation.

¹⁹ L'appellation « pseudo vraisemblance » se justifie par le fait que la distribution des prix n'est plus normale en présence de comportement de spéculation, cela dit Gourieroux et al. (1984) ont montré que les estimateurs demeurent robustes. Il s'y ajoute que, comme on le verra plus tard, la construction des moments théoriques nécessite l'approximation préalable de la fonction de prix $f(s)$ qui ne peut être obtenue qu'en attribuant des valeurs initiales au vecteur de paramètres à estimer.

La maximisation de cette fonction donne les paramètres estimés du modèle. L'équation (20) coïnciderait exactement avec la fonction de vraisemblance si les prix conditionnels à leurs valeurs retardés étaient normalement distribués et hétéroscédastiques. En présence de spéculation les prix ne peuvent pas être normalement distribués même si la production reste normale. Cependant l'estimation demeure de bonne qualité même au-delà du fait que les espérance et variance conditionnelles ne sont pas différentiables en p_t si bien que la vraisemblance n'est pas différentiable aux paramètres structurels (voir Laroque et Salanié, 1994).

Le calcul de la matrice de variance-covariance se fait de la manière suivante : étant donné le vecteur des paramètres $\alpha_{(k, 1)}$, il est possible de définir deux matrices $G_{(T-1, k)}$ et $H_{(k, k)}$ telles que :

$$G_{ti} = \frac{\partial \log(l_t)}{\partial \alpha_i} ; \quad H_{ij} = \frac{\partial^2 E[\log(L)]}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j}$$

En pratique, les éléments de ces deux matrices sont calculés à partir des dérivées numériques du logarithme de la pseudo-vraisemblance $\log(L)$ et de ses composantes $\log(l_t)$ lesquelles sont évaluées aux paramètres estimés α_i ²⁰.

La matrice de variance-covariance asymptotique est alors donnée par l'expression suivante :

$$\Omega = H^{-1}(G'G)H^{-1} \tag{21}$$

IV.4 APPROXIMATION DE LA FONCTION DE PRIX

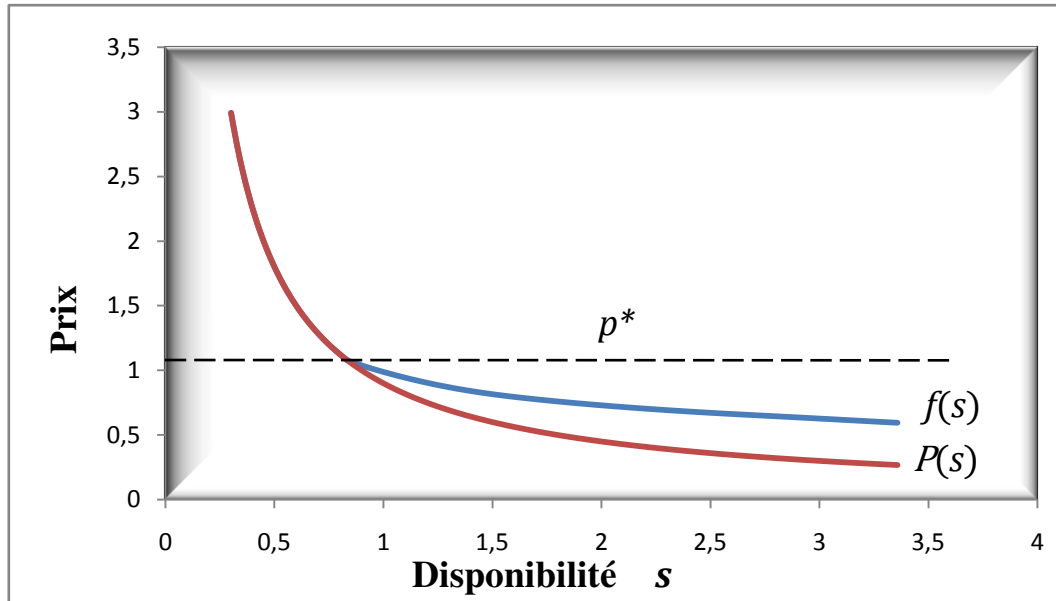
L'étape cruciale de ce travail consiste à la recherche de solutions aux problèmes d'approximation de la fonction objective $f(s)$ reliant le prix à la variable d'état. La nécessité d'une telle approximation constitue la spécificité de ce modèle par rapport aux estimations non linéaires usuelles. Car, contrairement aux estimations standards où la spécification de la fonction objective est connue d'avance, celle-ci requiert avant tout l'approximation de cette fonction qui renvoie à un problème de calcul numérique. La démarche est présentée en annexe.

²⁰ Ces dérivées numériques peuvent être programmées sous MATLAB sur la base des codes fournis par Miranda et Fackler (2002). Par contre, dans le cadre de cette étude, la procédure de maximisation de la pseudo-fonction de vraisemblance est réalisée suivant la méthode développée par Berndt et al. (1974) dont la résolution numérique sous MATLAB est inspirée des codes fournis par Sanjoto (2006).

L'approximation de la fonction de prix $f(s)$ est illustrée par le graphique IV.1. L'interpolation *cubic-spline* est utilisée pour cette approximation. Le degré d'interpolation n est égal à 50 ; les nœuds sont au nombre de 500 et varient entre 0,088 et 13,355 ; les chocs w sont supposés suivre une loi log-normale de variance $\frac{1}{2}$ et sont restreints en $M = 10$ points distincts²¹ ; $\lambda = 0,9$; $\gamma = 1,0$; $\delta = 0,05$ et $r = 0$.

Le graphique illustre également la relation entre $f(s)$ et $P(s)$.

GRAPHIQUE IV.1: Le prix en fonction de la disponibilité s .



La lecture de ce graphique permet de mieux comprendre le théorème, relatif aux propriétés la fonction ESAR, énoncé à la sous section IV.2. En effet, le graphique indique clairement qu'il existe un prix seuil $p^* = \beta(1 - \delta)E f(w)$ au delà duquel le prix réellement constaté sur le marché $f(s)$ est égal à $P(s)$ c'est-à-dire le prix d'équilibre sans stock, tandis qu'en deçà de p^* le stock est positif et $f(s)$ devient supérieur à $P(s)$.

IV.5 ESTIMATION DES PARAMETRES

La fonction $f(s)$ intervient dans le calcul de la pseudo-vraisemblance par l'intermédiaire des moments conditionnels d'ordre 1 et 2. L'estimation des paramètres de la fonction de prix $f(s)$ nécessite alors la connaissance préalable de cette dernière qui est approximée selon la méthode de collocation déclinée dans la sous section précédente, en attribuant des valeurs

²¹ Cette discrétisation des chocs donne le vecteur $w = (0,088 ; 0,166 ; 0,288 ; 0,480 ; 0,784 ; 1,274 ; 2,081 ; 3,463 ; 5,994 ; 11,355)$, le vecteur de probabilités associé à w est $\psi = (0,000 ; 0,000 ; 0,019 ; 0,135 ; 0,344 ; 0,344 ; 0,135 ; 0,019 ; 0,000 ; 0,000)$.

initiales aux paramètres λ , γ , δ et r . La pseudo-fonction de vraisemblance est ainsi calculée conformément à la relation (18). Pour ce faire, il faut disposer de la série de prix p_t pour le bien alimentaire considéré avec $t = 1, 2, \dots, T$, et évaluer les espérances et variances conditionnelles des prix anticipés comme suit :

$$\mu_t(p_t) = E(p_{t+1}/p_t) = \sum_{m=1}^M f[w_m + (1 - \delta)(f^{-1}(p_t) - P^{-1}(p_t))] \psi_m \quad (22)$$

$$s_t(p_t) = V(p_{t+1}/p_t) = \sum_{m=1}^M f^2[w_m + (1 - \delta)(f^{-1}(p_t) - P^{-1}(p_t))] \psi_m - \mu_t^2(p_t) \quad (23)$$

Ces deux expressions sont intégrées dans la pseudo-fonction de vraisemblance (20) laquelle est maintenant exprimée en fonction des paramètres à estimer et de la série des prix. Cette fonction est alors maximisée suivant la procédure de Berndt et al. (1974)²².

²² Sanjoyo (2006) a proposé des codes de programmation de l'algorithme de maximisation d'une vraisemblance pour une fonction de type Cobb-Douglas. Ces codes sont modifiés et adaptés aux spécificités du modèle de la présente étude.

V APPLICATION AUX DONNEES DE PRIX DES PRODUITS ALIMENTAIRES DU SENEGAL

L'estimation des paramètres du modèle est effectuée sur les douze produits alimentaires cités plus haut. Ces paramètres sont ceux de la fonction de demande et le taux de dépréciation des produits. Le taux d'intérêt réel mensuel est supposé négligeable et est considéré comme nul pour le reste du document. Les coefficients estimés relatifs au lait caillé et à l'arachide en pâte se sont révélés non conformes à l'interprétation économique car s'écartant largement des ordres de grandeur attendus. Ce qui peut s'expliquer par certaines faiblesses du modèle qui ne parvient pas toujours à reproduire les comportements de spéculation des agents étant donnée la complexité de la procédure d'estimation ; ou encore il peut s'agir des marchés faisant l'objet de peu de spéculation. Pour le riz brisé et le lait en poudre les estimations sont effectuées sur la période 2007-2008 afin de mieux ressortir les événements récents intervenus dans ces marchés. Les résultats sont recensés au tableau V.1.

TABLEAU V.1 : Estimation des paramètres du modèle

Bien alimentaire	Paramètres de la fonction de demande				Taux de dépréciation	
	$D(p_t) = \left(\frac{p_t}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$					
	λ	[Ecart type]	γ	[Ecart type]	δ	[Ecart type]
Riz brisé	1,38	[0,01]	1,03	[0,02]	0,06	[0,26]
Riz entier	1,15	[0,23]	0,92	[0,22]	0,02	[0,35]
Mil	1,08	[0,06]	0,58	[0,01]	0,05	[0,08]
Maïs	0,89	[0,77]	0,77	[0,18]	0,03	[0,05]
Lait caillé	-	-	-	-	-	-
Lait en poudre	1,45	[0,01]	0,60	[0,20]	0,19	[0,02]
Arachide	1,08	[0,17]	0,87	[0,02]	0,04	[0,24]
Arachide pate	-	-	-	-	-	-
Niébé	1,26	[0,05]	0,89	[0,01]	0,06	[0,03]

Note : L'estimation des coefficients requiert une approximation préalable et arbitraire de la fonction de prix $f(s)$. Les valeurs initiales des coefficients sont celles qui ont servi à l'illustration proposée à la section précédente, à savoir : l'utilisation de la méthode cubic-spline, le degré d'interpolation n est égal à 50 ; les nœuds sont au nombre de 500 et varient entre 0,088 et 13,355 ; les chocs w sont supposés suivre une loi log-normale de variance $\frac{1}{2}$ et sont restreints en $M = 10$ points distincts ; $\lambda = 0,9$; $\gamma = 1,0$; $\delta = 0,05$ et $r = 0$.
Pour le riz brisé et le lait en poudre les estimations sont effectuées sur la période 2007-2008.

La connaissance des paramètres estimés permet d'approximer *in fine* la fonction de prix $f(s)$ pour tous les produits concernés. Ainsi, pour chacun des produits, le prix seuil p^* peut être déterminé en utilisant les équations (14) et (15) :

$$p^* = \beta(1 - \delta)E(p_{t+1}/p_t) = \beta(1 - \delta) \int f(w) d\Psi(w) \quad (24)$$

Pour rappel le seuil p^* n'est rien d'autre qu'un prix implicite à partir duquel le vendeur juge inopportun de conserver de stocks, et donc le prix $[f(s)]$ constaté sur le marché est celui qui égalise l'offre et la demande sans stock c'est-à-dire $P(s)$. Il faut également relever deux cas extrêmes possibles suivant que p^* est supérieur ou égal au prix maximum observé, ou inférieur ou égal au prix minimum observé de l'échantillon. Dans le premier cas, les lois du marché sont toujours dictées par des décisions de stockage en vue de réaliser des profits et le prix du marché est toujours égal au prix espéré. Dans le second cas, la décision de stocker ne peut être considérée comme rationnelle sur toute la période étudiée et le prix du marché est toujours égal à $P(s)$.

Les valeurs indiciaires et en monnaie courante pour ces prix implicites sont répertoriées au tableau suivant

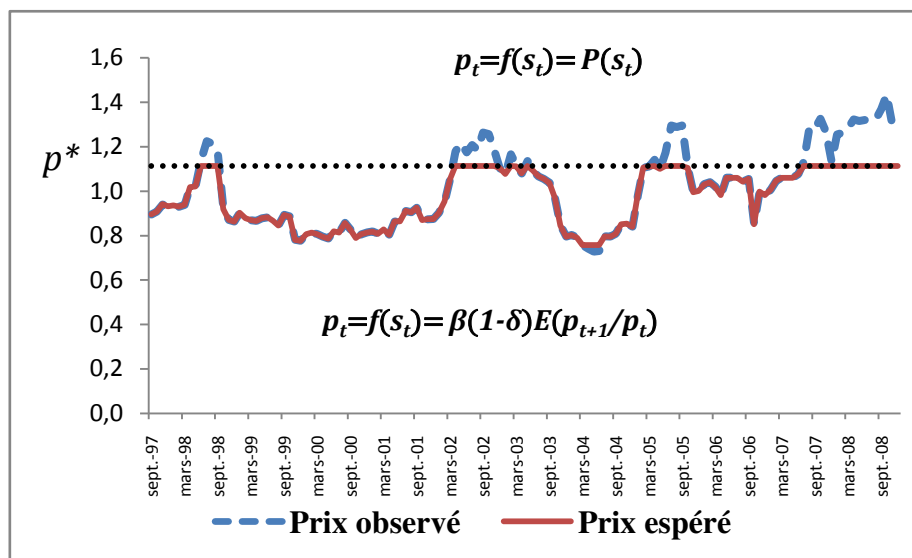
TABLEAU V.2 : Estimation du prix seuil (p^*) par produit

Bien alimentaire	Valeur indiciaire	Valeur en Francs CFA
Riz brisé	1,629	369,7 FCFA/KG
Riz entier	1,397	433,5 FCFA/KG
Mil	1,113	210,0 FCFA/KG
Maïs	1,018	176,0 FCFA/KG
Lait caillé	-	-
Lait en poudre	1,244	2487,4 FCFA/KG
Arachide	1,265	395,4 FCFA/KG
Arachide pate	-	-
Niébé	1,142	521,0 FCFA/KG

Note : la correspondance entre la valeur de l'indice et la valeur en monnaie courante est établie à l'aide de la technique d'interpolation *cubic-spline*.

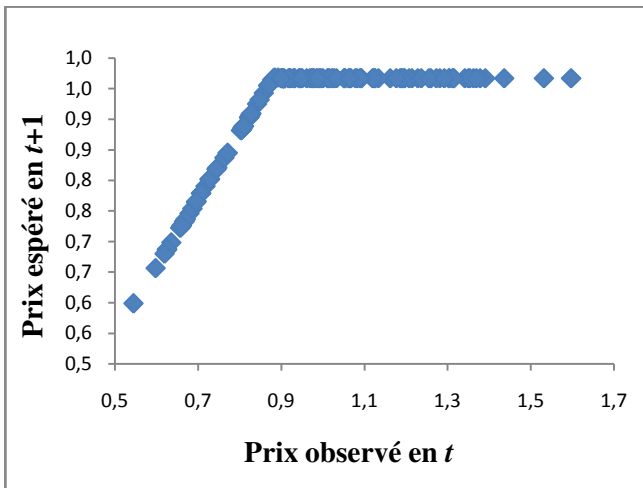
Le tableau V.2 dans sa deuxième colonne indique que les commerçants n'ont pas intérêt à stocker du mil pour des besoins de profit tant que son prix est supérieur ou égal à 210 francs CFA le kilogramme. Dans le cas contraire, la décision de stocker du mil devient systématique et la quantité stockée tend à augmenter jusqu'à ce que le prix du marché (qui croît) et son niveau espéré (qui décroît) soient identiques. Le graphique V.1 illustre bien les mouvements des prix observé et espéré du mil et montre que ces derniers sont égaux lorsque le prix est en dessous de p^*

GRAPHIQUE V.1 : Evolution des prix observé et espéré du mil (09/1997 – 12/2008)

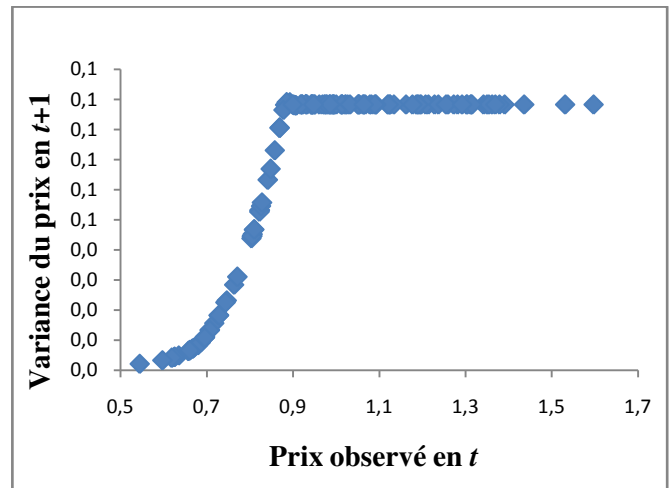


Par ailleurs, il est nécessaire de procéder à la vérification empirique des propriétés du modèle pour justifier le rôle de la spéculation sur les produits étudiés. Cette analyse peut se faire à la lecture des trois graphiques qui suivent. La vérification des caractéristiques des moments conditionnels d'ordres 1 et 2 est illustrée par les graphiques V.2 et V.3 pour le cas de l'oignon. Ces deux nuages de points sont tracés sur la base des 136 observations qui composent l'échantillon. Pour rappel, les équations (17) et (18) montrent que les espérance et variance conditionnelles sont des fonctions croissantes du prix lorsque ce dernier est en deçà de p^* , mais constantes au-delà de ce niveau seuil. Pour le cas du mil, tout comme les 6 autres produits, il apparaît clairement que la distribution des données est cohérente avec ces propriétés du modèle.

GRAPHIQUE V.2 : Espérance conditionnelle :
Cas du mil

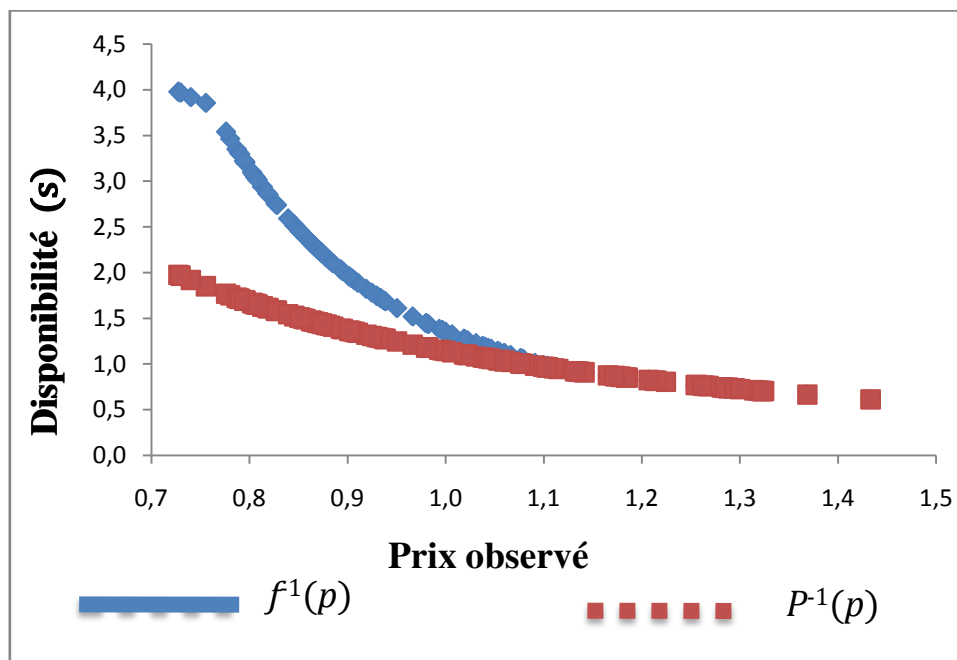


GRAPHIQUE V.3 : Variance conditionnelle :
Cas du mil



Dans le même sillage, le graphique V.4 permet de vérifier les propriétés de la demande en traçant l'allure de la courbe de la fonction de demande de l'oignon $f^1(p)$. A titre de comparaison, le graphique représente également ce qu'aurait été la courbe de demande du même produit si ce dernier ne faisait pas l'objet de spéculations. De toute évidence, les deux courbes se confondent à partir du prix seuil qui est de 1,113 (voir tableau V.2). En deçà de ce niveau et pour une quantité offerte (s) exogène, le prix du marché est nettement plus élevé que ce qu'il aurait été sans la spéculation.

GRAPHIQUE V.4 : Courbes de demande $f^1(p)$ et $P^{-1}(p)$ pour le cas du mil



Ces courbes du graphique V.4 montrent que la seule connaissance du prix permet au modèle de constituer les valeurs théoriques des évolutions des disponibilités mensuelles $s_t = f^1(p_t)$, des stocks $x_t = f^1(p_t) - P^{-1}(p_t)$ et de la production $w_t = s_t - (1 - \delta) x_{t-1}$.

A cet effet, il est possible de calculer, pour une période donnée, les niveaux de dépense avec ou sans spéculation et d'en dériver la perte supportée par les consommateurs en termes d'augmentation de prix.

En effet, en absence de spéculation, une quantité s_t d'un produit donné devrait être achetée à un prix $P(s_t)$. Mais, du fait de la spéculation, son prix sur le marché revient à $p_t = f(s_t)$, ce qui réduit la demande de consommation de $s_t = f^1(p_t)$ à $P^{-1}(p_t)$. Ainsi, la dépense de consommation réellement effectuée par les ménages, pour une période donnée, est de $D^f = \sum_t f(s_t) P^{-1}(p_t)$, or puisque cette même demande aurait coûté $D^P = \sum_t P(s_t) P^{-1}(p_t)$ s'il n'existait pas de spéculation, alors la perte en pourcentage de la dépense pour ce produit est donnée par l'expression mathématique ci-après :

$$Perte = \frac{D^f - D^P}{D^P} \quad (25)$$

Où $D^f = \sum_t f(s_t) P^{-1}(p_t)$, la dépense réellement effectuée par les ménages et,

$D^P = \sum_t P(s_t) P^{-1}(p_t)$, la dépense qu'auraient effectuée les ménages en absence de spéculation,

Les résultats relatifs à la perte de revenu liée à la spéculation sur la période 2007-2008, sont inscrits au tableau suivant.

TABLEAU V.3 : Perte de revenu provoquée par la spéculation durant les années 2007 et 2008

Bien alimentaire	D^f	D^P	Perte
Riz brisé	33,00	23,56	40,06 %
Riz entier	27,32	23,75	15,03 %
Mil	23,73	23,28	1,93 %
Maïs	19,32	19,32	0,00 %
Lait caillé	-	-	-
Lait en poudre	35,58	35,12	7,30 %
Arachide	25,58	22,17	15,38 %
Arachide pate	-	-	-
Niébé	23,14	23,07	0,30 %
GLOBAL			27,90 %

Note : il est difficile d'établir un classement des produits en fonction de l'ampleur des pertes car ces dernières dépendent de la période choisie.

Les chiffres de la troisième colonne du tableau V.3 s'interprètent comme étant la dépense supplémentaire relative du ménage pour faire face l'augmentation du prix d'un produit, induite par la spéculation. Ainsi, du fait de la spéculation, les budgets du consommateur sénégalais consacrés à ses dépenses en riz brisé et en arachide sont respectivement de 40% et 15,4% plus élevés que ce qu'ils auraient été en absence de spéculation. Il convient de préciser que ces pertes sont équivalentes aux profits supplémentaires des vendeurs, issus de la spéculation.

En résumé, le modèle de stockage avec anticipation ne permet pas de rejeter l'existence de spéculation sur les produits alimentaires au Sénégal. En faisant des anticipations sur l'évolution des prix futurs, les commerçants mesurent les opportunités de profits qu'ils peuvent tirer de leurs décisions de stockage. A cet égard, l'étude montre que, pour chacun des produits ayant servi à l'estimation, il existe un prix seuil implicite en dessous duquel le vendeur estime que la détention d'une certaine quantité de stock lui procurerait des bénéfices supplémentaires. Cependant, cette pratique spéculative grève le budget du consommateur du même montant que les profits qu'elle génère.

VI CONCLUSION

L'objectif de ce travail est d'expliquer le rôle de la spéculation dans la dynamique des prix des produits alimentaires au Sénégal. Dans un premier temps les faits stylisés ont révélé que les prix intérieurs sont moins volatiles que les cours internationaux des biens alimentaires en raison notamment de la stabilité du taux de change et des mécanismes internes de régulation des prix.

Il n'empêche qu'il existe un certain nombre de facteurs qui limitent l'effectivité de ces mesures de stabilisation notamment l'incompatibilité entre la libéralisation et les subventions, les nombreux litiges entre le gouvernement et les commerçants (retard de paiement des subventions etc.), l'élimination brutale des appuis à la consommation, l'insuffisance des moyens de contrôle des stocks, les cas de fraude et de contrebande etc. Ces contraintes seraient d'ailleurs la source des pratiques spéculatives sur les marchés de produits alimentaires, particulièrement en période de crise.

Les statistiques descriptives sur les prix viennent justifier de tels constats et orientent la démarche vers l'utilisation des modèles d'anticipation rationnelle. Dans ce type d'approche, la décision de stocker une certaine quantité d'un produit résulte d'un comportement de maximisation du profit sur la base des anticipations faites sur l'évolution du prix futur. Cela implique l'existence d'un prix seuil implicite en deçà duquel le vendeur juge opportun de détenir des stocks en vue d'augmenter sa marge bénéficiaire. Au-delà de ce prix seuil, la détention de stocks spéculatifs perd tout son sens.

Cette façon de modéliser est assez répandue de par son utilisation dans les travaux de recherche en économie quantitative et a amplement servi à faire la lumière sur les fluctuations constatées sur les cours internationaux des matières premières.

Les résultats empiriques vont dans le sens de corroborer l'existence de la spéculation sur les marchés de biens alimentaires. En effet, sur les neuf produits initialement retenus, sept d'entre eux ont fait l'objet d'estimations économiquement interprétables. De plus, les données ont vérifié certaines propriétés du modèle notamment en ce qui concerne les aspects de demande et les caractéristiques des moments conditionnels.

Les résultats relatifs aux prix seuil, montrent que les commerçants ont intérêt à stocker du maïs pour augmenter leur profit si le prix au kilogramme est inférieur à 176 francs CFA. Dans ce cas, la quantité de maïs stockée tend à augmenter jusqu'à ce que le prix du marché (qui croît avec les stocks) et son niveau espéré (qui décroît à partir de 176 francs) soient

identiques. Pour le riz brisé et l'arachide, le prix implicite se chiffre à 370 et 395 francs CFA le kilogramme.

Le modèle a également permis d'évaluer la perte de revenu supportée par les consommateurs du fait de la spéculation. Cette perte équivaut à la dépense supplémentaire relative du ménage pour faire face l'augmentation du prix d'un produit induite par la spéculation. Ainsi, durant les années 2007 et 2008, les budgets du consommateur sénégalais consacrés à ses dépenses en riz brisé et en arachide sont respectivement de 40% et 15,4% plus élevés que ce qu'ils auraient été en absence de spéculation.

Il convient de préciser que les montants perdus par les consommateurs sont ceux qui s'ajoutent aux marges des vendeurs. *Par conséquent, la spéculation consiste à un transfert de revenus des consommateurs vers les commerçants. Sous cet angle, elle peut être perçue comme un facteur d'aggravation de la pauvreté.* Cela renvoie alors à la prise en compte d'un certain nombre de stratégies pour lutter contre la spéculation. Les mesures administratives de régulation consistant à administrer, contrôler et subventionner ont donné quelques réussites mais laissent apparaître plusieurs limites quant à leur efficacité. Parallèlement à ces mesures, l'étude propose une intervention plus accentuée de l'Etat sur les marchés de produits alimentaires dans le sens de pousser à la baisse les prix seuils implicites et ce, afin d'empêcher la formation de stocks spéculatifs. L'autorité peut agir sur deux leviers essentiels afin de modifier les mécanismes de marché.

Premièrement, l'augmentation substantielle du niveau de production réduit la détention de stocks spéculatifs par le biais de la diminution du prix seuil implicite (voir équation 24). L'atteinte de cet objectif passe nécessairement par une réorientation de ressources budgétaires supplémentaires vers la production de ces biens alimentaires. Cette stratégie doit être mise au centre des priorités gouvernementales à travers des politiques agricoles volontaristes (commerciales, de recherche, de développement rural, d'infrastructures) permettant d'améliorer les rendements agricoles, notamment vivriers, au niveau national. La maîtrise des circuits de distribution est également un moyen efficace de lutte contre la spéculation.

Deuxièmement, la détention de stocks de précaution ou de péréquation permet à l'Etat d'intervenir sur le marché pour stabiliser au mieux les prix notamment en cas de crise.

L'efficacité de toutes ces mesures pourrait être appréhendée grâce à une étude subséquente qui évaluera la viabilité des programmes de stabilisation des prix.

REFERENCES

- Atkinson, K.E. (1989). *An Introduction to Numerical Analysis*, 2nd Ed. John Wiley & Sons, New York.
- Berndt, E. K., Hall, B. H., Hall, R. E. et Hausman, J. A. (1974). Estimation and inference in nonlinear structural models, *Annals of Economic and Social Measurement* (3), 653-666.
- Cafiero, C. et Bobenrieth, H., Eugenio, S.A. et Bobenrieth H., Juan R.A. et Wright, B. D. (2007). The Empirical Relevance of Speculative Commodity Storage, *Working paper*.
- Chambers, M. et Bailey, R. (1996). A Theory of Commodity Price Fluctuations, *Journal of Political Economy* (104), 924–957.
- Cochrane, J. H. (1988). How big is the random walk in GDP, *Journal of Political Economy* (96), 893-920.
- Danthine, J-P. (1977). Martingale, Market Efficiency and Commodity Prices, *European Economic Review* (10), 1-17.
- Deaton, A. (1991). Saving and liquidity constraints, *Econometrica* (59), 1221–1248.
- Deaton, A. et Laroque, G. (1992). On the Behavior of Commodity Prices, *Review of Economic Studies* (59), 1–23.
- Deaton, A. et Laroque, G. (1996). Competitive Storage and Commodity Price Dynamics, *Journal of Political Economy* (104), 896–923
- Gourieroux, C., Monfort, A. et Trognon, A. (1984). Pseudo-Maximum Likelihood Methods Theory, *Econometrica*, 52, 681-700.
- Gustafson, R.L. (1958). Carryover levels for grains. *US Department of Agriculture technical Bulletin* 1178.
- Hall, G. et Rust, J. (2002). Econometric Methods for Endogenously Sample Time Series: The Case of Commodity Price Speculation. *NBER Technical Working Paper* 278.
- Hall, G. and Rust, J. (2003). Simulated Minimum Distance Estimation of a Model of Optimal Commodity Price Speculation with Endogenously Sampled Prices, *Working Paper*.
- Hart, O. D., et Kreps, D. M. (1986). Price destabilizing speculation, *Journal of Political Economy* (94), 927-952.
- Judd, K.L. (1991). Numerical Methods in Economics, *Manuscript, Hoover Institution, Stanford University*.
- Judd, K.L. (1992). Projection methods for solving aggregate growth models, *Journal of Economic Theory* (58), 410–452.
- Kaldor, N. (1939). Speculation and Economic Stability, *Review of Economic Studies*, (7), 1-27.

- Kohn, M. (1978). Competitive speculation , *Econometrica* (46), 1061-1076.
- Laroque, G. et Salanié, B. (1994). Estimating the Canonical Disequilibrium Model: Asymptotic Theory and Finite Sample Properties , *Journal of Econometrics* (62), 165-210.
- Michaelides, A., and Ng, S. (2000). Estimating the rational expectations model of speculative storage: A Monte Carlo comparison of three simulation estimators » *Journal of Econometrics* (96), 231- 266.
- Miranda M. J. (1998). Numerical Strategies for Solving the Nonlinear Rational Expectations Commodity Market Model, *Computational Economics* (11), 71–87
- Miranda, M. J., et Fackler, P. L. (2002). Applied Computational Economics and Finance, *The MIT Press*.
- Muth, J.F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements, *Econometrica* (29), 315-335.
- Newbery, D. M. G., et Stiglitz, J. E. (1981). The Theory of Commodity Price Stabilization: A Study in the Economics of Risk, *New York: Oxford University Press*.
- Newbery, D. M. G., et Stiglitz, J. E. (1982). Optimal commodity stockpiling rules, *Oxford Economics Papers* (34), 403-427.
- Pirrong, C. (2006). Price Dynamics and Derivatives Prices for Continuously Produced, Storable Commodities , *Working paper, University of Houston*.
- Pirrong, C. (2007). Testing the Theory of Storage, *Working paper, University of Houston*
- Pirrong, C. (2008). Stochastic Volatility of Fundamentals, Commodity Prices, and Inventories, *Working paper, University of Houston*.
- Salant, S. W. (1983). The vulnerability of price stabilization schemes to speculative attack, *Journal of Political Economy* (91), 1–38.
- Samuelson, P. (1970). Stochastic Speculative Price, *Proc. Nat. Acad. Sci.* (68), 335-37.
- Samuelson, P. (1971). Stochastic speculative price, *Proceedings of the National Academy of Sciences* (68), 335-337.
- Sanjoyo, K. (2006). Non-Linear Estimation, *University of Indonesia*.
- Sarr, O. N., Wade, I., Badji, Y., Mbaye, M. et Faye, M. (2008). Rapport : Mission d'étude comparative du niveau et de l'évolution des prix entre le Sénégal et les pays de l'UEMOA, *République du Sénégal, Ministère de l'Economie et des Finances*.
- Schechtman, J. et Escudero, V. (1977). Some results on an Income fluctuation problem, *Journal of Economic Theory* (16), 151-166.

Scheinkman, J. et Schectman, J. (1983). A Simple Competitive Model of Production with Storage , *Review of Economic Studies* (50), 427–441.

Taylor, J.B. et Uhlig, H. (1990). Solving nonlinear stochastic growth models: A comparison of alternative solution methods, *Journal of Business and Economic Statistics* (8), 1–18.

Williams, J. C. et Wright, B. D. (1982). The economic role of commodity storage, *Economic Journal* (92), 596-614.

Williams, J. C., et Wright, B. D. (1984). The welfare effect of introduction of storage, *Quarterly Journal of Economics* (98), 169-192.

Williams, J. C., et Wright, B. D. (1989). A theory of negative prices for storage, *Journal of futures markets* (9), 1-13.

Williams, J. C., et Wright, B. D. (1991). Storage and commodity markets, *Cambridge University Press*.

Working, H. (1949). The Theory of Price of Storage , *American Economic Review* (39), 1254-1262.

ANNEXE : APPROXIMATION NUMERIQUE DE LA FONCTION DE PRIX

La résolution numérique de la fonction ESAR est effectuée suivant la démarche de Miranda (1998) et Fackler et Miranda (2002)²³.

A.1 CONDITIONS D'EQUILIBRE

En s'appuyant sur les relations (7) et (9), il n'est pas difficile de remarquer l'équivalence suivante :

$$p_t = f(s) = P[s - x(s)] \quad (A1)$$

Ainsi, la relation d'arbitrage (équation 10 ou 11) peut être réécrite sous la forme suivante²⁴

$$\begin{aligned} \beta(1 - \delta)E_w f[w + (1 - \delta)x(s)] - P[s - x(s)] &= \omega(s) \\ x(s) \geq 0; \quad \omega(s) \leq 0 \quad \text{et} \quad x(s) > 0 &\implies \omega(s) = 0 \end{aligned} \quad (A2)$$

L'existence de stock implique directement que le prix appliqué sur le marché p_t soit égal au prix anticipé $(1-\delta)E_f$. Autrement, le prix appliqué n'est que celui qui égalise l'offre et la demande sans stock, c'est-à-dire $p_t = P(s)$

Dans sa forme générale, le modèle comprend les éléments suivants²⁵ :

²³ Pour approximer la fonction $f(s)$, Deaton et Laroque (1996) ont opté pour une méthode itérative qui consiste à choisir une forme initiale pour cette fonction et, ensuite, essayer d'en améliorer la précision. Ils commencent par choisir convenablement une fonction non-négative convexe monotone et non-croissante $f_0(s) = \max[0, P(s)]$ et améliorent la qualité de cette fonction à travers la relation :

$$f_{n+1}(s) = \max \left\{ \frac{\beta(1-\delta)}{N} \sum_{j=1}^N f_n [w_j + (1-\delta)(s - P^{-1}[f_n(s)])], P(s) \right\}, \text{ pour } n = 0, 1, 2, \dots$$

Une fonction de demande (ou de prix) linéaire paraît mieux adaptée pour résoudre cet algorithme. C'est probablement la raison pour laquelle, les auteurs ont opté pour une spécification linéaire de la fonction de demande. Ceci représente une limite étant donné que ni la demande ni les prix ne peuvent être négatifs.

²⁴ Une autre forme de cette relation d'arbitrage est la suivante : $\beta(1 - \delta)EP[w + (1 - \delta)x(s) - x\{w + 1 - \delta x s - P s - x\} = \omega s$

²⁵ Il est IMPORTANT de noter que la relation d'arbitrage (A3), est un cas particulier du modèle d'anticipation rationnelle dont la formule générale est la condition d'équilibre suivante : (pour plus de détails, consulter Fackler et Miranda, 2002 « Applied Computational Economic and Finance ») :

$$h\{s_t, x_t, E_t[f(s_{t+1}, x_{t+1})]\} = 0 \quad \text{avec} \quad s_{t+1} = g(s_t, x_t, w_{t+1})$$

La première tâche consiste à trouver la réponse $x = x(s)$ qui équilibre le système à anticipation rationnelle. La fonction de réponse $x(\cdot)$ peut être considérée comme une solution à l'équation fonctionnelle suivante :

Fonction stratégique: $f(s) = P[s-x(s)] ;$ (A3)

Relation d'arbitrage: $h(s, w, Ef) = \beta(1-\delta)Ef - P(s - x)$ (A4)

Pour rappel, la variable d'état est fonction du niveau de production et du stock précédemment détenu

$s_{t+1} = g(s_t, w_{t+1}) = w_{t+1} + (1-\delta)x(s_t)$ (A5)

A.2 RECHERCHE DE SOLUTIONS NUMERIQUES

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre les équations fonctionnelles (A3) et (A4). Les techniques d'approximation numérique de Miranda (1998) et Fackler et Miranda (2002) s'inscrivent dans le sillage de celles de Taylor et Uhlig (1990) et Judd (1991, 1992). Ces techniques sont assez répandues dans la littérature et consistent à l'utilisation des approximations polynomiales. Dans ce papier, il est question d'approximer le problème d'équation fonctionnelle à dimension infinie telle que posé par (A3) et (A4) en un problème d'équation à dimension finie qui lui peut être programmé sous différents logiciels. Le processus permettant une telle approximation est appelé *la discrétisation*. Cette dernière existe sous plusieurs formes mais l'étude privilégie une de ses particularités qu'est *la méthode de collocation*.

La méthode de collocation repose sur trois étapes :

- Premièrement, la fonction $f(s)$ est approximée en utilisant une combinaison linéaire de fonctions connues $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \dots, \kappa_n$, appelés *fonctions de base* ayant comme *coefficients de base* (à déterminer) $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$. Le nombre n est appelé le *degré*

$$h\{s, x(s), E_w [f(g(s, x(s), w), x(g(s, x(s), w)))]\} = 0$$

Cette condition d'équilibre prend une forme différente lorsque le modèle est contraint en x . En l'occurrence si la variable de réponse est bornée sur un intervalle donné, tel que : $a(s) \leq x \leq b(s)$, où $a : S \rightarrow X$ et $b : S \rightarrow X$ sont des fonctions continues de s . Dans ce cas, la fonction d'arbitrage devient :

$$h\{s_t, x_t, E_t [f(s_{t+1}, x_{t+1})]\} = \omega_t$$

Où x_t et ω_t satisfont aux conditions de complémentarité ci après :

$$a(s_t) \leq x_t \leq b(s_t), \quad x_t > a(s_t) \Rightarrow \omega_t \geq 0, \quad x_t < b(s_t) \Rightarrow \omega_t \leq 0$$

Dans ce système, ω_t est appelé le bénéfice marginal issu de l'activité x_t . En situation d'équilibre, ω_t doit être non négatif si x_t est plus grand que la borne inférieure, autrement les agents auraient diminué leur activité x_t jusqu'à ce que x_t soit égal à $a(s_t)$. De la même façon, ω_t doit être non positif si x_t est plus petit que la borne supérieure, autrement les agents auraient augmenté leur activité x_t jusqu'à ce que x_t soit égal à $b(s_t)$.

d'interpolation. La connaissance des fonctions de base passe par le choix de la méthode d'interpolation, à cet effet l'étude opte pour la méthode d'interpolation dénommée *cubic spline*²⁶.

$$f(s) = \sum_{j=1}^n c_j \kappa_j(s) \quad (A6)$$

- Deuxièmement, l'espace S de la variable d'état est défini en choisissant un nombre fini de points $s_1, s_2, s_3, \dots, s_Q$, appelés nœuds²⁷ (*collocation nodes*).
- Troisièmement, le calcul de la fonction de prix nécessite l'évaluation d'espérances mathématiques de fonctions non linéaires de w_t , Ef , laquelle requiert des opérations très complexes d'intégration numérique. Les calculs peuvent être plus souples si les chocs w_t , qui suivent un processus continu, deviennent discrets. Ce qui revient à approximer (ou discrétiser) la loi de probabilité gouvernant ces chocs qui est supposé être un processus log-normal²⁸. Ainsi, la variable log-normal w est restreinte à M points discrets $W = (w_1, w_2, \dots, w_M)$. Pour cela il est défini un vecteur $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{M+1})$ tel que $\eta_1 = 0$ et $\eta_{M+1} = \infty$, et :

$$\Phi(\eta_{j+1}) - \Phi(\eta_j) = \psi_j, \quad j = 1, 2, \dots, M+1 \quad (A7)$$

Où, $\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition de la loi log-normal. Le support de la distribution log-normale est alors décomposé en M intervalles de probabilités respectives ψ_j . Enfin, les valeurs w_i sont déterminées comme étant les moyennes conditionnelles des valeurs à l'intérieur de chaque intervalle :

$$w_i = \frac{1}{\psi_i} \int_{\eta_i}^{\eta_{i+1}} w \, d\Phi(w) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (A8)$$

²⁶ Il existe plusieurs méthodes d'interpolation ; les fonctions polynomiales à degré croissant sont les plus souvent utilisées mais ne sont pas très précises. Les fonctions splines sont aussi généralement utilisées dont les plus simples sont les fonctions d'interpolation linéaire (linear spline), mais elles manquent également de précision. Cependant, les fonctions cubic spline font d'excellentes approximations de même que les fonctions polynomiales de Chebychev.

²⁷ En fixant les nœuds arbitrairement, rien ne garantit que l'extrapolation ne génère des valeurs de $f(\cdot)$ se situant hors du domaine S , ce qui entrave à l'approximation de la fonction f . Pour éviter ce genre de souci, il est important de choisir convenablement les points extrêmes. Ainsi, conformément à l'équation (9), il faut, d'une part, que le minimum de s doit correspondre au cas il y a absence de stock et la production est minimale : $s_1 = \min(w)$. Et, d'autre part, le maximum s_Q doit être égal à $[\max(w) + (1-\delta) \max(x)]$.

²⁸ Deaton et Laroque (1996) ont, quant à eux, supposé que la production w_t est distribuée suivant la loi normale standard. Autrement dit, la production w_t peut être négative, ce qui est de nature à susciter des interrogations.

La technique de discrétisation ainsi utilisée permet de remplacer les équations fonctionnelles en un système d'équations non linéaires. Spécifiquement, l'approximation de la fonction $f(s)$ est obtenue en résolvant les $2Q$ équations :

$$\sum_{j=1}^n c_j \kappa_j(s_i) = P(s_i - x_i) \quad (\text{A9})$$

$$\beta(1 - \delta) \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^n \psi_m c_j \kappa_j [w_m + (1 - \delta)x_i] - P(s_i - x_i) = 0 \quad (\text{A10})$$

Le système d'équations non linéaire (A9) et (A10) peut être résolu en utilisant un processus itératif non linéaire, appelé *rootfinding technique*, comme la méthode de Newton ou quasi-Newton (Atkinson, 1989 ; Judd, 1991). Il est également possible de résoudre le problème en faisant appel à l'algorithme décliné selon les étapes ci-dessous :

Etape 1 : Choisir le degré d'approximation n ; choisir la méthode d'interpolation pour sélectionner les fonctions de base $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \dots, \kappa_n$; fixer les nœuds $s_1, s_2, s_3, \dots, s_Q$; attribuer des valeurs initiales aux coefficients de base $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$; et discrétiser les chocs w .

Etape 2 : les coefficients de base étant fixés, trouver les x_i , pour $i = 1, 2, \dots, Q$, solutions de l'équation (31).

Etape 3 : les valeurs des stocks étant connues, résoudre le système d'équations linéaires (A7) et extraire de nouvelles valeurs pour les coefficients de base $c_1', c_2', c_3', \dots, c_n'$.

Etape 4 : la convergence est atteinte si $|c_j - c_j'| < \tau$ pour $j = 1, \dots, n$, avec τ le degré de tolérance choisi. Dans ce cas, $c_j = c_j'$ et l'algorithme prend fin. Dans le cas contraire, poser $c_j = c_j'$ et retourner à l'étape 2.

Des adaptations faites sur les codes fournis par Miranda et Fackler (2002) permettent d'exécuter cet algorithme sous MATLAB.