



Munich Personal RePEc Archive

Influence of financial crisis on Hurst exponent estimates - fractal analysis of selected metals prices

Buła, Rafał

University of Economics in Katowice

2012

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/59710/>
MPRA Paper No. 59710, posted 08 Nov 2014 08:56 UTC

**WPŁYW KRYZYSU FINANSOWEGO NA OSZACOWANIA
WYKŁADNIKA HURSTA – ANALIZA FRAKTALNA
CEN WYBRANYCH METALI**

Słowa kluczowe: Metoda przeskalowanego zasięgu, wykładnik Hursta, wymiar fraktalny, kryzys finansowy.

Streszczenie

Celem niniejszego artykułu jest wykazanie, że ceny wybranych metali notowanych na giełdzie londyńskiej mają charakter fraktalnego błędzenia losowego. W opracowaniu weryfikuje się hipotezę o czarnoszumowych własnościach stóp zwrotu (częstszym występowaniu zjawiska kontynuacji niż odwracania trendu). Wykorzystując metodę przeskalowanego zasięgu stworzoną przez Hursta autor potwierdza istnienie ok. 4-letniego nieokresowego cyklu w badanych finansowych szeregach czasowych. Ponadto w artykule poddawany ocenie jest wpływ światowego kryzysu finansowego na stabilność uzyskanych oszacowań.

Wstęp

Począwszy od roku 1900, kiedy to Louis Bachelier przedstawił swoją pracę doktorską pt. „Théorie de la Spéculation” ekonomiści coraz więcej swojego czasu poświęcali problemowi kształtowania się cen instrumentów finansowych, towarów, etc. Efektem szeroko zakrojonych badań było stworzenie wielu koncepcji usiłujących opisać prawa rządzące zachowaniem cen i stóp zwrotu. Do lat sześćdziesiątych XX w. dominowała koncepcja błędzenia losowego (*Random Walk Hypothesis*) zakładająca wykorzystanie arytmetycznego ruchu Browna (opisanego przez Bacheliera, Einsteina oraz von Smoluchowskiego) lub geometrycznego ruchu Browna (wprowadzonego przez Samuelsona oraz Osborne’a). Ujawniające się jednak z coraz większą siłą rozbieżności między rzeczywistym a przewidywanym zachowaniem cen zaowocowały powstaniem nowych teorii opierających się na zastosowaniu rozkładów α -stabilnych, względnie rezygnacji z założenia o niezależności stóp zwrotu. Wtedy też Benoit Mandelbrot stworzył pojęcie fraktala, które następnie zostało wykorzystane przez Edgara Petersa w koncepcji rynku fraktalnego (*Fractal Market Hypothesis*). Bazuje ona na pewnej modyfikacji teorii błędzenia losowego – hipotezie obciążonego (fraktalnego) błędzenia przypadkowego. Metodyka zastosowana przez Petersa umożliwia określenie zarówno obciążenia, jakim obarczone jest błędzenie losowe, jak i przeciętnej długości istniejącego cyklu nieokresowego. Badania przeprowadzone przez tego uczonego wykazały, że znaczna liczba zmiennych ekonomicznych (m.in. notowania akcji amerykańskich, wartości indeksu S&P 500, rentowności obligacji rządu Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej czy wartości indeksów odzwierciedlających poziom produkcji przemysłowej) cechuje się znacznym obciążeniem oraz występowaniem ok. 4-letniego cyklu. Mimo iż w analizowanym okresie

miały miejsce trzy wojny, Wielki Kryzys, dwa szoki naftowe oraz trzy załamania giełdowe oszacowane miary wskazują na istnienie regularności w zachowaniu się tych wielkości. Powstaje zatem pytanie, czy także inne zmienne nie podlegają cykliczności oraz obciążonemu błędzeniu przypadkowemu. Na podstawie dotychczasowych badań można sformułować hipotezę, iż ceny pewnych towarów mogą zachowywać się zgodnie z opisanym uprzednio schematem. Celem niniejszego opracowania jest zbadanie, czy notowania wybranych metali handlowanych na giełdzie londyńskiej podlegają prawom opisanym przez Petersa. Ponadto w artykule zostanie przeanalizowany wpływ kryzysu finansowego lat 2007 – 2009 na stabilność oszacowań analizowanych parametrów.

1. Wprowadzenie

Najpopularniejszym modelem opisującym zachowanie stóp zwrotu z rozmaitych aktywów jest model bazujący na geometrycznym ruchu Browna opisany stochastycznym równaniem różniczkowym:

$$dS(t) = \mu S(t) dt + \sigma S(t) dB(t), \quad (1)$$

gdzie: $\{S(t) : t \geq 0\}$ jest procesem stochastycznym odzwierciedlającym cenę instrumentu finansowego (towaru, etc.), $\{B(t) : t \geq 0\}$ - procesem stochastycznym nazwanym na cześć szkockiego botanika ruchem Browna, μ - parametrem dryfu, zaś σ - parametrem dyfuzji. Proces Browna ma następujące własności¹:

1. $B(0) = 0$,
2. Przyrosty procesu są stacjonarne i niezależne,
3. Realizacje procesu są funkcjami ciągłymi,
4. Dla dowolnego $t > 0$ zachodzi $B(t) \sim N(0, t)$, czyli proces ma rozkład gaussowski o wartości oczekiwanej równej zero i wariancji równej t .

Wykorzystując lemat Ito można rozwiązać powyższe stochastyczne równanie różniczkowe i znaleźć, że:

$$S(t) = S(0) e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma B(t)}. \quad (2)$$

Najistotniejszą implikacją wynikającą z uznania powyższego modelu za prawdziwy jest niezależność logarytmicznych stóp zwrotu. Okazało się jednak, że w rzeczywistości logaryt-

¹ W. Ostasiewicz, *Propedeutyka probabilistyki*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław 2000, s. 169 – 171.

miczne stopy zwrotu nie są niezależne. W celu uwzględnienia tego faktu zamiast procesu Browna wykorzystano ułamkowy ruch Browna.

Ułamkowy ruch Browna $\{B_H(t) : t \geq 0\}$ ma podobne własności jak proces Browna, z tym że jego przyrosty nie muszą być niezależne, zaś dla dowolnego $t > 0$ zachodzi $B_H(t) \sim N(0, t^{2H})$, czyli proces ma rozkład gaussowski o wartości oczekiwanej równej zero i wariancji równej t^{2H} , gdzie $H \in (0,1)$. Jak widać proces Browna jest szczególnym przypadkiem ułamkowego ruchu Browna dla $H = \frac{1}{2}$. Współczynnik H jest nazywany współczynnikiem samopodobieństwa lub wykładnikiem Hursta. Kowariancja procesu wynosi $EB_H(s)B_H(t) = \frac{1}{2}(s^{2H} + t^{2H} - |s-t|^{2H})$, zatem dla $H > \frac{1}{2}$ przyrosty procesu są dodatnio skorelowane, a dla $H < \frac{1}{2}$ ujemnie. Stąd dla $H > \frac{1}{2}$ proces ten jest persystentny, tj. większe jest prawdopodobieństwo kontynuacji niż zmiany trendu, zaś dla $H < \frac{1}{2}$ antypersystentny, tj. bardziej prawdopodobna jest zmiana trendu. Co więcej, ułamkowy ruch Browna ma własność cechującą fraktale: jest samopodobny (w sensie statystycznym, dystrybuanta zmiennej losowej $B_H(at)$ jest taka sama jak dystrybuanta zmiennej losowej $a^H B(t)$ dla dowolnego $a > 0$).

Twórcą pojęcia fraktala jest Benoit Mandelbrot. Stwierdził on, że „Fraktal jest zbiorem, dla którego wymiar Hausdorffa – Besicovitcha jest większy niż jego wymiar topologiczny”². Z kolei definicja Petersa jest zdecydowanie prostsza: „Fraktal jest obiektem, którego części pozostają w pewnej relacji do całości”³. Fraktalami będą zatem zbiory samopodobne, złożone z pomniejszych kopii samego siebie. Należą do nich m.in. trójkąt Sierpińskiego czy śnieżynka Kocha, ale także realizacje wspomnianych uprzednio procesów stochastycznych. Istotną cechą fraktali jest ich wymiar – tzw. wymiar fraktalny (D_F). Informuje on jak bardzo „postrzępiony” jest dany obiekt. Prosta ma wymiar fraktalny równy 1, zaś płaszczyzna 2. Wymiar krzywych będzie zatem mieścił się w przedziale $\langle 1,2 \rangle$. Im bardziej będą one nieregularne, tym będzie on bliższy 2, zaś dla bardziej regularnych bliższy 1. Dowiedziono, że wymiar fraktalny ułamkowego ruchu Browna wynosi $D_F = 2 - H$. Podsumowując powyższe rozważania można stwierdzić, że gdy:

² B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Company, New York 1983, s. 14 – 15.

³ E.E. Peters, *Chaos and Order in the Capital Markets*, John Wiley & Sons, Inc., New York et al. 1991, s. 46.

1. $H = 0,5$ to $D_F = 1,5$ - mamy wówczas do czynienia z szumem białym, tj. prawdopodobieństwa kontynuacji i zmiany trendu są sobie równe,
2. $H \in (0,5; 1)$ to $D_F \in (1; 1,5)$ - mamy wówczas do czynienia z szumem czarnym, tj. prawdopodobieństwo kontynuacji trendu jest większe niż prawdopodobieństwo jego zmiany (szereg persystentny),
3. $H \in (0; 0,5)$ to $D_F \in (1,5; 2)$ - mamy wówczas do czynienia z szumem różowym, tj. prawdopodobieństwo zmiany trendu jest większe niż prawdopodobieństwo jego kontynuacji (szereg antypersystentny).

Większość ekonomicznych szeregów czasowych badanych dotychczas cechowała się persystentnością. Analizy Petersa pokazały, że jedynie zmienność (mierzona odchyleniem standardowym) miała charakter szumu różowego (takiego wyniku należało oczekiwać – jak bowiem zaobserwowano krótkie okresy o podwyższonej zmienności szybko przechodzą w krótkie okresy o obniżonej zmienności).

2. Analiza przeskalowanego zasięgu

Metoda przeskalowanego zasięgu (*R/S analysis*) została stworzona przez hydrologa Harolda Edwina Hursta, który badał przy jej pomocy wylewy Nilu. Badając jak skaluje się zasięg szeregów czasowych umożliwia ona określenie wartości współczynnika samopodobieństwa H , nazwanego na cześć tego uczonego wykładnikiem Hursta. Przebiega ona następująco:

1. Dysponując szeregiem czasowym cen wybranego instrumentu finansowego o długości

$N+1$ tworzymy szereg logarytmicznych stóp zwrotu o długości N : $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ dla

$t = 1, 2, \dots, N$, gdzie r_t – logarytmiczna stopa zwrotu w okresie t , P_t – cena instrumentu na koniec okresu t .

2. Dzielimy szereg logarytmicznych stóp zwrotu na m podszeregów o długości n , tak by $0 \leq N - n \cdot m < n$. Dla każdego podszeregu obliczamy wartość średniej logarytmicznej

stopy zwrotu $\bar{r}_k = \frac{1}{n} \sum_{t=kn-n+1}^{kn} r_t$ oraz lokalne odchylenie standardowe

$$S_k = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=kn-n+1}^{kn} (r_t - \bar{r}_k)^2}, \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

3. Tworzymy m nowych podszeregów, w ten sposób, że $z_t = \sum_{i=n\lfloor \frac{t-1}{n} \rfloor + 1}^t \left(r_i - \bar{r}_{\lfloor \frac{t-1}{n} \rfloor + 1} \right)$,

$t = 1, 2, \dots, N$. Dla każdego k obliczamy zasięg jako $R_k = \max_{t=kn-n+1, \dots, kn} (z_t) - \min_{t=kn-n+1, \dots, kn} (z_t)$.

4. Obliczamy średni przeskalowany zasięg jako $(R/S)_n = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{R_k}{S_k}$.

5. Powtarzamy to postępowanie dla $n = 10, 11, \dots, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor$.

6. Ponieważ dla danego n zachodzi $E((R/S)_n) = c \cdot n^H$, zatem przybliżając $E((R/S)_n)$ przez $(R/S)_n$ otrzymujemy $(R/S)_n \approx c \cdot n^H$, czyli $\ln(R/S)_n \approx \ln(c) + H \cdot \ln(n)$. Stosując regresję liniową możemy oszacować H .

Nawet jeżeli badany proces ma charakter białego szumu, to ze względu na wykorzystanie skończonych szeregów czasowych oczekiwana wartość H jest różna od $\frac{1}{2}$. Stosując teoretyczną wartość oczekiwaną $E((R/S)_n)$ obliczoną przez Anisa i Lloyd⁴:

$$E((R/S)_n) = \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-i}{i}}, \quad (3)$$

można obliczyć skorygowane H dodając do $\frac{1}{2}$ współczynnik regresji $(R/S)_n - E((R/S)_n)$ względem $\ln(n)$ ⁵. W ten właśnie sposób postąpiono w niniejszej pracy. Jednocześnie nie stosowano uproszczonych wzorów służących do obliczania $E((R/S)_n)$, ze względu na fakt iż mimo poprawki Petersa mogą one prowadzić do znaczących błędów⁶. W opracowaniu wyko-

⁴ J. Stawicki, E.A. Janiak, I. Müller-Frączek, *Różnicowanie fraktalne szeregów czasowych – wykładnik Hursta i wymiar fraktalny* [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne: materiały na V Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 9-11 września 1997*. Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa „Dom Organizatora”, Toruń 1997, s. 38.

⁵ R. Weron, *Estimating long-range dependence: finite sample properties and confidence intervals*, *Physica A* 2002, vol. 312, s. 288.

⁶ J. Purczyński, *Wybrane problemy numeryczne stosowania analizy R/S*, *Przegląd Statystyczny* 2000, nr 1-2, s. 18 – 20.

rzystano pewne własności funkcji gamma, mianowicie $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$, $\Gamma(1) = 1$ oraz

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}. \text{ Oznaczamy } \alpha_n = \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}. \text{ Dla } n+2 \text{ mamy:}$$

$$\alpha_{n+2} = \frac{\Gamma\left(\frac{n+2-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)} = \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} = \frac{\left(\frac{n-1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\left(\frac{n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} = \frac{n-1}{n}\alpha_n. \quad (4)$$

Z kolei dla $n = 2$ zachodzi $\frac{\Gamma\left(\frac{2-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{2}{2}\right)} = \sqrt{\pi}$, a dla $n = 3$ $\frac{\Gamma\left(\frac{3-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$. Uwzględniając te

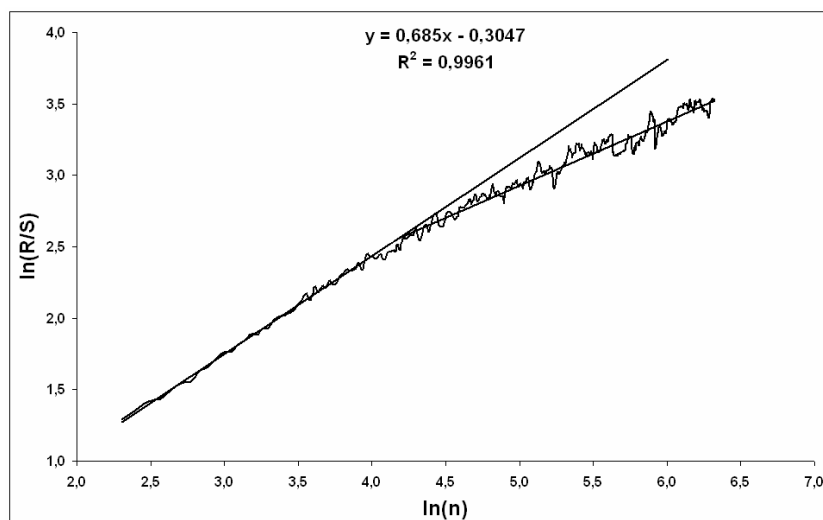
własności można wartości ilorazu $\frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$ obliczać w sposób rekurencyjny.

Uzyskawszy oszacowanie H należy określić, czy istnieją dostateczne przesłanki pozwalające odrzucić hipotezę, że $H = \frac{1}{2}$. W tym celu Peters rozważa szereg zmiennych o rozkładzie gaussowskim i sugeruje, by hipotezę powyższą odrzucać, gdy $H \notin \left\langle \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{N}}, \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{N}} \right\rangle$ ⁷. Podejście to jest często stosowane, choć trzeba zauważyć, że opiera się ono na hipotezie o normalności badanych zmiennych, ponieważ w pozostałych przypadkach rozkład H nie jest znany⁸.

⁷ E.E. Peters, *Fractal Market Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York et al. 1994, s. 71 – 74.

⁸ R. Weron, *Estimating...* op. cit., s. 288.

Rysunek 1. Analiza R/S dla produkcji przemysłowej w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych Federal Reserve Bank of St. Louis, <http://research.stlouisfed.org/fred2> [dostęp 26 lutego 2012].

Procedura stworzona przez Hursta umożliwia także wykrycie istnienia cykli oraz oszacowanie przeciętnej długości jednego cyklu. W tym celu dokonujemy regresji liniowej wykorzystując szereg przeskalowanych zasięgów dla kolejnych n . Znajdując maksymalne H w zależności od n możemy określić po upływie jakiego czasu szereg traci pamięć. Przykładowe wyniki przedstawiono dla produkcji przemysłowej w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej (dane miesięczne). Wykorzystując opisaną powyżej procedurę uzyskano przeskalowane zasięgi. Analizując prezentowany wykres należy stwierdzić, że długość cyklu wynosi ok. 55 miesięcy, tj. 4,58 roku. Po upływie tego okresu pamięć szeregu zanika. Wykładnik Hursta oszacowano na 0,6850, co świadczy o jego persystentności.

3. Wyniki

Wykorzystując metodę R/S badaniu poddano szeregi czasowe reprezentujące ceny metali notowanych na giełdzie londyńskiej (*London Metal Exchange*). Ze względu na długość dostępnych szeregów przeanalizowano kształtowanie się cen: aluminium – stop (AAC), aluminium (ALC), miedzi (CO), ołowiu (LE), niklu (NI), cyny (TI) i cynku (ZI). W badaniu wykorzystano ceny natychmiastowe na zamknięciu sesji w ostatnim dniu handlowym każdego miesiąca (dane pochodzą z serwisu stoq.pl). W pierwszej kolejności oszacowano omawiane uprzednio miary dla notowań pochodzących z okresu 01.1989 – 05.2007. Następnie dokonano

obliczeń wykorzystując dane uwzględniające dodatkowo kwotowania z okresu 06.2007 – 01.2012, tj. obejmujące lata ostatniego kryzysu finansowego⁹.

Praktycznie w każdym przypadku analiza R/S pozwoliła na wykrycie pewnego cyklu nieokresowego o długości od 3,17 do 4,42 roku. Rezultaty te są spójne z wynikami otrzymanymi dla produkcji przemysłowej w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej oraz wnioskami sformułowanymi przez Petersa. Wszystkie badane szeregi czasowe cechują się persystentnością – mają charakter szumu czarnego. Obliczona wartość wykładnika Hursta waha się od 0,5570 dla cynku (kwotowania 01.1989 – 05.2007) do 0,7247 dla niklu (kwotowania 01.1989 – 01.2012). Z wyjątkiem cynku i ołowiu (kwotowania 01.1989 – 05.2007) wszystkie oszacowania wykraczają poza przedział $\left\langle \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{N}}, \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{N}} \right\rangle$, co świadczy o istotności użytych wyników (w tabeli dolną granicę przedziału oznaczono jako H_d , zaś górną jako H_u). Jednocześnie obliczono wykładnik Hursta H_S dla szeregów posortowanych w sposób losowy. Jak wynika z danych zawartych w tabeli wartości te są zdecydowanie niższe niż wyjściowe współczynniki samopodobieństwa. Świadczy to o istnieniu pamięci procesu, która została unicestwiona przez losowe sortowanie. Wykorzystując wzór $D_F = 2 - H$ obliczono także wymiar fraktalny. W każdym analizowanym przypadku jest on zdecydowanie niższy niż 1,5, co potwierdza hipotezę głoszącą iż badane szeregi mają charakter persystentny. Trzeba także podkreślić, że uwzględnienie kwotowań z okresu 06.2007 – 01.2012 jedynie w niewielkim stopniu wpłynęło na oszacowane wykładniki Hursta oraz estymowaną długość cyklu. Odmiennosc wyników uzyskanych dla cynku i ołowiu należy raczej przypisać wykorzystaniu krótszych szeregów czasowych w przypadku kwotowań 01.1989 – 05.2007 niż wpływowi kryzysu finansowego lat 2007 – 2009.

⁹ W niniejszej pracy przyjęto, że początek kryzysu finansowego przypada na czerwiec 2007 r., tj. miesiąc w którym zaistniało ryzyko niewypłacalności funduszy inwestycyjnych banku Bear Stearns zaangażowanych na amerykańskim rynku nieruchomości.

Tabela 1. Wyniki analizy R/S dla wybranych metali (01.1989 – 05.2007)

Metal	N	H	H_d	H_u	H_s	D_F	Długość cyklu
Aluminium (stop)	172	0,6414	0,4238	0,5762	0,5207	1,3586	3,58
Aluminium	220	0,5866	0,4326	0,5674	0,4732	1,4134	4,33
Miedź	220	0,5871	0,4326	0,5674	0,4872	1,4129	3,17
Ołów	220	0,5619	0,4326	0,5674	0,4681	1,4381	-
Nikiel	220	0,7175	0,4326	0,5674	0,5124	1,2825	4,25
Cyna	214	0,6291	0,4316	0,5684	0,4884	1,3709	4,42
Cynk	220	0,5570	0,4326	0,5674	0,5158	1,4430	3,83

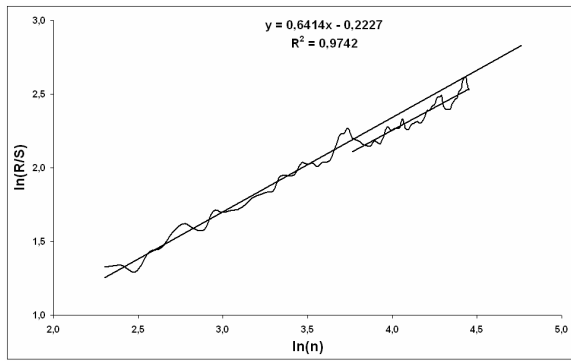
Źródło: Opracowanie własne na podstawie <http://www.stooq.pl> [dostęp 26 lutego 2012].

Tabela 2. Wyniki analizy R/S dla wybranych metali (01.1989 – 01.2012)

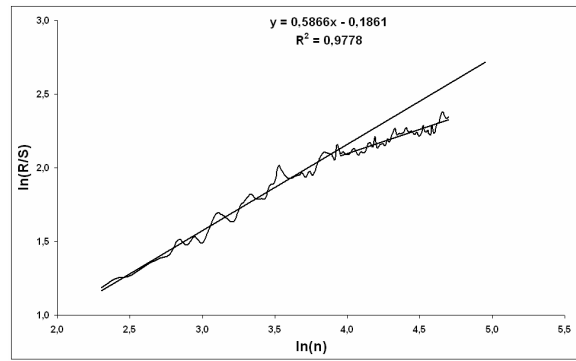
Metal	N	H	H_d	H_u	H_s	D_F	Długość cyklu
Aluminium (stop)	228	0,6553	0,4338	0,5662	0,5459	1,3447	3,75
Aluminium	276	0,5946	0,4398	0,5602	0,4984	1,4054	4,33
Miedź	276	0,5848	0,4398	0,5602	0,4629	1,4152	3,25
Ołów	276	0,5790	0,4398	0,5602	0,4663	1,4210	3,42
Nikiel	276	0,7247	0,4398	0,5602	0,5386	1,2753	4,33
Cyna	270	0,6619	0,4391	0,5609	0,5082	1,3381	4,25
Cynk	276	0,6088	0,4398	0,5602	0,4516	1,3912	3,83

Źródło: Opracowanie własne na podstawie <http://www.stooq.pl> [dostęp 26 lutego 2012].

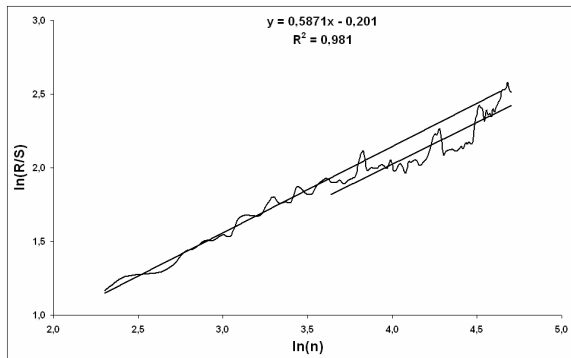
Rysunek 2. Analiza R/S dla wybranych metali (01.1989 – 05.2007)



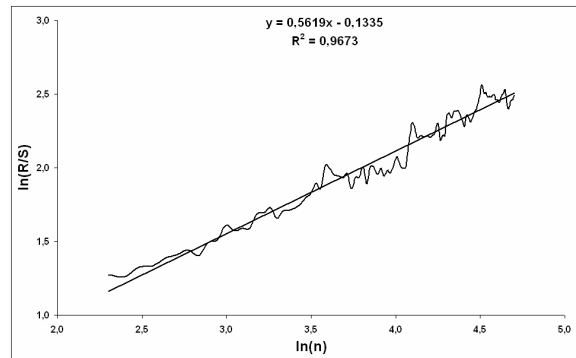
Aluminium (stop)



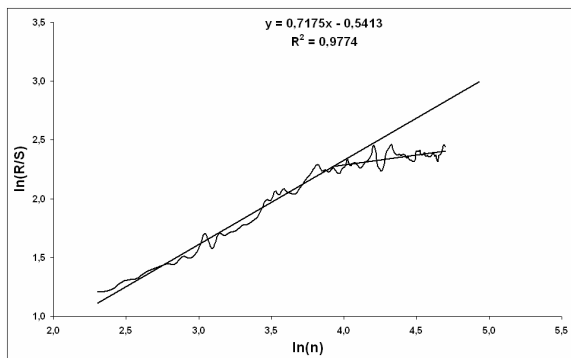
Aluminium



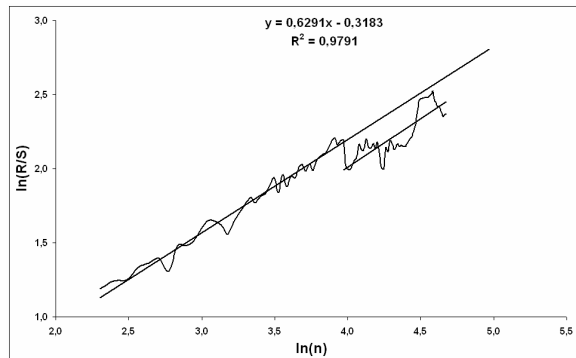
Miedź



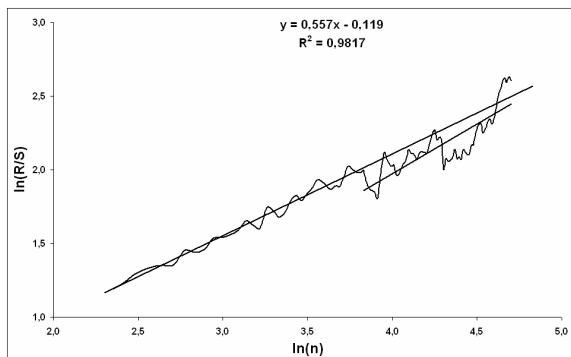
Ołów



Nikiel



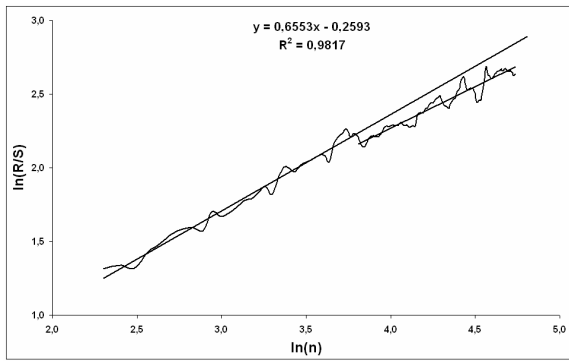
Cyna



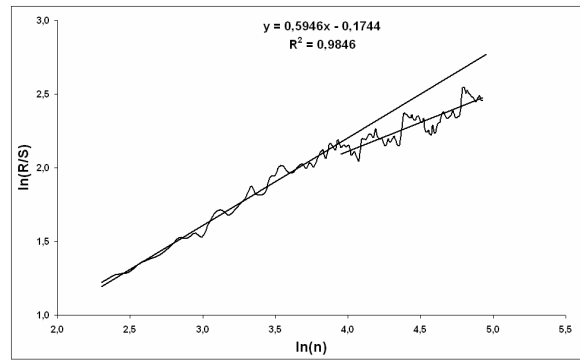
Cynk

Źródło: Opracowanie własne na podstawie <http://www.stooq.pl> [dostęp 26 lutego 2012].

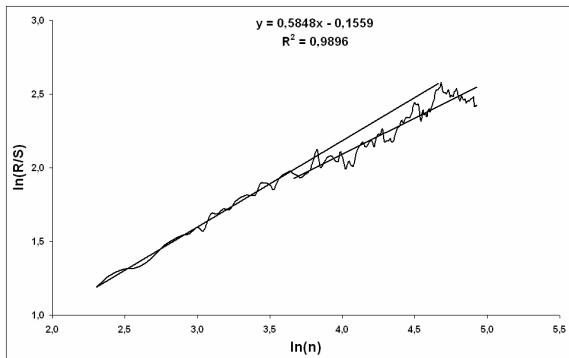
Rysunek 3. Analiza R/S dla wybranych metali (01.1989 – 01.2012)



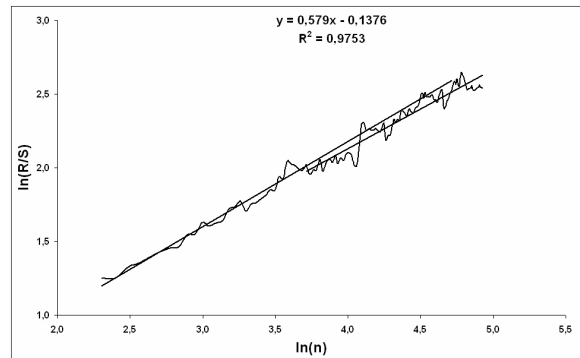
Aluminium (stop)



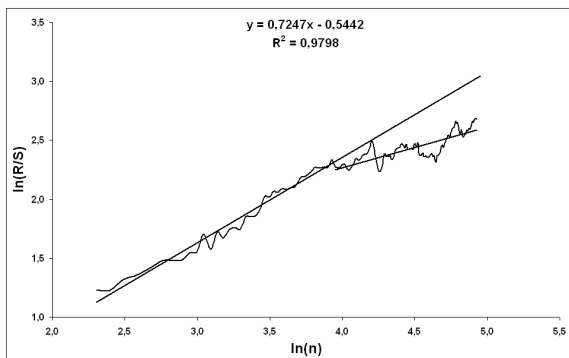
Aluminium



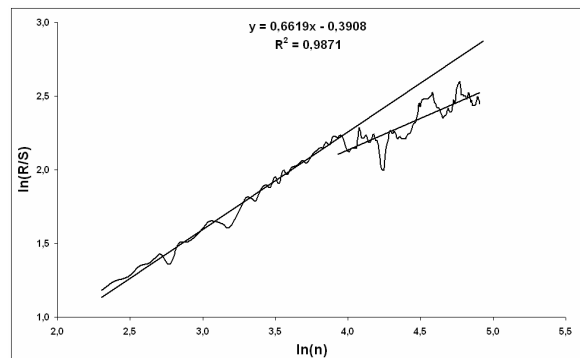
Miedź



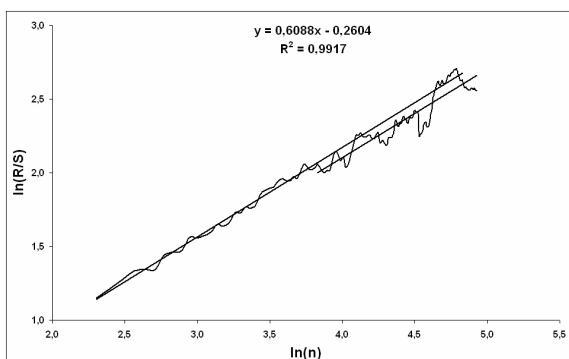
Ołów



Nikiel



Cyna



Cynk

Źródło: Opracowanie własne na podstawie <http://www.stooq.pl> [dostęp 26 lutego 2012].

Zakończenie

W niniejszym opracowaniu ukazano przydatność metody przeskalowanego zasięgu do analizy finansowych szeregów czasowych. Zaprezentowane w pierwszej części artykułu omówienie aspektów metodycznych analizy R/S zostało wykorzystane w dalszej części pracy poświęconej badaniu kształtowania się cen wybranych metali notowanych na giełdzie londyńskiej. Metoda ta umożliwiła wykrycie istnienia ok. 4-letniego cyklu w badanych szeregach czasowych oraz potwierdziła, iż mają one charakter czarnego szumu (są persystentne). Co więcej, oszacowania wykładnika Hursta oraz przeciętnej długości cyklu nieokresowego okazały się praktycznie niewrażliwe na występujące w gospodarce światowej zjawiska kryzysowe. Świadczy to o odporności metody Hursta oraz przemawia na korzyść hipotezy, głoszącej iż znaczna część finansowych szeregów czasowych ma charakter obciążonego błędzenia przypadkowego. Wnioski te są spójne z uzyskanymi przez Petersa rezultatami dla gospodarki Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej.

Bibliografia

1. Jajuga K., Papla D., *Teoria chaosu w analizie finansowych szeregów czasowych - aspekty teoretyczne i badania empiryczne* [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne: materiały na V Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 9-11 września 1997*. Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa „Dom Organizatora”, Toruń 1997.
2. Mandelbrot B., *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Company, New York 1983.
3. Ostasiewicz W., *Propedeutyka probabilistyki*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław 2000.
4. Peters E.E., *Chaos and Order in the Capital Markets*, John Wiley & Sons, Inc., New York et al. 1991.
5. Peters E.E., *Fractal Market Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York et al. 1994.
6. Purczyński J., *Wybrane problemy numeryczne stosowania analizy R/S*, Przegląd Statystyczny 2000, nr 1-2.
7. Stawicki J., Janiak E.A., Müller-Frączek I., *Różnicowanie fraktalne szeregów czasowych – wykładnik Hursta i wymiar fraktalny* [w:] *Dynamiczne modele ekonometryczne: materiały na V Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 9-11 września 1997*. Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa „Dom Organizatora”, Toruń 1997.

8. Weron A., Weron R., *Inżynieria finansowa*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2009.
9. Weron R., *Estimating long-range dependence: finite sample properties and confidence intervals*, Physica A 2002, vol. 312.

INFLUENCE OF FINANCIAL CRISIS ON HURST EXPONENT ESTIMATES – FRACTAL ANALYSIS OF SELECTED METALS PRICES

Key words: Rescaled range analysis, Hurst exponent, fractal dimension, financial crisis.

Summary

The main purpose of this article is to prove that prices of selected metals quoted at London Metal Exchange could be described as biased random walks. In this paper hypothesis of black noise character of returns is verified (sequences are observed more frequently than reversals). Exploiting Hurst's method of rescaled range author confirms that analyzed financial time series are characterized by 4-year nonperiodic cycle. Moreover influence of world financial crisis on stability of calculated estimates is assessed.