Description the main stages of modeling of economic processes of teaching mathematics future specialists financial sphere

Burmistrova, Natalya

Financial University under the Government of the Russian Federation

5 September 2009

УДК 378

ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ЭТАПОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ СПЕЦИАЛИСТОВ ФИНАНСОВО-КРЕДИТНОЙ СФЕРЫ

Бурмистрова Н.А.
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации

Description the main stages of modeling of economic processes of teaching mathematics future specialists financial sphere

Burmistrova N.A.
Financial University under the Government of the Russian Federation

Аннотация: Автор исследует проблему обучения студентов моделированию экономических процессов в курсе математике. Рассмотрены методические особенности и примеры использования различных типов экономико-математических моделей.

Ключевые слова: экономическое образование, обучение математике, математические модели.

Abstract: The author investigates the problem of teaching students the modeling of economic processes in the course of mathematics. The methodological characteristics and examples of the use of different types of econometric models.

Key words: economic education, the teaching of mathematics, mathematical models.

Анализ государственных образовательных стандартов, учебных планов, психолого-педагогической и методической литературы показывает, что вопросы моделирования в той или иной мере затрагиваются практически в каждой концепции курса математики для экономических специальностей вузов [4]. Существует несколько вариантов включения математического моделирования в учебный процесс. Один из оптимальных – введение элементов моделирования в курс математики в качестве одной из ее содержательно-методических линий [2]. В ходе реализации этой линии студенты должны получить представление о сущности формализации и о методе моделирования, научиться строить и исследовать простейшие, характерные для будущей профессиональной деятельности модели [11]. Обратимся к практическому аспекту этой проблемы – технологической цепочке процесса моделирования [7].

Простейшая схема математического моделирования включает в себя следующие этапы [1, С.115].

Первый этап – перевод практической ситуации на математический язык (нахождение функции, составление уравнения или неравенства и т.д.).

Второй этап – решение математической задачи средствами выбранной теории (исследование функции, ее дифференцирование или интегрирование, решение уравнения и т.д.). Это основная задача курса математики, призванного обеспечить достаточную подготовку специалиста, знающего не только простейшие математические формулы и правила, но и умеющего применить их в будущей профессиональной деятельности.

Третий этап – перевод результата решения математической задачи на язык той отрасли, в которой была сформулирована исходная задача.

При решении экономических проблем можно рекомендовать более подробный перечень этапов моделирования, который предложен группой ученых под руководством О.О.Замкова [9, С.3].

1. Формулировка предмета и цели исследования.
2. Выделение в рассматриваемом экономическом процессе структурных или функциональных элементов, соответствующих данной цели, и их наиболее важных характеристик.
3. Словесное, качественное описание взаимосвязей между элементами модели.
4. Введение символических обозначений и формализация взаимосвязей (построение математической модели).
5. Проведение расчетов по математической модели.
6. Анализ и интерпретация полученного решения.

Рассмотрим примеры реализации технологической цепочки моделирования для наиболее распространенных типов экономико-математических моделей и определим существенные особенности моделирования для каждой из них.

В качестве примера построения оптимизационной модели рассмотрим следующую задачу.

Задача 1. Собственные средства коммерческого банка в сумме с депозитами составляют не более 100 млн.долл. Часть этих средств, но не менее 35 млн.долл. должна быть размещена в кредитах, остальная в ценных бумагах. Кредиты являются неликвидными активами банка, так как в случае непредвиденной потребности в наличности обратить кредиты в деньги без существенных потерь невозможно. Другое дело ценные бумаги, особенно государственные, их можно в любой момент продать, получив некоторую прибыль или, во всяком случае, без большого убытка. Поэтому существует правило, согласно которому коммерческие банки должны покупать в определенной пропорции ликвидные активы – ценные бумаги, чтобы компенсировать неликвидность кредитов. В примере ликвидное ограничение: ценные бумаги должны составлять не менее 30% средств банка. Определить объем денежных средств, размещенных в кредитах и ценных бумагах с целью получения максимальной прибыли, если их доходность составляет 15% и 10% соответственно [12].

Решение

1 этап. Предмет исследования – использование денежных средств банка. Цель исследования – определение объемов денежных средств для размещения в кредитах и ценных бумагах, позволяющих получить максимальную прибыль.

2 этап. Структурными элементами, соответствующими данной цели являются виды банковских активов – кредиты и ценные бумаги, обладающие доходностью.

3 этап. На структурные элементы задачи наложены следующие ограничения:

- ограничение собственных средств банка;
- кредитное ограничение;
- ликвидное ограничение.

При решении задачи необходимо построить модель, удовлетворяющую двум условиям: требованиям ограничений использования денежных средств и максимизации доходов от вложения денег.

4 этап. В соответствии с вопросом задачи вводим переменные. Пусть

x_1 (млн. руб.) – размер денежных средств, размещаемых в кредитах;

x_2 (млн. руб.) – размер денежных средства, вложенных в ценные бумаги.

Объем используемых денежных средств банка составляет $(x_1 + x_2)$ млн.руб., что по условию не превышает 100 млн.руб., т.е. $(x_1 + x_2) \le 100$. При этом часть средств, размещаемых в кредитах не менее 35 млн. руб., т.е. $x_1 \ge 35$. В соответствии с ликвидным ограничением средства, вложенные в ценные бумаги, составляют не менее 30% средств банка, т.е. $x_2 \ge 0{,}3(x_1 + x_2)$.

Учитывая требование неотрицательности переменных, получаем систему ограничений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 100, \\ x_1 \ge 35, \\ x_2 \ge 0{,}3(x_1 + x_2), \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Доходность кредитов и ценных бумаг составляет 15% и 10% соответственно. Общий доход от вложения средств в кредиты и ценные бумаги можно представить целевой функцией $F = 0{,}15x_1 + 0{,}1x_2$.

5 этап. Задача состоит в нахождении таких значений переменных x_1 и x_2, которые удовлетворяют системе ограничений и максимизируют целевую функцию.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 100, \\ x_1 \ge 35, \\ x_2 \ge 0{,}3(x_1 + x_2), \\ x_1 \ge 0, \\ x_2 \ge 0; \end{cases}$$

$$F = 0{,}15x_1 + 0{,}1x_2 \to \max$$

Решая задачу линейного программирования геометрическим методом получаем следующий результат (рис.1).

Максимальное значение целевой функции, удовлетворяющее системе ограничений, достигается в точке с координатами (70; 30) и составляет $F_{\max} = 0{,}15 \cdot 70 + 0{,}1 \cdot 30 = 13{,}5$.

6 этап. Размер денежных средств, вложенных в кредиты, составляет 70 млн. долл., в ценные бумаги – 30 млн. долл. Доход банка при таком размещении средств – 13,5 млн. долл.

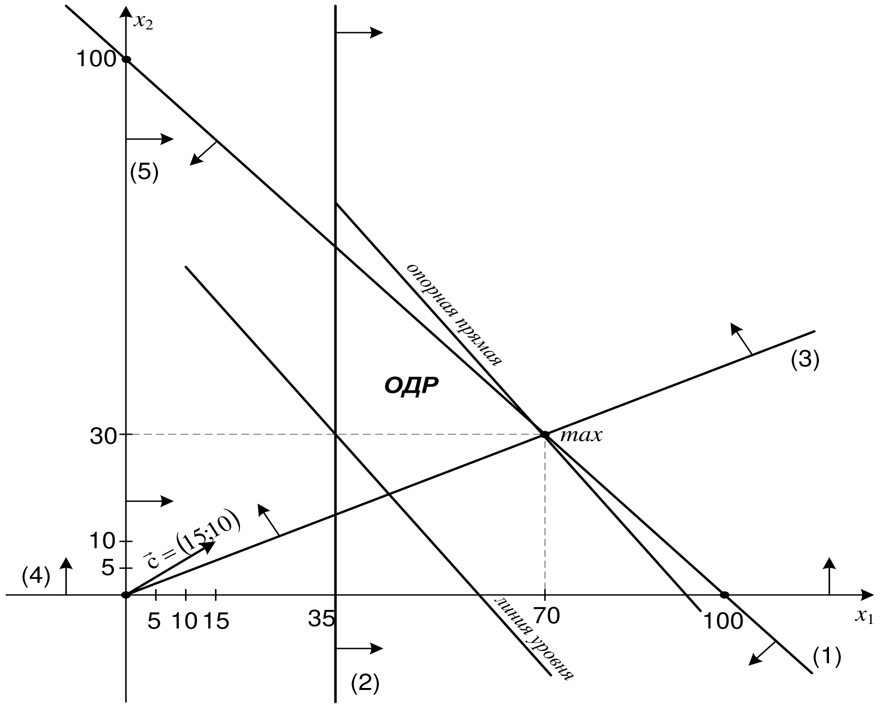

Рис. 1. Решение задачи 1 геометрическим методом

Рассмотренная оптимизационная экономико-математическая модель является микроэкономической, прикладной, статической и детерминированной. При этом в качестве ее отличительных особенностей можно выделить следующие черты [6]:

- формирование навыков построения оптимальной модели поведения для реализации нескольких целей, например, обеспечения условий ограниченности денежных ресурсов и оптимизации целевой функции;
- использование при исследовании экономического процесса двух типов математических моделей: аналитической и графической.

Приведем пример реализации технологической цепочки моделирования для решения задачи балансового типа и рассмотрим особенности построения модели указанного вида.

Задача 2. Банкомат заправлен купюрами следующего достоинства: по 1000 рублей – 1850 купюр, по 500 рублей – 230 купюр, по 100 рублей – 740 купюр, по 50 рублей – 250 купюр. Меню банкомата позволяет снять со счета следующие суммы:

9750 рублей, 7350 рублей, 4700 рублей, 2650 рублей. Определить количество человек, имеющих возможность воспользоваться банкоматом для получения каждой из указанных сумм, если выдача денег производится минимальным числом купюр.

Решение

1 этап. Предмет исследования – функционирование банкомата. Цель исследования заключается в определении количеств различных категорий человек, имеющих возможность воспользоваться банкоматом при условии получения определенных денежных сумм минимальным числом купюр.

2 этап. Структурные элементы, соответствующие данной цели:

- типы денежных сумм, определенных меню банкомата;
- виды денежных купюр, используемых в банкомате.

Известны количества имеющихся в банкомате купюр определенного достоинства.

3 этап. С целью осуществления качественного описания взаимосвязей между структурными элементами задачи преобразуем данные из текстовой в табличную форму. Используя условие минимальности числа купюр различного достоинства, формирующих любую из денежных сумм, определенных меню банкомата, представим таблицу распределения купюр.

Таблица

Виды купюр, руб.	Типы денежных сумм, выдаваемых банкоматом, руб.				Общее количество купюр, шт.
	9750	**7350**	**4700**	**2650**	
1000	9	7	4	2	1850
500	1	0	1	1	230
100	2	3	2	1	740
50	1	1	0	1	250

При решении поставленной задачи необходимо построить экономико-математическую модель балансового типа, обеспечивающую равенство между количествами имеющихся в банкомате купюр и их использованием.

4 этап. Пусть x_1, x_2, x_3, x_4, – количество человек, имеющих возможность получения в банкомате сумм в размере 9750, 7350, 4700, 2650 руб. соответственно. По данным таблицы составляем систему балансовых уравнений:

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 1850, \\ x_1 \qquad\qquad + x_3 + x_4 = 230, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \quad + x_4 = 740, \\ x_1 + x_2 \qquad\qquad + x_4 = 250. \end{cases}$$

5 этап. Решим систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 9 & 7 & 4 & 2 & 1850 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 230 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 740 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 250 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} \boxed{1} & 0 & 1 & 1 & 230 \\ 9 & 7 & 4 & 2 & 1850 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 740 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 250 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 & 230 \\ 0 & 7 & -5 & -7 & -220 \\ 0 & 3 & 0 & -1 & 280 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 20 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 & 230 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 20 \\ 0 & 3 & 0 & -1 & 280 \\ 0 & 7 & -5 & -7 & -220 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 & 230 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 220 \\ 0 & 0 & 2 & -7 & -360 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 & 230 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{6} & 580 \\ 0 & 0 & 2 & -7 & -360 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -5 & -350 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & 600 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 580 \\ 0 & 0 & 0 & -19 & -1520 \end{array}\right) \cdot \left(\tfrac{1}{19}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -5 & -350 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & 600 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 580 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 80 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 120 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 80 \end{array}\right) \square \begin{array}{l} x_1 = 50 \\ x_2 = 120 \\ x_3 = 100 \\ x_4 = 80 \end{array}$$

6 этап. Количество человек, имеющих возможность получения в банкомате денежных сумм в размере 9750, 7350, 4700, 2650 руб., составляет 50,120,100,80 человек соответственно.

Основной чертой рассмотренной задачи является ее балансовый характер, хотя согласно классификации экономико-математических моделей по целям, средствам моделирования и степени агрегирования моделируемого процесса, задача является к тому же микроэкономической, прикладной, статической, детерминированной и обладает следующими особенностями:

- позволяет представлять данные и в табличной форме, что значительно упрощает процесс выделения структурных элементов, соответствующих цели, и их наиболее важных характеристик;
- содержит одну четко поставленную цель исследования – обеспечение деятельности банкомата в рамках соответствия имеющихся купюр их использованию;
- использует систему уравнений в качестве математической модели для исследования экономического процесса;

- готовит студентов к пониманию значимости балансовых соотношений в будущей профессиональной деятельности, в частности, для составления финансовой отчетности.

Приведем пример построения динамической модели [5].

Задача 3. В банк вложено 10000 долл. под 8% годовых. Требуется найти наращенную сумму капитала через 10 лет, если капитализация полугодовая.

Решение

1 этап. Предмет исследования – функционирование денежного капитала. Цель исследования – нахождение наращенной суммы капитала.

2 этап. Структурные элементы, соответствующие данной цели: начальный капитал, процентная ставка (годовая), капитализация (начисление процентов – полугодовое), срок вложения.

3 этап. Наращенная сумма капитала складывается из начальной суммы и дохода, полученного от вложения денег. Ввиду того, что при решении задачи используется фактор времени, необходимо построить динамическую экономико-математическую модель.

4 этап. Математическая модель задачи имеет вид $K_{mn} = K_0\left(1+\frac{p}{100m}\right)^{mn}$, где

K_{mn} – искомый наращенный капитал, K_0 – начальная сумма,

p – процентная ставка, n – количество лет, m – число капитализаций в году.

5 этап. Проведем расчеты по математической модели. Так как $n = 10$, $m = 2$ (два расчетных периода в году), следовательно, $nm = 20$.

$$K_{20} = 10000\left(1+\frac{8}{100\cdot 2}\right)^{20} = 21911{,}9 \ \textit{(долл.)}.$$

6 этап. Наращенная сумма капитала составляет 21911,2 долл.

Построенная динамическая модель имеет характер микроэкономической, прикладной, балансовой, детерминированной. Определяя для данной задачи наиболее важные особенности реализации технологической цепочки моделирования, полагаем необходимым выделить следующие факты:

- математической моделью рассмотренной задачи является формула сложных процентов;

- балансовый характер задачи позволяет выделить из основной модели искомый элемент;
- динамичность модели демонстрирует возможность определения «временной стоимости денег».

В качестве примера построения стохастической модели рассмотрим технологию решения следующей вероятностной задачи.

Задача 4. Клиент желает приобрести акции компании по производству легковых автомобилей. У него есть предположение о том, какую сумму следует вложить в это приобретение, однако, свою способность определить правильное решение он оценивает невысоко – примерно числом *0,4*. У клиента имеется возможность получения бесплатной консультации у пяти финансовых консультантов. Можно рискнуть спросить их, а затем либо принять, либо опровергнуть решение на основании большинства голосов. Надежность их прогноза он оценивает так же, как свою. Как лучше поступить клиенту: положиться на свое собственное мнение или на большинство голосов финансовых консультантов.

Решение

1 этап. Предмет задачи – поведение клиента. Целью задачи является определение стратегии его поведения при покупке акций некоторой компании.

2 этап. Имеются две альтернативы: выбрать стратегию самостоятельно или положиться на мнение большинства финансовых консультантов. При этом известно, что надежность любой индивидуальной оценки равна *0,4*.

3 этап. Случайным событием в задаче является определение правильного решения при покупке акций. При этом необходимо сравнить две альтернативные стратегии. Вероятность определения правильного решения в соответствии с первой стратегией равна 0,4. Требуется определить вероятность правильного решения при второй стратегии, т.е. вероятность того, что большинство из пяти опрошенных консультантов (либо 3, либо 4, либо 5) дадут правильный ответ.

4 этап. Поскольку опрос консультантов – испытания независимые, то искомая вероятность для второй стратегии может быть определена с использованием схемы Бернулли.

$P(n, m) = C_n^m \cdot p^m \cdot (1-p)^{n-m}$ – формула Бернулли, где

p = 0,4 – вероятность получения правильного ответа при одном испытании – опросе консультанта;

n = 5 – число испытаний;

m = (3; 4; 5) – частота появления правильного ответа в n испытаниях;

Р (n , m) – вероятность того, что из n консультантов m человек дадут правильный ответ.

5 этап. Определим вероятность того, что из 5 консультантов правильный ответ дадут не менее 3 человек:

$$P(5,3)+P(5,4)+P(5,5)=C_5^3\cdot(0,4)^3\cdot(0,6)^2+C_5^4\cdot(0,4)^4\cdot 0,6+C_5^5\cdot(0,4)^5=0,3174\,.$$

Вероятость снизилась с *0,4* до *0,317* – более чем на *20%.*

6 этап. Опрос консультантов в данной ситуации лучше не проводить, так как надежность принятия правильного решения падает с *0,4* до *0,317*.

Построение стохастической модели усложняет функционирование технологической цепочки моделирования. Это, в первую очередь, проявляется в том, что необходимо более тщательное, детальное преобразование условий предметной задачи с целью выявления в ней основных отношений. Кроме того, в зависимости от сложности задачи, возможно использование в качестве математической модели нескольких вероятностных формул или законов.

Все рассмотренные выше экономико-математические модели имеют ряд особенностей, которые проявляются при реализации схемы моделирования, однако, анализ решения задач позволяет утверждать о целостности технологической цепочки моделирования независимо от особенностей используемых моделей [10]. При этом необходимо понимать, что выполнение рекомендаций схемы моделирования вовсе не означает того, что студент может решить любую проблему. Роль технологической цепочки моделирования заключается в том, что ее использование способствует формированию структуры рассуждений в поисках решения задачи, причем имеется в виду не жесткая структура рассуждений, а гибкая мыслительная деятельность [3].

Таким образом, изучение достаточно широкого спектра экономико-математических моделей и овладение технологической цепочкой процесса моделирования предоставляет студентам экономических вузов возможности для проведения всесторонних исследований в финансово-кредитной сфере и обеспечивает конкурентоспособность выпускников высшей профессиональной школы [8].

Литература

1. Бутузов В.Ф., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В. и др. Математика: Учебник для экономистов. 10-11 классы. – М.: Сантакс-Пресс, 1996. – 199 с.
2. Бурмистрова Н.А., Ильина Н.И. Роль и значение математического моделирования в подготовке будущих специалистов для сферы экономики и финансов // Математика и информатика: межвуз. сб. науч. трудов. – Омск: ОмГПУ, 2007. – Вып. 6. – С. 75–77. *(Доступна электронная версия).*
3. Бурмистрова Н.А. Использование информационных технологий в обучении будущих специалистов финансовой сферы математическому моделированию экономических процессов // Информационные технологии в образовании. XIX Международная конференция-выставка: сборник трудов. – М.: Изд-во МИФИ, 2009. – Ч. 2. – С. 55–57. *(Доступна электронная версия).*
4. Бурмистрова Н.А. Математическое моделирование экономических процессов как средство формирования профессиональной компетентности будущих специалистов финансовой сферы // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2009. – № 9. – С. 29–39. *(Доступна электронная версия).*
5. Бурмистрова Н.А. Моделирование экономических процессов в курсе математики финансового колледжа: учеб.-метод. пособие / Под ред. В.А.Далингера. –Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. – 48 с.
6. Бурмистрова Н.А. Обучение студентов моделированию экономических процессов при реализации интегративной функции курса математики в финансовом колледже: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Омск, 2001. – 196 с. *(Доступна электронная версия).*
7. Бурмистрова Н.А. Моделирование экономических процессов как средство реализации интегративной функции курса математики // Среднее профессиональное образование. – 2002. – № 4. – С. 48–50.
8. Бурмистрова Н.А. Роль информационных технологий в обучении студентов математическому моделированию экономических процессов при реализации компетентностного подхода // Сибирский педагогический журнал. – 2009. – № 9. – С. 73–79. *(Доступна электронная версия).*
9. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник. – М.: МГУ им. М.В.Ломоносова, Изд-во ДИС, 1998. – 368 с.
10. Мещерякова Н.А. Формирование информационной компетентности студентов экономических специальностей вузов при обучении объектно-ориентированному программированию: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Омск, 2005. – 22с. *(Доступна электронная версия).*
11. Мещерякова Н.А. Формирование информационной компетентности студентов экономических специальностей вузов посредством программирования функциональных задач. // Материалы XVI Международной конференции «Применение новых технологий в образовании». Троицк, 2005. – С. 156–157.
12. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. – М.: Дело, 2000. – 440 с.

Опубликовано: *Бурмистрова Н.А. Характеристика основных этапов моделирования экономических процессов при обучении математике будущих специалистов финансово-кредитной сферы // Математика и информатика: наука и образование: Межвузовский сб. науч. трудов. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2009. – Вып. 8. – С. 73–79. (Доступна электронная версия)*