



Munich Personal RePEc Archive

A mathematical model of elasticity ratio and its application in tax policy

Burmistrova, Natalya and Turetskih, Olga

Financial University under the Government of the Russian
Federation

5 April 2014

Online at <https://mpa.ub.uni-muenchen.de/63597/>
MPRA Paper No. 63597, posted 12 Apr 2015 10:30 UTC

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЭФФИЦИЕНТА ЭЛАСТИЧНОСТИ И ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В НАЛОГОВОЙ ПОЛИТИКЕ

Н.А. Бурмистрова, О.А. Турецких

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации

A mathematical model of elasticity ratio and its application in tax policy

N.A. Burmistrova, O.A. Turetskih

Financial University under the Government of the Russian Federation

Аннотция: В настоящей статье рассмотрена математическая модель коэффициента эластичности функций спроса и предложения, а также практика применения формализованных математических моделей в политике налогообложения.

Ключевые слова: Коэффициент эластичности, функция спроса, функция предложения, косвенный налог, налоговые выплаты продавца и покупателя.

Abstract: The article deals the mathematical model of elasticity ratio of demand and supply functions as well as the application of formalized mathematical models in tax policy.

Key words: elasticity ratio, demand function, supply function, indirect tax, taxes of a seller and a buyer.

Когда правительство вводит те или иные налоги, основной задачей является определение налоговой ставки с целью максимизации поступлений в бюджет. Интуитивно, казалось бы, чем больше ставка налога, тем больше сумма налогового сбора, однако, это не так. Сумма налоговых поступлений зависит, прежде всего, от значений коэффициентов эластичности спроса и предложения.

В настоящей статье рассмотрим математическую модель коэффициента эластичности и практику ее применения при введении косвенного налога (акциза) на товар [4].

Понятие эластичности тесно связано с хорошо известным для каждого студента понятием производной функции [1]. Отличие заключается в том, что производная характеризует скорость изменения зависимой переменной относительно изменения аргумента, т.е. абсолютное изменение функции, в то время как эластичность показывает относительное (процентное) изменение функции при изменении значения аргумента.

Дадим строгое математическое определение эластичности [9].

Эластичностью функции $y = f(x)$ в точке x называют предел отношения относительного приращения функции к относительному приращению аргумента при стремлении последнего к нулю, т.е.

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{x}{\Delta x} \right) = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} \cdot y'_x \Rightarrow$$

$$E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'_x \text{ – коэффициент эластичности } y \text{ по } x.$$

$$E_x(y) \approx \frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \Rightarrow \frac{\Delta y}{y} \approx E_x(y) \cdot \frac{\Delta x}{x} \text{ при } \Delta x \rightarrow 0.$$

Таким образом, эластичность функции есть коэффициент пропорциональности между относительными изменениями величин x и y , который показывает приближенно на сколько процентов изменится y при изменении x на 1%. При этом положительное значение коэффициента эластичности характеризует изменение переменных x и y в одном направлении, отрицательное – в разных направлениях.

Продемонстрируем целесообразность применения эластичности функций спроса и предложения в анализе и прогнозировании последствий экономической политики государства, в частности политики налогообложения.

Коэффициенты эластичности основных рыночных категорий показывают на сколько процентов изменится спрос (предложение) при изменении цены на 1% и определяются формулами

$$E_p(D) = \frac{p}{D(p)} \cdot D'(p) \text{ – коэффициент эластичности спроса;}$$

$$E_p(S) = \frac{P}{S(p)} \cdot S'(p) \text{ – коэффициент эластичности предложения.}$$

В контексте настоящего исследования представляется интересным рассмотреть математическую модель, характеризующую зависимость размера налоговой ставки от эластичности спроса и предложения. Очевидно, что при введении налога, основной задачей является определение налоговой ставки, увеличение которой, эквивалентное увеличению цены, может привести как к увеличению налоговых поступлений, так и к их уменьшению.

Продемонстрируем математическое обоснование данного утверждения. Для этого проанализируем влияние налоговой ставки t на общую сумму налоговой выручки T .

Коэффициент эластичности выручки $T = T(t)$ определяет формула

$$E_t(T) = \frac{t}{T} \cdot (T)'_t = 1 - \frac{\frac{t}{P_0}}{\frac{1}{|E(D)|} + \frac{1}{E(S)}}.$$

В том случае, если выручка эластичная, то $E_t(T) > 0 \Rightarrow$

$$1 - \frac{\frac{t}{P_0}}{\frac{1}{|E(D)|} + \frac{1}{E(S)}} > 0 \Rightarrow \frac{t}{P_0} < \frac{1}{|E(D)|} + \frac{1}{E(S)}.$$

Полученная математическая модель подтверждает теоретическое положение экономической науки о том, что *налоговую ставку можно повышать до тех пор, пока доля налога в цене товара меньше суммы обратных эластичностей спроса и предложения.*

Использование данного утверждения дает возможность устанавливать высокие ставки налогообложения, существенно превышающие цену товара, спрос на который является неэластичным. Примером может служить акциз на табачные изделия.

Продемонстрируем данное утверждение на примере решения конкретной практической задачи [8].

Задача. Функции спроса и предложения на товар заданы формулами $D(p) = 11 - p$, $S(p) = 2p - 4$. Требуется выполнить следующие задания.

1. Определить равновесную цену, равновесный объем товара и денежную выручку от продажи товара в точке равновесия.
2. Вычислить эластичность спроса и предложения в точке рыночного равновесия.
3. Найти сумму налогового сбора, поступающего в бюджет, при введении косвенного налога на товар в размере 3 у.е. на 1 единицу товара, размеры налоговых выплат продавца и покупателя. Оценить влияние размера налоговой ставки на сумму налоговых поступлений в бюджет при изменении размера косвенного налога с 3 у.е. до 6 у.е.

Решение

1. Представляя функции спроса и предложения в табличной форме, выполняем построение графиков функций основных рыночных категорий (рис. 1).

Аналитическая форма условия рыночного равновесия обеспечивает определение равновесной цены и равновесного объема реализуемого товара

$$D(p_0) = S(p_0) \Rightarrow 11 - p = 2p - 4 \Rightarrow p_0 = 5, q_0 = 6.$$

Размер равновесной цены равен 5 у.е., равновесного объема – 6 единиц. Координаты точки рыночного равновесия (E) в графической модели спроса и предложения подтверждают полученный результат (рис. 1).

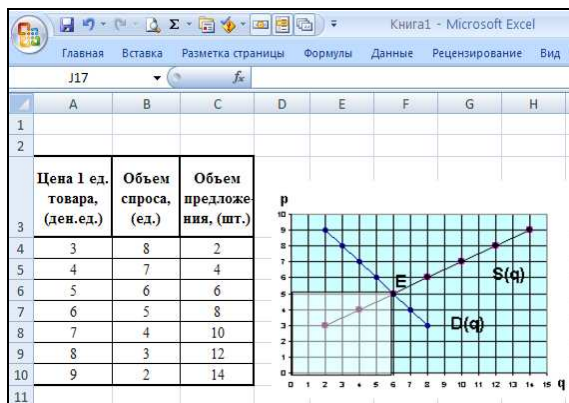


Рис. 1. Графическая модель рыночного равновесия

Денежная выручка от продажи товара составляет $p_0 \cdot q_0 = 5 \cdot 6 = 30$ (у.е.).

Графической иллюстрацией размера выручки является площадь прямоугольника, расположенного под точкой равновесия (рис. 1).

2. Используя в качестве математической модели формулу расчета коэффициента эластичности функции, вычисляем эластичность спроса и предложения при цене 5 у.е.

$$E_p(D) = \frac{P}{D(p)} \cdot D'(p) \Rightarrow E_p(D) = \frac{P}{1-p} \cdot (11-p)' = \frac{-P}{11-p} \Rightarrow E_{p=5}(D) = -\frac{5}{6};$$

$$E_p(S) = \frac{P}{S(p)} \cdot S'(p) \Rightarrow E_p(S) = \frac{P}{2p-4} \cdot (2p-4)' = \frac{P}{p-2} \Rightarrow E_{p=5}(S) = \frac{5}{3}.$$

Таким образом, коэффициент эластичности спроса составляет $-5/6$, коэффициент эластичности предложения равен $5/3$.

3. Введение косвенного налога в размере 3 у.е. с 1 единицы товара приводит к сдвигу кривой предложения S в положение S_1 (рис. 2). При этом цена 1 единицы товара (с учетом налога) составляет 7 у.е., а объем реализованного товара – 4 единицы [7].

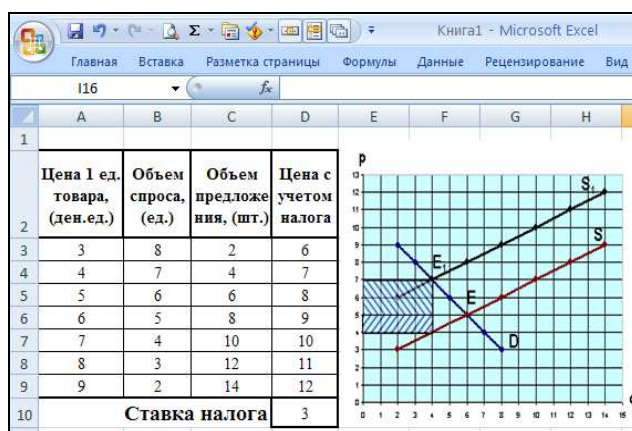


Рис. 2. Налоговые выплаты экономических агентов

Размер налоговых поступлений определяет произведение налоговой ставки и количества реализованного товара, равное $3 \cdot 4 = 12$ у.е., что соответствует сумме площадей заштрихованных прямоугольников (рис. 2), где

- площадь верхнего прямоугольника – сумма налоговых выплат покупателя (8 ден. ед.);
- площадь нижнего прямоугольника – сумма налоговых выплат продавца (4 ден. ед.).

Проведем более детальный анализ результатов решения задачи с целью экономической интерпретации.

Изменим налоговую ставку с 3 у.е. на 6 у.е. Как изменилась графическая модель (рис. 3)?

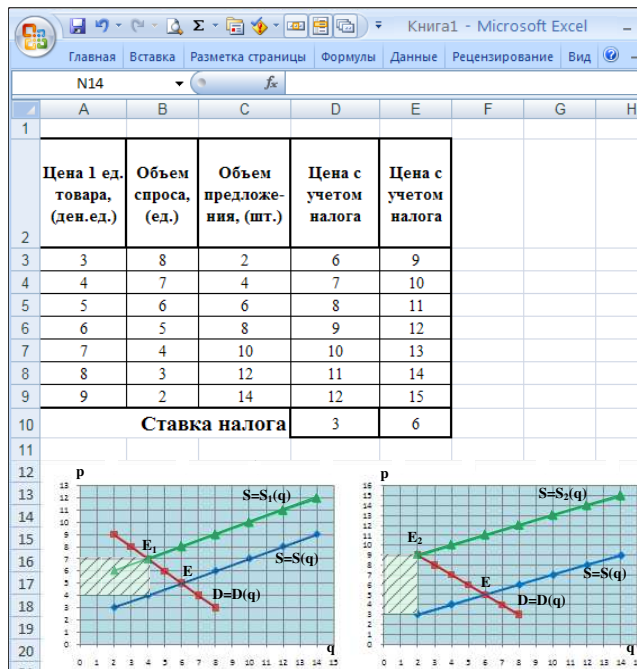


Рис. 3. Налоговый сбор при ставке 3 у.е. и 6 у.е.

Увеличение налоговой ставки до 6 у.е. обуславливает сдвиг функции предложения $S(q)$ на 6 единиц вверх в положение $S_1(q)$. Изменение конфигурации прямоугольника, определяющего сумму налоговых поступлений, показывает, что налоговые выплаты составят 12ден.ед. Очевидно, нет смысла повышать далее ставку налога, так как произошла стабилизация суммы налоговых поступлений, и далее будет следовать ее уменьшение.

Насколько можно увеличивать ставку налога? Теоретически ставку можно увеличивать лишь до тех пор, пока доля налога в цене товара меньше суммы обратных эластичностей спроса и предложения, т.е.

$$\frac{t}{p} < \frac{1}{|-5/6|} + \frac{1}{5/3} \Rightarrow t < 9.$$

Следовательно, величина налоговой ставки на товар должна быть менее 9 у.е. Визуализация данного факта в графической модели рыночного равновесия будет демонстрировать равенство нулю площади

прямоугольника, характеризующего размер налоговых поступлений при ставке налога 9 у.е.

Литература

1. Алексенко Н.В. Математика: учебное пособие / Н.В. Алексенко, Р.И. Воробьева. – Омск: Омский гос. ин-т сервиса, 2004. – 131 с.
2. Бурмистрова Н.А. Критерии оценки профессиональной компетентности студентов экономического вуза при обучении математике // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2009. – № 8. – С. 49–60. (*Доступна электронная версия*).
3. Бурмистрова Н.А. Мониторинг уровня сформированности математической компетентности будущих бакалавров направления «Экономика» // Высшее образование сегодня. – 2012. – № 8. – С. 28–33.
4. Бурмистрова Н.А. Математическая компетентность будущих бакалавров направления «Экономика» как результат реализации компетентностного подхода к обучению математике в условиях уровневого высшего образования // Высшее образование сегодня. – 2011. – № 8. – С. 18–22.
5. Бурмистрова Н.А. Модель методической системы обучения математике будущих специалистов финансовой сферы в условиях компетентностного подхода // Сибирский педагогический журнал. – 2011. – № 2. – С. 307–314.
6. Бурмистрова Н.А. Компетентностный подход к обучению математике как основа профессиональной подготовки студентов экономических вузов // Высшее образование сегодня. – 2009. – № 6. – С. 40–42.
7. Бурмистрова Н.А. Использование информационных технологий в обучении будущих специалистов финансовой сферы математическому моделированию экономических процессов // Информационные технологии в образовании. XIX Международная конференция-выставка: сборник трудов. – М.: Изд-во МИФИ, 2009. – Ч.2. – С. 5–57.
8. Бурмистрова Н.А. Математическое моделирование экономических процессов как средство формирования профессиональной компетентности будущих специалистов финансовой сферы // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2009. – № 9. – С. 29–39.
9. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум: учеб. Для вузов / Н.Ш.Кремер, Б.А. Пугко, И.М. Тришин и др. Под ред. Н.Ш.Кремера. – М.: Издательство Юрайт, 2012. – 909 с.
10. Неворотов Б.К. Деятельностный подход к организации изучения математике: монография. – Омск: ООО «Издательский центр «Омский научный вестник»», 2014. – 249с.

Опубликовано: Бурмистрова Н.А., Турецких О.А. Математическая модель коэффициента эластичности и ее использование в налоговой политике // Потенциал Российской экономики и инновационные пути его реализации: Материалы международной научно-практической конференции. – Омск: РОФ «Фонд региональной стратегии развития», 2014. – С. 479–483. (*Доступна электронная версия*)