



Munich Personal RePEc Archive

## **Mathematics and Democracy: a Social Choice Theory contribution to practicing democracy in DRC.**

Ngoie, Ruffin-Benoît M. and Mbaka, Ruffin M.

Institut Supupérieur Pédagogique de Mbanza-Ngungu, RD Congo,  
Institut Supupérieur Pédagogique de Mbanza-Ngungu, RD Congo

February 2014

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/64591/>

MPRA Paper No. 64591, posted 25 May 2015 22:19 UTC

# Mathématique et Démocratie : une contribution de la Théorie du Choix Social à la pratique de la démocratie en RDC

**Ruffin-Benoît M. Ngoie**

Mathematics and Informatics Department, ISP/Mbanza-Ngungu, Democratic Republic of Congo  
E-mail: [benoitmpoy@hotmail.com](mailto:benoitmpoy@hotmail.com)

**Ruffin B. Mbaka**

Informatics Department, ISP/Mbanza-Ngungu, Democratic Republic of Congo  
E-mail: [ruffinsam@yahoo.fr](mailto:ruffinsam@yahoo.fr)

**Abstract:** *Mathematics and Democracy: a Social Choice Theory contribution to practicing democracy in DRC. The purpose of this paper is to have in a simple and detailed way the significant results in theory of social choice and to study the resource sharing (goods or responsibilities) between petitioning agents in a proof of election.*

*While analyzing social choice functions more in sight, we present for each of them, with supporting examples, the difficulties and insufficiencies related to the aggregation of the individual preferences of each member of the community. We have then some theoretical results allowing the understanding of the nature and the magnitude of these difficulties.*

*In addition, we study the situation of African societies in general, and that of the Democratic Republic of Congo in particular, and sort out the social choice function which is the most appropriate to them. Meanwhile, we take into account the fair distribution of goods and work for the common benefit of society members, which is the guarantee of welfare of individuals, stability and social peace. These are social values seldom found in Africa.*

*We finally study the properties of the recommended social choice function and possibly present its strength and weaknesses, its advantages and disadvantages when used as a mode of poll.*

**Key words:** Aggregation, Elections, Shares, Social choice theory, Social choice function.

**Mathematics Subject Classification:** 91A80, 91B12, 91B14, 91-02, 91A35

**Résumé :** *L'objet de cet article est de présenter de manière simple et détaillée les résultats importants en théorie de choix social et d'étudier le partage des ressources (biens ou responsabilités) entre agents demandeurs dans une épreuve d'élection.*

*Tout en analysant les fonctions de choix social les plus en vue, nous présentons pour chacune d'elles, exemple à l'appui, les difficultés et insuffisances liées à l'agrégation des préférences individuelles de chaque membre de la collectivité. Nous présentons ensuite quelques résultats théoriques permettant de comprendre la nature et l'ampleur de ces difficultés.*

*Par ailleurs, nous étudions la situation des sociétés africaines, et en particulier celle de la République Démocratique du Congo, et dégageons la fonction de choix social qui leur convient le mieux tout en gardant de vue que la juste répartition des biens et des travaux pour le bénéfice commun entre les membres d'une société est la garantie du bien-être des individus, de la stabilité et de la paix sociale qui sont des valeurs rarement retrouvées en Afrique.*

Ngoie, R.-B. M. and Mbaka, R. B. (2014), *Mathématique et Démocratie : une contribution de la Théorie du Choix Social à la pratique de la démocratie en RDC*. CRIDUPN, 060c: 237-249.

*Nous étudions enfin les propriétés de la fonction de choix social préconisée et présentons éventuellement ses points forts et faibles, ses avantages et désavantages à être utilisé comme mode de scrutin.*

**Mots-clés :** Agrégation, Elections, Partage, Théorie du choix social, Fonction de choix social.  
**Classification MSC 2010 :** 91A80, 91B12, 91B14, 91-02, 91A35

## 1. INTRODUCTION

La difficulté ressentie par un petit comité ne peut être que plus grande quand il est question des décisions d'une société importante, décisions qui reflètent les choix « du peuple, par le peuple, pour le peuple ». Ceci est dans une acception générale, le sujet de la théorie du « Choix Social », et il inclut à l'intérieur de son vaste champ des problèmes divers ayant la caractéristique commune de mettre en relation des jugements sociaux et des décisions collectives avec les opinions et les intérêts des individus qui composent la société ou le groupe (Sen, 1999 :7).

Mais comment peut-il exister, de manière durable, une société juste et stable de citoyens libres et égaux qui demeurent cependant profondément divisés entre eux par des doctrines raisonnables, qu'elles soient morales, philosophiques ou religieuses ? Voilà la question centrale à laquelle s'efforcent de répondre nos sociétés modernes et que formule Rawls (1993) au début de son « *Political Liberalism* ».

Si nos sociétés africaines modernes tendent à adopter les pratiques occidentales quant au choix de leurs dirigeants et au partage équitable des responsabilités, il n'en était pas ainsi dans les sociétés traditionnelles. D'après Igersheim (2004 : 4), la liberté chez les anciens correspond à un type d'Etat qui craint, par-dessus tout, la subjectivité.

Selon Berlin (1969), la civilisation moderne a élaboré un certain nombre de valeurs telles que la liberté individuelle, les droits de l'individu, les libertés civiles, l'inviolabilité de la personne, l'importance de la sphère privée, etc. On ne trouve pas les traces de toutes ces notions dans les civilisations anciennes mais maintenant elles sont devenues des principes fondamentaux dans les sociétés modernes.

La théorie du choix social est une tentative de résoudre le problème créé par la liberté des modernes : la volonté ou la nécessité de prendre en compte des points de vue ou des critères conflictuels pour évaluer les actions mises en évidence. En d'autres termes, elle vient aider les sociétés modernes à effectuer des choix collectifs de manière rationnelle et démocratique en restant le plus fidèle aux opinions ou préférences individuelles de chacun des membres de ces sociétés (Berlin, 1969).

D'autre part, la juste répartition des biens et des travaux pour le bénéfice commun entre les membres d'une société est la garantie du bien-être des individus, de la stabilité et de la paix sociale (Bouveret, 2007 : 5). Cette juste répartition des ressources implique l'introduction d'un ensemble des règles correspondant à ce que les membres de la société considèrent comme « équitable ». Selon cette acception, le terme d' « équité » ne véhicule donc pas nécessairement de contenu éthique ou moral, contrairement à son emploi habituel dans le langage courant (Young, 1994).

Une règle de partage est considérée comme équitable si elle est acceptée et jugée appropriée par l'ensemble de la collectivité, au vu des besoins, statuts et contributions des individus (Bouveret, 2007 ; Young, 1994).

Dans cet article, nous présentons les diverses fonctions de choix social et dégageons celle qui correspond, au regard des utilités propres aux congolais, à un partage équitable de ressources.

## 2. LES FONDEMENTS DE LA THEORIE DE CHOIX SOCIAL

La Théorie du Choix Social est apparue pour la première fois en tant que discipline à part entière aux environs de la Révolution française. Le sujet a été étudié pour la première fois à la fin du 18ème siècle par des mathématiciens comme Borda (en 1781) et Condorcet (en 1785) qui ont abordé les problèmes liés aux décisions sociales impliquant des intérêts et des préoccupations divergentes (Sen, 1994). Tout de même, ces problèmes, abordés en termes plutôt mathématiques, ont lancé la discipline formelle du choix social en termes de vote et de procédures associées.

### 2.1. Modélisation du problème

#### 2.1.1. Notion de préférence

Dans cette sous-section, nous allons présenter l'approche classique en théorie de la décision, qui consiste à définir une structure de préférence ordinale. L'introduction et la présentation des outils de modélisation des préférences en théorie de choix social s'inspirent de l'approche présentée dans les ouvrages comme (Vincke, 1989) ou dans (Bouyssou & Vincke, 2006). Nous introduirons ensuite quelques structures de préférences classiques étendant la structure ordinale en y ajoutant des informations sur l'intensité de préférences par exemple.

Dans la suite, nous considérons :

- $A$  un ensemble fini d'éléments appelés actions ou alternatives (ou encore candidats pour le cas d'un vote)
- $N$  un ensemble fini d'éléments appelés votants ou électeurs

##### 2.1.1.1. Structure de préférence ordinale

Soit  $A$  l'ensemble d'alternatives, une structure de préférence ordinale sur  $A$  est une relation binaire réflexive notée  $\mathcal{R}$ . Donc une relation de préférence sur  $A$  est une fonction  $\mathcal{R}$  telle que :

$$\mathcal{R} : A \times A \rightarrow \{0, 1\}$$

$$(x, y) \mapsto \mathcal{R}(x, y) = \begin{cases} 1 \text{ si } x \mathcal{R} y \text{ ou si } (x, y) \in \mathcal{R} \\ 0 \text{ si } x \overline{\mathcal{R}} y \text{ ou si } (x, y) \notin \mathcal{R} \end{cases}$$

Où :

- $\mathcal{R}(x, y) = 1$  signifie que l'action  $x$  est au moins aussi bonne que l'action  $y$
- $\mathcal{R}(x, y) = 0$  signifie que l'action  $x$  n'est pas au moins aussi bonne que l'action  $y$
- Nous considérons dans cet article que  $\mathcal{R}$  est complète, réflexive et transitive.

##### 2.1.1.2. Structures de préférences classiques

Pour toute paire d'alternative  $(x, y)$  et pour toute structure de préférence  $\mathcal{R}$ , nous pouvons être confrontés aux trois situations mutuellement exclusives suivantes :

- Indifférence ( $I$ ) :  $x \mathcal{R} y$  et  $y \mathcal{R} x$
- Incomparabilité ( $S$ ) :  $x \overline{\mathcal{R}} y$  et  $y \overline{\mathcal{R}} x$
- Préférence stricte ( $P$ ) :  $x \mathcal{R} y$  et  $y \overline{\mathcal{R}} x$

**Remarque :**

- La préférence stricte  $P$  est anti-symétrique (relation d'ordre)
- L'indifférence  $I$  est symétrique (relation d'équivalence)
- L'incomparabilité  $S$  est irréflexive et symétrique
- $\forall x, y \in A, on a soit x P y soit y P x soit x I y soit x S y$
- $R = P \cup I$
- $P \cap I = \emptyset$

**2.1.2. Profil ou mode de scrutin**

*2.1.2.1. Quasi-ordre*

Une relation qui est transitive, réflexive et complète est appelée *quasi-ordre*. Il est clair que la relation de préférence ordinale est un quasi-ordre.

*2.1.2.2. Préférence individuelle*

Etant donné  $A$  l'ensemble des candidats,  $N$  l'ensemble des votants et  $R$  un quasi-ordre.  $\forall i \in N$ , on associe une relation de préférence  $R_i$  sur  $A$ .

On notera donc :

$$\forall x, y \in A, x R_i y \text{ si}$$

" Le votant  $i$  trouve l'action  $x$  au moins aussi bonne que l'action  $y$ "

On a donc :

$$\forall i \in N, \forall x, y \in A \text{ tq } x \neq y : \text{ soit } x P_i y \text{ soit } y P_i x \text{ soit } x I_i y \text{ soit } x S_i y$$

*2.1.2.3. Profil*

Un profil ou mode de scrutin est l'association d'un quasi-ordre à chaque votant. Si  $Card(N) = n$  alors le profil  $p$  est formé de  $n$  quasi-ordre sur  $A$ .

$$p \equiv (R_1, R_2, R_3, \dots, R_n) \text{ où les } R_i \text{ sont les préférences des } i \in N.$$

**2.1.3. Election**

Soit  $A$  un ensemble fini d'actions et  $p$  un profil. Le couple  $(A, p)$  est appelé *situation* ou *élection*.

**2.2. Agrégation et Fonctions de choix social**

L'agrégation consiste à sélectionner les meilleurs candidats tout en respectant au mieux possible les préférences des électeurs. Sa définition correspond à la définition d'une fonction de choix social.

**2.2.1. Fonction de choix social**

Une fonction de choix social est une fonction  $\mathcal{C}$  qui associe à toute situation (élection) un sous-ensemble non vide de  $A$ , c'est-à-dire :

$$\mathcal{C} : \{\text{situations}\} \rightarrow \mathcal{K} \subset A \text{ avec } \mathcal{K} \neq \emptyset$$

$$(A, p) \mapsto \mathcal{C}(A, p) \subseteq A \text{ avec } \mathcal{C}(A, p) \neq \emptyset$$

## 2.2.2. Propriétés souhaitables

### 2.2.2.1. Domaine universel

Le classement des candidats doit dépendre des préférences individuelles de chaque électeur, sans distinction, et il faut en toute circonstance un résultat précis, c'est-à-dire la méthode d'agrégation doit fonctionner dans tous les cas.

Le domaine est *standard* s'il est universel et  $Card(A) \geq 3$  et  $Card(N) \geq 3$ .

### 2.2.2.2. Homogénéité

Si chaque votant se transforme en  $k$  votants (avec  $k > 1$ ) alors le candidat élu reste le même.

### 2.2.2.3. Anonymat

Si on permute les votants (ou même avec d'autres votants), le candidat élu reste le même.

$$\mathcal{C}(A; p_1, p_2, \dots, p_n) = \mathcal{C}(A; p_{k(1)}, p_{k(2)}, \dots, p_{k(n)})$$

Par conséquent si  $A = \{x, y\}$  et  $p, p'$  sont deux profils tels que

$$\forall i \in N, R_i(x, y) = R'_{k(i)}(x, y)$$

On dira que  $\mathcal{C}$  satisfait la propriété d'anonymat si  $\mathcal{C}(A, p) = \mathcal{C}(A, p')$

### 2.2.2.4. Neutralité

Si chaque votant renverse sa préférence, le candidat retenu change aussi.

### 2.2.2.5. Monotonie

Si un ou plusieurs électeurs reclassent mieux un candidat  $x$ , alors  $x$  ne doit pas en définitive être moins bien placé dans cette élection. Autrement dit, si  $x$  est élu lors d'une première élection et que lors d'une seconde, un votant qui avait exprimé un vote en défaveur de  $x$  change d'avis en faveur de  $x$ , alors  $x$  est encore élu.

#### 2.2.2.5.1. Monotonie positive

Une fonction de choix social  $\mathcal{C}$  satisfait la propriété de monotonie positive si  $x \in \mathcal{C}(A, p')$  quand  $x \in \mathcal{C}(A, p)$  où  $p'$  est un profil obtenu à partir de  $p$  en modifiant favorablement pour  $x$  vis-à-vis d'au moins une action  $y$  dans au moins un des  $n$  quasi-ordres de  $p$ .

#### 2.2.2.5.2. Monotonie strictement positive

Une fonction de choix social  $\mathcal{C}$  satisfait la propriété de monotonie strictement positive si elle satisfait la propriété de monotonie positive et si de plus  $y \notin \mathcal{C}(A, p')$  lorsque le profil de départ  $p$  est modifié favorablement pour  $x$  vis-à-vis d'au moins une action  $y$  pour obtenir le profil  $p'$ .

### 2.2.2.6. Indépendance des actions non-pertinentes

Si  $p$  et  $p'$  sont deux profils qui, restreints à un sous-ensemble d'actions  $A'$  de  $A$ , sont identiques alors  $\mathcal{C}(A', p) = \mathcal{C}(A', p')$ . En d'autres termes, pour classer par exemple trois candidats parmi plusieurs autres, il doit suffire de connaître les préférences de chaque votant pour ces trois candidats – leurs choix pour les autres ne devant en rien modifier le classement entre ces trois candidats.

### 2.2.2.7. Explication transitive

Si  $x$  est préféré à  $y$  et  $y$  est préféré à  $z$  alors la méthode d'agrégation doit garantir que  $x$  est préféré à  $z$ . Autrement dit, si  $x$  est élu lors d'une élection et que lors d'une seconde élection des changements d'ordre apparaissent mais affectant seulement d'autres candidats que  $x$ , alors  $x$  doit être élu aussi à cette seconde élection.

### 2.2.2.8. Unanimité ou Pareto

Si tous les électeurs préfèrent le candidat  $x$  au candidat  $y$  alors  $x$  doit être le vainqueur à l'élection. Autrement, si tous les votants préfèrent  $x$  à  $y$  alors  $y$  ne peut être élu.

#### 2.2.2.8.1. Condition faible de Pareto

Une fonction de choix social satisfait la condition faible de Pareto si dans un profil  $p$  tel que  $x P_i y \forall i \in N$  alors  $y \notin \mathcal{C}(A, p)$  (Sugden, 1985).

#### 2.2.2.8.2. Condition forte de Pareto

Une fonction de choix social satisfait la condition forte de Pareto si dans un profil  $p$  tel que  $x R_i y \forall i \in N$  alors  $y \notin \mathcal{C}(A, p)$  (Sugden, 1985).

**Remarque :** La condition forte de Pareto n'a de sens que si l'indifférence entre deux actions  $x$  et  $y$  est possible. Si on ne permet pas l'indifférence, les deux conditions de Pareto sont équivalentes.

## 2.3. Quelques fonctions de choix social

### 2.3.1. La règle de majorité simple

La règle de majorité simple est définie pour un ensemble  $A$  qui se réduit à deux actions seulement. Mais avant de définir cette règle, nous allons introduire une notation qui sera valable dans ce paragraphe mais également dans la suite de l'article.

#### Notations :

Soit  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  un profil. Notons :

- $p(x, y)$  le nombre de votants  $i \in N/x P_i y$  dans le profil  $p$ .
- $x \mathcal{W}_p y \Leftrightarrow p(x, y) > p(y, x)$  dans le profil  $p$
- que les actions  $x$  et  $y$  sont égales par simple majorité si  $p(x, y) = p(y, x)$  ( $x$  ex-aequo  $y$ ).

#### 2.3.1.1. Définition (Majorité simple)

Soit  $A = \{x, y\}$ ,  $N$  l'ensemble fini de votants et le profil  $p$ . La fonction de choix social  $\mathcal{C}$  est une règle de majorité simple si :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(A, p) &= \{x\} \text{ si } x \mathcal{W}_p y \\ \mathcal{C}(A, p) &= \{y\} \text{ si } y \mathcal{W}_p x \\ \mathcal{C}(A, p) &= \{x, y\} \text{ si } p(x, y) = p(y, x) \end{aligned}$$

Les actions de l'ensemble  $\mathcal{C}(A, p)$  sont appelées *vainqueurs par simple majorité*.

### 2.3.1.2. *Théorème de Kelly*

La règle de majorité simple est la seule règle de choix social qui satisfait, selon Kelly (1988), les quatre propriétés suivantes :

- Le domaine universel
- L'anonymat
- La neutralité
- La monotonie positive

### 2.3.2. **Scrutin plural : vote uninominal à un tour**

Chaque électeur vote pour, au plus, un candidat. Le candidat qui obtient le plus grand nombre de voix (majorité relative) est le vainqueur.

### 2.3.3. **Scrutin alternatif : vote uninominal à deux tours**

Chaque électeur vote pour un candidat. S'il existe une majorité absolue (> 50%) pour un candidat, il est élu. Sinon un second tour est organisé entre les deux candidats ayant reçu les meilleurs suffrages.

### 2.3.4. **Scrutin alternatif : vote uninominal à plusieurs tours**

Chaque électeur vote pour, au plus, un candidat. A chaque étape, on élimine le candidat ayant obtenu le plus petit nombre de voix puis on réitère la procédure jusqu'à ne plus avoir que deux candidats d'où on déduit le vainqueur.

### 2.3.5. **Scrutin de Hare**

C'est un vote uninominal à plusieurs tours. S'il existe une majorité absolue pour un candidat, il est élu. Sinon, pour le tour suivant, le candidat avec le moins de voix est éliminé. C'est le cas particulier du vote uninominal à plusieurs tours (Hare, 1952 ; 1963 ; 1976 ; 1981 ; 1993 ; 1997).

### 2.3.6. **Scrutin de Borda (version 1)**

Chaque électeur vote pour, au plus, un candidat. On additionne les scores obtenus par chaque candidat au regard de ses adversaires, le candidat ayant obtenu le plus grand nombre de voix est le vainqueur.

### 2.3.7. **Scrutin de Borda (version 2)**

Soit 5 candidats. Pour chaque votant, 4 points sont attribués au premier classé, 3 points au second, 2 au troisième, 1 au quatrième et 0 au dernier. On additionne sur tous les votants le score par candidat (score de Borda). Le candidat avec le plus grand score est élu.

## 2.4. **Théorèmes d'Impossibilité**

### 2.4.1. **Le dictateur**

Le votant  $j \in N$  est appelé *dictateur* si  $\forall$  profil  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ,  
 $\forall x, y \in A$  tq  $x \neq y$ , lorsque  $x P_j y$  alors  $x P y$



#### 2.4.2. Le théorème d'impossibilité d'Arrow

Le théorème d'Impossibilité d'Arrow (Arrow, 1951) établit l'impossibilité de construire une fonction de choix social sur base de préférences individuelles sans recourir aux comparaisons interpersonnelles (Igersheim, 2004 : 15).

Plus précisément Arrow fut le premier à énoncer un théorème qui établit qu'il est impossible qu'une fonction de choix social vérifie un certain nombre de propriétés sans qu'il existe un dictateur (Arrow, 1963 : 48).

#### **Théorème Général de Possibilité (Arrow, 1951; 1963)**

Selon Arrow (1951), il n'existe aucune fonction de choix social  $\mathcal{C}$  telle que :

- Son domaine soit standard
- Elle satisfasse la condition forte de Pareto
- Elle satisfasse la propriété d'indépendance des actions non-pertinentes
- Elle admette une explication transitive
- Qu'il n'existe aucun votant dictateur

C'est un résultat étonnant car à première vue les conditions ne semblent pas en désaccord les unes des autres. De plus, on sait qu'il existe une quantité de fonctions de choix social différentes mais celles-ci ne peuvent remplir la liste ci-dessus des conditions.

#### 2.4.3. Le théorème d'Impossibilité de Sen

Le célèbre paradoxe énoncé par Sen et illustré avec brio par l'exemple désormais classique de « *L'amant de lady Chatterley* » reflète le conflit entre conditions posées sur la règle de choix collectif et qui, à priori, paraissent raisonnable. Cet exemple est illustré dans (Sen, 1970a) et (Sen, 1970b).

#### **Théorème du liberal parétien (Sen, 1970)**

Selon Sen (1970a; 1970b), il n'existe aucune fonction de choix social  $\mathcal{C}$  telle que :

- Son domaine soit universel
- Elle satisfasse la condition faible de Pareto
- Il n'existe au minimum deux dictateurs

Ce qui est d'autant plus surprenant, c'est que la liste est relativement courte. Les conditions qui y figurent semblent désirables et incontournables pour établir une fonction de choix social qui soit démocratique (Sen, 1986).

#### 2.4.4. Propriétés souhaitées pour une fonction de choix social

Etant donné l'impossibilité de réunir certaines propriétés démocratiques sans qu'il y ait d'électeur décisif (dictateur), il est souhaitable de prendre pour une démocratie les trois conditions ci-après :

- L'homogénéité
- La monotonie positive
- La condition faible de Pareto.

### 3. PROBLEME DE PARTAGE DE RESSOURCES

Un problème de partage est un problème de décision d'optimisation particulier défini comme suit :

**Entrée :**

- Une ressource commune limitée
- Un ensemble fini  $N$  d'agents demandeurs de la ressource
- Un ensemble de contraintes sur la ressource
- Un critère d'optimisation ou de décision

**Sortie :** Une allocation d'une partie ou de la totalité de la ressource à chaque agent qui vérifie les contraintes sur les ressources et qui optimise ou vérifie le critère donné (Bouveret, 2007).

#### 3.1. Ressource

Une ressource peut prendre des formes très variées : ensemble fini d'objets physiques, quantité divisible finie, travaux, etc. Le point commun entre toutes les formes que peut prendre une ressource est qu'elle est toujours disponible en quantité finie. En outre, un certain nombre de facteurs extérieurs physiques ou légaux peuvent limiter l'ensemble des allocations possibles de la ressource : Ce sont ces facteurs qui sont regroupés sous le terme de « *contraintes* » (Bouveret, 2007).

Les agents impliqués dans la définition du problème de partage sont « *demandeurs* » de la ressource dans le sens où ils expriment des préférences sur le partage de cette ressource.

Enfin, le critère d'optimisation ou de décision fait bien entendu référence à ce que la collectivité juge comme étant un partage « adéquat ». Autrement dit, ce critère concerne l'équité de la décision, mais aussi l'efficacité (la ressource ne doit pas être sous-exploitée) (Bouveret, 2007).

#### 3.2. Partage

Soit  $\mathcal{R}$  une ressource et  $N$  un ensemble fini de  $n$  agents. Un partage de  $\mathcal{R}$  entre les agents de  $N$  est un  $n$ -uplet  $\pi \in (\mathcal{P}(\mathcal{R}))^n$ . La composante  $\pi_i$  est appelée la part de l'agent  $i$ .

En d'autres termes, un partage est simplement défini comme un vecteur de parts, une part étant une partie de la ressource revenant à un agent particulier.

#### 3.3. Contrainte d'admissibilité

Soient  $\mathcal{R}$  une ressource et  $N$  un ensemble fini d'agents. Une contrainte d'admissibilité sur l'attribution de la ressource aux agents de  $N$  est un sous-ensemble  $\mathcal{C} \subseteq (\mathcal{P}(\mathcal{R}))^n$ .

#### 3.4. Partage admissible

Soient  $\mathcal{R}$  une ressource,  $N$  un ensemble fini d'agents et  $\mathcal{C}$  un ensemble de contraintes. Un partage admissible de  $\mathcal{R}$  entre les agents de  $N$  vis-à-vis de l'ensemble de contraintes  $\mathcal{C}$  est un  $n$ -uplet  $\pi \cap_{C \in \mathcal{C}} C$ . L'ensemble de partages admissibles est noté  $\mathcal{A}$ .

### 4. PROBLEME DE PARTAGE DE POUVOIR EN AFRIQUE

Les élections restent le seul moyen universellement connu pour attribuer un pouvoir démocratique. Cependant, en Afrique se pose le problème sur la qualité des élections organisées. Dans une forme de pseudo-légalité, les dirigeants révisent les constitutions, trichent aux élections, en manipulant les données pour se maintenir au pouvoir. D'autre part, les perdants aux élections ne reconnaissent pas toujours leur défaite et les pays africains sont souvent des théâtres de violences postélectorales.

Un moyen courant de faire cesser ces violences, souvent utilisé en Afrique, est de mettre les protagonistes sur une même table pour un dialogue et former un gouvernement d'union nationale. Il est observé presque toujours que lorsque cette solution n'est pas appliquée, l'opposition suspend sa participation aux institutions, et même au développement du pays.

Il apparaît clairement qu'en Afrique – comme partout ailleurs d'ailleurs – le pouvoir n'est pas une ressource indivisible. Il est donc possible de partager le pouvoir de manière à contenter tous les électeurs (agents demandeurs du pouvoir) afin de garantir la stabilité et la paix sociale.

Nous proposons donc que ce partage du pouvoir soit clairement défini dans la constitution afin de garantir « l'équité ».

#### **4.1. Situation en RD Congo**

Lors des élections de 2006, le mode de scrutin était le vote uninominal à deux tours. Ces élections, financées à plus de 80% par la communauté internationale, ont eu le mérite d'implanter, après près de cinquante ans, des institutions démocratiques. Cependant, les violences qui ont accompagné la publication des résultats ont causé l'effusion de sang en plein Kinshasa, et même l'exil du leader de la première puissance politique de l'opposition d'alors.

Pour des raisons financières, le mode de scrutin en 2011 est passé du vote uninominal à deux tours au vote uninominal à un tour où le vainqueur est celui qui obtient *la majorité relative* des voix.

En comparant avec le système électoral sénégalais, on voit bien que le Président Wade gagnerait si le mode de scrutin était le vote uninominal à un tour. Cependant, le deuxième tour a révélé qu'il était très minoritaire (environ 35% des voix) face à son adversaire de l'opposition (65% des voix).

#### **4.2. Proposition d'un mode de scrutin**

Les élections devant être financées désormais par le gouvernement congolais, il n'est pas sûr d'avoir toujours les moyens financiers pour organiser un scrutin à deux tours dans un pays de plus de soixante millions d'habitants et vaste comme sept fois la France.

Nous proposons donc de garder le mode de scrutin à un tour pour économiser l'argent du trésor public.

#### **4.3. Proposition d'une solution de partage de pouvoir**

Naturellement, le perdant à une élection doit avoir sa place dans la société. Il doit jouer un rôle important au sein de l'opposition.

Cependant, nous proposons qu'une contrainte constitutionnelle oblige d'une part les perdants aux élections à ne pas boycotter les institutions (Parlement, pouvoir judiciaire, etc.), et d'autre part, le gagnant à ne pas se comporter en seul maître.

Il est inutile de proposer, comme ailleurs, que le perdant aux élections soit Premier Ministre, vue la forme de l'Etat en R.D. Congo. Une telle cohabitation ne rendrait que davantage difficile la gestion du pays.

Nous proposons donc, pour les élections présidentielles, qu'une contrainte soit définie : celui qui obtient la majorité relative des voix est élu Président de la République et il ne peut y avoir un formateur du gouvernement issu de l'opposition que si celle-ci est majoritaire à l'Assemblée Nationale.

Nous proposons aussi que la Constitution prévoie que le candidat arrivé deuxième lors des élections présidentielles soit repris dans d'autres institutions. Ce serait un moyen de l'obliger à ne pas les boycotter. Une charte de bonne conduite devra, en amont, être fait signer à tous les candidats lors du dépôt de leur candidature, sous peine d'être poursuivi par la Justice congolaise au cas où ladite charte ne serait pas respectée.

D'autre part, le poste qu'il devra occuper devra être proportionnel à son rang : par exemple, la Présidence du bureau de la chambre haute du Parlement.

Enfin, nous proposons une pénalité aux candidats qui obtiendront moins de 5% de voix aux élections présidentielles. Cette pénalité devrait avoir un caractère symbolique. Par contre, que tous les autres perdants qui obtiendront au moins 5% des voix soient cooptés comme sénateurs.

L'avantage d'une telle méthode de partage du pouvoir est de faire participer tout acteur à la gestion du pays. Les électeurs qui sont agents demandeurs de ressources éprouveront de la satisfaction, car se voyant attribués une partie de la ressource demandée. Une telle politique ne peut que les sensibiliser au vote : un taux de participation élevé au vote est très envisageable dans ce cas.

## **5. CONCLUSION**

Le système électoral constitue une force intermédiaire puissante qui façonne la concurrence entre les partis, dénaturant ou reproduisant fidèlement les préférences électorales des électeurs. Les élections sont, en effet, un rouage essentiel des démocraties modernes, ainsi que le principal mécanisme de participation politique pour la plupart des gens. La façon dont les votes sont traduits en sièges et la gestion de la période postélectorale constituent un facteur important dans le système politique d'un pays.

A l'issue des élections, le pays doit continuer à fonctionner et, d'ailleurs, les électeurs attendent des jours meilleurs après avoir opéré un choix sur l'homme qu'ils pensent à même de diriger le pays pour le bien-être de tous. Mais les manœuvres du parti au pouvoir ont souvent pour objectifs d'exclure l'opposition de la vie politique, après lui avoir fait jouer son jeu : « on se sert de l'opposition pour faire croire à l'existence d'une élection démocratique, et on s'en débarrasse immédiatement après la reconnaissance des résultats de ladite élection par la communauté internationale » ; car, comme à l'accoutumé, l'opposition boycottera les institutions en place après avoir clamé haut et fort l'existence des fraudes électorales.

Si la juste répartition des biens et des travaux pour le bénéfice commun entre les membres d'une société est la garantie du bien-être des individus, de la stabilité et de la paix sociale, il en est de même de la participation de chaque acteur à la vie politique. La solution à ce problème devrait relever de la constitution qui, d'ores et déjà, devrait fixer les modalités d'occupation des postes politiques à l'issue des élections : Le poste de Président de la République, numéro un du pays, revient au vainqueur de l'élection, celui du numéro deux du pays (président de la chambre haute du Parlement) est confié à son principal challenger. Les autres candidats ayant obtenu au moins 5% de suffrage expriment d'office au Sénat.

Dans ce sens, les institutions de la République seront en grande partie le fruit de l'équilibre des forces entre les partis qui, eux-mêmes, sont en grande partie tributaires de la culture politique et de la structure sociale du pays, ainsi que du comportement électoral de ses citoyens.

## **REMERCIEMENTS**

Nos remerciements s'adressent à Jean-Roger BANSIMBA MUKIESE, Chargé de Recherche à la Section des Sciences Exactes, qui a bien voulu nous aider dans la mise en forme du présent article.

Ngoie, R.-B. M. and Mbaka, R. B. (2014), *Mathématique et Démocratie : une contribution de la Théorie du Choix Social à la pratique de la démocratie en RDC*. *CRIDUPN*, 060c: 237-249.

## RÉFÉRENCES

Arrow, K. J. (1951), *Social choice and individual values*, Yale University Press.

Arrow, K. J. (1963), *Social choice and individual values*, 2<sup>ème</sup> ed., Yale University Press.

Berlin, I. (1969), *Four essays on liberty*, Oxford University Press. Trad. Fr. de J. Carnaud et J. Lahana, *Eloge de la liberté*, Calmann-Lévy, 1988.

Bouveret, S. (2007), *Allocation et partage équitables des ressources indivisibles : modélisation, complexité et algorithmique*, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France.

Bouyssou, D. and Vincke, P. (2006), Relations binaires et modélisation des préférences *In Concepts et méthodes pour l'aide à la décision*, volume 1, Chap. 2, LAVOISIER.

Hare, R. M. (1952), *The Language of Morals*, Oxford, Clarendon Press.

Hare, R. M. (1963), *Freedom and Reason*, Oxford, Clarendon Press.

Hare, R. M. (1976), Ethical Theory and Utilitarianism *In* H. D. Lewis (ed.), 1976, *Contemporary British Philosophy: Personal Statements*, Series 4, Londres, George Allen & Unwin, trad. de C. Bouchindhomme, *Théorie éthique et utilitarisme*, *In* C. Audard (ed.), 1999b, tome 3, p.123-144.

Hare, R. M. (1981), *Moral Thinking*, Oxford, Clarendon Press.

Hare, R. M. (1993), Objective Prescriptions, *Philosophical Issues*, vol. 4, p. 15-32.

Hare, R. M. (1997), *Sorting out Ethics*, Oxford, Oxford University Press.

Igersheim, H. (2004), *Liberté et choix social : Contribution à l'analyse de la liberté en économie normative*, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur-Strasbourg I, France.

Kelly, J. S. (1988), *Social choice theory: An introduction*, Springer-Verlag.

Rawls, J. (1993), *Political liberalism*, Columbia University Press. Trad. Fr. de C. Audard, *Libéralisme politique*, Presses Universitaires de France, 1993.

Sen, A. K. (1970a), The impossibility of a Paretian liberal, *Journal of Political Economy*, **vol. 78**, 152-157.

Sen, A. K. (1970b), *Collective choice and social welfare*, Londres, Holden-Day, Olivier & Boyd.

Sen, A. K. (1986), Social choice theory, *HandBook of Mathematical economics*, Vol. II, North-Holland.

Ngoie, R.-B. M. and Mbaka, R. B. (2014), *Mathématique et Démocratie : une contribution de la Théorie du Choix Social à la pratique de la démocratie en RDC*. *CRIDUPN*, 060c: 237-249.

Sen, A. K. (1994), Well-being, capability and public policy, *Gionale degli Economisti e annali di Economia*, **53** (7-9) : 333 – 347, Septembre.

Sen, A. K. (1999), La possibilité du choix social, Conférence Nobel, *American Economics Review*, n° 89.

Sugden, R. (1985), Liberty, preference and choice, *Economics and Philosophy* **1**, 213-229.

Vincke, P. (1989), *L'Aide multicritère à la décision*, Ellipses, Bruxelles.

Young, H.-P. (1994), *Equity in theory and practice*, Princeton University Press.