



Munich Personal RePEc Archive

**Social choice and fair sharing: An a posteriori mathematical analysis of legislative and presidential elections in the Democratic Republic of the Congo in 2006 and 2011**

Ngoie, Ruffin-Benoit M.

Université Pédagogique Nationale

December 2012

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/64915/>

MPRA Paper No. 64915, posted 10 Jun 2015 06:58 UTC

## EPIGRAPHE

---

*Agis d'après des règles ou des maximes telles que tu puisses vouloir qu'elles soient érigées en lois générales pour toi et pour tous les autres hommes.*

*Ne traite jamais les êtres raisonnables, toi même, ou les autres, comme de simples moyens pour des fins arbitraires, mais comme des fins en soi.*

Immanuel Kant, Principes Métaphysiques de la Morale

## Remerciements

---

Cette page incontournable est sans doute la plus difficile à écrire dans un mémoire. D'une part, parce que la tradition veut que ce soit à peu près la seule lue par plus de dix personnes, et d'autre part parce que la crainte d'oublier quelqu'un est omniprésente. Pour ma part, certains oublis sont volontaires, car certaines personnes n'auront jamais l'occasion de lire ces lignes. Mais malgré tout, elles ont toute ma reconnaissance depuis plusieurs années. Les autres seraient bien oubliés malgré moi et je les prie de bien vouloir m'en excuser par avance.

Je tiens à exprimer ma sincère et profonde reconnaissance au professeur ULUNGU LUKATA Berthold, pour son soutien continu, ses conseils avisés, sa disponibilité exceptionnelle, pour ses discussions, ses bouquins en format électronique et pour m'avoir « appris la recherche » au cours de ces deux années de DEA. Il a en outre animé avec brio un séminaire en *Analyse multi-critère et aide à la décision* qui m'a ouvert des horizons pour ma thèse. Je tiens aussi à remercier le Professeur MABELA MATENDO Rostin pour avoir accepté de co-diriger ce mémoire. Ses observations pertinentes ont contribué au raffinement de mon mémoire. Qu'il trouve aussi dans ces lignes ma gratitude pour les séminaires de Recherche Opérationnelle et des Calculs de Probabilités qu'il a animés avec professionnalisme. Je remercie également le professeur ENGOMBE WEDI Boniface pour son séminaire d'Algèbre qui m'a permis de réviser mon jugement sur les mathématiques. Ses remarques, de grande qualité et toujours constructives, m'ont été très bénéfiques.

Je tiens aussi à remercier mes compagnons de route : Les doctorants de l'UPN en Mathématiques appliquées, en particulier Joseph OKITONYUMBE et Michaël KIKOMBA pour leurs conseils et leur amitié, tous mes collègues de l'ISP de Mbanza-Ngungu, spécialement Charles MBUYI KALUBI « mon frère », Ruffin MBAKA, Richard MBUMBA, Doudou LUKUAMA et Mitterrand MAVAMBU pour leur gentillesse et tant de bienfaits. Je m'en voudrais si j'oubliais les membres de la section des sciences exactes de l'ISP de Mbanza-Ngungu. C'est ici le lieu de mentionner l'apport très considérable de Jean-Roger BANSIMBA, Chef de Section Adjoint chargé de la recherche, pour ses conseils édifiants et pour m'avoir appris l'utilisation du logiciel *SPSS* et bien entendu Tade-Etienne MBUNDU et Dally MABANZA respectivement Chef de Section et Chef de Section Adjoint chargé des enseignements pour leur soutien en des temps très difficiles.

Ensuite, j'adresse mes vifs remerciements à toute ma famille : D'abord ma grand-mère MUJINGA KALALA Alphonsine, ensuite mes parents Hélène MBUYI MPOY et Jean-Marie NGOIE KALADI MUABO, pour tant de sacrifice à mon égard. Je pense aussi à mes oncles et tantes Léon MBIYE MPOY, Wilfried KALALA MPOY, José LONJI MPOY, Théthé NTUMBA MPOY, Micheline TSHIBANGU, Stallone LUKUSA MPOY, Marthe KANKU MPOY, Nounou OKITEMBO pour avoir su me remonter le moral quand tout semblait être perdu. Que tous les NGOIE trouvent dans ces lignes toute ma gratitude : Sandra, Yves et Aaron. Mon amour pour vous ne connaît aucune faille.

Les autres, rajoutez votre nom ici si je vous ai oublié :.....

## Table de matières

---

EPIGRAPHE .....	I
Remerciements .....	II
Table de matières.....	III
Liste des figures.....	VI
Liste des tableaux .....	VII
Sigles et abbréviations.....	VIII
Abstract .....	1
Résumé .....	2
Introduction .....	3
PREMIERE PARTIE : THEORIE CLASSIQUE DU CHOIX SOCIAL .....	7
Chapitre 1 : La notion de préférence .....	9
1.1. Relation binaire .....	9
1.2. Structure de préférence ordinale.....	11
1.3. Structures de préférences ordinales classiques.....	12
1.4. Extensions de la structure de préférence ordinale .....	13
1.4.1. Structure de préférence qualitative .....	13
1.4.2. Structure de préférence cardinale .....	14
1.5. Préférence individuelle.....	14
Chapitre 2 : Agrégation de préférences et fonctions de choix social .....	16
Introduction .....	16
2.1. Position du problème.....	16
2.2. Définitions préliminaires.....	17
2.3. Fonction de choix social.....	17
2.3.1. Définition (Fonction de choix social).....	17
2.3.2. Propriétés d'une fonction de choix social.....	17
2.4. Quelques fonctions de choix social .....	19
2.4.1. La règle de majorité simple .....	19
2.4.2. Scrutin plural : vote uninominal à un tour .....	20
2.4.3. Scrutin alternatif : vote uninominal à deux tours .....	20
2.4.4. Scrutin alternatif : vote uninominal à plusieurs tours.....	20
2.4.5. Scrutin de Hare .....	20
2.4.6. Scrutin de Borda (version 1).....	20
2.4.7. Scrutin de Borda (version 2).....	20

2.4.8.	Principe et paradoxe du Condorcet.....	20
2.5.	Théorèmes d’Impossibilité .....	21
2.5.1.	Le dictateur.....	21
2.5.2.	Le théorème d’impossibilité d’Arrow .....	21
2.5.3.	Le théorème d’Impossibilité de Sen .....	22
2.5.4.	Résultats de sen .....	22
2.5.5.	Propriétés souhaitées pour une fonction de choix social .....	24
2.6.	Les problèmes généraux des scrutins .....	25
2.7.	Manipulabilité et vote stratégique .....	30
2.7.1.	Théorème de Gibbard-Satterthwaite.....	30
2.7.2.	Le sens du vote pour l’électeur.....	32
2.8.	Considérations sur les préférences des électeurs.....	34
2.8.1.	Complétude et transitivité.....	34
2.8.2.	Universalité ou domaine restreint ?.....	35
Chapitre 3 : Discussions et conclusion sur la théorie de choix social .....		39
3.1.	L’évidence du scrutin majoritaire.....	39
3.2.	Le paradoxe de Condorcet.....	41
3.2.1.	La difficile agrégation .....	41
3.2.2.	Le taux de qualification .....	46
3.3.	Critique du scrutin majoritaire simple .....	49
3.4.	Critique du scrutin majoritaire à deux tours .....	50
3.5.	Critique du scrutin proportionnel .....	57
DEUXIEME PARTIE : PARTAGE EQUITABLE DES RESSOURCES .....		60
Chapitre 4 : Problème de partage de ressources .....		61
4.1.	La ressource.....	62
4.1.1.	Nature de la ressource .....	62
4.1.2.	Les contraintes d’admissibilité.....	65
4.2.	Principes normatifs de la justice distributive.....	65
4.2.1.	Le principe d’équité.....	65
4.2.2.	Le welfarisme cardinal .....	66
4.2.3.	L’absence d’envie.....	66
4.3.	Propriétés relatives au partage.....	67
Chapitre 5 : Etude des sociétés traditionnelles africaines.....		69
5.1.	Description des peuples bantous .....	69
5.2.	Etude des tribus bantoues .....	70
5.2.1.	Organisation de la palabre en RDC .....	70

5.2.2. Organisation des Peuples de la RDC autour de la Palabre .....	70
5.2.3. Organisation politique des sociétés bantu traditionnelles.....	71
Chapitre 6 : Discussions et conclusion sur le partage .....	76
6.1. Caractérisation des communautés ethniques de la RDC .....	76
6.1.1. Les Kongo .....	76
6.1.2. Les Luba.....	77
6.1.3. Les Ngala.....	77
6.1.4. Les Swahili .....	77
6.2. Diagnostic des problèmes.....	78
DISCUSSIONS ET CONCLUSION GENERALE.....	80
Chapitre 7 : Discussions et vue d'ensemble.....	81
7.1. Les élections de 2006 .....	81
7.2. Les élections de 2011 .....	85
7.3. Le vote par assentiment.....	89
7.3.1. Points forts du vote par assentiment.....	90
7.3.2. Points faibles du vote par assentiment.....	92
7.3.3. Discussions autour du vote par assentiment.....	92
Conclusion générale .....	94
REFERENCES.....	96
ANNEXES .....	101

## Liste des figures

---

Figure n°1 : Exemples des préférences unimodales et non-unimodales	44
Figure n°2 : Deux procédures ne donnant pas le même résultat	55
Figure n°3 : Le choix de la séquence de vote détermine le résultat	57
Figure n°4 : Résultat des élections de 2006 au second tour	105
Figure n°5 : Résultat des élections de 2006 au second tour	107
Figure n°6 : Arbre hiérarchique des résultats des élections de 2011	109
Figure n°7 : Représentation graphique des individus	110
Figure n°8 : Diagramme des composantes	110

## Liste des tableaux

---

Tableau n°1 : Un exemple de manipulabilité	37
Tableau n°2 : L'exemple original de Condorcet	52
Tableau n°3 : Préférences supposées des sénateurs dans l'exemple de Pline LeJeune	55
Tableau n°4 : Préférences de 21.000 votants lors d'une élection à mode de scrutin majoritaire à un tour	61
Tableau n°5 : Préférences de 21.000 votants lors d'une élection à mode de scrutin majoritaire à deux tours	62
Tableau n°6 : Non-Monotonie : Préférences initiales des électeurs	64
Tableau n°7 : Non-Monotonie : Préférences des électeurs après la campagne	
Tableau n°8 : Critère de participation : Profil initial	65
Tableau n°9 : Critère de participation : Avec 2000 nouveaux électeurs	65
Tableau n°10 : Critère de renforcement : Préférences des circonscriptions séparées	67
Tableau n°11 : Critère de renforcement : Préférences des circonscriptions réunies	67
Tableau n°12 : Plus forts restes : Première élection	73
Tableau n°13 : Plus forts restes : Deuxième élection	73
Tableau n°14 : Résultat de l'élection présidentielle congolaise du 30 juillet 2006	104
Tableau n°15 : Résultats provisoires par provinces comme annoncé par la CEI le 15 novembre 2005	105
Tableau n°16 : Résultats provisoires comme annoncés par la CENI	108

## **Sigles et abréviations**

---

ABAKO	: Alliance de BaKongo
CEI	: Commission Electorale Indépendante
CENI	: Commission Electorale Nationale Indépendante
MMP	: Mécanisme de Modification des Préférences
ONU	: Organisation des Nations Unies
RDC	: République Démocratique du Congo
VC	: Vainqueur de Condorcet

## **Abstract**

### **Social choice and fair sharing: An *a posteriori* mathematical analysis of legislative and presidential elections in the Democratic Republic of the Congo in 2006 and 2011.**

The purpose of this master thesis is to have in a simple and detailed way the significant results of social choice theory and to study the resource sharing (goods or responsibilities) between petitioning agents in a proof of election.

While analyzing social choice functions more insight, we present for each of them, with supporting examples, the difficulties and insufficiencies related to the aggregation of the individual preferences of each community member. We then have some theoretical results allowing the understanding of the nature and the magnitude of these difficulties.

In addition, we study the situation of African societies in general, and that of the Democratic Republic of Congo in particular, therefore sort out social choice function which is the most appropriate to them. Meanwhile, we take into account the fair distribution of goods and work for the common benefit of society members, which is the guarantee of welfare for individuals, stability and social peace. These are social values seldom found in Africa.

We finally study the properties of the recommended social choice function and possibly present its strength and weaknesses, its advantages and disadvantages when used as a mode of poll.

**Key words:** Aggregation – Elections – Shares – Social choice theory – Social choice function

## **Résumé**

### **Choix social et partage équitable : Une analyse mathématique *a posteriori* des élections législatives et présidentielles de 2006 et 2011 en RDC.**

L'objet de ce mémoire est de présenter de manière simple et détaillée les résultats importants en théorie de choix social et étudier le partage des ressources (biens ou responsabilités) entre agents demandeurs dans une épreuve d'élection.

Tout en analysant les fonctions de choix social les plus en vue, nous présentons pour chacune d'elles, exemple à l'appui, les difficultés et insuffisances liées à l'agrégation des préférences individuelles de chaque membre de la collectivité. Nous présentons ensuite quelques résultats théoriques permettant de comprendre la nature et l'ampleur de ces difficultés.

Par ailleurs, nous étudions la situation des sociétés africaines, et en particulier celle de la République Démocratique du Congo, et dégageons la fonction de choix social qui leur convient le mieux tout en gardant de vue que la juste répartition des biens et des travaux pour le bénéfice commun entre les membres d'une société est la garantie du bien-être des individus, de la stabilité et de la paix sociale qui sont des valeurs rarement retrouvées en Afrique.

Nous étudions enfin les propriétés de la fonction de choix social préconisée et présentons éventuellement ses points forts et faibles, ses avantages et désavantages à être utilisé comme mode de scrutin.

**Mots-clés :** Agrégation – Elections – Partage – Théorie du choix social – Fonction de choix social

## **Introduction**

---

### **0.1. Problématique**

La difficulté ressentie par un petit comité ne peut être que plus grande quand il est question des décisions d'une société importante, décisions qui reflètent les choix « du peuple, par le peuple, pour le peuple ». Ceci est dans une acception générale, le sujet de la théorie du « Choix Social », et il inclut, à l'intérieur de son vaste champ, des problèmes divers ayant la caractéristique commune de mettre en relation des jugements sociaux et des décisions collectives avec les opinions et les intérêts des individus qui composent la société ou le groupe (Sen, 1998).

Mais comment peut-il exister, de manière durable, une société juste et stable de citoyens libres et égaux qui demeurent cependant profondément divisés entre eux par des doctrines raisonnables, qu'elles soient morales, philosophiques ou religieuses ? Voilà la question centrale à laquelle s'efforcent de répondre nos sociétés modernes et que formule Rawls (1993) au début de son « *Political Liberalism* ».

Si nos sociétés africaines modernes tendent à adopter les pratiques occidentales quant au choix de leurs dirigeants et au partage équitable des responsabilités, il n'en était pas ainsi dans les sociétés traditionnelles. D'après Igersheim (2004), la liberté chez les anciens correspond à un type d'Etat qui craint, par-dessus tout, la subjectivité.

Selon Berlin (1969), la civilisation moderne a élaboré un certain nombre de valeurs telles que la liberté individuelle, les droits de l'individu, les libertés civiles, l'inviolabilité de la personne, l'importance de la sphère privée, etc. On ne trouve pas les traces de toutes ces notions dans les civilisations anciennes mais maintenant elles sont devenues des principes fondamentaux dans les sociétés modernes.

Cette cassure entre les deux types de sociétés (ancienne et moderne) sur les formes de prise de décision a engendré un problème non pas le moins grave dans la mesure où de nouveaux conflits sont observés par ajout dans nos pratiques décisionnelles des usages dont les conséquences sont inestimées ou incalculées.

### **0.2. Hypothèses**

La théorie du choix social serait, à cet effet, une tentative de résoudre le problème créé par la liberté des modernes : la volonté ou la nécessité de prendre en compte des points de vue ou des critères conflictuels pour classer les actions mises en évidence. En d'autres termes, elle vient aider les sociétés modernes à effectuer des choix collectifs de manière rationnelle et démocratique en restant le plus fidèle aux opinions ou préférences individuelles de chacun des membres de ces sociétés (Berlin, 1969).

D'autre part, la juste répartition des biens et des travaux pour le bénéfice commun entre les membres d'une société est la garantie du bien-être des individus, de la stabilité et de la paix sociale (Bouveret, 2007). Cette juste répartition des ressources impliquerait l'introduction d'un ensemble des règles correspondant à ce que les membres de la société considèrent comme

« équitable ». Selon cette acception, le terme d' « équité » ne véhicule donc pas nécessairement de contenu éthique ou moral, contrairement à son emploi habituel dans le langage courant (Young, 1994).

Une règle de partage est considérée comme équitable si elle est acceptée et jugée appropriée par l'ensemble de la collectivité, au vu des besoins, statuts et contributions des individus (Bouveret, 2007 & Young, 1994).

En RDC, après l'Accord Global et Inclusif de Sun-City en Afrique du Sud, il fallut partager le pouvoir entre différents belligérants : on parlera du partage « équitable et équilibré » du pouvoir.

Le problème de partage et les notions qui lui sont rattachées font en fait partie de la question beaucoup plus générale de la *prise de décision collective*. Cette question, concernant le choix, parmi un ensemble d'options possibles, d'une alternative impliquant un certain nombre d'individus, a donné naissance d'une part à la théorie du choix social, concentrée sur l'analyse et l'évaluation des méthodes dédiées à la prise de décision collective, et d'autre part à l'économie du bien-être, fondée sur la mesure de la performance et la comparaison de systèmes économiques réels ou imaginaires, ainsi que sur l'analyse et la critique de politiques économiques (Arrow et al., 2002). Si les premières réflexions sur ces sujets remontent à l'antiquité, les théories fondatrices de ces deux domaines sont attribuées à Marie-Jean de Condorcet (1743-1794), Jean-Charles de Borda (1733-1799) et à Jeremy Bentham (1748-1832). Les deux premiers se sont plus intéressés à la théorie du vote et du choix social, concentrée essentiellement sur les propriétés des systèmes électoraux et l'élection des comités. Bentham a, quant à lui, travaillé pour l'économie du bien-être, centrée sur la notion de fonction d'utilité collective. Plus récemment, les travaux fondamentaux de Kenneth J. Arrow ont tenté une unification de ces deux domaines. Cette unification était centrée sur l'étude de l'existence théorique d'un processus d'agrégation raisonnable des préférences individuelles, fondée sur un ensemble d'axiomes.

### **0.3. Objectifs du travail**

Ce travail vise une étude profonde de la nature des élections africaines, plus particulièrement en République Démocratique du Congo. Nous partons de l'hypothèse que le système électoral constitue une force intermédiaire puissante qui façonne la concurrence entre les partis, dénaturant ou reproduisant fidèlement les préférences électorales des électeurs. Les élections sont, en effet, un rouage essentiel des démocraties modernes, ainsi que le principal mécanisme de participation politique pour la plupart des gens. La façon dont les votes sont traduits en sièges et la gestion de la période postélectorale constituent un facteur important dans le système politique d'un pays.

A l'issue des élections, le pays doit continuer à fonctionner et, d'ailleurs, les électeurs attendent des jours meilleurs après avoir opéré un choix sur l'homme qu'ils pensent à même de diriger le pays pour le bien-être de tous.

Malheureusement, l'Afrique est devenue le théâtre des violences avant et après les élections. Chacun des concurrents aux élections réclame la victoire si bien que leurs partisans finissent par s'entretuer. Le pire des cas peut conduire à une partition du pays, une guerre entre tribus, voire un génocide.

#### **0.4. Méthodologie de la recherche**

Souvent, les politiciens clament haut et fort vouloir des *élections apaisées* mais ceci n'est guère une condition de départ pour une élection, encore moins un critère. Les élections apaisées sont, en fait, la conséquence de toutes les activités électorales. Il convient donc de dire que si les élections sont mal organisées, certainement elles ne seront pas apaisées.

Néanmoins, avant de faire quelque conclusion que ce soit, il convient d'étudier le problème de près. Nous avons, dans ce mémoire, entrepris d'étudier les sociétés traditionnelles africaines : Quelles étaient leurs conceptions du pouvoir ? Comment arrivaient-elles à prendre des décisions ? Quels sont les changements majeurs opérés par les sociétés modernes sur les considérations traditionnelles ?

Sur base de toutes ces informations, nous espérons dégager un mode de scrutin qui satisferait le mieux la société étudiée. D'autre part, le partage de ressources (le pouvoir) entre différents demandeurs est, sans doute, l'aspect le plus important dans une politique électorale. En RDC, par exemple, lors des élections de 2006, la loi avait prévu le scrutin à deux tours pour les présidentielles. Il s'en est suivi des violences postélectorales et indirectement l'exil du meilleur perdant auxdites élections. En 2011, la loi a prévu le scrutin à un tour pour des raisons tout à fait justifiables, mais les conséquences sont encore pires qu'en 2006. En effet, on a observé des violences avant, pendant comme après les élections.

C'est ainsi qu'il convient d'étudier la nature profonde d'un peuple avant de lui proposer quoi que ça soit. Ce mémoire se fixe donc l'objectif de comprendre la nature profonde du peuple africain en général et congolais en particulier afin de proposer un mode de scrutin répondant à son profil. Ensuite, nous proposerons une règle de partage de pouvoir de telle sorte que chaque demandeur de la ressource ne soit pas frustré après une épreuve d'élection. Il est important de noter que neuf élections sur dix organisées en Afrique sont contestées. Plus de cinq d'entre elles aboutissent à des violences.

#### **0.5. Organisation du Mémoire**

Le présent mémoire est organisé de la manière suivante :

##### **Première partie : Théorie classique du choix social**

Dans cette partie, nous présentons les principes fondamentaux de la théorie de choix social, plus exactement les règles d'évaluation et des décisions collectives en nous plaçant au plus haut niveau d'abstraction et de formalisme. Elle est subdivisée en trois chapitres :

Le chapitre 1 (*Notion de préférence*) traite de la modélisation des situations de prise de décisions.

Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.

Le chapitre 2 (*Agrégation de préférences et fonctions de choix social*) traite des mécanismes et techniques utilisées pour sélectionner les meilleurs candidats tout en restant démocratique ; c'est-à-dire respecter les préférences individuelles de chaque membre de la communauté.

Le chapitre 3 (*Discussions et conclusion sur la théorie de choix social*) fait une synthèse de la théorie du choix social. C'est dans ce chapitre que nous nous sommes donné la liberté d'émettre nos avis personnels à la lumière des observations préalablement opérées.

## **Deuxième partie : Partage équitable des ressources**

Cette partie s'intéresse à la présentation et la modélisation d'un problème de partage. L'objectif est de poser les bases de la modélisation du problème de partage.

Dans cette partie, nous retrouvons les chapitres que voici :

Le chapitre 4 (*Problème de partage de ressources*) traite du problème de partage équitable entre agents demandeurs d'une ressource qui peut être continue ou discrète.

Le chapitre 5 (*Etude des sociétés traditionnelles africaines*) présente l'organisation politique et administrative des sociétés africaines traditionnelles.

Le chapitre 6 (*Discussions et conclusion sur le partage*) fait une synthèse de la théorie du partage équitable et de la justice distributive.

## **Discussions et conclusion générale**

Dans cette partie, nous évaluerons toutes nos méthodes et ferons une critique rigoureuse du système électoral (ici, fonction de choix social) prôné. Nous décrirons les propriétés remplies par ladite fonction de choix social. Un aspect intéressant de ce mémoire est l'étude combinée du choix social et partage équitable de ressource (ici, le pouvoir). Nous voulons étudier la teneur de la théorie de partage sur le choix social. D'autres études pourront être axées sur l'applicabilité de la fonction et des règles de partage prônées dans le système politique congolais, les avantages et désavantages de les adopter et naturellement la conformité à la loi et aux principes démocratiques en vigueur.

# PREMIERE PARTIE : THEORIE CLASSIQUE DU CHOIX SOCIAL

---

La théorie du choix social est apparue pour la première fois en tant que discipline à part entière aux environs de la révolution française. Le sujet a été étudié pour la première fois à la fin du 18<sup>ème</sup> siècle par des mathématiciens comme Borda (en 1781) et Condorcet (en 1785) qui ont abordé les problèmes liés aux décisions sociales impliquant des intérêts et des préoccupations divergentes (Sen, 1994). Tout de même, ces problèmes, abordés en termes plutôt mathématiques, ont lancé la discipline formelle du choix social en termes de vote et de procédures associées.

## Chapitre 1 : La notion de préférence

---

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'approche classique en théorie de la décision, qui consiste à définir une structure de préférence ordinale. L'introduction et la présentation des outils de modélisation des préférences en théorie de choix social s'inspirent de l'approche présentée dans les ouvrages comme (Vincke, 1989) ou dans (Bouyssou et Vincke, 2006). Nous introduirons ensuite quelques structures de préférences classiques étendant la structure ordinale en y ajoutant des informations sur l'intensité de préférences, par exemple.

Dans la suite, nous considérons :

- $A$  un ensemble fini d'éléments appelés actions ou alternatives (ou encore candidats pour le cas d'un vote).
- $N$  un ensemble fini d'éléments appelés votants ou électeurs.

### 1.1. Relation binaire

Dans cette section, nous tâchons de répondre à la question : comment modéliser les préférences ? Plus précisément, nous recherchons le concept mathématique sur lequel prendre appui.

Le concept de relation apparaît comme l'un des concepts fondamentaux du discours rationnel. Il semble lié à la pratique de l'analyse, qui constitue elle-même l'un des aspects essentiels de la démarche discursive. L'analyse décompose les unités données dans l'expérience en éléments aussi simples que possibles, mais elle n'est réellement éclairante que si elle s'accompagne, comme d'une contrepartie, de l'opération par laquelle la pensée reconstitue le complexe à partir du simple. Or, pour rendre compte de l'unité d'une entité complexe, il faut décrire son mode de structuration ; et cela revient à faire apparaître les relations qui unissent les constituants. Il y a donc une solidarité étroite entre structure et relation. On ne peut expliquer la *théorie de la relation* qu'en montrant comment elle fonctionne dans des contextes appropriés (Michel, 1998).

L'outil central de modélisation des préférences est la relation binaire.

#### **Définition 1.1. (Relation binaire)**

Etant donné un ensemble  $E$ , une relation binaire  $\mathcal{R}$  est un sous-ensemble du produit cartésien  $E \times E$ .

On emploie habituellement la notation  $x\mathcal{R}y$  pour désigner  $(x, y) \in \mathcal{R}$ .

Egalement, on peut définir :

- $\bar{\mathcal{R}}$  le complément de  $\mathcal{R}$  :  $(a, b) \in \bar{\mathcal{R}} \Leftrightarrow (a, b) \notin \mathcal{R}$
- $\mathcal{R}^{-1}$  la réciproque de  $\mathcal{R}$  :  $(a, b) \in \mathcal{R}^{-1} \Leftrightarrow (b, a) \in \mathcal{R}$
- $\mathcal{R}^*$  le dual de  $\mathcal{R}$  :  $(a, b) \in \mathcal{R}^* \Leftrightarrow (b, a) \notin \mathcal{R}$

Soient  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  deux relations sur  $E$ , on peut considérer les opérations suivantes :

- Inclusion :  $\mathcal{R} \subset \mathcal{R}'$  ssi  $a \mathcal{R} b \Rightarrow a \mathcal{R}' b, \forall a, b \in E$
- Union :  $a(\mathcal{R} \cup \mathcal{R}')b$  ssi  $a \mathcal{R} b$  ou  $a \mathcal{R}' b, \forall a, b \in E$
- Intersection :  $a(\mathcal{R} \cap \mathcal{R}')b$  ssi  $a \mathcal{R} b$  et  $a \mathcal{R}' b, \forall a, b \in E$
- Produit :  $a(\mathcal{R} \cdot \mathcal{R}')b$  ssi  $\exists c \in E : a \mathcal{R} c$  et  $c \mathcal{R}' b$

Une relation binaire  $\mathcal{R}$  sera dite :

- Réflexive :  $\forall a \in E, a \mathcal{R} a.$
- Irréflexive :  $\forall a \in E, a \bar{\mathcal{R}} a.$
- Symétrique :  $\forall a, b \in E, a \mathcal{R} b \Rightarrow b \mathcal{R} a.$
- Antisymétrique :  $\forall a, b \in E, a \mathcal{R} b$  et  $b \mathcal{R} a \Rightarrow a = b.$
- Asymétrie :  $a \mathcal{R} b \Rightarrow b \bar{\mathcal{R}} a, \forall a, b \in E.$
- Transitive :  $\forall a, b, c \in E, a \mathcal{R} b$  et  $b \mathcal{R} c \Rightarrow a \mathcal{R} c.$
- Transitivité négative :  $a \bar{\mathcal{R}} b$  et  $b \bar{\mathcal{R}} c \Rightarrow a \bar{\mathcal{R}} c \forall a, b, c \in E.$
- Semi-transitivité :  $a \mathcal{R} b$  et  $b \mathcal{R} c \Rightarrow a \mathcal{R} d$  ou  $d \mathcal{R} c, \forall a, b, c, d \in E.$
- De Ferrers :  $a \mathcal{R} b$  et  $c \mathcal{R} d \Rightarrow a \mathcal{R} d$  ou  $c \mathcal{R} b, \forall a, b, c, d \in E.$
- Complète :  $\forall a \neq b \in E, a \mathcal{R} b$  ou  $b \mathcal{R} a$  (il y a un lien entre tout couple).
- Fortement complète :  $a \mathcal{R} b$  ou  $b \mathcal{R} a, \forall a, b \in E.$

Parmi les relations binaires, certaines sont d'importance dans la modélisation des préférences, introduisons-les.

### **Définition 1.2. (Relation d'équivalence)**

Une *relation d'équivalence*, notée  $\sim$ , est une relation binaire à la fois réflexive, symétrique et transitive.

Si  $\sim$  est une relation d'équivalence, l'ensemble noté

$$[x]_{\sim} = \{y \in E / x \sim y\}$$

et appelé *classe d'équivalence de  $x$*  pour  $\sim$ . Dès lors,

$$x \sim y \Rightarrow [x]_{\sim} = [y]_{\sim}.$$

L'ensemble de classes d'équivalence de  $E$  pour  $\sim$  est appelé *Ensemble-quotient*. Il forme une partition de  $E$  et est noté  $E/\sim$  (Mubenga, 1976 ; Kostrikin, 1977).

### **Définition 1.3. (Relation d'ordre)**

Une *relation d'ordre*, notée  $\leq$ , est une relation binaire à la fois réflexive, antisymétrique et transitive.

Si de plus  $\leq$  est complète, elle sera appelée *relation d'ordre total* sinon elle est une *relation d'ordre partiel*.

Une relation d'ordre effectue un rangement d'éléments de  $E$  sans qu'il y ait d'*ex aequo* possible. En revanche, il peut y avoir des incomparabilités si la relation n'est pas complète,

Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.

c'est-à-dire si on peut trouver des éléments  $x$  et  $y \in E$  tels que  $x \not\leq y$  et  $y \not\leq x$  (Kostrikin, 1977).

**Définition 1.4. (Relation de pré-ordre ou quasi-ordre)**

Une relation de pré-ordre, notée  $\leq$ , est une relation binaire à la fois réflexive et transitive.

Une relation de pré-ordre effectue aussi un rangement d'éléments de  $E$  mais cette fois-ci les *ex aequo* sont possibles.

**Définition 1.5. (Tournoi)**

Une relation binaire  $\mathcal{R}$  est un *tournoi* si et seulement si elle est à la fois asymétrique et complète.

**Définition 1.6. (Ordre strictement total)**

Une relation binaire  $\mathcal{R}$  est un ordre strictement total si et seulement si elle est asymétrique, complète et transitive. On dit aussi d'une telle relation qu'elle est un *tournoi transitif*.

**Définition 1.7. (Ordre strictement faible)**

Une relation binaire  $\mathcal{R}$  est un ordre strictement faible si et seulement si elle est asymétrique négativement et transitive.

**Définition 1.8. (Ordre strictement partiel)**

Une relation binaire  $\mathcal{R}$  est un ordre strictement partiel si et seulement si elle est asymétrique et transitive.

**Définition 1.9. (Ordre partiel)**

Une relation binaire  $\mathcal{R}$  est un *ordre partiel* si et seulement si elle est réflexive, antisymétrique et transitive.

## 1.2. Structure de préférence ordinale

Le modèle classique (voir [Vincke, 1989], par exemple) de représentation des préférences en théorie de la décision est fondé sur la question suivante :

«Étant données deux alternatives  $x$  et  $y$ ,  $x$  est-elle au moins aussi bonne que  $y$  ? ».

Répondre à cette question par oui ou par non de manière non ambiguë pour toute paire d'éléments  $(x, y)$  revient à définir une relation binaire (supposée, par définition, réflexive) sur l'ensemble des alternatives,  $A$ .

**Définition 1.10. (Structure de préférence ordinale).**

Soit  $A$  l'ensemble d'alternatives. Une *structure de préférence ordinale* sur  $A$  est une relation binaire notée  $\mathcal{R}$  déterminée par la fonction  $\mathcal{R} : A \times A \rightarrow \{0, 1\}$  définie par :

$$(x, y) \mapsto \mathcal{R}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \mathcal{R} y \text{ ou si } (x, y) \in \mathcal{R} ; \\ 0 & \text{si } x \bar{\mathcal{R}} y \text{ ou si } (x, y) \notin \mathcal{R} ; \end{cases}$$

où :

$\mathcal{R}(x, y) = 1$  signifie que l'action  $x$  est au moins aussi bonne que  $y$ .

$\mathcal{R}(x, y) = 0$  signifie que l'action  $x$  n'est pas au moins aussi bonne que  $y$ .

### 1.3. Structures de préférences ordinales classiques

Pour toute paire d'alternatives  $(x, y)$  et pour toute structure de préférence  $\mathcal{R}$ , nous pouvons être confrontés aux trois situations mutuellement exclusives suivantes :

- *Indifférence (I)* :  $x \mathcal{R} y$  et  $y \mathcal{R} x$ . L'indifférence est une relation symétrique et réflexive.
- *Préférence stricte (P)* :  $x \mathcal{R} y$  et  $\bar{\mathcal{R}}x$ . Elle est une relation asymétrique.
- *Préférence faible (Q)* :  $x \mathcal{R} y \Rightarrow y \bar{\mathcal{R}} x$ . Elle est aussi une relation asymétrique
- *Incomparabilité (R)* :  $x \bar{\mathcal{R}} y$  et  $y \bar{\mathcal{R}} x$ . Elle est une relation symétrique et irreflexive.

#### Remarques 1 :

- $\forall x, y \in A$  : on a soit  $x P y$  soit  $y P x$  soit  $x I y$  soit  $x R y$ .
- $\mathcal{R} = P \cup I$ .
- $P \cap I = \emptyset$ .

Le quadruplet  $(I, P, Q, R)$  forme ce qu'on appelle un *système relationnel fondamental de préférence* (srfp).

Ces relations peuvent être combinées pour former de nouvelles relations ; à titre d'exemple :

- $(\sim)$  *Non – préférence* :  $a(I \cup R)b$
- $(>)$  *Préférence* :  $a(P \cup Q)b$
- $(S)$  *Surclassement* :  $a(P \cup Q \cup I)b$

Ainsi donc une structure de préférence peut être complètement caractérisée par la définition d'une relation de « préférence au sens large » :

$$a S b \text{ si } a P b \text{ ou si } a I b$$

La relation de préférence au sens large est donc la réunion d'une relation de « préférence au sens strict » (relation  $P$ ) et d'une relation d'indifférence (la relation  $I$ ). La relation de préférence au sens large est aussi appelée *relation de surclassement*, notée  $S$ .

#### Remarques 2 :

- a. Aucune des relations  $I, P, Q, R$  n'est imposée comme étant transitive.
- b. La théorie classique de la décision ne considère pas les relations  $Q$  et  $R$  ; seules les relations  $I$  et  $P$  (i.e.  $\sim$  et  $>$ ) sont introduites et de plus elles sont supposées transitives.
- c. La relation de surclassement  $S$  joue un rôle privilégié. En effet, supposons  $Q = \emptyset$ , dès lors on a :

$$a S b \Leftrightarrow a(P \cup I)b$$

On en déduit :

$a P b$  si et seulement si  $a S b$  et  $b \bar{S} a$  ;

$a I b$  si et seulement si  $a S b$  et  $b S a$  ;

$a R b$  si et seulement si  $a \bar{S} b$  et  $b \bar{S} a$  .

Enonçons quelques propriétés de  $S$  :

- $S$  est toujours réflexive ;
- $S$  est symétrique si et seulement si  $P = \emptyset$  ;
- $S$  est antisymétrique si et seulement si  $I = \{(a, a), \forall a \in A\}$  ;
- $S$  n'est jamais asymétrique ;
- $S$  est fortement complète si et seulement si  $R = \emptyset$  ;
- $S$  est transitive ssi  $P$  et  $I$  sont transitives.

#### 1.4. Extensions de la structure de préférence ordinale

Dans le modèle des structures de préférences, on n'autorise que les réponses oui ou non à la question «  $x$  est-il au moins aussi bon que  $y$  ? ». Cependant, on pourrait vouloir apporter des précisions à cette réponse, par exemple en incluant des informations sur l'intensité de la préférence, ou encore des informations sur la crédibilité de la proposition «  $x$  est préféré à  $y$  », ou modéliser des situations d'hésitation (voir, par exemple, un modèle de préférences un peu plus général présenté dans (Roy, 1985)).

De nombreuses structures de préférences ont été étudiées dans la littérature. Certaines permettent de prendre en compte des seuils d'indifférence, d'autres acceptent l'incomparabilité entre alternatives, d'autres incluent la notion d'incertitude ou d'imprécision.

La première extension classique est la structure de préférence qualitative, qui ajoute une idée d'intensité aux préférences ; nous présentons cette extension ci-dessous.

##### 1.4.1. Structure de préférence qualitative

Une structure de préférence qualitative sur  $E$  est un couple  $(\langle \mathcal{V}, \leq \rangle, u)$  où  $\langle \mathcal{V}, \leq \rangle$  est une structure de valuation quantitative formée d'un ensemble  $\mathcal{V}$  totalement ordonné par  $\leq$  et  $u$  est une fonction d'utilité de  $E$  dans  $\mathcal{V}$  (Bouweret, 2007).

En d'autres termes, une structure de préférence qualitative associe à chaque alternative une valuation. Aucune hypothèse spécifique n'est requise sur l'espace de valuation, mis à part le fait qu'il soit totalement ordonné.

##### Exemple de $\langle \mathcal{V}, \leq \rangle$

$\mathcal{V} = \{\text{médiocre, mauvais, moyen, bon, excellent}\}$  : un tel espace pourra être muni de la relation d'ordre  $\leq$  définie comme suit :

« *médiocre*  $\leq$  *mauvais*  $\leq$  *moyen*  $\leq$  *bon*  $\leq$  *excellent* ».

Le modèle de représentation des préférences introduit avec la structure de préférence qualitative, s'il est plus riche que la structure de préférence ordinaire, est cependant trop pauvre pour effectuer des comparaisons entre les intensités. Pour pallier ce manque d'expressivité, la plupart des travaux s'intéressent à des structures de valuation numériques, qui possèdent une loi de composition interne, permettant notamment d'ajouter les valuations, et surtout de faire leur différence (Bouveret, 2007).

#### 1.4.2. Structure de préférence cardinale

Une structure de préférence cardinale sur  $E$  est un couple  $(\langle \mathcal{V}, \leq, \oplus \rangle, u)$  où  $(\langle \mathcal{V}, \leq \rangle, u)$  est une structure de préférence qualitative et  $\oplus$  est une loi de composition interne associative et commutative sur  $\mathcal{V}$  ayant les propriétés suivantes :

- *Monotonie* :  $\forall a, b, c \in \mathcal{V}$  tel que  $a \leq c$ , on a :  $(a \oplus b) \leq (c \oplus b)$
- *Élément neutre* :  $\forall a \in \mathcal{V}, a \oplus \perp = a$ .
- *Élément absorbant* :  $\forall a \in \mathcal{V}, a \oplus \top = \top$ .
- *Différence* :  $\forall \alpha, \text{ si } \alpha \leq \beta \text{ alors } \max\{\gamma / \alpha \oplus \gamma = \beta\}$ , noté  $\beta \ominus \alpha$ , existe et est unique.

En d'autres termes,  $\oplus$  est une *conorme* pour laquelle la notion de différence est définie et  $(\langle \mathcal{V}, \leq, \oplus \rangle)$  est un *monoïde* commutatif totalement ordonné. Classiquement, on choisit des utilités à valeurs réelles (soit  $\mathcal{V} = \overline{\mathbb{R}}$  ou  $\mathcal{V} = \overline{\mathbb{R}^+}$ ) ou à valeurs entières ( $\mathcal{V} = \overline{\mathbb{N}}$ ), ces espaces de valuation étant munis de l'ordre naturel  $\leq$  sur les nombres, et de la loi  $+$  (Bouveret, 2007).

Dans cette définition la fonction  $u$  est appelée *fonction d'utilité*. Cette définition de fonction d'utilité est plus générale que celle qui est classiquement introduite dans les ouvrages traitant de la théorie du *welfarisme*<sup>1</sup>, qui ne considèrent que des fonctions d'utilités définies sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{R}^+$ . Notre point de vue s'inspire davantage des formalismes introduits en intelligence artificielle pour la modélisation des préférences au sens large, par exemple dans les problèmes de satisfaction de contraintes valuées (Cooper et Schiex, 2004) (notion de structure de valuation juste), le cadre de Problème de Faisabilité et d'Utilité (Pralet, 2006), ou les problèmes de partage (Fargier et al., 2004a).

### 1.5. Préférence individuelle

La théorie du choix social étudie les règles d'évaluation et de décision collectives en se plaçant au plus haut niveau d'abstraction et de formalisme (Fleurbaey et Mongin, 1996). Ces décisions doivent cependant rester les plus fidèles aux opinions individuelles des membres de la société ou collectivité. Il apparaît que la théorie du choix social veut rester le plus démocratique, c'est-à-dire refléter le choix « *du peuple, pour le peuple et par le peuple* ». La décision collective issue de la confrontation des préférences individuelles de chaque membre n'en est, dès lors, qu'un résumé.

---

<sup>1</sup>Welfarisme : Il ne semble pas exister d'équivalent français pour ce terme, dont le sens diffère légèrement de celui de l'utilitarisme. Nous prendrons donc le risque de troubler les puristes de la langue française et emploierons cet anglicisme francisé.

D'après ce qui a été dit précédemment,  $x \mathcal{R} y$  signifie que  $x$  est au moins aussi bon que  $y$ . Le graphe de  $\mathcal{R}$  ainsi défini est obtenu en résumant les préférences de chaque agent électeur : c'est l'agrégation des préférences de chaque  $x \in A$ . Ainsi, pour une relation de préférence  $\mathcal{R}$ , on notera  $\forall i \in N$ ,  $\mathcal{R}_i$ , la préférence de l'électeur  $i$ . Alors,  $\forall x, y \in A, \forall i \in N$ ,  $x \mathcal{R}_i y$  signifie que l'électeur  $i$  trouve  $x$  au moins aussi bon que  $y$ .

Cette définition peut être étendue aux relations  $I$ ,  $S$  et  $P$ .

## Chapitre 2 : Agrégation de préférences et fonctions de choix social

---

### Introduction

L'agrégation consiste à rassembler les différentes préférences individuelles en une seule fonction traduisant une préférence globale qui respecte au mieux possible les préférences exprimées ; elle permet de désigner le meilleur candidat. Sa définition correspond à la définition d'une fonction de choix social.

L'utilité, dans la société, d'une méthode bien définie d'agrégation semble avoir ses origines à la révolution française (1789), notamment avec la participation active des mathématiciens comme Condorcet et Borda. Chacun d'eux a présenté une méthode d'agrégation des préférences des individus dans la société en vue de ressortir une préférence collective. Leurs travaux est un des premiers projets d'une mathématique sociale.

Le marquis de Condorcet résume son travail dans la définition qu'il énonce comme suit :

*« Quelque objets qu'elles considèrent, [les mathématiques] le dépouillent de toutes ses qualités sensibles, de toutes ses propriétés individuelles, et bientôt il n'est plus qu'un rapport abstrait de nombre ou de grandeur ; on désigne ce rapport par une lettre ou par une ligne ; l'objet lui-même est alors oublié ; il cesse d'exister pour le mathématicien. Ces signes arbitraires en apparence, sont l'unique objet de ses méditations ; c'est sur eux seuls qu'il opère, et ce n'est qu'après être parvenu au dernier résultat qu'il revient sur les premières opérations, et qu'il applique ce résultat à l'objet réel dont il avait cessé de s'occuper. Les vérités certaines trouvées par cette méthode paraissent au premier coup d'œil n'être que des vérités intellectuelles et abstraites ; on a pu les prendre pour des propositions identiques en oubliant que les combinaisons diverses des mêmes éléments ne sont pas une même chose. On serait tenté de croire qu'elles n'appartiennent point à la nature physique. Mais ce serait une erreur, car elles sont des vérités réelles lorsque le phénomène auquel vous les avez appliquées existe dans l'univers tel que vous l'avez supposé [...]. »*

(Condorcet, 1786, p. 469-470)

Ce qui reste frappant est que les travaux de Borda et Condorcet sont restés presque dans les oubliettes jusqu'au début des années 1950 avec les travaux de Kenneth Arrow. Ce dernier avoue lui-même, lors de la deuxième édition de *Collective Choice and individual Value* (Arrow, 1963), n'avoir eu connaissance des travaux de Borda ou Condorcet qu'après 1951. Arrow connaissait cependant le paradoxe de Condorcet – qu'il nomme le « célèbre paradoxe électoral » – sans l'attribuer à son auteur.

### 2.1. Position du problème

Etant donné un groupe d'individus exprimant leurs préférences sur un ensemble de candidats et que ces préférences soient fondées sur des critères ou points de vues opposés les uns aux autres. Selon Berlin (1969), le problème doit consister à aider ce groupe à effectuer des choix collectifs de manière rationnelle et démocratique en restant le plus fidèle aux opinions ou préférences individuelles de chacun de ses membres.

Les travaux de Borda et Condorcet ont, de manière remarquable, permis de répondre, quoique partiellement, à cette préoccupation. En effet, en 1951, Arrow signe, d'après certains auteurs (Pelle, 2009), « la mort de l'économie du bien-être ». Cette conclusion est remise en cause par Marc Fleurbaey et Philippe Mongin (2005) qui affirment déjà dans le titre de leur article que *la nouvelle de la mort de l'économie du bien-être est une grande exagération* (Fleurbaey et Mongin, 2005).

Tout de même, nous verrons quelques fonctions usuelles de choix social avant d'établir des résultats classiques de la théorie de choix social.

## 2.2. Définitions préliminaires

**Définition 2.1. (Meilleur candidat).** Soit  $x \in A$ , un candidat et  $R$  une relation de préférence sur  $A$ . On dit que  $x$  est le meilleur candidat de  $A$  si  $\forall y \in A, x R y$ .

**Définition 2.2. (Profil).** Un profil ou mode de scrutin est l'association d'un quasi-ordre à chaque votant. Si  $\text{Card}(N) = n$  alors le profil  $p$  est formé de  $n$  quasi-ordre sur  $A$ .

$$p \equiv (R_1, R_2, R_3, \dots, R_n) \text{ où les } R_i \text{ sont les préférences des } i \in N.$$

**Définition 2.3. (Election).** Soit  $A$  un ensemble fini d'actions et  $p$  un profil. Le couple  $(A, p)$  est appelé *situation* ou *élection*.

## 2.3. Fonction de choix social

L'agrégation consiste à sélectionner les meilleurs candidats tout en respectant au mieux possible les préférences des électeurs. Sa définition correspond à la définition d'une fonction de choix social.

### 2.3.1. Définition (Fonction de choix social)

Une fonction de choix social est une fonction  $\mathcal{C}$  qui associe à toute situation (élection) un sous-ensemble non vide de  $A$ , c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \mathcal{C} : \{\text{situations}\} &\rightarrow \mathcal{K} \subset A \text{ avec } \mathcal{K} \neq \emptyset \\ (A, p) &\mapsto \mathcal{C}(A, p) \subseteq A \text{ avec } \mathcal{C}(A, p) \neq \emptyset \end{aligned}$$

### 2.3.2. Propriétés d'une fonction de choix social

Pour une situation donnée, il peut y avoir plusieurs manières d'agréger les préférences individuelles. Cependant, il est préférable que la méthode d'agrégation choisie remplisse un certain nombre de propriétés traduisant la notion de *démocratie*, à savoir :

#### 2.3.2.1. Domaine universel

Le classement des candidats doit dépendre des préférences individuelles de chaque électeur, sans distinction, et il faut en toute circonstance un résultat précis, c'est-à-dire la méthode d'agrégation doit fonctionner dans tous les cas. Le domaine est *standard* s'il est universel et  $\text{Card}(A) \geq 3$  et  $\text{Card}(N) \geq 3$ .

#### 2.3.2.2. Homogénéité

Si chaque votant se transforme en  $k$  votants (avec  $k > 1$ ) alors le candidat élu reste le même.

#### 2.3.2.3. *Anonymat*

Si on permute les votants (ou même avec d'autres votants), le candidat élu reste le même. En d'autres termes, soient  $\mathcal{C}$  une fonction de choix social,  $k$  une permutation sur  $N$  et  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  un profil. La fonction de choix social  $\mathcal{C}$  satisfait la propriété d'anonymat si :

$$\mathcal{C}(A; p_1, p_2, \dots, p_n) = \mathcal{C}(A; p_{k(1)}, p_{k(2)}, \dots, p_{k(n)})$$

Par conséquent si  $A = \{x, y\}$  et  $p, p'$  sont deux profils tels que  $\forall i \in N, R_i(x, y) = R'_{k(i)}(x, y)$

On dira que  $\mathcal{C}$  satisfait la propriété d'anonymat si  $\mathcal{C}(A, p) = \mathcal{C}(A, p')$ .

#### 2.3.2.4. *Neutralité*

Si chaque votant renverse sa préférence, le candidat retenu change aussi.

#### 2.3.2.5. *Monotonie*

Si un ou plusieurs électeurs reclassent mieux un candidat  $x$ , alors  $x$  ne doit pas en définitive être moins bien placé dans cette élection. Autrement dit, si  $x$  est élu lors d'une première élection et que lors d'une seconde, un votant qui avait exprimé un vote en défaveur de  $x$  change d'avis en faveur de  $x$ , alors  $x$  est encore élu.

#### 2.3.2.6. *Monotonie positive*

Une fonction de choix social  $\mathcal{C}$  satisfait la propriété de monotonie positive si  $x \in \mathcal{C}(A, p')$  quand  $x \in \mathcal{C}(A, p)$  où  $p'$  est un profil obtenu à partir de  $p$  en modifiant favorablement pour  $x$  vis-à-vis d'au moins une action  $y$  dans au moins un des  $n$  quasi-ordres de  $p$ .

#### 2.3.2.7. *Monotonie strictement positive*

Une fonction de choix social  $\mathcal{C}$  satisfait la propriété de monotonie strictement positive si elle satisfait la propriété de monotonie positive et si de plus  $y \notin \mathcal{C}(A, p')$  lorsque le profil de départ  $p$  est modifié favorablement pour  $x$  vis-à-vis d'au moins une action  $y$  pour obtenir le profil  $p'$ .

#### 2.3.2.8. *Indépendance des actions non-pertinentes*

Si  $p$  et  $p'$  sont deux profils qui, restreints à un sous-ensemble d'actions  $A'$  de  $A$ , sont identiques alors  $\mathcal{C}(A', p) = \mathcal{C}(A', p')$ . En d'autres termes, pour classer par exemple trois candidats parmi plusieurs autres, il doit suffire de connaître les préférences de chaque votant pour ces trois candidats – leurs choix pour les autres ne devant en rien modifier le classement entre ces trois candidats.

### 2.3.2.9. Explication transitive

Si  $x$  est préféré à  $y$  et  $y$  est préféré à  $z$  alors la méthode d'agrégation doit garantir que  $x$  est préféré à  $z$ . Autrement dit, si  $x$  est élu lors d'une élection et que lors d'une seconde élection des changements d'ordre apparaissent mais affectant seulement d'autres candidats que  $x$ , alors  $x$  doit être élu aussi à cette seconde élection.

### 2.3.2.10. Unanimité ou Pareto

Si tous les électeurs préfèrent le candidat  $x$  au candidat  $y$  alors  $x$  doit être le vainqueur à l'élection. Autrement, si tous les votants préfèrent  $x$  à  $y$  alors  $y$  ne peut être élu.

#### 2.3.2.10.1. Condition faible de Pareto

Une fonction de choix social satisfait la condition faible de Pareto si dans un profil  $p$  tel que  $x P_i y, \forall i \in N$  alors  $y \notin \mathcal{C}(A, p)$  (Sugden, 1985)

#### 2.3.2.10.2. Condition forte de Pareto

Une fonction de choix social satisfait la condition forte de Pareto si dans un profil  $p$  tel que  $x R_i y, \forall i \in N$  alors  $y \notin \mathcal{C}(A, p)$  (Sugden, 1985).

#### Remarque :

La condition forte de Pareto n'a de sens que si l'indifférence entre deux actions  $x$  et  $y$  est possible. Si on ne permet pas l'indifférence, les deux conditions de Pareto sont équivalentes.

## 2.4. Quelques fonctions de choix social

### 2.4.1. La règle de majorité simple

La règle de majorité simple est définie pour un ensemble  $A$  qui se réduit à deux actions seulement. Mais avant de définir cette règle, nous allons introduire une notation qui sera valable dans ce paragraphe mais également dans la suite de notre mémoire.

Notations :

Soit  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  un profil. Notons :

- $p(x, y)$  le nombre de votants  $i \in N / x P_i y$  dans le profil  $p$  ;
- $x \mathcal{W}_p y \Leftrightarrow p(x, y) > p(y, x)$  dans le profil  $p$  ;
- que les actions  $x$  et  $y$  sont égales par simple majorité si  $p(x, y) = p(y, x)$  ( $x$  ex-aequo  $y$ ).

#### 2.4.1.1. Définition (Majorité simple)

Soit  $A = \{x, y\}$ ,  $N$  l'ensemble fini de votants et le profil  $p$ . La fonction de choix social  $\mathcal{C}$  est une règle de majorité simple si :

$$\mathcal{C}(A, p) = \{x\} \text{ si } x \mathcal{W}_p y ;$$

$$\mathcal{C}(A, p) = \{y\} \text{ si } y \mathcal{W}_p x ;$$

$$\mathcal{C}(A, p) = \{x, y\} \text{ si } p(x, y) = p(y, x) .$$

Les actions de l'ensemble  $\mathcal{C}(A, p)$  sont appelées *vainqueurs par simple majorité*.

#### 2.4.1.2. *Théorème de Kelly*

La règle de majorité simple est la seule règle de choix social qui satisfait, selon Kelly (1988), les quatre propriétés suivantes :

- Le domaine universel
- L'anonymat
- La neutralité
- La monotonie positive

#### 2.4.2. *Scrutin plural : vote uninominal à un tour*

Chaque électeur vote pour, au plus, un candidat. Le candidat qui obtient le plus grand nombre de voix (majorité relative) est le vainqueur.

#### 2.4.3. *Scrutin alternatif : vote uninominal à deux tours*

Chaque électeur vote pour un candidat. S'il existe une majorité absolue ( $> 50\%$ ) pour un candidat, il est élu. Sinon un second tour est organisé entre les deux candidats ayant reçu les meilleurs suffrages.

#### 2.4.4. *Scrutin alternatif : vote uninominal à plusieurs tours*

Chaque électeur vote pour, au plus, un candidat. A chaque étape, on élimine le candidat ayant obtenu le plus petit nombre de voix puis on réitère la procédure jusqu'à ne plus avoir que deux candidats d'où on déduit le vainqueur.

#### 2.4.5. *Scrutin de Hare*

C'est un vote uninominal à plusieurs tours. S'il existe une majorité absolue pour un candidat, il est élu. Sinon, pour le tour suivant, le candidat avec le moins de voix est éliminé. C'est le cas particulier du vote uninominal à plusieurs tours (Hare, 1952 ; 1963 ; 1976 ; 1981 ; 1993 ; 1997).

#### 2.4.6. *Scrutin de Borda (version 1)*

Chaque électeur vote pour, au plus, un candidat. On additionne les scores obtenus par chaque candidat au regard de ses adversaires, le candidat ayant obtenu le plus grand nombre de voix est le vainqueur.

#### 2.4.7. *Scrutin de Borda (version 2)*

Soit 5 candidats. Pour chaque votant, 4 points sont attribués au premier classé, 3 points au second, 2 au troisième, 1 au quatrième et 0 au dernier. On additionne sur tous les votants le score par candidat (score de Borda). Le candidat avec le plus grand score est élu.

#### 2.4.8. *Principe et paradoxe du Condorcet*

La règle du Condorcet tend à étendre la règle de majorité simple au cas  $|A| \geq 3$ .

#### 2.4.8.1. *Le principe de Condorcet*

Soit un domaine standard. On considère toutes les paires d'actions appartenant à  $A \times A$ . Pour chacune de ces paires, on applique la règle de majorité simple.

#### 2.4.8.2. *Principe de Condorcet*

On dira que l'action  $x$  est *vainqueur de Condorcet* si  $\forall y \in A$ , on a :  $p(x, y) \geq p(y, x)$ .

#### **Remarque :**

Le principe de Condorcet consiste donc à appliquer la règle de majorité simple à toutes les paires d'actions. Il existe cependant d'autres types de procédures où l'on procède par étapes c'est-à-dire qu'au lieu d'appliquer la règle de majorité simple à toutes les paires d'actions, on l'applique successivement à une séquence d'entre elles.

Par exemple pour un ensemble  $A$  de 3 actions, un ensemble  $N$  de 3 votants, considérons le profil  $p$  suivant :

$$p : \begin{cases} z & y & x \\ x & y & z \\ x & y & z \end{cases}$$

Pour commencer, comparons toutes les paires d'actions et appliquons le principe de Condorcet.

Comme  $p(x, z) = 2 > p(z, x) = 1$ ,  $p(x, y) = 2 > p(y, x) = 1$  et  $p(y, z) = 2 > p(z, y) = 1$ , on a :  $x \mathcal{W}_p z$ ,  $x \mathcal{W}_p y$  et  $y \mathcal{W}_p z$ . Ainsi il est clair que  $x$  est vainqueur de Condorcet.

A présent, si nous procédons par étapes, comparons d'abord  $x$  et  $y$ . Comme  $p(x, y) = 2 > p(y, x) = 1$ , c'est l'action  $x$  gagnante qui est confrontée à l'action  $z$  restante. Comme  $p(x, z) = 2 > p(z, x) = 1$ , c'est l'action  $x$  qui est gagnante pour cette procédure.

Nous pouvons trouver des résultats qui diffèrent de ceux donnés par la règle de Condorcet en particulier lorsque le vainqueur n'existe pas (Kelly, 1988).

### **2.5. Théorèmes d'Impossibilité**

#### 2.5.1. *Le dictateur*

Le votant  $j \in N$  est appelé *dictateur* si  $\forall$  profil  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ ,  
 $\forall x, y \in A$  tel que  $x \succ_j y$ , lorsque  $x P_j y$  alors  $x P y$ .

#### 2.5.2. *Le théorème d'impossibilité d'Arrow*

Le théorème d'Impossibilité d'Arrow (Arrow, 1951) établit l'impossibilité de construire une fonction de choix social sur base de préférences individuelles sans recourir aux comparaisons interpersonnelles (Igersheim, 2004).

Plus précisément Arrow fut le premier à énoncer un théorème qui établit qu'il est impossible qu'une fonction de choix social vérifie un certain nombre de propriétés sans qu'il existe un dictateur (Arrow, 1963).

### **Théorème**

Selon Arrow (1951), il n'existe aucune fonction de choix social  $\mathcal{C}$  telle que :

- a. son domaine soit standard ;
- b. elle satisfasse la condition forte de Pareto ;
- c. elle satisfasse la propriété d'indépendance des actions non-pertinentes ;
- d. elle admette une explication transitive ;
- e. qu'il n'existe aucun votant dictateur.

C'est un résultat étonnant car à première vue les conditions ne semblent pas en désaccord les unes des autres. De plus, on sait qu'il existe une quantité de fonctions de choix social différentes mais celles-ci ne peuvent remplir la liste ci-dessus des conditions.

#### **2.5.3. Le théorème d'Impossibilité de Sen**

Le célèbre paradoxe énoncé par Sen et illustré avec brio par l'exemple désormais classique de « *L'amant de lady Chatterley* » reflète le conflit entre les conditions posées sur la règle de choix collectif et qui, à priori, paraissent raisonnables. Cet exemple est illustré dans (Sen, 1970a) et (Sen, 1970b).

### **Théorème**

Selon Sen (1970a; 1970b), il n'existe aucune fonction de choix social  $\mathcal{C}$  telle que :

- son domaine soit universel ;
- elle satisfasse la condition faible de Pareto ;
- il n'existe au minimum deux dictateurs.

Ce qui est d'autant plus surprenant, c'est que la liste est relativement courte. Les conditions qui y figurent semblent désirables et incontournables pour établir une fonction de choix social qui soit démocratique (Sen, 1986).

Les théorèmes d'impossibilité signent pour certains auteurs la mort de l'économie normative. Plus tard, Sen va démontrer qu'ils étaient trop pessimistes. Il en fait une démonstration notamment dans son discours lors de la cérémonie de remise du prix Nobel d'économie qu'il a reçu en 1998 et qui fut publié une année plus tard sous le thème « *La possibilité du choix social* » (Sen, 1999).

Deux autres théorèmes d'impossibilité ont été énoncés par Gibbard (1974). Ce ne sont en fait que des extensions du théorème de Sen.

#### **2.5.4. Résultats de sen**

Nous exposons ici le paradoxe selon l'approche en termes de préférences collectives, comme Sen l'a initialement fait. On définit tout d'abord la condition "classique" du domaine non restreint, la condition U :

**Condition 2.5.4.1. (U) Domaine non restreint.** *Le domaine de  $f$  comprend tous les profils de préordres complets logiquement possibles.*

La condition de Pareto faible (identique au principe de Pareto utilisé par Arrow (1951)) doit maintenant être introduite :

**Condition 2.5.4.2. (P) Pareto faible.** Pour tout  $x, y \in A$ , si  $x P_i y$  pour tout  $i \in N$ , alors  $x P y$ .

En outre, Sen introduit le concept de droits individuels dans le formalisme décrit grâce à la notion d'individu "décisif". Un individu est dit "décisif" sur une paire d'états sociaux  $\{x, y\}$  si sa préférence individuelle est reflétée par la préférence sociale pour cette paire. Sen définit alors une condition de libéralisme qui s'inspire des théories de Mill (1859) et de Hayek (1960) faisant appel à la notion de sphère protégée ("protected sphere") d'un individu. Au sein de cette sphère personnelle, chacun est libre de choisir les états sociaux qu'il préfère (Igersheim, 2004):

**Condition 2.5.4.3. (L) Libéralisme.** Pour tout  $i \in N$ , il existe au moins deux états sociaux  $x$  et  $y$  dans  $A$  tels que si  $x P_i y$  (respectivement  $y P_i x$ ), alors  $x P y$  (respectivement  $y P x$ ).

La condition **L** signifie alors que chaque individu de la société doit être décisif "dans les deux sens" ("both ways") sur au moins une paire d'états sociaux. Sen propose même une condition plus faible :

**Condition 2.5.4.4. (L\*) Libéralisme minimal.** Il existe au minimum deux individus décisifs dans les deux sens sur au moins une paire distincte d'états sociaux chacun.

Le paradoxe repose alors sur l'incompatibilité de ces conditions : la condition du domaine non restreint, le principe de Pareto faible et la condition de libéralisme minimal (à fortiori la condition de libéralisme).

En outre, on exige le minimum de la règle de choix collectif : elle doit seulement aboutir à une fonction de choix  $C(A, p)$ , c'est-à-dire être une fonction de choix social.

**Théorème 2.1. (Sen, 1970a, 1970b).** Il n'existe pas de fonction de choix social satisfaisant aux conditions **U**, **P** et **L\***.

**Preuve :** Voir (Sen, 1970b), pp. 87-88.

Nous pouvons en déduire aisément un second théorème, corollaire du premier :

**Théorème 2.2. (Sen, 1970a, 1970b).** Il n'existe pas de fonction de choix social satisfaisant aux conditions **U**, **P** et **L**.

Dès lors, il est bien sûr possible de renforcer les conditions conduisant au paradoxe libéral-parétien : celui-ci sera naturellement conservé sous des contraintes plus exigeantes.

Nous pouvons, par exemple, employer la condition de Pareto fort :

**Condition 2.5.4.5 (P\*) Pareto fort.** Pour tout  $x, y \in A$ ,  $[\forall i : x R_i y \Rightarrow \exists i : x P_i y \Rightarrow x P y]$  et  $[\forall i : x I_i y \Rightarrow x I y]$ .

La proposition suivante peut ainsi être formulée :

**Proposition 2.5.1.** Il n'existe pas de fonction de choix social satisfaisant aux conditions **U**, **P\*** et **L**.

**Preuve :** Evidente puisque  $P^* \Rightarrow P$ .

Illustrons maintenant le paradoxe libéral-parétien par son célèbre exemple : à la fois limpide et extrêmement provoquant, celui-ci n'est sans doute pas étranger au succès qu'a rencontré le théorème de Sen.

**Exemple 2.5.1.** *Fort troublant, l'exemple donné par Sen pour illustrer son théorème a suscité de nombreuses réactions et critiques. "Lire ou ne pas lire « L'amant de Lady Chatterley »" : grâce à deux personnages, 1 et 2, et un livre L'amant de Lady Chatterley, Sen a su introduire en quelques lignes la question des droits et libertés individuels en théorie du choix social. Ainsi, le choix social doit se faire entre trois états sociaux : l'individu 1 lisant ce livre (a), l'individu 2 le lisant (b) ou personne ne le lisant (c). Nous avons donc :  $A = \{a, b, c\}$ .*

*1, personnage prude, préfère (c) à (a) et (a) à (b), 2 étant par trop influençable.*

*2, le lascif, aimerait par contre que 1 lise le livre afin qu'il soit choqué. Ainsi, il préfère (a) à (b) et (b) à (c). Par la condition U, il est possible d'avoir  $c P_1 a$  et  $a P_1 b$  pour les préférences de 1,  $a P_2 b$  et  $b P_2 c$  pour les préférences de 2. De plus, le choix de lire le livre ou pas peut être considéré comme un choix personnel, donc il est vraisemblable de supposer que l'individu 1 est décisif dans les deux sens sur la paire d'états sociaux  $\{c, a\}$ , tandis que l'individu 2 est décisif dans les deux sens sur  $\{b, c\}$ . Par la condition  $L^*$  (confondue dans ce cas avec la condition  $L$  puisque deux individus seulement composent la société), on obtient alors  $c P a$  et  $b P c$ . En outre, la condition  $P$  aboutit à  $a P b$ . Finalement, la relation de préférences sociales s'envisage de la manière suivante :  $c P a, a P b$  et  $b P c$ . Il s'agit donc d'un cycle de préférences collectives : la composante asymétrique de  $\mathcal{R}, P$ , n'est même pas acyclique, le choix social est impossible.*

Ainsi, le paradoxe libéral-parétien établit une incompatibilité entre trois conditions imposées à la règle de choix collectif qui doit être au moins une fonction de choix social. Le résultat est d'autant plus perturbant qu'il fait appel à une définition dite minimale de la liberté individuelle et à une version faible du principe de Pareto. Or, l'une et l'autre de ces valeurs sont valorisées par les économistes. Bien que suscitée par un exemple qui peut nous sembler à présent quelque peu anachronique, la littérature issue du paradoxe libéral-parétien n'en est pas moins fort abondante, démontrant que les théoriciens de la discipline ne se sont pas trompés sur la portée du résultat. Quelques aspects de cette littérature vont à présent être envisagés.

#### 2.5.5. Propriétés souhaitées pour une fonction de choix social

Etant donné l'impossibilité de réunir certaines propriétés démocratiques sans qu'il y ait d'électeur décisif (dictateur), il est souhaitable de prendre pour une démocratie les trois conditions ci-après :

- l'homogénéité ;
- la monotonie positive ;
- la condition faible de Pareto.

## 2.6. Les problèmes généraux des scrutins

L'étude des modes de scrutin remonte à l'Antiquité grecque, au début des réflexions de nature politique. Ainsi Farquharson (1969) cite une correspondance de Pline le Jeune pour illustrer une situation de vote où s'affrontent trois options. Pline a une intuition particulièrement fine des problèmes que peuvent poser ce vote et pressent déjà que la façon dont le vote est organisé peut en déterminer l'issue. Il faut cependant attendre le XVIII<sup>e</sup> siècle pour que les modes de scrutin soient analysés formellement grâce aux outils mathématiques qui se sont développés entre temps. S'illustrent alors deux Français, le Marquis de Condorcet et Jean-Charles de Borda. Tous deux critiquent les effets pervers du scrutin majoritaire, dit scrutin à la pluralité, en ce qu'il ne permet pas toujours d'obtenir un résultat simple.

L'étude formalisée des modes de scrutin démarre véritablement après la Seconde Guerre mondiale, quand des économistes comme Arrow (1951) appliquent des outils mathématiques et économiques pour étudier les sciences politiques; ils étudient notamment les axiomes devant régir les modes de scrutin. Ces axiomes constituent des propriétés, souvent mathématisées, concernant les modes de scrutin. Ils reflètent une conception démocratique de la participation politique. Un gouvernement démocratique, au sens moderne du terme, s'oppose à un gouvernement autoritaire en ce qu'il laisse le pouvoir au peuple et n'agit qu'en son nom. Il reconnaît en cela la valeur de l'individu et sa capacité à prendre des décisions sur les sujets qui touchent la société. Le scrutin permet de recueillir les différents avis en vue d'une prise de décision; il s'agit le plus souvent de pourvoir un poste de responsabilité politique. Le scrutin doit vérifier certaines conditions. L'une d'elles est, par exemple, que le scrutin ne soit pas imposé, c'est-à-dire que son résultat dépende, si possible de manière égale, des préférences de chacun. Ou qu'un individu seul ne puisse décider pour toute la communauté. Ce principe est entériné dans la Déclaration universelle des droits de l'Homme adoptée par l'ONU en 1948:

### Article 21

1. Toute personne a le droit de prendre part à la direction des affaires publiques de son pays, soit directement, soit par l'intermédiaire de représentants librement choisis.
2. Toute personne a droit à accéder, dans des conditions d'égalité, aux fonctions publiques de son pays.
3. La volonté du peuple est le fondement de l'autorité des pouvoirs publics; cette volonté doit s'exprimer par des élections honnêtes qui doivent avoir lieu périodiquement, au suffrage universel égal et au vote secret ou suivant une procédure équivalente assurant la liberté du vote.

Même la constitution de la République démocratique du Congo telle que modifiée par la Loi n° 11/002 du 20 janvier 2011 portant révision de certains articles de la Constitution de la République Démocratique du Congo du 18 février 2006 approuve ces dispositions notamment dans son préambule :

« ... Réaffirmant notre adhésion et notre attachement à la Déclaration Universelle des Droits de l'Homme, à la Charte Africaine des Droits de l'Homme et des Peuples, aux Conventions des Nations Unies sur les Droits de l'Enfant et sur les Droits de la Femme, particulièrement à

Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.

*l'objectif de la parité de représentation homme-femme au sein des institutions du pays ainsi qu'aux instruments internationaux relatifs à la protection et à la promotion des droits humains... »* (Journal Officiel, 2011).

Elle l'exprime encore dans son article 5 :

#### **Article 5 :**

*La souveraineté nationale appartient au peuple. Tout pouvoir émane du peuple qui l'exerce directement par voie de référendum ou d'élections et indirectement par ses représentants.*

*Aucune fraction du peuple ni aucun individu ne peut s'en attribuer l'exercice.*

*La loi fixe les conditions d'organisation des élections et du référendum.*

*Le suffrage est universel, égal et secret. Il est direct ou indirect.*

*Sans préjudice des dispositions des articles 72, 102 et 106 de la présente Constitution, sont électeurs et éligibles, dans les conditions déterminées par la loi, tous les Congolais de deux sexes, âgés de dix-huit ans révolus et jouissant de leurs droits civils et politiques.*

(Journal Officiel, 2011).

Hélas, les théorèmes d'impossibilité de Sen et Arrow montrent qu'aucun mode de scrutin ne peut simultanément vérifier certaines propriétés; au lieu d'avoir découragé l'aspiration démocratique des élections, ce paradoxe a au contraire stimulé une importante littérature d'études des modes de scrutin. Après le résultat d'Arrow, il convient de souligner l'importance du théorème de Gibbard et Satterthwaite. Selon ce théorème, dont la portée universelle est là encore très déconcertante, aucune procédure ne peut exclure le vote stratégique, c'est-à-dire la possibilité que les électeurs ne révèlent pas leurs préférences réelles mais des préférences qui leur permettent d'obtenir un meilleur résultat.

Ces deux grands résultats généraux peuvent déjà nous éclairer sur les problèmes que peuvent rencontrer les différents types de scrutins et notamment les scrutins français appliqués en 2006 en République Démocratique du Congo pour les présidentielles.

Certains considèrent que le vote est un simple processus, une sorte de machine que l'on alimente avec les préférences de chacun et d'où sort une préférence collective avec l'assurance d'y trouver l'expression d'une volonté générale. Comme l'ont montré les travaux de Condorcet et Borda au XVIII<sup>e</sup> siècle, il n'en est rien.

Le vote n'est ni simple ni parfait. C'est dans ce sens que s'inscrit le résultat de Kenneth J. Arrow. En 1951, Arrow montre qu'aucun mode de scrutin ne peut vérifier simultanément cinq propriétés, dont chacune est pourtant souhaitable dans un système politique dit « démocratique ». Dans la seconde édition (1963), Arrow ramène ce nombre de propositions à quatre. Elles restent incompatibles mais permettent d'englober plus de cas, ce qui confère au théorème une portée plus générale encore. C'est cette formulation que nous avons utilisée car elle semble préférable à la formulation originale, de l'avis même de Arrow dans ses *Notes on*

*the theory of social choice*. Ce nouveau système de conditions ne peut toujours pas être vérifié par un même mode de scrutin, même s'il relâche certaines hypothèses. Le théorème d'Arrow n'en est que plus déconcertant.

Ces conditions sont expressément approuvées et inscrites tant dans la Déclaration universelle des droits de l'Homme que dans notre Constitution en République Démocratique du Congo :

**Condition 1 (Universalité).** *Tous les profils de préférence sont acceptables.*

Si l'on considère une préférence comme une permutation des  $n$  des candidats (il s'agit de classer tous les candidats dans son ordre de préférence, par exemple  $b > c > a$ ), alors la condition d'universalité stipule que toutes les permutations sont autorisées. Ainsi, un mode de scrutin vérifiant cette propriété n'interdit l'expression d'aucune opinion. Dans une société dite démocratique, les grandes options de l'État sont dictées par l'avis des citoyens. Cette vision advient avec les Lumières au XVIIIe siècle et s'affirme dans la Déclaration des Droits de l'Homme et du Citoyen de 1789; elle se retrouve dans les articles 18 et 19 de la Déclaration universelle des droits de l'Homme :

#### **Article 18**

Toute personne a droit à la liberté d'opinion, de conscience et de religion; ce droit implique la liberté de changer de religion ou de conviction ainsi que la liberté de manifester sa religion ou sa conviction seule ou en commun, tant en public qu'en privé, par l'enseignement, les pratiques, le culte et l'accomplissement des rites.

#### **Article 19**

Tout individu a droit à la liberté d'opinion et d'expression, ce qui implique le droit de ne pas être inquiété pour ses opinions et celui de chercher, de recevoir et de répandre, sans considérations de frontières, les informations et les idées par quelque moyen d'expression que ce soit.

La constitution de la République Démocratique du Congo entérine ce principe dans ses articles 6, 7, 12, 13, 14, 22, 23 et 61 (Journal Officiel, 2011).

Dans cet esprit, et pour que l'on puisse considérer qu'un scrutin est « juste », aucune opinion ne doit être à priori interdite. Cela permettrait sinon la censure de certaines opinions, à la discrétion du gouvernement. Un gouvernement contesté pourrait alors empêcher l'expression de courants politiques qui le désapprouvent. Or dans une société démocratique, le pouvoir doit rester sous le contrôle du peuple. On ne saurait donc concevoir de société démocratique sans la possibilité pour le peuple de ne pas reconduire ses dirigeants, par le biais du vote. Il est donc indispensable d'autoriser l'expression de toutes les opinions sur des sujets politiques, notamment celles qui désapprouvent le gouvernement en place. Par ailleurs, ce principe d'universalité permet d'éviter le problème philosophique de savoir quelles limites fixer quand il s'agirait de déterminer les opinions acceptables.

**Condition 2 (Unanimité ou Pareto-optimalité).** Si tous les électeurs préfèrent  $x$  à  $y$  alors la préférence collective doit préférer  $x$  à  $y$ .

$$[\forall i, x \succ_i y] \Rightarrow [x \succ y]$$

(où  $\succ_i$  désigne la préférence de l'électeur  $i$  et  $\succ$  la préférence collective).

Cette condition paraît évidente. On ne comprendrait pas pour quelle raison un candidat, préféré à un autre par chacun des électeurs, ne verrait pas cet avantage reflété dans la préférence collective.

L'article 216 de la constitution de la République Démocratique du Congo stipule :

### **Article 216**

Si la Cour constitutionnelle consultée par le Président de la République, par le Premier ministre, le Président de l'Assemblée nationale ou le Président du Sénat, par un dixième des députés ou un dixième des sénateurs, déclare qu'un traité ou accord international comporte une clause contraire à la Constitution, la ratification ou l'approbation ne peut intervenir qu'après la révision de la Constitution.

Il est clair que si tous les députés ou sénateurs déclarent unanimement qu'une clause est contraire à la constitution, c'est leur opinion qui l'emporte.

D'autre part, la même constitution stipule dans son article 218 :

**Article 218** (modifié par l'article 1er de la Loi n° 11/002 du 20 janvier 2011 portant révision de certains articles de la Constitution de la République Démocratique du Congo)

L'initiative de la révision constitutionnelle appartient concurremment :

1. au Président de la République;
2. au Gouvernement après délibération en Conseil des ministres;
3. à chacune des Chambres du Parlement à l'initiative de la moitié de ses membres ;
4. à une fraction du peuple congolais, en l'occurrence 100.000 personnes, s'exprimant par une pétition adressée à l'une des deux Chambres.

Chacune de ces initiatives est soumise à l'Assemblée nationale et au Sénat qui décident, à la majorité absolue de chaque Chambre, du bien-fondé du projet, de la proposition ou de la pétition de révision.

La révision n'est définitive que si le projet, la proposition ou la pétition est approuvée par référendum sur convocation du Président de la République.

Toutefois, le projet, la proposition ou la pétition n'est pas soumis au référendum lorsque l'Assemblée nationale et le Sénat réunis en Congrès l'approuvent à la majorité des trois cinquièmes des membres les composant.

Il est évident que cet article consacre l'unanimité car si la révision est approuvée par la majorité absolue de membres de l'Assemblée nationale ou du sénat (>50%), elle le serait si la totalité l'avait approuvée. Il en est de même pour le référendum populaire.

**Condition 3 (Non-dictature).** *Il n'existe pas de dictateur.*

Autrement dit, il n'existe pas d'individu pour dicter ses choix à l'ensemble de la société. Il paraît évident que l'on ne peut admettre de dictateur si on veut que l'avis de chacun puisse infléchir la décision finale (ce qui ne signifie pas que chacun puisse à lui seul faire changer la décision finale). Cela remettrait en question la valeur intrinsèque de chaque individu et instaurerait une discrimination entre les individus qui, pour des raisons plus simples encore qu'avec la discrimination des opinions, est inacceptable dans une société démocratique. L'article 7 précité de la constitution de la république Démocratique du Congo consacre la non-existence d'un dictateur.

Définie comme telle, la notion de dictature doit cependant être considérée avec prudence. Un mode de scrutin dans lequel le bulletin de vote d'un électeur est tiré au hasard pour déterminer seul le résultat, est bel et bien dictatorial dans le sens de la condition 3 du théorème d'Arrow. Un candidat a d'autant plus de chance d'être choisi qu'il est représenté dans le choix des électeurs. Un tel mode de scrutin, pratiquement difficile, pose un problème de légitimité du hasard, et ce problème est d'autant plus prégnant que le mandat pour lequel a lieu l'élection est long. Si un candidat très marginal venait à être élu pour un long mandat, cela reviendrait à frustrer toute la population ou presque pendant plusieurs années. Cela ne viole pas la condition d'unanimité à proprement parler mais si on l'élargissait en tenant qu'il ne faut pas frustrer une très grande partie de la population (cette taille étant du reste problématique à définir), un tel mode de scrutin serait rejeté. Certes la probabilité d'un tel événement est faible mais ses conséquences seraient énormes; un tel système inciterait, du reste, une multitude de candidats à «tenter leur chance». Ce système en apparence juste ne doit pas être utilisé.

**Condition 4 (Indépendance des états non-pertinents, IENP).** *Soient  $(\succ_i)_{i=1,\dots,n}$  et  $(\succ'_i)_{i=1,\dots,n}$  deux ensembles de préférences individuelles et  $(\succ)$  et  $(\succ')$  les préférences collectives correspondantes.*

$$\forall i, x, y [x \succ_i y \Leftrightarrow x \succ'_i y] \Rightarrow [x \succ y \Leftrightarrow x \succ' y]$$

Traduisons : supposons que certains électeurs changent leurs préférences, à l'occasion d'une campagne électorale par exemple. On passe alors d'un profil de préférences  $(\succ_i)_{i=1,\dots,n}$  à un profil  $(\succ'_i)_{i=1,\dots,n}$ . Supposons de plus que ce changement n'affecte les préférences d'aucun électeur entre les candidats  $x$  et  $y$  : si l'électeur  $i$  préférerait le candidat  $x$  à  $y$  auparavant, il en est de même après le changement (ce qui s'écrit  $x \succ_i y \Leftrightarrow x \succ'_i y$ ). Dans ce cas, on souhaite que l'ordre entre  $x$  et  $y$  dans la préférence collective reste inchangé : si le candidat  $x$  était collectivement préféré à  $y$ , il serait en effet logique - comme le changement de chaque préférence individuelle n'affecte pas l'ordre entre les deux candidats — que cela reste le cas ( $x \succ y \Leftrightarrow x \succ' y$ ).

De manière simplificatrice, on souhaite que la préférence collective entre  $x$  et  $y$  dépende uniquement des préférences individuelles entre  $x$  et  $y$ . Imaginons que ce ne soit pas le cas. Prenons un exemple pour illustrer la bizarrerie à laquelle cela peut aboutir.  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  sont candidats à une élection; tous les électeurs préfèrent  $X$  à  $Y$  car ses promesses électorales sont plus attrayantes. Dans ce cas, l'évidence de la condition 2 nous promet que  $X$  sera collectivement préférée à  $Y$ . Supposons maintenant que  $Z$  fasse un discours qui lui assure une plus grande popularité, mais sans que cela n'affecte le classement entre  $X$  et  $Y$  de chaque électeur. On ne voit pas alors pourquoi, après le discours de  $Z$ ,  $X$  ne serait plus préféré collectivement à  $Y$ .

## 2.7. Manipulabilité et vote stratégique

Le théorème de Arrow a stimulé une importante littérature tant il semble puissant. Ce dynamisme a notamment conduit deux chercheurs, Gibbard et Satterthwaite, à prouver — indépendamment — un autre théorème d'impossibilité tout aussi saisissant à partir du travail d'Arrow. Leur résultat, que l'on désigne comme le théorème de Gibbard-Satterthwaite, prouve qu'aucun mode de scrutin ne peut garantir que des électeurs ne mentent pas sur leurs préférences, nous le verrons à la suite, ce théorème n'épargne aucun mode de scrutin : même le vote majoritaire à deux tours cher à la France n'y échappe pas.

### 2.7.1. Théorème de Gibbard-Satterthwaite

Pour illustrer l'idée de manipulabilité, prenons un exemple canonique. Imaginons un scrutin à la pluralité (le candidat recueillant le plus de voix l'emporte) opposant trois candidats  $a, b$  etc; supposons que les électeurs soient répartis en trois groupes représentant respectivement 46%, 44% et 10% de la population. Leurs préférences sont données dans le tableau n°1 et nous prendrons l'habitude de représenter ainsi les préférences d'une population (le profil de préférence). Le tableau se lit verticalement : la première colonne signifie que 46% des électeurs préfèrent  $a$  à  $b$  et  $b$  à  $c$ , ce qui en supposant la propriété naturelle de transitivité revient à dire qu'ils préfèrent  $a$  à  $c$  et classent donc les candidats dans l'ordre  $a b c$ . Supposons que tous les électeurs votent sincèrement, c'est-à-dire pour leur candidat préféré. Ainsi 46% votent pour  $a$ , 44% pour  $b$  et 10% pour  $c$ . Dans le cadre d'un scrutin à la pluralité, on voit aisément que  $a$  est le candidat élu, avec 46% des voix.

Mais si les électeurs connaissent les préférences des autres, alors ils peuvent anticiper ce résultat. Ainsi la troisième frange de la population, qui avait voté pour  $c$ , peut savoir que c'est  $a$  qui va être élu, le candidat qu'elle aime le moins. Si ces 10% d'électeurs décident de voter  $b$  au lieu de  $c$ , ils font élire  $b$  (avec 54% des voix) au lieu de  $a$ . Ils ont donc décidé de ne pas «gâcher» leur vote pour le candidat  $c$ , qui ne sera de toute façon pas élu, et obtiennent ainsi un meilleur résultat que s'ils avaient voté sincèrement puisqu'ils préfèrent  $b$  à  $a$ .

**Tableau n°1. Un exemple de manipulabilité.** Le tableau se lit verticalement. Par exemple 44 % de la population préfèrent  $b$  à  $a$  et  $a$  à  $c$ .

46%	44%	10%
a	b	c
b	a	b
c	c	a

Suivant cet exemple, on dit que le vote à la pluralité est manipulable. D'où la définition formalisée:

**Définition 2.7.1. (Manipulabilité).** Soit  $X$  l'ensemble des candidats. Soit  $\mathcal{B}(X)$  l'ensemble des préférences sur  $X$  (c'est-à-dire l'ensemble des classements possibles des candidats de  $X$ ). Soit  $\succsim_i$  la préférence sur  $X$  de l'individu  $i$ . Soit  $\mathcal{R}$  un profil de préférence de la population entière et  $\mathcal{R}_{-i}$  le profil de préférence de la population sans l'individu  $i$ . On dit que l'individu  $i$  peut manipuler la fonction de choix social  $f$  si:

$$\exists(\succsim'_i) \in \mathcal{B}(X): f(\succsim'_i \cup \mathcal{R}_{-i}) \succ_i f(\mathcal{R})$$

Ainsi une fonction de choix social est manipulable quand il existe un individu pour lequel, sous un certain profil de préférences, le résultat est strictement meilleur quand celui-ci annonce une préférence  $\succsim'_i$  différente de sa préférence véritable  $\succsim_i$ . Comme l'on suppose que les électeurs sont rationnels, cela revient à dire qu'un tel électeur anticipe le résultat de l'élection selon qu'il vote sincèrement ou stratégiquement<sup>2</sup>, et qu'il prévoit que le résultat de son vote stratégique sera meilleur, toutes choses égales par ailleurs. Farquharson (1969) le décrit comme l'élimination des stratégies de vote dominées, c'est-à-dire des façons de voter qui ne donnent pas le meilleur résultat. L'électeur n'est alors pas incité à révéler sa véritable préférence. Notons qu'en aucun cas le fait de mentir sur ses préférences ne peut permettre à des électeurs d'obtenir leur premier choix; ils doivent toujours se contenter d'un second-best.

Inversement, on dit qu'une fonction de choix social est non-manipulable lorsque, quel que soit le profil de préférence de la société, aucun individu n'a intérêt à manipuler, c'est-à-dire à voter autrement que selon sa préférence véritable. Le vote stratégique et le vote sincère coïncident, et ce pour tout électeur.

**Théorème de Gibbard-Satterthwaite (1973-1975).** S'il y a au moins trois candidats, toute fonction de choix social universelle, surjective et non-manipulable est dictatoriale.

En fait l'universalité, la non-manipulabilité et la non-dictature sont ici des conditions incompatibles. Comme il est inadmissible d'avoir un mode de scrutin dictatorial dans une démocratie, ce théorème signifie donc que pour une élection entre trois candidats ou plus, il est possible que des électeurs ne révèlent pas leurs véritables préférences<sup>3</sup>. Qu'à cela ne tienne, on

<sup>2</sup>On appelle vote stratégique le vote d'un électeur qui tient compte des préférences des autres électeurs dans sa manière de voter.

<sup>3</sup>Cela signifie simplement que pour tout candidat, il existe un profil de préférence tel que la fonction de choix social déclare ce candidat vainqueur. Ceci ne réduit pas beaucoup les fonctions concernées par le théorème puisqu'il suffit d'envisager celles qui, lorsque toute la population préfère le même candidat, donne ce candidat vainqueur.

pourrait peut-être imaginer une procédure de vote qui permette de reconstituer, à partir des avis émis, la véritable préférence des électeurs. Impossible d'après le principe de révélation de Gibbard<sup>4</sup> : s'il existait une telle règle « indirecte » de vote, alors il existerait une règle de vote non-manipulable, ce qui est contredit par le théorème. Il faut donc renoncer, sauf en changeant les hypothèses, à obtenir à coup sûr les véritables préférences des électeurs. Plus exactement, si une élection oppose plus de deux candidats, on ne peut être certain que les préférences exprimées par les électeurs soient sincères. Comment dès lors pouvoir en tirer une quelconque leçon pour les décisions à prendre?

### 2.7.2. *Le sens du vote pour l'électeur*

D'une manière générale, le but d'une élection est de recueillir l'avis d'une population et de s'en servir pour prendre une décision qui concerne cette population. Le fait même d'organiser une élection implique la reconnaissance d'une certaine légitimité de la population à donner son avis. Le théorème d'Arrow nous montre que le passage des avis de chaque individu à l'avis d'une population était problématique et remettait en cause le concept même de volonté générale. Nous venons désormais de voir que le biais peut également concerner les avis de chaque individu s'ils sont émis.

Appelons « réussite » le fait que le vote stratégique aboutisse à un résultat différent du vote sincère. Il est difficile de dire si la réussite d'un vote stratégique donnera un résultat « meilleur » ou « pire » que le vote sincère. Si l'on reprend l'exemple donné dans le tableau n°1, on constate que le vote stratégique a permis aux 10% préférant le candidat *c* et aux 44% préférant le candidat *b* de s'en sortir avec un meilleur résultat. Mais cela a également frustré 46% de la population, puisque *a* aurait été élu si tout le monde avait voté sincèrement. On aurait donc tendance à dire que dans l'ensemble, la manipulation du scrutin a été bénéfique. Ce serait conclure trop vite. Comment en effet mesurer le gain ou la perte de bien-être dans les deux cas? Peut-on affirmer qu'obtenir son premier choix plutôt que son second apporte exactement le même bénéfice qu'obtenir son troisième choix à la place de son deuxième choix? Il est très difficile, voire impossible, d'obtenir une intensité des préférences. Car il n'est pas évident d'obtenir une information quantifiée sur les préférences d'un individu. Imaginons même que l'on demande à un individu de répartir 100 points entre quatre candidats, qui reçoivent respectivement 45, 35, 15 et 5 points. Cela ne prouve aucunement que l'individu préfère le premier candidat trois fois plus que le troisième (si tant est que cela ait un sens de préférer « trois fois plus »). Pour en revenir à notre exemple, il nous est donc impossible de dire précisément si le vote stratégique se révèle bénéfique ou non pour une population entière. (C'est justement le cœur du débat autour du vote que de déterminer ce qui est le mieux pour une population!).

Dès lors, est-il dommageable qu'un mode de scrutin soit manipulable? Rappelons d'abord que la manipulabilité d'un mode de scrutin n'implique pas nécessairement que certains électeurs voteront stratégiquement. C'est une possibilité qui dépend des préférences de l'ensemble de l'électorat. Par exemple, le scrutin à la pluralité est manipulable, comme nous

---

<sup>4</sup>Gärdenfors (1976) prouve également que toute fonction de choix social anonyme, neutre et satisfaisant le critère de Condorcet est manipulable. Ceci ne concerne pas le vote uninominal à deux tours, qui ne vérifie pas le critère de Condorcet.

l'avons montré plus haut; mais si chaque électeur considère le candidat *a* comme son préféré, alors aucun électeur n'a intérêt à voter différemment de sa préférence sincère.

Cela étant dit, si l'on considère que le rôle d'un vote est avant toute chose de recueillir les avis de la population, alors la manipulabilité d'un mode de scrutin est fâcheuse, car elle conduit à une prise de décision à partir d'informations faussées.

Il nous est en effet impossible, à partir du simple résultat d'une élection de savoir dans quelle mesure le vote a été stratégique. Il semble pourtant légitime de pouvoir s'assurer que tous les électeurs ont la même opportunité d'exprimer leur réelle préférence. D'autant que la manipulabilité fait appel à la réflexion stratégique de chacun, et face à laquelle nous ne sommes pas tous de compétence égale. Ainsi l'a fait en son temps remarquer Charles Dodgson (alias Lewis Carroll) en considérant que le vote stratégique faisait de l'élection « *more as a game of skill than a real test of the wishes of the electors* »<sup>5</sup>. Il faudrait alors une véritable éducation civique:

« *As my own opinion is that it is better for elections to be decided according to the wish of the majority than of those who happen to have most skill in the game, I think it desirable that all should know the rule by which this game may be won.* »<sup>6</sup> (C.Dodgson)

Mais il n'est sans doute pas aisé d'éduquer tout le monde aux considérations stratégiques du vote, même si le « vote utile » est souvent perçu de manière spontanée. Tâchons ici d'y faire attention et n'oublions pas que l'électeur réel n'est pas seulement un maximisateur de bien-être. Le fait ou non de voter stratégiquement suppose de connaître les préférences de tous les électeurs; cela suppose aussi que chaque électeur est rationnel et ne cherche qu'à faire élire le meilleur candidat à ses yeux. Mais le vote peut être aussi considéré comme une communication entre un électeur et son gouvernement. Surtout dans un grand pays, l'électeur, dont la voix a marginalement peu de poids, peut choisir de sacrifier son Pouvoir électoral et d'utiliser son vote comme message. Il indique alors sa véritable préférence — ou pire encore : vote pour un parti qui n'est ni son préféré, ni celui correspondant à un vote stratégique. Ce qu'on appelle parfois « *vote contestataire* » est une façon de communiquer son mécontentement. Au lieu de favoriser l'avènement d'un candidat qui a des chances de réussir, l'électeur peut délibérément voter pour un candidat se positionnant en contestataire du gouvernement en place ou des grands candidats, même si ce candidat n'est pas son favori<sup>7</sup>.

Pour qu'un électeur puisse voter stratégiquement, on a jusqu'ici supposé qu'il avait une information parfaite : il connaît exactement les préférences de tous les électeurs, et peut alors anticiper le résultat d'un vote sincère général. L'hypothèse est bien sûr irréaliste dans un pays de 32 millions d'électeurs comme la République Démocratique du Congo. De ce fait, certains

---

<sup>5</sup> Trad. Fr. : « *Plus un jeu d'habileté qu'un vrai test des préférences des électeurs* »

<sup>6</sup> Trad. Fr. : « *Ainsi mon opinion est qu'il est préférable que les élections soient décidées en fonction des préférences de la majorité que de celles qui ont le plus d'habileté à manipuler le jeu, je pense qu'il vaut mieux que tous connaissent la règle par laquelle le jeu peut être gagné.* »

<sup>7</sup>C'est ainsi que pourrait s'expliquer le score du candidat Président de la République Oscar Kashala aux élections présidentielles de 2006 en RDC. En 2011, ce comportement a été observé principalement chez les électeurs du candidat Vital Kamerhe qui a récolté plus d'un million de voix, un score de loin meilleur que celui de Kashala en 2006.

ont pu critiquer la réalité du vote stratégique au niveau d'un pays, du fait justement de la variété des préférences et la difficulté de les quantifier. Dans cette situation, il est difficile pour un électeur de savoir si son vote sera *pivotal*, c'est-à-dire déterminant ou non.

Néanmoins, l'électeur peut avoir une information partielle (un signal) sur l'état des préférences. Il peut connaître approximativement l'état des préférences en s'appuyant sur des sondages et des habitudes politiques. D'où le rôle crucial que jouent les sondages dans le cas spécifique du scrutin majoritaire.

## 2.8. Considérations sur les préférences des électeurs

### 2.8.1. Complétude et transitivité

Depuis Arrow (1951), la plupart des théories dans le domaine du choix social reposent sur deux axiomes quant aux préférences des électeurs concernant un ensemble de candidats. Ces axiomes sont nécessaires si l'on veut utiliser des préférences ordinales (qui s'appuient sur un ordre relatif des alternatives). Au contraire, les préférences cardinales consistent à affecter à chaque résultat possible de l'élection une utilité (Von Neumann et Morgenstern, 1953) ; cette utilité sert ensuite à chaque électeur pour comparer les différentes alternatives. En l'absence de référence externe comme celle-ci dans le cas de préférences ordinales, les deux axiomes suivants assurent à la préférence ( $\succsim_i$ ) une cohérence logique semblable à la comparaison de chiffres réels.

**Axiome I (Complétude).** Pour tous candidats  $x$  et  $y$  différents de l'ensemble des candidats  $X$  et pour tout individu  $i$ :

$$x \succsim_i y \text{ ou } y \succsim_i x$$

*Les deux cas pouvant être simultanément réalisés (indifférence).*

On suppose donc qu'un électeur est capable de comparer deux candidats, quels qu'ils soient. Ainsi l'électeur a toujours un avis, même si cet avis peut être l'indifférence. On peut ajouter à cet axiome la réflexivité en supprimant l'hypothèse  $x \neq y$  ; on obtient alors dans le cas  $x = y : \forall x \in X, x \succsim_i x$ .

**Axiome II (Transitivité).** Pour tous candidats  $x, y$  et  $z$  de l'ensemble  $X$  des candidats, et pour tout individu  $i$ :

$$[x \succsim_i y \text{ et } y \succsim_i z] \Rightarrow x \succsim_i z$$

Cet axiome ne paraît pas très contraignant. Il semble en effet normal qu'un individu qui préfère le café au thé et le thé au chocolat, préfère également le café au chocolat. On fait parfois référence à cet axiome sous le terme de cohérence.

On appelle *préordre total* une relation réflexive construite selon les axiomes I et II. Cette conception de la préférence individuelle est à la base de la théorie du choix social et les paradoxes que nous avons vus s'y appuient. On peut légitimement se demander si cette

conception est réaliste, surtout quand de nombreux candidats se présentent à une élection : ce fut par exemple le cas aux élections présidentielles de 2006, qui opposèrent trente-trois candidats! Dès lors il est peut-être exagéré de supposer que chaque électeur est capable de tous les ranger. Il a probablement une vision assez distincte de sa tête de préférence et une vision plutôt floue de sa queue de préférence. Est-ce vraiment un problème ? Tout dépend du système électoral considéré. Dans un scrutin uninominal, comme en RDC, l'électeur ne doit choisir qu'un seul candidat. Mais s'il désire voter stratégiquement, il faut en général qu'il connaisse au moins ses deuxième et troisième choix, pour y trouver un vainqueur potentiel. C'est une exigence limitée. En revanche, certains modes de scrutins nationaux exigent des électeurs qu'ils indiquent leur ordre complet de préférence des candidats; c'est le cas en Irlande et en Australie, deux pays qui utilisent le vote préférentiel (ou vote alternatif). Là encore le problème est moindre, puisque dans ces pays, le nombre de candidats est traditionnellement plus limité, du fait d'un nombre de partis assez faible. (C'est peut-être d'ailleurs une conséquence de ce mode de scrutin)(Rae, 1971).

Pour la préférence individuelle, l'exigence d'un préordre complet est nécessaire pour repérer les paradoxes. Dans la pratique du vote, peu de procédures exigent que l'électeur dévoile sa préférence complète.

### 2.8.2. *Universalité ou domaine restreint ?*

Les deux théorèmes d'impossibilité que nous avons vus jusqu'ici posaient tous deux comme axiome l'universalité de la fonction de choix social, c'est-à-dire le fait qu'elle accepte n'importe quelle préférence individuelle (répondant toujours aux axiomes I et II). Pour trouver une parade à l'implacable force de ces deux théorèmes, plusieurs théoriciens se sont intéressés à la condition d'universalité. Sans elle, les résultats d'impossibilité sont levés.

Nous avons déjà expliqué pourquoi il est normal, dans une société démocratique, de ne censurer à priori aucune préférence. Mais autoriser toutes les préférences ne signifie pas qu'elles existent effectivement. Toutefois, la RDC compte actuellement plus 32 millions d'électeurs. Quand par exemple onze candidats se présentent à une élection, comme aux présidentielles de 2011, il existe  $11! = 39916800$  préférences distinctes, c'est-à-dire de classements possibles des candidats. De manière peu scrupuleuse, on peut donc supposer qu'elles sont toutes représentées dans la population, puisque le nombre d'électeurs est à quelques milliers près au nombre de préférences. Mais quand le nombre de candidats est de 33 comme en 2006, le nombre de préférences possibles est alors d'environ  $8,6833176188 \times 10^{36}$ . Dès lors, l'argument statistique n'est plus valable.

En revanche, on peut se demander si toutes les préférences sont cohérentes d'un point de vue politique. Pour reprendre l'exemple des présidentielles de 2006, on peut se demander s'il existait des candidats ayant la préférence :

*Kakiese*  $\succ$  *Kabila*  $\succ$  *Kamerhe*  $\succ$  *Tshisekedi*  $\succ$  *Kashala*  $\succ$  *Andeka*  $\succ$  *Kengo*  
 $\succ$  *Mbusa*  $\succ$  *Bombole*  $\succ$  *Mobutu*  $\succ$  *Mukendi*

Les électeurs ont tendance au contraire à rapprocher dans leur préférence les candidats de tendance politique similaire. Partant de ce raisonnement, on a proposé une nouvelle hypothèse concernant les préférences des électeurs : l'unimodalité, qui s'inscrit dans le cadre spatial du vote. L'idée du vote spatial est de considérer les programmes/candidats électoraux dans un espace à plusieurs dimensions, chaque dimension représentant un aspect quantifiable du programme — par exemple, le taux d'imposition proposé, etc. Chaque électeur est caractérisé par un programme idéal, c'est-à-dire un point de l'espace multi-dimensionnel. De même pour chaque candidat. Pour un électeur donné, plus un candidat est près de son programme idéal, mieux il est classé dans ses préférences. On utilise donc une distance sur l'espace multi-dimensionnel pour comparer les différents candidats afin que chaque électeur puisse donner ses préférences.

L'hypothèse d'unimodalité s'inscrit dans ce cadre théorique en considérant un espace de dimension 1. En France par exemple, on utilise typiquement une représentation linéaire de la vie politique selon un axe gauche-droite. On considère que l'électeur a un idéal sous forme de point : il n'existe aucun point préféré à celui-ci, et plus on s'éloigne de ce point — dans un sens ou dans l'autre — plus le candidat descend dans les préférences de l'électeur.

Sur l'axe gauche-droite, notons  $a < b$  pour signifier que le candidat  $a$  se situe politiquement à gauche de  $b$ .

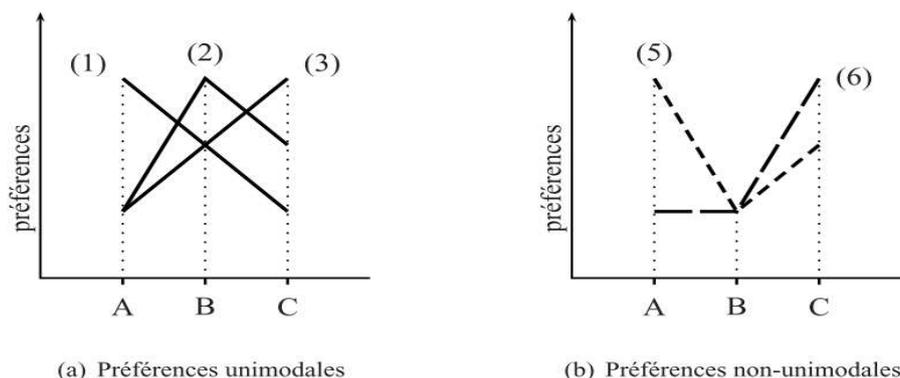
**Définition (Préférence unimodale).** On dit que la préférence de l'électeur  $i$  dont le point idéal est  $m_i^*$  est unimodale si, pour tout candidat  $x$  et  $y$  :

$$x < y \leq m_i^* \Rightarrow y \succ_i x$$

$$m_i^* \geq x > y \Rightarrow x \succ_i y$$

Ainsi, quand deux candidats sont à gauche du point idéal (le mode) de l'électeur, celui-ci préfère le moins éloigné. Et vice-versa à droite. Sur un plan politique, ceci permet d'obtenir une préférence politiquement cohérente et d'éviter le cas peu vraisemblable de notre exemple. En supprimant les préférences aberrantes, l'hypothèse de préférence unimodale est incompatible avec la condition d'universalité.

En effet, pour un ordre donné de candidat, il existe des préférences *interdites*.



**Figure n°1. Exemples de préférences unimodales et non-unimodales**

Sur la Figure n°1(a), les préférences (1), (2) et (3) montrent les préférences d'électeurs ayant respectivement leur mode en  $A$ ,  $B$  et  $C$ . La Figure n°1(b) montre les préférences (5) et (6) qui ne sont pas unimodales. Dans le cas de (5) par exemple, on a  $B < C$  et pourtant  $B > C$ . D'une manière générale, quand il y a  $n$  candidats, l'hypothèse d'unimodalité ne permet d'obtenir que  $1 + \frac{n(n-1)}{2}$  préférences distinctes au lieu de  $n!$ . Notons au passage que l'unimodalité va à l'encontre de l'axiome I de complétude des préférences individuelles. Si l'on s'en tient aux préférences ordinales (sans référence avec une mesure d'utilité), un électeur ne peut en effet comparer deux candidats qui seraient de part et d'autre de son point idéal.

L'intérêt de l'hypothèse d'unimodalité est qu'elle invalide les résultats d'Arrow et de Gibbard-Satterthwaite. Arrow (1951) lui-même indique que la restriction d'unimodalité sur les préférences des électeurs crée un domaine restreint sur lequel le théorème d'impossibilité ne s'applique plus. On peut en effet vérifier que le vote à la pluralité par exemple, remplit bien les conditions 2 à 4 du théorème et résulte, si l'on remplace l'universalité par l'unimodalité, en une préférence collective complète et transitive.

De même, le résultat fort du théorème de Gibbard-Satterthwaite s'obtient au prix de la lourde hypothèse d'universalité. Mais si l'on restreint le domaine des préférences aux préférences unimodales, le résultat d'impossibilité ne tient plus. Il existe alors des modes de scrutin non-manipulables et non-dictatoriaux. Moulin (1980) va même jusqu'à caractériser précisément de telles fonctions de choix social. De cette caractérisation, Barber à (2001) généralise l'existence de telles fonctions à un cadre multi-dimensionnel.

Le problème de l'unimodalité est qu'elle nécessite une référence collective exogène : un ordre fixe des candidats. Cela suppose donc que la société s'accorde sur une vision de la vie politique du pays.

Il n'est pas toujours évident de déterminer un ordre précis pour les candidats. En RDC, l'axe majorité-opposition n'est pas forcément pertinent. Certains candidats sont difficiles à placer sur un axe majorité-opposition.

Par ailleurs, les candidats sont difficiles à placer sur un axe quand ils sont proches politiquement, notamment quand ils sont originaires de la même formation : en France,

l'exemple de Chirac et Balladur en 1995 est remarquable de ce point de vue, tant il est difficile de les départager sur la dimension politique, du moins du point de vue idéologique. Un troisième obstacle s'ajoute à cela : convenir d'une disposition politique générale est d'autant moins aisé que les candidats utilisent stratégiquement l'ambiguïté dans la compétition électorale (Shepsle, 1972 & Page, 1976). Dans ce cadre, la restriction d'unimodalité, quoique théoriquement très intéressante, est difficilement applicable à la vie politique réelle. Les vérifications expérimentales sont rares.

D'autres restrictions sur les préférences ont été identifiées, qui garantissent une préférence collective transitive (Fishburn, 1973). Sen (1970b) propose par exemple la condition de valeur restreinte quand il y a trois candidats au vote par paires. Il suffit qu'un candidat n'occupe pas toutes les places (première, deuxième et troisième) dans les préférences des électeurs, pour garantir un résultat collectif non cyclique.

Plus sophistiqué, Igersheim (2003) a proposé un mécanisme (le MMP pour Mécanisme de Modification des Préférences) pour corriger les « *préférences individuelles jugées contestables par la société* ». Ce mécanisme très élégant corrige de manière ciblée les préférences des individus jugées indésirables; ceci n'est pas laissé à la discrétion d'un décideur mais suit une définition très précise (définition 2 de l'article d'Igersheim). Une fois ces préférences identifiées, elles sont corrigées de manière itérative jusqu'à ce que l'on puisse parvenir à un choix social. Le MMP est très élégant en ce qu'il permet de corriger certaines préférences qui ne sont pas en accord avec les valeurs de la société, tout en minimisant les changements nécessaires. Là encore, déterminer ce que signifie de ne pas être accord avec les valeurs de la société serait trop flou. Igersheim s'appuie sur un processus très précis. Tout cela permet finalement à l'individu de conserver une certaine suprématie sur son avis et donc de préserver sa liberté individuelle. En soi, le MMP n'est pas une réponse au paradoxe de Gibbard-Satterthwaite, mais au paradoxe de Gibbard sur les libertés individuelles (Gibbard, 1974).

Il serait intéressant d'étudier les implications de ce mécanisme sur les deux grands théorèmes que nous avons mentionnés. De manière intuitive, il semble que ces résultats paradoxaux, surtout celui d'Arrow, apparaissent d'autant plus que les préférences sont hétérogènes. La restriction d'unimodalité montre en effet qu'en réduisant le domaine des préférences, on peut les éviter. Le MMP a un avantage certain : il n'impose pas de structure qui interdit à priori certaines préférences — peu vraisemblables, certes, mais néanmoins existantes.

Nous avons étudié dans ce chapitre trois résultats très importants de la théorie du choix social : le théorème d'Arrow, le théorème de Sen et le théorème de Gibbard-Satterthwaite. Schématiquement, ils nous indiquent qu'aucun mode de scrutin n'est parfait. Leur portée universelle ne peut être invalidée qu'au prix d'une restriction des préférences et à condition que les électeurs soient unanimes sur la position respective des candidats dans l'espace politique.

Nous savons désormais que les modes de scrutin majoritaire (à un ou deux tours) ne seront donc pas exempts de reproches. L'objet du chapitre suivant est d'étudier les problèmes spécifiques que pose le scrutin majoritaire et notamment sa variante française : le scrutin majoritaire à deux tours tant revendiqué par l'opposition Congolaise en 2011.

## **Chapitre 3 : Discussions et conclusion sur la théorie de choix social**

---

En République Démocratique du Congo, les modes de scrutin sont presque tous de nature majoritaire. Cependant, en 2002, lors des accords de Sun City en Afrique du sud dits « Accord global et Inclusif », les décisions étaient voulues consensuelles en vue d'éviter la dictature de la majorité qui, de toute évidence, n'a pas toujours raison. En effet, hormis l'opposition et la société civile, tous les participants à ces assises étaient des forces armées engagées soit comme rebelles soit comme gouvernement.

En France par contre, la multitude des dispositions électorales a de quoi donner le vertige, avec plusieurs types de découpage, des modes de scrutin différents selon les élections, et parfois pour une même élection selon la circonscription. Cependant, les modes de scrutin de la 5<sup>ème</sup> République sont aussi presque tous de nature majoritaire. Seules les élections municipales, une partie des sénatoriales et les européennes sont de nature proportionnelle. Les élections présidentielles, législatives, cantonales sont des scrutins majoritaires. Les élections régionales se situent entre les deux (Blanchenay, 2004).

Le scrutin majoritaire, qui accorde la victoire au candidat recevant le plus de voix, est un mode de scrutin naturel et il n'est pas étonnant qu'il soit aussi répandu chronologiquement et géographiquement. Historiquement, il fut sans doute le premier à être utilisé et également le premier à être étudié de manière systématique, par Condorcet et Borda notamment. Nous ferons ici référence à cette étude et tenterons de comprendre les problèmes du mode de scrutin à deux tours, un système Électoral que la RDC a utilisé pour ses premières élections libres et démocratiques depuis 1960. Ce mode de scrutin est notamment utilisé presque partout en Afrique (Sénégal, Nigeria, Mali, Guinées (toutes), Congo-Brazzaville, Angola, etc.). Lors d'une interview, le Président Kabila a reconnu que c'est le meilleur mode de scrutin pour la RDC et a expliqué qu'il n'a pas été appliqué en 2011 pour des raisons financières<sup>8</sup>. Tout de même, il avait promis de revenir à ce mode de scrutin au cas où il serait réélu. Il est donc normal pour nous d'observer de près ce mode de scrutin en relevant ses forces et faiblesses sans négliger les autres modes de scrutin (le scrutin majoritaire à un tour par exemple).

### **3.1. L'évidence du scrutin majoritaire**

Le vote à la majorité semble le mode de scrutin le plus spontané. Sous l'Antiquité grecque, lorsqu'on ne tirait pas au sort un citoyen pour occuper un poste, on le désignait à la majorité. Ce mode de scrutin a traversé les siècles et ce n'est que récemment qu'on lui a trouvé des concurrents: procédures de Condorcet et de Borda au XVIII<sup>e</sup> siècle, de nombreuses méthodes proposées par Charles Dodgson et celle de Nanson au XIX<sup>e</sup> siècle, proportionnelle depuis le début du XX<sup>e</sup> siècle, etc. Si aucune de ces propositions n'a vraiment remplacé le scrutin majoritaire, c'est que le principe de ce dernier est très intuitif : celui qui a le plus de voix gagne. Simple et incontestable, il ne donne lieu qu'à des calculs simples et peut être mis en

---

<sup>8</sup>Contrairement aux élections de 2006, les élections de 2011 étaient financées à plus de 70% par le gouvernement qui a eu du mal à mobiliser des fonds pour organiser des élections à deux tours dans un pays de plus 65 millions d'habitants et vaste comme 85 fois la Belgique.

place facilement. Le décompte des voix ne requiert que des additions. Ce mode de scrutin est donc facilement compris de tous.

Cette « évidence » du scrutin majoritaire sera confirmée d'un point de vue théorique au XXe siècle. En plus de son résultat très connu, Arrow (1951) propose aussi un théorème de possibilité: quand l'élection n'oppose que deux candidats, le scrutin majoritaire répond aux conditions *b* à *e* (évoquées au point 2.5.2.). May (1952), quant à lui, reconnaît au scrutin majoritaire un statut tout particulier, qu'il démontrera dans son théorème énoncé comme suit :

***Théorème de May (1952).*** *S'il y a seulement deux candidats, le scrutin majoritaire est la seule fonction de choix social vérifiant :*

1. *l'anonymat,*
2. *la neutralité,*
3. *la monotonie.*

Ce théorème est remarquablement semblable au Théorème de Kelly (1988) énoncé au point 2.4.1.2. En fait, il en est un cas particulier : Kelly a énoncé un théorème plus général et a ajouté aux trois propriétés citées ci-haut la propriété d'universalité. Le théorème de Kelly concerne la règle de majorité simple quel que soit le nombre de candidats.

Un mode de scrutin anonyme est un mode de scrutin qui ne distingue pas les électeurs : si deux ou plusieurs électeurs échangent leur bulletin de vote, le résultat ne change pas. L'anonymat au sens théorique permet ici l'anonymat de l'électeur puisque ce dernier n'a pas besoin d'inscrire son nom sur son bulletin. C'est une propriété indispensable car elle garantit que l'électeur ne subira pas de pressions au moment du vote. Il ne peut en effet y avoir de représailles contre un électeur à cause de son vote, si l'on ne peut déterminer qui a voté quoi. Par ailleurs, cette propriété d'anonymat permet également d'écarter tout dictateur, au sens de la condition *e* d'Arrow. On ne peut en effet donner de prérogative à un électeur particulier sans savoir à qui est chaque bulletin. C'est pour ces raisons que, pour mettre les électeurs sur un pied d'égalité, l'article 21 de la Déclaration universelle des droits de l'Homme de 1948 stipule que les élections doivent se tenir « *au suffrage universel égal et au vote secret* ».

La neutralité d'un mode de scrutin signifie que toutes les options sont traitées de la même manière : aucun candidat, aucune option ne bénéficie d'un statut particulier. Ainsi la prééminence du *statu quo*, que l'on retrouve fréquemment dans le vote de textes par des assemblées, viole cette condition; nous en verrons l'intérêt plus tard. La neutralité est néanmoins indispensable pour que tous les candidats soient sur un pied d'égalité et que chacun puisse « *accéder, dans des conditions d'égalité, aux fonctions publiques de son pays* »<sup>9</sup>.

La monotonie, qu'on peut appeler réponse positive dans le cas de deux candidats, caractérise les fonctions de choix social par lesquelles un candidat ne peut que stagner ou progresser dans la préférence collective s'il progresse dans les préférences individuelles de tout ou partie des électeurs. Autrement formulé : un candidat ne doit pas pâtir de son succès. Dans

---

<sup>9</sup>Article 21 de la Déclaration Universelle des Droits de l'Homme

le cas d'un vote majoritaire entre deux candidats, il est évident que plus les électeurs soutiennent un candidat, plus celui-ci reçoit de voix et « l'emporte » sur son adversaire.

En somme, quand il n'y a que deux candidats ou propositions à départager, le vote à la majorité est parfait. Il vérifie toutes les propriétés que l'on pourrait attendre d'un mode de scrutin dans un pays démocratique. En revanche, et comme nous l'avons vu avec le théorème d'Arrow (1951), il n'en est plus du tout de même quand il y a trois candidats ou plus. Ce problème avait déjà été détecté par le philosophe et mathématicien français Condorcet au XVIII<sup>e</sup> siècle.

## 3.2. Le paradoxe de Condorcet

C'est historiquement le premier exemple de paradoxe de vote. Condorcet montre comment le vote majoritaire peut conduire à une préférence collective non-transitive, en particulier cyclique.

### 3.2.1. La difficile agrégation

#### 3.2.1.1. L'exemple original

Dans son *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix* (1785), le Marquis de Condorcet montre que le vote à la pluralité, c'est-à-dire le vote à la majorité simple, ne donne pas toujours des résultats satisfaisants lorsque les votants doivent choisir entre trois options ou plus<sup>3</sup>. Il se peut dans certains cas que le résultat de l'élection ne corresponde pas aux souhaits des électeurs :

*« Cela posé, il est aisé de voir d'abord que la manière employée dans les élections ordinaires est défectueuse. En effet, chaque Votant se borne à nommer celui qu'il préfère: ainsi dans l'exemple de trois Candidats, celui qui vote pour A, n'énonce pas son vœu sur la préférence entre B et C, et ainsi des autres. Or, il peut résulter de cette manière de voter une décision réellement contraire à la pluralité. » (Condorcet, 1785).*

Ce défaut du scrutin majoritaire est parfois appelé paradoxe de Borda<sup>10</sup>. A partir de là, Condorcet propose que les électeurs donnent leurs préférences complètes. Il montre alors que dans ce cas, l'agrégation des préférences par le vote peut donner un résultat étrange.

---

<sup>10</sup>Chronologiquement, il semble que Condorcet ait été précédé en cela par Borda (1784). En 1770, ce dernier proposait déjà une solution aux problèmes de la règle majoritaire avec la fameuse règle de Borda. Il s'agit, pour chaque électeur, de classer les  $m$  candidats selon sa préférence. Un candidat classé à la place  $k$  reçoit alors  $a + b(m - k)$  points. Les quantités  $a$  et  $b$ , peuvent être tout ce qu'on voudra, on pourra donc supposer  $a = 1$  et  $b = 1$ . Chaque candidat reçoit alors  $m$  points à chaque fois qu'il est classé en première place,  $m - 1$  lorsqu'il est classé à la deuxième, etc. jusqu'à la  $m^{\text{ième}}$  place pour laquelle il ne reçoit qu'un point. Le candidat élu est celui qui a reçu le plus de points. Exposée devant l'Académie des Sciences en juin 1770, cette méthode ne sera publiée qu'en 1784 dans « *Mémoire sur les élections au scrutin* », Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour 1781. Il y critique déjà la difficulté pratique d'effectuer les comparaisons par paires entre tous les candidats, cette façon étant depuis appelée procédure de Condorcet.

**Tableau n°2. L'exemple original de Condorcet.** *Le tableau se lit verticalement. Par exemple 17 personnes préfèrent b à c et c à a.*

	23	17	2	10	8
A		b	b	c	c
B		c	a	a	b
C		a	c	b	a

Le tableau n°2 présente de manière synthétique l'exemple qu'utilise Condorcet. Il se lit en colonne : la première signifie que 23 électeurs préfèrent  $a$  à  $b$  et  $b$  à  $c$ . Avec ce profil de préférence, le vote à la pluralité désigne  $a$  vainqueur avec 23 voix (contre respectivement 19 et 18 pour  $b$  et  $c$ ). Condorcet propose alors d'effectuer les comparaisons des candidats par paire, c'est-à-dire de comparer (à la majorité simple toujours)  $a$  et  $b$ ,  $a$  et  $c$ ,  $b$  et  $c$ . Le lecteur pourra, en comptant le nombre d'électeurs plaçant dans leurs préférences  $a$  plus haut que  $b$ ,  $a$  plus haut que  $c$  et  $b$  plus haut que  $c$ , aisément vérifier le résultat qu'obtient Condorcet:

« *Le système qui obtient la pluralité sera donc composé des propositions,*

*A vaut mieux que B,*

*C vaut mieux que A,*

*B vaut mieux que C.*

*Ce système est le troisième, et un de ceux qui impliquent contradiction.* » (Condorcet, 1785).

Alors avec le vote à la pluralité, on obtient que  $a \gg b$  et  $b \gg c$  et  $c \gg a$ , ce qu'on écrit de manière synthétique :  $a \gg b \gg c \gg a$  (où le symbole  $\gg$  désigne la préférence collective). On appelle cette situation un cycle de Condorcet, c'est-à-dire un sous-ensemble  $N'$  des candidats tel que pour tout candidat  $y$  de  $N'$ , il existe un candidat  $x$  de  $N'$  tel que  $x \gg y$ .

**Définition (Vainqueur de Condorcet).** *Une alternative qui bat toutes les autres en duel est appelée vainqueur de Condorcet (VC). Un candidat  $x$  de  $X$  est VC si:*

$$\forall y \in X \setminus \{x\}, \quad x \gg y$$

S'il existe un vainqueur de Condorcet, alors les premiers candidats dans la préférence sociale ne peuvent former de cycle. Un cycle peut cependant exister parmi les candidats moins bien classés (Ordeshook, 1986). On pourrait arguer que cela n'en est pas moins dommageable. En réalité, le but d'un vote, plus que d'obtenir une préférence sociale totale c'est-à-dire le classement complet des préférences de la société, est d'obtenir un choix entre plusieurs alternatives ou candidats. A la limite, s'il existe une alternative largement en tête et que les autres sont toutes ex æquo, ce n'est pas gênant du moment qu'il s'agit de n'élire qu'un candidat. Le but du vote n'est jamais, du moins au niveau politique, de déterminer la pire des alternatives,

mais toujours la meilleure. Un cycle n'est donc problématique que lorsqu'il concerne le « haut » des préférences, ce qu'on appelle *top cycle* en anglais.

Donc dans ce cas, on ne peut pas dire qu'il existe de véritable « vainqueur », comme le fait remarquer Nurmi (1987) en des termes limpides :

*« Il n'y a dans ce cas socialement pas de meilleur alternative. Peu importe laquelle est choisie, la majorité d'électeurs lui préférera une autre »*<sup>11</sup>

Nurmi évoque ici le cas d'un cycle total, c'est-à-dire un cycle contenant tous les candidats, mais souvenons-nous que des cycles partiels sont possibles et non moins problématiques. Pour reprendre l'exemple de Condorcet, choisir *a*, qui est le vainqueur à la pluralité, revient à frustrer une majorité de l'électorat, celle précisément qui lui préfère le candidat *c* soit 35 des 60 électeurs.

Ainsi, la procédure de Condorcet, consistant à comparer les candidats deux par deux à la majorité simple n'apporte pas de solution à cette situation. C'est pourquoi Borda propose une méthode d'« *élection par ordre de mérite* ». La solution de Borda garantit en effet que la préférence collective déduite des préférences de chaque individu est transitive, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de cycle dans la préférence collective.

---

<sup>11</sup>Texte original: «There is no socially best alternative in this situation. No matter which of the alternatives is picked the majority of voters would prefer another alternative to it.»

### 3.2.1.2. L'organisation de l'élection

Comme nous venons de le voir, lorsqu'une élection oppose trois candidats ou plus et qu'il n'existe pas de vainqueur de Condorcet, le résultat du scrutin à la pluralité est ambigu. Une façon qui permet de s'en sortir est le vote séquentiel. Il consiste à procéder par étape, en comparant d'abord deux candidats. Le vainqueur de ce duel est alors comparé à un troisième, et ainsi de suite. Comme le vote majoritaire se comporte très bien quand il n'oppose que deux candidats, on est assuré de n'avoir aucun problème à chaque étape du vote.

Farquharson (1969) compare cette façon de procéder avec le scrutin à la pluralité en s'appuyant sur un texte de Pline le Jeune. Dans cette lettre adressée à Titus Ariston, Pline raconte comment les esclaves d'Afranius Dexter, qui étaient soupçonnés du meurtre de leur maître, furent interrogés par le sénat à ce sujet:

*« Après qu'ils furent interrogés, un certain sénateur (son nom importe peu, mais si tu veux savoir, il s'agissait de moi-même) voulait les acquitter; un autre proposa qu'ils fussent bannis pour une durée déterminée; et un troisième qu'ils fussent punis de mort. [...] Pendant ce temps, les sénateurs qui prônaient la peine capitale, et ceux qui proposaient le bannissement, s'assirent côte à côte dans la même partie de la salle : et ainsi par une présente apparence d'unanimité mirent leur Réel désaccord de côté. Dès lors, je proposai que l'on votât séparément pour chacune des trois opinions et que deux d'entre elles ne devaient point, à la faveur d'une courte trêve, s'allier contre la troisième. »*

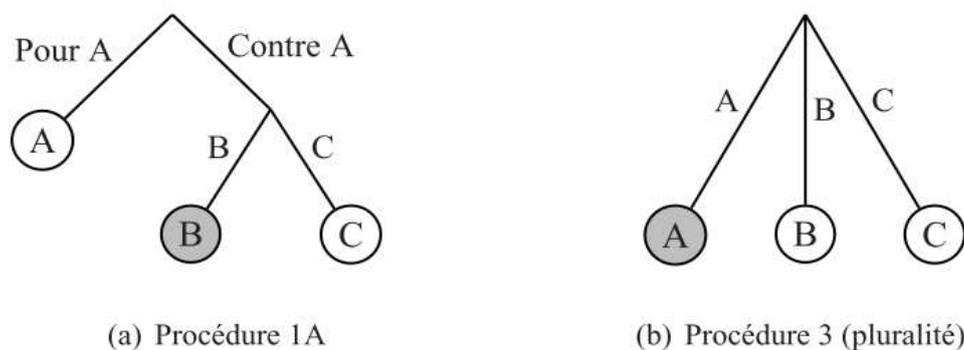
Il s'agit donc de départager trois propositions : l'acquittement (A), l'exil (B) et la condamnation à mort (C). Pline raconte que les partisans de l'exil et de la condamnation sont environ aussi nombreux et ceux en faveur de l'acquittement légèrement supérieurs. Considérons la répartition suivante : 34% des voix pour A, 33% pour B et 33% pour C. Voyant que deux parties forment une coalition pour voter, Pline propose alors un vote à la pluralité : il sait qu'il va perdre sinon. Au-delà de l'aspect stratégique du vote en assemblée, cet exemple montre que le vote séquentiel et le vote à la pluralité peuvent conduire à des résultats différents.

**Tableau n°3. Préférences supposées des sénateurs dans l'exemple de Pline Lejeune.**

34	33	16	17
A	C	B	B
B	B	C	A
C	A	A	C

Dans la lignée de cet exemple, supposons que les avis dans le sénat se partagent comme indiqués par le tableau n°3. Le vote à la pluralité (Figure n°2 (b)) donne alors A (acquittement) vainqueur, à supposer que les sénateurs votent sincèrement). Si les sénateurs pro-B et pro-C forment une coalition, cela revient à organiser un vote séquentiel, d'abord entre (A) et (B ou C) qui équivaut à un vote entre « pour A » et « contre A ». Si cette dernière proposition l'emporte, il faudra ensuite départager B et C (Figure n°2(a)). En vérifiant, on constate que le sénat vote

d'abord contre A puis en faveur de B, car les partisans du A, une fois ce dernier éliminé, vote pour B. B est donc vainqueur par la procédure 1A.

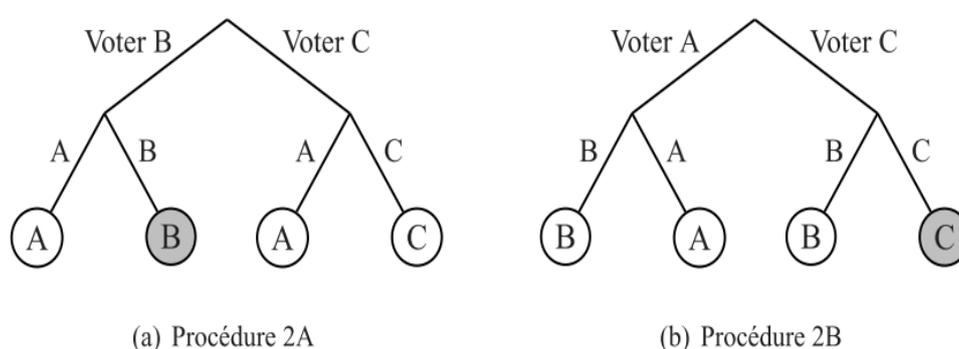


**Figure n°2. Deux procédures ne donnant pas le même résultat**

Les procédures 1A et 3 ne donnent pas les mêmes vainqueurs. Avec les mêmes préférences de départ, il est possible d'obtenir un vainqueur différent selon la procédure qu'on utilise. Le choix d'une procédure n'est donc pas neutre. Il semble en effet que le choix d'une procédure puisse être aussi déterminant que les préférences des électeurs dans la détermination du vainqueur. En connaissant les préférences des votants, celui qui choisit la procédure peut donc choisir le vainqueur. Cela étant, dans les pays démocratiques le type de procédure à utiliser est généralement fixé par la loi. Il n'est donc pas choisi de manière contingente. Ainsi même si le système électoral induit un biais, on est au moins assuré que le choix du vainqueur n'est pas laissé à la discrétion du législateur qui imposerait le type de procédure le plus adéquat pour faire élire son favori. La législation française, par exemple, prévoit que les lois électorales ne peuvent être modifiées moins d'un an avant l'échéance électorale, afin d'éviter justement les changements de procédures calculés. En République Démocratique du Congo au contraire, la loi électorale a été modifiée moins d'une année avant les élections. La raison officiellement avancée était qu'il était difficile d'organiser les élections à deux tours faute de moyens financiers. Mais il est clair pour toute personne connaissant bien la RDC que, même avec les irrégularités qui ont émaillé ces élections en 2011, le suffrage exprimé contre le Président Kabila est majoritaire. En effet, même en utilisant les moyens démocratiques, le vainqueur à une élection peut être connu d'avance. La stratégie de la majorité a été de compter sur la pluralité de l'opposition : Celle-ci n'arriverait jamais à se mettre d'accord sur un candidat unique face à un candidat qui faisait déjà unanimité dans le camp de la majorité.

Un autre aspect de l'organisation des élections concerne plus spécifiquement le vote séquentiel: s'il n'existe pas de vainqueur de Condorcet, l'ordre dans lequel les candidats sont introduits dans la séquence de vote a une conséquence directe sur le résultat de l'élection. S'il existe un vainqueur de Condorcet, il sera forcément élu puisque par définition, il remporte tous les duels suivant son introduction dans la séquence de vote. Quand il n'existe pas, on peut schématiquement affirmer que plus un candidat est introduit tard dans la séquence de vote, plus il est favorisé. En reprenant notre exemple, on constate donc que la procédure 1A défavorise le candidat A, qui est introduit à la première étape du vote.

Construisons maintenant deux procédures de votes que nous appellerons 2A et 2B. La procédure 2A consiste à comparer les candidats B et C entre eux; le vainqueur de ce duel rencontre ensuite A. De même, la procédure 2B consiste à comparer d'abord A et C puis le vainqueur avec B. Ces procédures sont schématisées sur la figure n°3. La procédure 2A donne B vainqueur en éliminant C d'abord, puis A (avec 34% contre 66% pour B). La procédure 2B donne, elle, C vainqueur en éliminant A puis B (avec 49% contre 51% pour C). On peut donc conclure que le même type de procédure (le vote séquentiel) donne des résultats différents selon l'ordre dans lequel on confronte les candidats. Celui qui détermine la séquence de vote, *l'agenda-setter*, a donc le pouvoir de déterminer dans certains cas le résultat d'un vote séquentiel.



**Figure n° 3. Le choix de la séquence de vote détermine le résultat.**

En RDC, ce problème concerne le vote des amendements des textes présentés à l'Assemblée nationale (Constitution, loi budgétaire, etc.). Lorsqu'un texte est proposé à l'Assemblée, chaque article du texte est étudié un par un. Tous les participants au débat (membres du Gouvernement, rapporteur au nom de la commission et députés intervenant soit au nom de leur groupe, soit à titre individuel) peuvent proposer des amendements à ces articles. C'est le Président de l'Assemblée qui détermine l'ordre dans lequel sont appelés ces amendements, en allant du général au particulier. L'ordre des amendements est alors très important car l'adoption d'une solution entraîne automatiquement l'élimination des solutions concurrentes. Le Président, qui connaît la composition de l'Assemblée et donc de façon plus ou moins précise les avis des députés, peut donc organiser l'ordre pour favoriser un amendement plutôt qu'un autre.

### 3.2.2. *Le taux de qualification*

Si le vote séquentiel semble une solution pratique pour remédier au problème de cyclicité, nous avons vu qu'il est très imparfait (Farquharson, 1969; Brams, 1976 & Riker, 1982). Un autre moyen d'éviter le problème de cyclicité est d'exiger une majorité qualifiée, c'est-à-dire un nombre de voix supérieur au taux habituel de 50%.

**Définition 3.1. (Préférence sociale).** Soit  $\rho(A, B)$  la part des électeurs préférant le choix A au choix B. On dit que A est socialement préféré à B à la majorité qualifiée de taux  $\tau$  (ce qu'on écrit  $A \gg_{\tau} B$ ) si  $\rho(i, j) > \tau > \frac{1}{2}$

En France, pour modifier la constitution, il faut soit un référendum, soit une majorité qualifiée de trois cinquièmes des parlementaires réunis en Congrès. En RDC, la révision constitutionnelle n'est possible que par référendum populaire. L'initiative de la révision constitutionnelle appartient concurremment : au président de la République, au Gouvernement après délibération en Conseil des ministres, à chacune des Chambres du Parlement à l'initiative de la moitié de ses membres, à une fraction du peuple congolais, en l'occurrence 100.000 personnes, s'exprimant par une pétition adressée à l'une des deux Chambres. Chacune de ces initiatives est soumise à l'Assemblée nationale et au Sénat qui décident, **à la majorité absolue de chaque Chambre**, du bien-fondé du projet, de la proposition ou de la pétition de révision (Article 218 de la Constitution de la RDC).

La majorité qualifiée de  $\frac{2}{3}$  est également utilisée par le Conclave des cardinaux pour désigner le nouveau Pape. Quand l'élection doit départager trois candidats, un taux de qualification de  $\frac{2}{3}$  permet d'éliminer tout cycle de Condorcet. Ce résultat est généralisé par Greenberg (1979) :

**Théorème 3.1. (Greenberg).** Quand les électeurs doivent départager  $n$  candidats, une condition nécessaire et suffisante pour exclure tout cycle de Condorcet de longueur  $q \leq n$  est un taux de majorité qualifiée de  $= \frac{n-1}{q}$ .

Par exemple pour éviter tout cycle de Condorcet lorsqu'il y a trois candidats, il faut et il suffit d'avoir un taux de qualification de deux tiers. Blanchenay (2004) se demande alors pourquoi la constitution française prévoit seulement une majorité qualifiée de  $\frac{3}{5}$  pour être modifiée. Dès que le nombre d'options est de trois ou plus (condition nécessaire d'apparition d'un cycle), ce taux est en effet trop bas pour prévenir totalement l'apparition de cycle. A ce titre, la législation Congolaise se montre encore plus vulnérable au paradoxe de Condorcet car elle prévoit que l'Assemblée nationale et le Sénat décident du bien-fondé de la révision constitutionnelle à la majorité simple des voix. La législation tant congolaise que française aurait pu exiger un taux de  $\frac{2}{3}$ , ou même de 90% pour se prémunir contre le paradoxe de Condorcet avec de nombreux candidats.

Mais — c'est une évidence de le dire — plus un taux de qualification est élevé, plus il est difficile à atteindre. Or si  $(1 - \tau) < \rho(A, B) < \tau$ , la règle de la majorité qualifiée ne permet pas de trancher entre les options A et B et ce cas est d'autant plus probable que  $\tau$  est grand. Il faut donc arbitrer entre la transitivité qui nous amène à exiger une majorité supérieure à 50% et la complétude de la préférence collective. Si  $\tau$  est trop élevé, on risque fort de se retrouver dans une situation d'indétermination entre deux options, quand aucune des deux ne parvient à s'assurer une majorité qualifiée contre l'autre. S'il n'existe pas de vainqueur de Condorcet au taux  $\tau$ , on aboutit donc à une situation ambiguë dans laquelle il est impossible de déterminer le

vainqueur. Imaginons par exemple quatre propositions  $a, b, c$  et  $d$  pour lesquelles on ait  $a \gg_{\tau} b, c \gg_{\tau} d$  et  $d \gg_{\tau} b$  mais qu'on ait  $b \approx_{\tau} d$  (indétermination au taux  $\tau$ ). Il est dès lors impossible de déterminer le vainqueur.

Pour casser ces indéterminations, il faut « forcer » le résultat. Ainsi, depuis le Concile de Lyon II en 1274, les cardinaux qui élisent un nouveau pape ne peuvent sortir physiquement du conclave avant d'avoir pris une décision<sup>12</sup>. Les démocraties libérales sont plus délicates à l'égard de leurs hommes politiques. La solution qui est généralement utilisée est la prééminence du *statu quo*. Par exemple, pour changer la constitution française, si l'on se trouve dans une situation d'indétermination de telle sorte que ni le *statu quo* ni la nouvelle proposition n'atteignent la majorité qualifiée, c'est le *statu quo* qui prévaut et la constitution reste inchangée. On sent bien que cette disposition entraîne une asymétrie entre les différentes options. Favoriser ainsi la stabilité correspond à la volonté des démocraties libérales de se construire dans la continuité plutôt que par heurts, comme le soutient Nemo (2002).

Avec un taux de qualification de  $\frac{3}{5}$ , nous avons vu qu'un cycle peut donc apparaître. En réalité, une justification théorique a récemment été émise, qui permet d'expliquer pourquoi des taux de qualification plus bas que ceux du théorème de Greenberg, permettent toutefois d'éviter les cycles. Comme nous l'avons expliqué, l'apparition d'un cycle dépend de la structure des préférences. Des préférences suffisamment homogènes (comme c'est le cas avec l'unimodalité) excluent les cycles. Balasko et Crès (1997) ont montré que les cycles restent théoriquement des événements rares. Ils considèrent un simplexe de dimension  $(n! - 1)$  représentant l'ensemble des profils de préférence possibles sur les  $n$  options que doivent départager les électeurs, dont ils supposent le nombre infini, ce qui n'est pas aberrant dans un pays comptant 32 millions d'électeurs comme la RDC. Ils montrent alors que la proportion de profils conduisant à un cycle de Condorcet avec un taux de qualification  $\tau$  est inférieure à :

$$Y(n, \tau) = n! \left( \frac{1 - \tau}{0,4714} \right)^{n!}$$

Si l'on considère que tous les profils de préférence ont la même probabilité d'avènement, ce chiffre représente environ la probabilité d'apparition d'un cycle. Or lorsqu'on a  $1 - \tau < 0,4714$  on a alors  $\frac{1 - \tau}{0,4714} < 1$  d'où un  $Y(n, \tau)$  très petit. Donc dès que le taux de qualification  $\tau$  est supérieur à 53%, la probabilité d'obtenir un cycle est très faible. Leur exemple est très convaincant: quand il y a 7 candidats et que le taux de qualification est de 54%,  $Y(n, \tau) < 10^{-52}$ . On peut également calculer que  $Y(5, 60\%) < 3,4 \times 10^{-7}$ .

Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser des taux de qualification très élevés qui empêcheraient toute prise de décision en entraînant une incapacité à trancher entre des candidats

---

<sup>12</sup>Ils habiteront tous en commun dans la même salle, sans séparation de murs ni d'autre espèce, excepté pour la garde-robe. L'appartement sera tellement fermé qu'on ne puisse ni entrer ni sortir. Si, au bout de trois jours après l'entrée au conclave, l'Église n'est pas pourvue d'un pasteur, on ne servira qu'un mets les cinq jours suivants tant le matin que le soir, aux cardinaux, au-delà de ce terme, rien autre chose que du pain, du vin et de l'eau, jusqu'à l'élection faite.

ou des propositions. La majorité qualifiée constitue alors un bon remède aux cycles de Condorcet.

### 3.3. Critique du scrutin majoritaire simple

Le scrutin majoritaire simple est pour la Grande-Bretagne ce qu'est le scrutin majoritaire à deux tours pour la France. Son principe est simple et ne requiert des opérations d'addition dites *compilation des voix*. Il a été utilisé en RDC en 2011 pour la présidentielle. L'avantage qu'il présente face au scrutin à la française est qu'il est économique. En effet, les opérations de distribution de kits électoraux, sensibilisation au vote et logistique sont très coûteuses lorsqu'elles doivent être réalisées par deux fois sur un pays comme la RDC dont la superficie est d'environ 2.345.000 km<sup>2</sup>.

Sa principale faiblesse, comme l'avait fait remarquer le Cardinal Mosengwo dans une conférence de presse donnée en Janvier 2011, est qu'il permet de faire élire un candidat qui n'est pas majoritaire ou qui est rejeté par la majorité de la population. Son principe est pourtant simple : le bulletin de l'électeur est uninominal et le candidat ayant recueilli le plus de voix est déclaré vainqueur de l'élection.

**Tableau n°4. Préférences de 21.000 votants lors d'une élection à mode de scrutin majoritaire à un tour.**

10.000	6000	5000
A	B	C
B	C	B
C	A	A

D'après les données fournies dans le tableau n°4, le candidat A est élu puisqu'ayant recueilli 10.000 voix contre 6000 et 5000 voix pour respectivement les candidats B et C. Une analyse profonde de la situation laisse voir que la majorité de la population (11.000 sur 21.000) est hostile à ce candidat. Le scrutin majoritaire à deux tours ferait élire le candidat B avec un score très acceptable (52,38%).

Il est clair que si ce mode de scrutin avait été utilisé au Sénégal en 2012, le Président Wade remporterait les élections avec une avance non négligeable sur son principal challenger. Cependant, le deuxième tour a révélé qu'il était très minoritaire (environ 35% des voix) face à son adversaire de l'opposition (65% des voix).

Pour la simple raison que le scrutin majoritaire simple permet de faire élire un perdant de Condorcet, il n'est pas indiqué pour un pays comme la RDC qui compte plus de 4000 tribus chacune d'elles étant minoritaires et divisées entre elles. Ce mode de scrutin ne fera que renforcer la haine entre différentes communautés. D'ailleurs les violences qui ont été avant, pendant et après les élections de 2011 confirment nos propos.

Tout de même, il faudra espérer un vote sincère des électeurs ; c'est-à-dire qu'ils expriment réellement leurs préférences. Ceci est une condition nécessaire pour un mode de scrutin mais difficile à vérifier car lorsque les élections sont organisées, les électeurs avisés recourent toujours à un vote stratégique consistant à voter pour le meilleur candidat qui se rapproche de leur idéal.

### 3.4. Critique du scrutin majoritaire à deux tours

Le scrutin majoritaire est une spécialité quasi-française; très peu d'autres pays dans le monde l'utilisent. Cependant, Il est le mode de scrutin privilégié en Afrique (Egypte, Tunisie, RDC, Congo-Brazzaville, RCA, Gabon, Togo, Bénin, Mali, Côte d'Ivoire, Angola, Kenya, Zimbabwe, Zambie, etc.). L'objectif fondamental est d'éviter le paradoxe de Borda (aussi appelé paradoxe de Condorcet), c'est-à-dire qu'un candidat soit élu bien qu'il ait contre lui une majorité de votants. La parade française a d'abord consisté, sous la troisième et la quatrième République, à exiger que le candidat recueille la majorité absolue des suffrages pour être élu, quitte à organiser plusieurs tours. C'est ainsi qu'il a fallu au dernier Président de la quatrième République, René Coty, treize tours de scrutin avant d'être élu en décembre 1953.

La leçon sera retenue : sous la cinquième République, on limite à deux le nombre de tours possibles. L'idée est d'utiliser le premier tour pour déterminer les « meilleurs » candidats, le second tour restreignant alors le vote à ces candidats. C'est une manière artificielle de se ramener au cas binaire, pour lequel, nous l'avons vu, le scrutin majoritaire est idéal. Cela permet alors de s'assurer que le candidat élu est bien légitimé par une majorité ou une quasi-majorité des électeurs. Pour les présidentielles en effet, la loi limite à deux le nombre de candidats pouvant atteindre le second tour.

Comme le scrutin majoritaire simple, ce mode de scrutin permet de faire élire un perdant de Condorcet. Néanmoins, l'idée de la parade selon laquelle le vainqueur doit nécessairement recueillir plus de 50% des suffrages atténue cette faiblesse.

**Tableau n°5. Préférences de 21.000 votants lors d'une élection à mode de scrutin majoritaire à deux tours.**

7000	7000	6000	1000
A	B	C	A
C	C	B	B
B	A	A	C

Imaginons une société avec le profil de préférence indiqué dans le tableau n°5 (Les nombres en tête de chaque colonne indiquent l'effectif de la population ayant respectivement chacune des préférences indiquées.) Avec la règle de la présidentielle, on garde les deux meilleurs candidats au second tour. Ainsi, ce sont les candidats A et B (avec respectivement 8000 et 7000 voix) qui se maintiennent; au second tour, B l'emporte avec 13000 voix contre 8000.

Mais si l'on effectue les comparaisons par paires, on constate que C est le vainqueur de Condorcet! Il bat en effet B et A, à chaque fois avec une majorité absolue de 13000 voix. Hélas, comme il n'est pas présent au second tour, il a peu de chances d'être effectivement élu Président...

Les élections présidentielles congolaises de 2006, telles qu'elles étaient prévues dans la Constitution du 18 février 2006 en son article 71 (Journal officiel, 2006), permettraient donc d'élire un candidat (A dans notre exemple) alors même que la majorité des électeurs lui préfèrent un autre candidat (C dans notre exemple). Il est toujours difficile de détecter ce genre de paradoxes car les bulletins de vote ne nous renseignent que partiellement sur les préférences des électeurs. Néanmoins reprenons l'hypothèse contestable d'unimodalité des préférences sur un axe politique Majorité-Opposition.

Le théorème de l'électeur médian nous indique que le candidat le plus proche de l'électeur médian<sup>13</sup> est le vainqueur de Condorcet. Si l'on suppose que les préférences des congolais sont réparties symétriquement sur l'axe majorité-opposition, il semble donc que le vainqueur de Condorcet soit un candidat centriste (troisième voix). Comme l'explique Laslier (2004), Raymond Barre était clairement ce candidat en France aux élections de 1988, se positionnant ostensiblement en candidat centriste, entre Mitterrand et Chirac. En supposant que les électeurs ont voté sincèrement au premier tour, et toujours dans le cadre de préférences unimodales, on peut en effet calculer que Barre aurait battu Mitterrand en duel avec 50,88% des voix et Chirac avec 65,56%. Mais Raymond Barre n'a pas passé le premier tour du scrutin et ces derniers se sont affrontés au second tour (Blanchenay, 2004). De même, certains présentent Balladur comme le vainqueur de Condorcet de 1995, mais c'est ici plus contestable tant sa position et celle de Chirac étaient politiquement proches. Ces deux exemples montrent cependant la tendance du scrutin à deux tours à laminer les candidats du centre et donc évincer les potentiels vainqueurs de Condorcet.

Une autre faiblesse du scrutin à deux tours est qu'il ne vérifie pas la propriété de la monotonie. Littéralement, si la fonction de choix social est monotone, cela signifie que lorsqu'un candidat fait partie des vainqueurs et qu'il progresse dans les préférences d'un ou plusieurs électeurs (toutes choses égales par ailleurs), il fera encore partie des vainqueurs. Dans notre cas, comme nous considérons un scrutin uninominal, l'ensemble des vainqueurs (noté A dans la définition) est limité à un élément : on n'élit qu'un candidat. Dire qu'un mode de scrutin est monotone signifie donc qu'un gain de popularité ne doit pas nuire à un candidat en passe de gagner les élections.

Le contre-exemple suivant montre que le scrutin à deux tours n'est pas monotone. Nous le montrons dans le cas de la présidentielle, où seuls les deux meilleurs candidats restent en lice pour le second tour.

---

<sup>13</sup>L'électeur médian est l'électeur tel qu'autant d'électeurs ont un mode à gauche du sien qu'à droite.

**Tableau n°6. Non-monotonie : Préférences initiales des électeurs.**

34%	35%	31%
A	C	B
B	A	C
C	B	A

**Tableau n°7. Non-monotonie : Préférences des électeurs après la campagne.**

30%	39%	31%
A	C	B
B	A	C
C	B	A

Imaginons une élection opposant trois candidats A, B et C. Les préférences initiales des électeurs sont données dans le tableau n°6. Si l'on suppose que les électeurs votent sincèrement, les candidats C et A reçoivent respectivement 35% et 34%. Le deuxième tour donne alors C gagnant avec 70%.

Supposons maintenant que peu de temps avant le premier tour, C pense pouvoir gagner et veut mettre toutes les chances de son côté : il réalise alors un discours largement relayé par les media dans lequel il promet un geste fiscal aux agriculteurs. Après ce discours, C gagne une nette popularité auprès de ces derniers : 4% des électeurs qui avaient une préférence A B C ont alors une préférence C A B; tout le reste est inchangé, les non-agriculteurs étant peu sensibles à la promesse de C. Le nouveau profil de préférence de la population est donné par le tableau n°7. Le premier tour élimine désormais A et le deuxième tour donne alors B gagnant avec 61%. Le candidat C a souffert du soutien additionnel que lui a apporté son discours.

Pourtant, le choix social devrait correspondre au vœu des électeurs, en ce sens du moins que les modifications des préférences de l'électorat doivent se retrouver dans le choix social. Ces modifications ne doivent en tout cas pas avoir l'effet inverse. Sans quoi l'on ne peut pas dire que l'élu ait une grande légitimité. Par exemple, si une conjoncture économique défavorable pousse certains à préférer une politique de relance, ils souhaiteront sans doute que l'actuel élu reste à son poste, et voteront pour lui, au lieu de voter pour leur habituel candidat. Notre contre-exemple prouve que la volonté de ces électeurs de maintenir un tel candidat en poste peut avoir l'effet pervers de l'en déchoir.

Le fait qu'il ne vérifie pas la Condorcet-Compatibilité (Critère de Condorcet) et la monotonie ne définit pas exhaustivement les faiblesses du scrutin majoritaire à deux tours. Ce mode de scrutin n'incite pas les électeurs à la participation aux opérations de vote.

**Tableau n°8. Critère de participation : Profil initial**

5000	8000	6000
A	C	B
B	B	C
C	A	A

**Tableau n°9. Critère de participation : Avec 2000 nouveaux électeurs**

7000	8000	6000
A	C	B
B	B	C
C	A	A

Supposons que les préférences de l'électorat sur les candidats A, B et C se répartissent comme indiqué dans le tableau n°8. Dans ce cas, le second tour départage B et C et donne B gagnant avec 11.000 voix sur 19.000. Imaginons que 2000 nouveaux électeurs avec les préférences A B C arrivent au bureau de vote. Le nouveau profil de préférence est alors donné par le tableau n°9. Ces 2000 nouveaux électeurs votent pour A et contribuent donc à lui faire passer le premier tour. Au second tour, C gagne avec 14.000 voix contre 7.000. Si les 2.000 électeurs supplémentaires n'avaient pas voté, B aurait été élu ; en votant, ils font élire C. Or ils préfèrent pourtant B à C. Ils ont donc intérêt à ne pas voter. Le scrutin majoritaire à deux tours ne respecte donc pas le critère de participation.

Ce problème semble lié à celui de la non-monotonie. En réalité, Nurmi (1999) montre que les deux paradoxes sont indépendants. La règle de Copeland est un exemple de mode de scrutin monotone qui ne respecte pas le critère de participation. (Trouver en revanche des modes de scrutin non-monotones qui respectent le critère de participation reste une question ouverte en théorie du choix social.) On peut toutefois le lier au problème du vote stratégique. Dans notre exemple, les 2000 électeurs supplémentaires ont intérêt à voter stratégiquement au premier tour. En votant pour B, ils assurent son passage au second tour. Tout le monde ayant intérêt à voter stratégiquement dans le cas d'un vote majoritaire binaire (second tour), c'est B qui est élu, ce qui arrange finalement ces 2000 électeurs.

Nous voyons deux raisons pour lesquelles le paradoxe de la participation (*no show paradox* en anglais) est gênant, et c'est en cela qu'il est proche du vote stratégique. La première et la plus évidente raison, c'est que ce paradoxe remet en cause l'intérêt même de voter si certains ont intérêt à ne pas voter. Le problème est alors que le choix social ne découle pas véritablement des préférences des électeurs car, comme dans le cas du vote stratégique, certains électeurs ne révèlent pas leurs préférences sincères (au lieu de mentir, ils s'abstiennent). L'exemple de Nurmi (1999) montre que la proportion de l'électorat dans ce cas peut être très élevée (47%

dans son exemple). Le second problème émanant du paradoxe de la participation est qu'il donne, comme la manipulation, le pouvoir de déterminer le résultat de la procédure à une fraction de l'électorat et crée en ce sens une « tyrannie de la minorité ». Remarquons que le fait de s'abstenir, comme mentir, ne permet jamais à ces électeurs d'obtenir leur premier choix. Pour ces deux raisons, un mode de scrutin respectant le critère de participation nous paraît réellement souhaitable.

Dans le même genre d'idées que pour la monotonie ou la participation, on voudrait que lorsque deux populations distinctes d'électeurs départagent un même ensemble de candidats, et si ces deux groupes élisent chacun de leur côté le même candidat, le vote du groupe entier donnent le même résultat. Plus formellement :

**Définition 3.2. (Critère de renforcement).** Soient  $F$  une fonction de choix social et  $X$  l'ensemble des candidats. Soient deux groupes d'électeurs  $M_1$  et  $M_2$  avec les préférences respectives  $S_1$  et  $S_2$  tels que

$$\begin{aligned} F(X, S_1) &= V_1 \\ F(X, S_2) &= V_2 \end{aligned}$$

où  $V_1$  et  $V_2$  sont des sous-ensembles de l'ensemble des candidats  $X$ . Alors on dit que  $F$  vérifie le critère de renforcement si :

$$V_1 \cap V_2 \neq \emptyset \Rightarrow F(X, (S_1 \cup S_2)) = V_1 \cap V_2$$

Si l'on ne se préoccupe que des modes de scrutin qui n'élisent qu'un candidat,  $V_1$  et  $V_2$  ne contiennent chacun qu'un élément, respectivement le candidat qu'élit chacun des groupes d'électeurs. Si les groupes  $M_1$  et  $M_2$  désignent tous deux le même candidat  $x$ ,  $V_1 \cap V_2$  est alors un ensemble non-vide puisqu'il contient un et un seul élément : le candidat  $x$ . Il est légitime de s'attendre à ce que les deux groupes, s'ils votent ensemble, élisent ce candidat, on devrait donc avoir :  $F(X, (S_1 \cup S_2)) = \{x\}$ .

**Tableau n°10. Critère de renforcement : préférences des circonscriptions séparées.**

Est			Ouest		
35%	40%	25%	40%	55%	5%
A	B	C	C	B	A
C	C	B	B	C	C
B	A	A	A	A	B

**Tableau n°11. Critère de renforcement : préférences des circonscriptions réunies.**

Est et Ouest		
20%	47,5%	32,5%
A	B	C
C	C	B
B	A	A

Notre contre-exemple, tiré de Nurmi (1999), prouve que le scrutin majoritaire à deux tours ne vérifie pas le critère de renforcement. Imaginons deux circonscriptions Est et Ouest de tailles égales et dont les préférences sont données par le tableau n°10. Dans ce cas, le lecteur peut vérifier qu'au scrutin majoritaire à deux tours, les circonscriptions Est et Ouest élisent tous les deux B. Ce candidat reçoit au second tour 65% des voix à l'est et 55% des voix à l'ouest. On s'attend donc à ce que les circonscriptions réunies élisent le même candidat.

Supposons que les circonscriptions votent finalement en même temps. Nous avons représenté dans le tableau n°11 le profil de préférence globale des deux circonscriptions réunies. On observe alors que le second tour oppose B et C; et C l'emporte avec 52,5% des voix, ayant bénéficié des voix des 20% d'électeurs puisque leur favori A avait été éliminé au premier tour.

Nous venons de voir qu'un grand défaut du scrutin majoritaire à deux tours est qu'il ne satisfait pas au critère de Condorcet : en d'autres termes, le vainqueur n'est pas nécessairement le vainqueur de Condorcet. Pour montrer cela nous avons supposé que les électeurs votaient sincèrement. Or nous avons évoqué dans la section 2.7. le fait que certains électeurs pouvaient être amenés à voter stratégiquement. Nous avons déjà vu que le vote stratégique pouvait modifier le résultat final de l'élection. Niou (2001) montre par ailleurs que le vote stratégique peut rendre le scrutin à deux tours Condorcet-compatible s'il oppose trois candidats.

Pour que le vote stratégique puisse avoir lieu, il faut que les individus qui sont en position de voter stratégiquement aient suffisamment d'informations pour le faire. Jusqu'à maintenant, nous avons toujours supposé que les électeurs avaient une connaissance parfaite de la répartition des préférences dans l'électorat. Merrill (1981) a montré qu'en l'absence d'information, le vote sincère est une stratégie dominante dans le vote à la pluralité; nous supposons qu'il en est de même pour le scrutin majoritaire à deux tours. En effet nous ne voyons pas quelle raison, en l'absence totale d'information sur les préférences des autres électeurs (et donc de leurs stratégies éventuelles), pourrait pousser un électeur à se prononcer différemment de sa préférence. Ce n'est éventuellement plus le cas quand l'électeur connaît les préférences des autres électeurs.

Si dans un petit comité, il est facile de connaître les goûts de chacun, c'est en revanche impossible à l'échelle d'un pays. Fisher et Myatt (2002) distinguent deux vecteurs d'information utilisés par l'électeur dans ce cas-là ; ce sont des signaux qui le renseignent sur l'état probable de l'opinion avant une élection. L'information privée d'une part, provient

essentiellement des avis que l'électeur recueille autour de lui. L'information publique d'autre part, provient elle des sondages. Nous nous intéressons à l'information publique.

Il paraît intuitif — tout électeur l'a vécu — que la prédiction donnée par un sondage influe la perception de l'élection et donc la façon modifie le penchant vers un vote « utile » ou un vote « sincère ». Comme l'indiquent Abramson et al. (2001), plus le candidat préféré d'un électeur semble perdant, plus l'électeur sera incité à voter stratégiquement, dans l'espoir de faire élire son second choix. C'est d'autant plus vrai que le second choix de celui-ci est engagé dans une course serrée avec le vainqueur annoncé.

L'influence du sondage ne doit pas être sous-estimée. En illustrant ce qu'il appelle le paradoxe de réaction, Brams(1976) montre que non seulement la prédiction donnée par un sondage sur un vote peut en changer l'issue (comme ce fut le cas aux présidentielles américaines de 1948 et 1960), mais elle suffit à elle seule à en déterminer l'issue. Brams se place dans le contexte d'un vote à la pluralité entre deux candidats.) Le problème est posé sous cette forme : comment un institut de sondage peut-il rendre publique une prédiction d'intention de votes qui soit correcte, tout en sachant qu'il va ainsi influencer les électeurs ? L'institut effectue un sondage privé sur une petite portion de la population et observe une intention de vote. Il s'agit de faire de cette prédiction une prophétie auto-réalisatrice, c'est-à-dire que l'annonce et la réaction des électeurs à cette annonce la corrobore. Brams note empiriquement deux effets contradictoires d'une annonce de sondage :

- le *bandwagon effect* incite l'électeur à voter pour le candidat donné gagnant, car la probabilité qu'il fasse changer ce résultat est perçue comme faible ;
- l'*underdog effect* désigne la tendance des électeurs à soutenir le candidat donné perdant.

Ces deux effets sont alimentés par le vote stratégique des supporters d'un tiers parti. En fonction de leurs préférences, ils reporteront leur voix davantage sur le concurrent donné vainqueur ou perdant. Il s'agit pour l'institut de sondage de déterminer la réaction anticipée des électeurs à l'annonce (courbe de réaction) et ensuite de choisir une prédiction (on appelle ce point focal un *sunspot*). Les électeurs vont en effet modifier leur comportement de vote en fonction de l'annonce et modifier ainsi l'information publique sur les intentions de vote, qui modifie à nouveau le comportement des électeurs, etc. Par itération, le comportement électoral d'ensemble peut ainsi converger vers le *sunspot*. L'institut de sondage doit donc choisir une prédiction *sunspot* c'est-à-dire telle que la modification itérative des comportements électoraux va corroborer ladite prédiction.

Ce résultat est heureusement obtenu dans un modèle très schématique et ne se vérifie pas entièrement : Myatt (2000) montre que la coordination sur l'information publique n'est que partielle. Il trouve également un résultat contre-intuitif : plus un électeur perçoit un haut degré de vote stratégique dans la population, plus cet électeur est incité à voter sincèrement. Cela peut s'expliquer par le fait qu'un haut niveau de stratégie limite la pertinence des signaux qu'il reçoit. Dans ce contexte de mauvaise information, la difficulté à s'assurer de l'identité du candidat le mieux placé incite l'électeur à voter sincèrement. C'est ainsi que des petits candidats reçoivent

malgré tout des voix au premier tour d'un scrutin majoritaire à deux tours. Le vote stratégique ne suffit alors pas pour que le scrutin majoritaire à deux tours satisfasse le critère de Condorcet.

Nous avons montré dans ce chapitre l'intérêt du scrutin majoritaire, mais également les risques de paradoxe qu'il pouvait comporter. Sa version à deux tours comporte de nombreux défauts d'un point de vue théorique, largement dénoncés par les théoriciens du choix social. Il est donc étonnant que dans des périodes de contestation des lois électorales, certains continuent d'afficher une foi inébranlable dans le scrutin à deux tours, bien qu'il n'incite que partiellement les électeurs à révéler leurs préférences sincères.

Comme nous l'avons indiqué, le scrutin majoritaire semble naturel lorsqu'il s'agit d'élire quelqu'un à un poste unique. Quand il s'agit une assemblée représentative, on lui a opposé depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle le scrutin proportionnel. Ces deux familles de scrutin se retrouvent, avec des poids inégaux, dans la loi électorale en vigueur en RDC.

### **3.5. Critique du scrutin proportionnel**

Cette distorsion qu'induit la représentation majoritaire est le reproche essentiel que lui ont adressé les partisans de la représentation proportionnelle. Ces derniers considèrent plus l'assemblée comme une juste représentation de la population qui l'a élue. Il faut donc que le mode de scrutin retranscrive fidèlement les différents courants de pensée en proportion de leur succès. Le fonctionnement est simple : accorder proportionnellement autant de sièges à une liste qu'elle a reçu de voix. Le scrutin proportionnel est utilisé en France pour les élections européennes et pour les élections sénatoriales dans les départements qui élisent moins de cinq sénateurs et en RDC pour les élections législatives et provinciales.

Le premier problème découle de l'objectif principal de la proportionnelle : assurer la représentation des courants minoritaires. Le but est d'obtenir une assemblée réellement représentative des différents courants politiques de la société. Ce procédé entraîne donc un morcellement de l'assemblée entre les différents courants, ce qui rend difficile le fonctionnement de l'assemblée pour la prise de décision. Comme nous l'avons vu précédemment, plus les préférences des électeurs devant se prononcer sont hétérogènes, plus elles sont difficiles à agréger. Les partis doivent donc pour prendre des décisions former des alliances entre eux, ce qui augmente le côté stratégique de la délibération collective et, partant, les chances que certaines factions n'agissent pas sincèrement. Dès lors ces groupes en question ne représentent plus fidèlement les préférences pour lesquelles ils ont été élus, ce qui biaise la représentation démocratique. Les comportements stratégiques sont d'autant plus probables que dans une assemblée, on connaît facilement les préférences des différents groupes, ce qui augmente l'incitation à ne pas se prononcer en accord avec ses préférences réelles. Les petits partis troublent la prise de décision et n'ont pas de réel pouvoir ; ils sont obligés de se rallier avec d'autres, au détriment de leurs convictions politiques. C'est pourquoi les élections d'assemblée en France comportent toutes un seuil de représentativité. Les partis n'ayant pas atteint ce seuil (au premier ou second tour selon l'élection) n'obtiennent aucun siège.

Dans l'assemblée, il n'existe pas de majorité stable, elle varie au contraire au gré des alliances entre les partis. Il est difficile dans ces circonstances de mener une politique suivie et de prendre de mesure d'envergure. L'exercice est alors fait de petites mesures car tout « plan d'action » est entravé par l'instabilité du pouvoir de décision. Le phénomène peut être aggravé par la présence d'un parti-arbitre. Si deux partis opposés ont chacun une part importante des sièges sans qu'aucun n'ait la majorité absolue, un troisième parti peut jouer le rôle d'arbitre en décidant de faire pencher la balance en faveur de l'un ou l'autre des partis. Ce troisième parti jouit d'un important pouvoir de décision ; il n'a pas à lui seul le pouvoir d'imposer ses mesures, mais il peut décider pour l'une ou l'autre option. Par ailleurs, il peut marchander ses voix en échange de concessions sur d'autres mesures. L'objectif de respect des différents courants est peut-être atteint, mais concrètement la répartition des pouvoirs n'est pas à la mesure de l'importance populaire des partis. C'est d'ailleurs ce genre de situations qui a motivé l'instauration en 2003 d'une « prime à la majorité » aux élections régionales en France : le parti arrivé en tête reçoit d'emblée 25% des sièges, les 75% restant étant répartis à la représentation proportionnelle.

Nous allons maintenant voir que la répartition des sièges entre les différentes listes ne va pas sans poser des problèmes. En effet, le nombre de postes à pourvoir est toujours beaucoup plus réduit que le nombre de votants. Il est donc impossible de respecter l'exacte proportion décimale des voix car on ne peut pas diviser un siège en plusieurs.

Les calculs se font toujours en deux temps. La première attribution est faite à partir d'un quotient électoral qui peut être déterminé à l'avance (quotient fixe), ou, cas en RDC, être calculé en divisant le total des suffrages exprimés dans la circonscription par le nombre de sièges à pourvoir. Ce quotient est égal au nombre de voix nécessaire pour avoir un siège. Il existe en réalité plusieurs types de quotients, mais on n'utilise en France que le quotient simple :  $Q = V/S$  où  $V$  et  $S$  désignent respectivement le nombre de voix et le nombre de sièges à pourvoir.

Dans un premier temps, chaque liste obtient autant de sièges qu'elle a atteint de fois le quotient électoral. Si une liste  $i$  reçoit  $v_i$  voix, il recevra donc  $s_{i1} = \text{ent} \left( \frac{v_i}{Q} \right)$  sièges (où *ent* signifie qu'on ne garde que la partie entière du ratio, puisqu'on ne peut pas partager de siège). Mais cette première répartition laisse des restes, c'est-à-dire des sièges non pourvus. C'est l'existence de ces restes qui pose problème. On distingue en général deux grands types de méthodes s'appuyant sur les quotients pour répartir les sièges, qui ne donnent pas les mêmes résultats : aux plus forts restes, et à la plus forte moyenne. Nous n'exposerons que la méthode aux plus forts restes qui est d'application en RDC.

La répartition aux plus forts restes (dite aussi *méthode Hamilton*) implique que dans chaque circonscription, les sièges non pourvus soient attribués à chaque liste selon l'ordre décroissant des suffrages inemployés après la première répartition.

**Tableau n°12. Plus forts restes : Première élection.**

Partis	Voix obtenues	1 <sup>ère</sup> attribution	Reste	Attribution aux restes	Total
A	61.000	3	1000	0	3
B	29.000	1	9000	0	1
C	10.000	0	10.000	1	1

Supposons une circonscription de 100 000 voix devant pourvoir un conseil de cinq sièges. Le quotient électoral est alors de 20.000. Les voix que se répartissent trois partis comme indiqué dans le tableau n°12. Cette méthode avantage les petites formations, surtout dans les petites assemblées, notamment celles qui n'ont pas réussi à obtenir le quotient électoral mais qui s'en sont approchées et disposent de forts restes, comme le montre le cas du parti C qui obtient le même nombre de siège que B avec trois fois moins de voix. C'est une première entorse à la représentativité.

**Tableau n°13. Plus forts restes : Deuxième élection.**

Partis	Voix obtenues	1 <sup>ère</sup> attribution	Reste	Attribution aux restes	Total
A	55.000	2	15.000	1	3
B	33.000	1	13.000	1	2
C	12.000	0	12.000	0	0

Imaginons maintenant que le parti A perde le soutien de 6000 électeurs, 4000 votant désormais pour B et 2000 pour C. L'élection suivante donne alors la répartition indiquée dans le tableau n°13. En perdant des voix, le parti A a perdu un siège attribué au quotient ; mais ayant ainsi augmenté ses restes, l'a regagné à l'attribution aux plus forts restes. Mais les voix qu'il a données à B permettent à celui-ci d'obtenir le second plus fort reste et ainsi de gagner un siège. Le paradoxe, que Balinski (2002) appelle « plus-pour-tous, moins-pour-un » est alors le suivant : le parti C bien qu'ayant gagné des voix a perdu un siège. Une variante de ce paradoxe, dite « paradoxe de l'Alabama », a poussé les Américains à abandonner cette méthode à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle.

Le même genre de problème de partage se pose lorsqu'il faut décider comment partager le nombre fixe de sièges de l'Assemblée nationale parmi les différentes circonscriptions électorales. Cela revient à considérer la population d'un département comme le score d'un parti. La méthode aux plus forts restes favorisera les grandes circonscriptions en leur pourvoyant davantage de siège plutôt que de petites circonscriptions.

## DEUXIEME PARTIE : PARTAGE EQUITABLE DES RESSOURCES

---

## Chapitre 4 : Problème de partage de ressources

---

Dans ce chapitre, nous allons présenter une théorie issue d'un rapprochement entre communautés. Il sera plus précisément axé sur le problème de partage équitable. Si les fondements théoriques de l'étude des problèmes de partage s'appuient sur les bases solides du choix social et de l'économie du bien-être, le partage a des spécificités qui font de lui un domaine d'étude interdisciplinaire à part entière (Bouveret, 2007). Son omniprésence dans les applications concrètes, que ce soit dans le domaine industriel, institutionnel, ou domestique, explique l'abondance de littérature qui lui est consacrée, que ce soit dans le domaine de la philosophie, dans le domaine de l'économie, ou plus récemment dans le domaine de l'informatique et de l'intelligence artificielle.

Derrière le terme « partage » se dessine une notion aux contours flous, polymorphes, et pouvant englober tout un ensemble de problèmes, allant de l'allocation de tâches entre machines ou individus à la division d'un territoire entre plusieurs communautés, en passant par le partage d'objets entre des agents.

Un problème de partage est un problème de décision d'optimisation particulier défini comme suit :

### Entrée :

- Une ressource commune limitée
- Un ensemble fini  $N$  d'agents demandeurs de la ressource
- Un ensemble de contraintes sur la ressource
- Un critère d'optimisation ou de décision

**Sortie :** Une allocation d'une partie ou de la totalité de la ressource à chaque agent qui vérifie les contraintes sur les ressources et qui optimise ou vérifie le critère donné (Bouveret, 2007).

La définition générique du problème de partage présentée ci-dessus englobe, comme nous l'avons fait remarquer, un ensemble hétérogène de problèmes. Il nous convient d'introduire par la suite les principales notions liées à la définition des problèmes de partage. L'objectif est de présenter un aperçu étendu de ces différents problèmes. L'introduction de ces notions nous permettra ainsi de limiter l'étendue de notre étude à un cadre bien précis, et nous fournira les bases nécessaires à la modélisation de ces problèmes.

La vue d'ensemble du problème de partage que nous proposons ici est centrée sur les questions qui suivent :

- Sur quel type de ressource travaille-t-on ?
- Comment cette ressource est-elle allouée ?
- Comment les agents expriment-ils leurs préférences ?
- Sur quel(s) critère(s) peut-on juger de la qualité d'un partage ?

## 4.1. La ressource

La ressource, qui est par essence en quantité limitée, est le point central des problèmes de partage. Sa nature et les contraintes qui en restreignent l'allocation déterminent le type du problème à traiter. Nous supposons avant toute chose que nous sommes dans un contexte *statique*, c'est-à-dire que la ressource n'évolue pas dans le temps (ceci n'est pas le cas comme le fait remarquer Bouveret (2007) lorsqu'il s'agit des denrées périssables, du carburant, ou encore les prises de vues du satellite, qui perdent leur valeur si elles sont délivrées trop tard). Cependant, cette dernière approximation est raisonnable pour la plupart des problèmes de partage réels.

### 4.1.1. Nature de la ressource

La première distinction entre différents problèmes de partage porte sur le type de la ressource elle-même. On distingue traditionnellement deux grands types de ressource : ressource *continue* et ressource *discrète*. Alors qu'une ressource continue peut être *a priori* divisée indéfiniment, une ressource discrète ne peut être divisée qu'un nombre de fois fini, jusqu'à arriver à un ensemble d'atomes indivisibles.

On peut faire, parmi les problèmes faisant intervenir une ressource discrète, un autre niveau de distinction, selon que la ressource est divisible (de manière finie, donc.) ou non. En toute rigueur, ces deux cas ne sont pas différents l'un de l'autre, puisque dans le cas d'une ressource divisible, on peut travailler sur l'ensemble des atomes comme si l'on travaillait sur une ressource indivisible. Il s'agit donc plus d'une différence d'approche du problème que d'une propriété intrinsèque de la ressource. Cette remarque s'applique de même à la distinction entre les problèmes dits à unités multiples, qui font intervenir plusieurs instances de chaque objet, et les problèmes à unité simple, ne faisant intervenir qu'une seule instance de chaque objet. Dans ce travail, nous ne distinguerons plus ressource discrète et ensemble de ressources indivisibles.

Certains problèmes peuvent faire intervenir des ressources mixtes. Parmi ces problèmes figurent notamment ceux qui concernent l'allocation de ressources indivisibles avec compensation monétaire entre les agents. Dans ce genre de problèmes, la monnaie intervient comme une ressource continue ayant un statut spécial : elle ne fait pas partie de la ressource à partager à proprement parler, mais peut être utilisée sous forme de transferts entre agents pour compenser la non-équité du partage. Une solution du problème de partage est donc dans ce cas-là une allocation de la ressource aux agents, et un ensemble de transferts monétaires entre les agents.

A la lueur de ces considérations, nous pouvons donc proposer une définition de la notion de ressource, fondée sur la dichotomie ressource continue/ressource discrète :

#### **Définition 4.1. (Ressource).**

- Une ressource continue est un ensemble en bijection avec  $[0,1]$
- Une ressource discrète est un ensemble en bijection avec  $\{o_1, o_2, \dots, o_p\}$

Nous pouvons ensuite définir de manière formelle la notion de partage<sup>14</sup>

**Définition 4.2. (Partage).**

*Soit  $\mathcal{R}$  une ressource et  $N$  un ensemble fini de  $n$  agents. Un partage de  $\mathcal{R}$  entre les agents de  $N$  est un  $n$ -uplet  $\pi \in (\mathcal{P}(\mathcal{R}))^n$ . La composante  $\pi_i$  est appelée la part de l'agent  $i$ .*

En d'autres termes, un partage est simplement défini comme un vecteur de parts, une part étant une partie de la ressource revenant à un agent particulier. Nous ne considérons pas ici que les parts sont disjointes deux à deux. Si c'est le cas nous le signalerons par une contrainte.

La nature de la ressource est une donnée cruciale dans la définition du problème de partage. Selon la nature de la ressource, on aboutit à des types de problèmes très différents dans leur difficulté, dans leur modélisation et dans leur traitement. A la lueur de la littérature sur le sujet, nous pouvons mettre en évidence les classes suivantes de problèmes, caractérisées par les types de ressources que les problèmes font intervenir :

- Une ressource continue et homogène, mais les agents ont un pouvoir imparfait. Puisque la ressource est continue et homogène, les préférences des agents s'expriment comme une fonction de la quantité de ressource qu'ils reçoivent : trouver un partage équitable (si tant est que les agents ont un droit d'accès identique sur la ressource) revient dans ce cas-là à un problème d'optimisation continue sous contrainte : on cherche à égaliser un certain nombre de fonctions sous la contrainte que la somme des quantités allouées aux agents soit égale à la quantité de ressource disponible. Dans la plupart des problèmes, on suppose en plus que les préférences des agents sont identiques et dépendent linéairement de la quantité de ressource reçue, rendant le problème trivial (il suffit d'allouer à chaque agent le  $n^{i\text{ème}}$  de la ressource). La difficulté vient alors du fait que l'on est incapable de découper la ressource de manière très précise, et que les agents ont des perceptions différentes sur la quantité de ressource contenue dans une part (ainsi, un agent pourra estimer que sa part représente moins du  $n^{i\text{ème}}$  de la ressource, se sentant lésé dans le partage, alors qu'un autre qu'un autre agent estimera que cette même part représente une fraction supérieure au  $n^{i\text{ème}}$  de la ressource). Le nœud du problème se résume donc à la recherche d'une procédure permettant aux agents d'aboutir de manière décentralisée à un partage de la ressource que chacun estime juste. L'exemple typique d'application à ce problème est celui du partage d'un gâteau homogène. Un autre exemple d'application concerne le partage de territoires ou de droits d'exploitation sur des ressources naturelles, si l'on considère en première approximation que ces ressources sont homogènes. Ce type de problème a abouti à la mise au point de méthodes du type « *Je coupe, tu choisis* » (divide-and-choose), généralisée à  $n$  agents. Une forte littérature sur l'étude des procédures d'allocation de ressource divisible et homogène est donnée par Brams et Taylor (1996 ; 2000) et aussi par Robertson et Webb (1998).

---

<sup>14</sup>Dans sa thèse, Bouveret (2007) ne fait aucune différence entre partage et allocation de ressource. Nous adoptons cette vision du problème.

- La ressource est continue mais hétérogène, les préférences des agents, qui ont toujours un pouvoir imparfait, sont en rapport avec cette hétérogénéité. Ici la difficulté vient toujours du fait que les agents sont incapables de partager la ressource de manière parfaite, ajoutant à cela la difficulté supplémentaire liée à l'hétérogénéité de la ressource. Il existe de multiples exemples de problèmes de partage de ressources continues hétérogènes : partage de territoires, partage de  $n$  ressources continues, etc. Ces problèmes sont étudiés en détail par Brams et Taylor (1996 ; 2000), donnant lieu par exemple à des procédures telles que *Adjusted Winner*, utilisées dans des problèmes concrets. Notons que le problème de partage de gâteau est encore une fois considéré comme une métaphore de base pour désigner une ressource continue et hétérogène quelconque : ce genre de problème a l'avantage d'être simple à comprendre et illustratif.
- La ressource est discrète, mais des compensations monétaires sont possibles. Il s'agit de l'un des problèmes les plus étudiés dans la littérature sur le problème de partage (encore une fois, on pourra consulter les ouvrages de référence cités ci-dessus), car il englobe un grand nombre de problèmes réels pouvant s'avérer délicats, dans lesquels le besoin d'équité est crucial : problèmes de partage d'objets après divorce, héritage, etc. Deux aspects sont concernés par ces problèmes : partage des objets indivisibles eux-mêmes, et calcul des compensations financières nécessaires au rétablissement de l'équité. L'objectif est donc de mettre au point des procédures permettant d'une part de se rapprocher le plus possible de l'équité lors du partage d'objet (équité dans le sens où chacun estime avoir sa « juste part »), et d'autre part d'atteindre effectivement l'équité à l'aide des compensations monétaires. Etant donné le contexte dans lequel ces procédures sont en général appliquées, elles nécessitent de plus d'être résistants aux manipulations des agents, dans le sens où elles doivent dissuader les individus de falsifier leurs préférences.
- La ressource est discrète, mais les compensations monétaires sont impossibles. Il est rare dans ce type de problème que l'on puisse atteindre un état d'équité parfaite. On va donc chercher à s'en approcher le plus possible. On peut avoir affaire dans ce cas à deux types de problème très différents :
  - Si le nombre d'objets en jeu est faible (dans le cas extrême, il peut n'y avoir qu'un seul objet, par exemple un rein à attribuer à un patient en attente de greffe), et que les agents ont des préférences simples, il s'agit d'un problème éthique ou moral, qui est de savoir à qui attribuer la ressource (Young, 1994). Entre en jeu des considérations telles que le besoin, le mérite, l'adéquation ou la priorité.
  - Si le nombre d'objets en jeu est élevé et que les agents ont des préférences complexes sur les objets, s'exprimant par des dépendances, on se trouve typiquement dans un cas de problème d'allocation combinatoire. Ici, la difficulté du problème est liée à l'explosion combinatoire due à la structure de l'espace des partages admissibles.

Comme nous pouvons donc constater, l'étude des problèmes de partage de ressource continue ou de ressource discrète avec compensations monétaires est une discipline traditionnelle et largement étudiée dans le domaine économique. En revanche, les quelques travaux récents en Informatique et Intelligence artificielle concernant le domaine du partage sont plutôt centrés sur des ressources discrètes.

Remarquons aussi que la limite entre les deux types de ressource est parfois difficile à appréhender, ou peut dépendre de l'approche utilisée pour modéliser ou résoudre le problème. Ainsi par exemple un problème impliquant une ressource continue peut être traité par discrétisation, c'est-à-dire en divisant la ressource en un ensemble de parts indivisibles, le processus d'allocation portant ensuite sur cet ensemble de parts : dans un problème de partage d'une réserve d'eau d'une capacité de 10000 litres, les agents peuvent s'accorder sur le partage de 200 unités de 50 litres plutôt que sur le partage au millilitre près de la ressource. Ainsi, une ressource continue peut être traitée en première approximation avec des techniques s'appliquant aux ressources discrètes, bien que ce ne soit pas toujours la méthode la plus efficace.

Dans d'autres problèmes, la ressource à partager elle-même peut dépendre de la modélisation adoptée. Dans un exemple d'application donné par Bouveret (2007), on montre que l'on peut aborder le problème de partage d'une constellation de satellites sous deux angles différents : Soit on considère que l'on partage l'ensemble des requêtes émises par les agents et on a donc affaire à une ressource indivisible, soit on aborde le problème sous le point de vue du partage du temps d'utilisation de la constellation de satellites. Le temps étant par essence une ressource continue.

#### 4.1.2. *Les contraintes d'admissibilité*

Dans tout problème de partage, l'attribution de la ressource aux agents est soumise à un certain nombre de contraintes. Ces contraintes peuvent être notamment de nature physique (impossibilité par exemple d'attribuer le même objet à deux agents différents), ou encore de nature légale (impossibilité pour un agent d'acquiescer plus d'une certaine quantité de ressource). Par contraintes nous désignerons toute condition imposée sur la ressource, qui restreint l'ensemble des allocations possibles aux agents soit de manière formelle :

**Définition 4.3. (Contrainte d'admissibilité).** Soient  $\mathcal{R}$  une ressource et  $N$  un ensemble fini d'agents. Une contrainte d'admissibilité sur l'attribution de la ressource aux agents de  $N$  est un sous-ensemble  $C \subseteq (\mathcal{P}(\mathcal{R}))^n$ .

Cette définition ne fait aucune supposition sur la manière dont est exprimée la contrainte. L'introduction de contraintes dans le partage nous permet de définir la notion d'allocation admissible :

**Définition 4.4. (Partage d'admissibilité).** Soient  $\mathcal{R}$  une ressource,  $N$  un ensemble fini d'agents et  $\mathcal{C}$  un ensemble de contraintes. Un partage admissible de  $\mathcal{R}$  entre les agents de  $N$  vis-à-vis de l'ensemble de contraintes  $\mathcal{C}$  est un  $n$ -uplet  $\pi \in \bigcap_{C \in \mathcal{C}} C$ . L'ensemble de partages admissibles est noté  $\mathcal{A}$ .

## 4.2. Principes normatifs de la justice distributive

### 4.2.1. *Le principe d'équité*

Il existe trois grandes théories normatives de la justice distributive. La première d'entre elles, et la plus ancienne, est le principe d'équité d'Aristote :

« *Les contestations et les plaintes naissent quand, étant égales, les personnes possèdent ou se voient attribuer des parts non égales, ou quand, les personnes n'étant pas égales leurs parts sont égales. [...] Tous les hommes reconnaissent, en effet, que la justice dans la distribution doit se baser sur un mérite de quelque chose, bien que tous ne désignent pas le même mérite* »

Aristote, *Ethique à Nicomaque*, Livre V, chapitre 6, traduction Tricot<sup>15</sup>

Le principe selon lequel les égaux doivent être traités de manière égale prête relativement peu à confusion : si deux personnes sont parfaitement identiques selon toutes les caractéristiques entrant en ligne de compte dans le problème, alors elles doivent être traitées de manière parfaitement égale. En revanche, le principe de traitement inégal des inégaux (de manière proportionnelle à leurs différences) est sujet à de nombreuses interprétations.

#### 4.2.2. *Le welfarisme cardinal*

Le *welfarisme* compte parmi les paradigmes dominants actuellement dans le domaine de la micro-économie. Née des travaux initiaux des précurseurs de Condorcet et Borda, puis de ceux de Bentham et d'Arrow, cette théorie s'applique de manière générale à tous les problèmes de décision collective (dont les problèmes de partage sont des instances particulières). Elle est fondée sur un postulat de choix rationnel (chaque choix individuel cherche à maximiser une relation de préférence donnée complète), et sur le principe de l'individualisation méthodologique : l'individu et le monde extérieur (caractérisé par un ensemble d'états, ou en d'autres termes d'alternatives) sont deux entités séparées. L'autorité collective peut agir sur la distribution des ressources, mais pas sur l'individu lui-même, qui a des caractéristiques intrinsèques telles que ses valeurs, préférences, expériences, etc. Le postulat de base de la théorie du *welfarisme* est que chaque agent peut exprimer sa satisfaction vis-à-vis des états du monde sous forme d'un ordre sur ces états ou d'un indice numérique : le *bien-être social* (*social welfare*). Le *welfarisme* est donc un procédé permettant d'agrèger de manière mécanique le bien-être social des agents pour en déduire une décision collective. Ce modèle se divise en deux grands domaines d'étude :

- Le *welfarisme ordinal* ou *choix social*, qui s'applique à l'agrégation de relations de préférences ordinales, comme dans le domaine du vote.
- Le *welfarisme cardinal*, qui est la version quantitative du problème de décision collective, qui axiomatise le principe de l'utilitarisme de Bentham.

#### 4.2.3. *L'absence d'envie*

Les objections philosophiques et conceptuelles opposées aux modèles de l'utilitarisme classique et de l'égalitarisme ont conduit certains économistes à adopter un point de vue entièrement différent. L'un des écueils de ces approches est la comparaison interpersonnelle des utilités : le décideur (qui peut être une entité abstraite représentant la collectivité) doit être capable de comparer lui-même les utilités d'individus dont il ne sait rien par ailleurs. L'idée à

---

<sup>15</sup>Ce passage est tiré de la thèse de Bouveret (2007).

la base de l'approche fondée sur l'absence d'envie est que ce sont les agents eux-mêmes qui jugent si leur situation est meilleure que celle des autres. En d'autres termes, un partage est sans-envie si aucun agent n'estime qu'il est moins heureux avec sa part qu'il ne serait avec la part d'un autre agent, selon son propre point de vue.

### 4.3. Propriétés relatives au partage

Les deux propriétés que nous allons introduire ici sont spécifiques au partage, et ne s'appliquent donc pas de manière générale à d'autres problèmes de décision collective issus d'autres domaines que la justice distributive.

**Définition 4.5. (Test de juste part).** Soient  $\mathcal{N}$  un ensemble d'agents,  $\mathcal{A}$  l'ensemble des partages admissibles et  $\vec{\pi}$  un partage.  $\vec{\pi}$  satisfait le test de juste part (fair share en Anglais) si et seulement si

$$\forall i, f_i(\pi_i) \geq \frac{1}{n} \hat{u}_i, \quad \text{avec } \hat{u}_i \stackrel{\text{déf}}{=} \max\{f_i(\pi_i) / \vec{\pi} \in \mathcal{A}\}$$

Il semble assez souhaitable de faire en sorte que l'ordre de bien-être social utilisé fournisse un partage optimal garantissant la juste part des agents. Cependant, lorsque la ressource à partager est indivisible et qu'aucune compensation monétaire n'est possible entre les agents, il peut n'exister aucun partage admissible satisfaisant le test de juste part (Brams et Taylor, 1996). Cela se traduit par une propriété souhaitable des ordres de bien-être social proposée par Fargier et al. (2004) et Bouveret et al. (2005), qui stipule qu'un ordre de bien-être social doit fournir une solution qui satisfait le test de juste part s'il en existe une :

**Définition 4.6. (Propriété de Juste part garantie).** Soient  $\mathcal{N}$  un ensemble d'agents,  $\mathcal{A}$  l'ensemble des partages admissibles,  $\succsim$  un ordre de bien-être collectif et  $\hat{\mathcal{A}}$  l'ensemble des solutions non dominées pour cet ordre collectif. Soit  $\mathcal{F} = \{\vec{\pi} \in \mathcal{A} / i \in \llbracket 0, n \rrbracket, f_i(\pi_i) \geq \frac{1}{n} \hat{u}_i\}$ .  $\succsim$  vérifie la propriété de juste part garantie si et seulement si  $\mathcal{F} \neq \emptyset \Rightarrow \hat{\mathcal{A}} \cap \mathcal{F} \neq \emptyset$ .

Cette propriété est donc fondée sur ce à quoi chaque agent estime personnellement avoir droit, sans tenir compte de ce que reçoivent les autres agents.

L'autre vision classique et séduisante de l'équité dans les problèmes de partage est fondée sur la comparaison personnelle (interne à chaque agent) de la propre part d'un agent et de la part des autres agents : Il s'agit de l'absence d'envie, que nous avons présentée précédemment. La définition de l'envie, formalisée par Foley (1967), est simple : un agent envie un autre s'il serait plus heureux d'avoir la part de l'autre que d'avoir sa propre part.

**Définition 4.7. (Test d'absence d'envie).** Soient  $\mathcal{N}$  un ensemble d'agents,  $\{f_1, \dots, f_n\}$  l'ensemble de leurs fonctions d'utilité exprimées sur les parts et  $\vec{\pi}$  un partage.  $\vec{\pi}$  satisfait le test d'absence d'envie si et seulement si  $\forall i \neq j, f_i(\pi_i) \geq f_i(\pi_j)$ . Un partage satisfaisant le test d'absence d'envie est dit sans envie.

Bien entendu, le critère d'absence d'envie seul n'est pas suffisant, car il existe toujours un partage sans envie : le partage qui ne donne rien à personne est sans envie.

**Exemple 4.1.** Soit le partage à 2 objets  $o_1$  et  $o_2$  et deux agents 1 et 2. Les préférences sont les suivantes : 1 et 2 ont les mêmes préférences et valent  $\emptyset$  à 0,  $\{o_1\}$  à 5,  $\{o_2\}$  à 6 et  $\{o_1, o_2\}$  à 10. Alors :

- Le partage  $(\emptyset, \{o_1, o_2\})$  n'est pas sans-envie car 1 envie 2
- Le partage  $(\{o_1\}, \{o_2\})$  n'est pas sans-envie car 1 envie 2
- Le partage  $(\{o_2\}, \{o_1\})$  n'est pas sans-envie car 2 envie 1
- Le partage  $(\{o_1, o_2\}, \emptyset)$  n'est pas sans-envie car 2 envie 1

Dans cet exemple, il n'existe aucun partage complet sans-envie. En revanche, si les compensations monétaires sont possibles, dans tous les partages, l'agent bénéficiaire de la plus grande part peut reverser la moitié de son utilité sous forme d'argent à l'agent lésé, produisant ainsi des partages sans envie.

## **Chapitre 5 : Etude des sociétés traditionnelles africaines**

---

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons plus particulièrement à l'organisation politique des sociétés bantoues. En effet, il s'agit d'étudier de près leur conception du pouvoir, leur mode de partage et leur organisation politique traditionnelle (avant la colonisation).

### **5.1. Description des peuples bantous**

Les peuples parlant les langues bantoues, en sortant de la préhistoire et de la protohistoire à la suite de longues migrations dues à un accroissement démographique, à la maîtrise des techniques agricoles et métallurgiques, ont créé des entités sociales plus ou moins larges pour perpétuer la vie. Autant les mythes et les légendes représentent leurs genèses dans le temps et dans l'espace, leurs idées, leurs croyances, toutes les richesses de leur intelligence, autant les structures sociales sont l'expression vivante de leur organisation extérieure, politique. Les bantous ont été divisés en tribus : chaque tribu a fini par occuper un emplacement particulier, sans se mêler avec les autres tribus. Les tribus bantoues (Duala, Fang, Kikuyu, Teke, Kongo, Mbochi, Sena, Sotho...) sont le résultat des migrations anciennes du peuple bantou en Afrique centrale, orientale et australe.

Une tribu bantoue est donc une portion du peuple bantou, ayant un établissement définitif après de longues migrations, ayant ses chefs politiques et spirituels, ses juges qui forment un conseil, son individualité spéciale, adorant des divinités protectrices. Dans l'Afrique noire précoloniale, l'émergence des états n'a pas fait disparaître l'importance sociale, culturelle, économique, politique des familles, des tribus. Les liens de famille imbivent toute la vie collective. Un enfant appartient à sa mère, non point seulement biologiquement, mais encore socialement à cause des liens que voici: liens de l'ancêtre, liens du nom, liens du totem, liens de la divinité protectrice du lignage maternel. C'est le grand oncle maternel qui est le chef de famille<sup>16</sup>. Il est - par le sang des ancêtres - gérant légal des biens immeubles laissés par les parents. Il exerce tous les pouvoirs importants, politiques, judiciaires, administratifs, militaires, spirituels...au nom des ancêtres, et pour l'intérêt de la communauté tribale globale. Les liens de sang sont donc très importants. La parenté est essentielle. C'est une natte communautaire qui accueille indifféremment frères et sœurs, neveux et nièces, petits fils et arrière petits-fils, bref tous les parents, tous les enfants de la famille.

Dans les sociétés bantoues, les unités fondamentales sont constituées et dirigées par des groupes de filiation.

En Afrique bantoue, le système clanique est pour ainsi dire l'œuvre des ancêtres par l'intermédiaire des femmes. Le système clanique n'est pas seulement une structure familiale mais encore une institution politique, comme la chefferie, la royauté.

---

<sup>16</sup>Cette conception du pouvoir familial est la plus répandue chez les bantous mais certaines tribus sont fortement patriarcales. C'est le cas des Luba.

## **5.2. Etude des tribus bantoues**

Cette étude, bien que reprenant le terme générique « bantou », se concentrera sur l'étude des tribus bantoues de la RDC. Il convient tout de même de souligner aussi qu'une des valeurs indéniables chez les bantous est la liberté d'expression. La démocratie bantoue est fondée sur le dialogue : « La palabre ». Il n'est pas étonnant de voir en Afrique deux protagonistes finir par se mettre sur une même table et négocier le partage du pouvoir. Ceci est une valeur naturelle en Afrique.

### *5.2.1. Organisation de la palabre en RDC*

Avant la formation de la RDC comme État souverain dans ses limites actuelles, les 450 ethnies qui composent la population congolaise actuelle étaient organisées en royaumes autonomes (Ndaywel, 1998). C'était l'époque dite précoloniale. Parmi ces ethnies, il y a des Luba, des Lunda, des Kongo, des Lega, des Bembe, des Shi, des Havu, des Vira, des Fuleru, des Nyindu, des Kumu, des Kanu, des Tembo, des Pere, des Nande, des Hutu, des Tutsi, des Songe, des Kusu, Bangubangu, des Zimba, Banyanga et autres. Ce sont ces ethnies qui forment le peuplement principal de la RDC (Katambu, 2008).

Ces ethnies avaient des organisations politiques autonomes et différentes. Certaines étaient organisées en État fédéral comme les Lega avec un système politique de démocratie directe (le Bwami corporatif) alors que d'autres étaient des États centralisés (Katambu, 2008).

### *5.2.2. Organisation des Peuples de la RDC autour de la Palabre*

Dans ces États précoloniaux, l'organisation politique était démocratique dans la mesure où le destin de la population était rarement dans les mains d'un seul homme à l'instar du monarque appelé selon le cas Mwami ou Mulopwe du royaume Luba ou Mwant yav de l'empire lunda ou Mani Kongo du royaume de Mbanza-Kongo ou M'fumu chez les Basonge. Le pouvoir du chef dépendait étroitement du groupe à la tête duquel il était placé c'est-à-dire il était limité dans les faits par le caractère collégial des conseils et des différentes instances intermédiaires qui pouvaient en cas d'excès ou d'abus de pouvoir sanctionner le monarque. C'était à l'issue d'une palabre de réconciliation en application des règles juridiques très élaborées mais qui n'étaient pas écrites.

La palabre est le nom générique d'institutions de l'Afrique subsaharienne permettant aux hommes et/ou aux femmes de se réunir, de réfléchir à chaque étape de la vie, événement important de la vie pour résoudre certains problèmes, se réjouir, partager leurs peines, s'entraider, transmettre le savoir, l'avoir, le savoir-faire et savoir être. L'oralité y est la règle. Cette institution de Palabre a des noms africains différents, selon les circonstances et selon les ethnies. Chaque membre de la tribu ou de l'ethnie qui y participe a la liberté de s'exprimer. Cette Palabre africaine a survécu à la colonisation. La palabre de résolution des conflits, par exemple, continue d'exister parallèlement aux juridictions modernes et ses décisions sont obligatoires et exécutoires selon son système propre. C'est à elle que l'on recourt encore dans

de nombreuses ethnies de la RDC pour sanctionner notamment les abus de la liberté d'expression ou les excès dans son exercice.

Lorsque la palabre de résolution des conflits est convoquée, elle repose sur deux principes fondamentaux. Le premier principe est le droit d'être entendu très large qui accorde le droit à la parole à tous les participants à la Palabre de telle sorte que le jugement par contumace n'existe pas. C'est une sorte de démocratie directe. Le deuxième principe : La recherche du consensus dans la prise de décision, de la réconciliation en cas de conflit. En effet, le but de toute palabre est donc d'aider le fautif à intérioriser les valeurs sociales et morales de manière qu'il les vive comme il respire. C'est le social intériorisé, la transformation de la contrainte extérieure en un *self-control*.

### *5.2.3. Organisation politique des sociétés bantu traditionnelles*

#### *5.2.3.1. Les Kongo*

Le royaume de Kongo était un empire de l'Afrique du sud-ouest, situé dans des territoires du nord de l'Angola, de Cabinda, de la République du Congo, l'extrémité occidentale de la République Démocratique du Congo et d'une partie du Gabon. A son apogée, il s'étendait de l'Océan Atlantique jusqu'à l'ouest de la rivière Kwango à l'est, et du fleuve Congo jusqu'à la rivière Loje au sud. Bien des auteurs et tant d'autres personnes situent, par erreur, l'ancien Empire Kongo aux cotés de l'Angola, de la République Démocratique du Congo et de la République du Congo, c'est une grosse erreur car il faut noter que ces trois pays n'existaient pas avant le royaume Kongo. Il s'agit plutôt des parties de ces pays qui étaient des territoires au sein même du royaume Kongo. Il s'agissait des territoires ou des provinces à part entière ayant appartenu à l'ancien royaume Kongo (Batsikama, 1999). Toute la partie nord et nord-est de l'actuel Angola était, sans le moindre doute, des territoires du royaume Kongo dont les frontières s'étendaient sur tout le long du littoral de l'océan atlantique de tous ces trois actuels pays Angola, République Démocratique du Congo et République du Congo (soit des ex-provinces du royaume Kongo : Soyo, Mbata, Pumbu, et des ex-territoires vassaux : Loango, Vili, etc.). Cette partie dans l'actuel Angola fut détaché de l'autorité du roi Kongo par un groupe des aventuriers portugais chassés de Mbanza-Kongo (Capitale du royaume Kongo) à cause de leurs activités de commerce d'esclaves que n'approuvaient plus le peuple Kongo. En se réfugiant dans cette partie du royaume Kongo, les aventuriers portugais firent assassiner Dongo, le gouverneur nommé par le roi, avant de procéder à la sécession. Quelques années plus tard, un des fils de l'ancien gouverneur Dongo dénommé Ngola fit organiser une contre-attaque contre les portugais qui se réfugièrent dans les terres de São Tomé. Ainsi Ngola était devenu le chef de cette partie du royaume Kongo de qui vient l'appellation originale de ce pays Ngola que les portugais appelaient Angola. Par contre jusqu'à ce jour dans les dialectes des peuples Kongo le Kikongo (dialecte qui se prononce avec différents accents selon les ethnies) le pays nommé actuellement Angola n'a pas de prononciation, le A n'étant pas de la dialectique Kongo, ce pays s'appelle toujours Ngola en Kikongo. Dans la partie Ouest de l'actuelle République Démocratique du Congo, pays qui tire son nom par la substitution du K par le C (Kongo = Congo), le royaume Kongo s'étendait du littoral de l'océan atlantique jusqu'à la rivière Kwango, soit toute l'actuelle province du Bas-Congo et une partie de l'actuelle province de Bandundu jusqu'aux rives du Fleuve Kwango. Le Bandundu actuel est une entité purement politique créée

par l'ancien Chef d'Etat Mobutu vers les années 60, elle n'existait pas autrefois. L'actuelle ville de Kinshasa était bel et bien, un territoire à part entière du royaume Kongo qui s'appelait Pumbu et dont les chefs des terres étaient les clans : Lukeni, Lukunga et Teke, les Humbu n'étant devenu un clan chef des terres que bien après. Tous les peuples de l'actuel territoire de Kwango dans l'actuelle province de Bandundu, les Yaka, les Lonzo, les Mbata, les Suku, etc. sont des Bakongo et n'ont rien en commun avec les autres ethnies du Bandundu actuel. L'empire Yaka fondé vers le XVIIème siècle était une fabrication des portugais qui voulaient éloigner les guerriers Yaka du royaume Kongo afin de l'affaiblir militairement (Batsíkama, 1999). Dans l'actuelle République du Congo, en dehors de la partie nord, tout le reste du pays était un territoire du royaume Kongo. Au Gabon, il faut intégrer à cette estimation de l'étendue de l'ancien royaume Kongo tous les territoires frontaliers avec la République du Congo et ceux du littoral de l'océan atlantique. En effet, le pouvoir Kongo avait pour ambition le contrôle du littoral de l'océan atlantique pour l'exploitation du sel marin et des coquillages "N'kodia" qui était sa monnaie (Symbole repris sous forme d'escargot par l'alliance de Bakongo « Abako » fondé par Nzeza Nlandu en 1957, d'où est venu le premier président du Congo « Kasa-Vubu » et qui fut aussi à l'origine de l'indépendance du Congo en 1960).

L'autorité politique suprême du Kongo pouvait être nommée de diverses manières :

- *Ntinu* : chef militaire
- *Mwene* : celui qui pourvoit aux besoins du peuple
- *Mfumu* : désigne quant à lui la notion de responsable au sens administratif comme au sens social.

À noter que "Mani" est l'expression la plus répandue dans la littérature occidentale mais ce ne serait qu'une traduction portugaise approximative de *Mwene* et non une quelconque autre titulature.

La fonction de *Mwene* est élective mais tout citoyen ne peut pas y prétendre car elle est aussi censitaire. On tient généralement le régime politique de *Mwene* pour une monarchie constitutionnelle. Toutefois, cette fonction n'est pas seulement politique. Elle est également sacerdotale ; comme un cas particulier du modèle africain dit de la "royauté sacrée", ou encore la "royauté divine".

En principe, la succession à la tête du Kongo est matrilineaire. En sorte qu'originellement, seuls les descendants de Lukeni Lwa Nzinga, la fille de l'ancêtre-mère primordiale, pouvaient prétendre au poste de *Mwene*. Les descendants de Vit'a Nimi ayant pour fonction de veiller au respect, entre autres, de cette loi de succession. Par conséquent, après avoir été élu par le Conseil des Sages, un *Mwene* ne peut être consacré que s'il subit une cérémonie rituelle organisée et présidée par le gardien des principes spirituels et politiques désigné nécessairement parmi la lignée des Nsaku.

### 5.2.3.2. Les Bangala

Les Bangala (parfois Mongala) sont l'ensemble des groupes ethniques bordant le fleuve (Moyen-Congo et Haut-Congo) et ses régions limitrophes dans le bassin du fleuve Congo. Ce groupe ethnique est d'origine soudanaise ou bantoue, comme beaucoup d'éthnies bantoues. Ses principales ethnies sont les Budja, Ngombe, Poto, Doko, Mondunga, Pakabete, Benzale et Bozoki dans le district de la Mongala, et les Ngbandi, Ngbaka, Mbanza, Monzomba, Mwe, Libinza, Ngombe, Likoka Ngundu, etc. dans les districts du Nord-Ubangi et Sud-Ubangi.

L'identité Bangala n'est pas clairement définie, et la différence avec les Bobangi est parfois un sujet de désaccord. Selon certains experts, les Bangalas sont les riverains au nord de l'équateur et les Bobangi ceux du sud de l'équateur. Les ethnologues regroupent ou assimilent parfois les différentes ethnies du fleuve car celles-ci partagent un style de vie, une culture, une langue véhiculaire commune, le lingala, et des langues proches, des territoires et se mélangent souvent dans la vie quotidienne. Cependant les différences linguistiques et culturelles entre groupement de villages demeurent. En général une personne ne s'identifie pas au groupe bangala mais plutôt à sa tribu ou son groupement de villages. Le groupe bangala a seulement une importance au niveau politique, lors de la Crise congolaise par exemple (Bursens, 1954).

Les Bangalas sont un ensemble d'ethnies que l'on retrouve principalement dans les deux Congo. Au Congo-Brazzaville, les ethnies identifiées à l'ensemble bangala sont:

- Les M'bochi;
- Les Kouyou;
- Les Makoua;
- Les Bobangi;
- Les Bomitaba;
- Les Likouba; etc.

En R.D.Congo, nous retrouvons:

- Les Bobangi;
- Les Ngdandzi; etc.

Selon Robert Wayne Harms (1978), les Bobangi, parfois appelés Bangala (pluriel de *Ngala*), sont une ethnie congolaise partagée entre la République Démocratique du Congo et la République du Congo, originaire de la région entre le fleuve Congo et l'Ubangi en République Démocratique du Congo (RDC). Ils étaient dans le passé de grands piroguiers et pêcheurs, ils le demeurent encore de nos jours, mais aussi des commerçants ou redoutables pirates. Toute leur vie tournait autour des fleuves et rivières. *Ngala* est un ancien mot pour « pirate ». Ils contrôlaient le commerce fluvial au nord du Pool Malebo durant la période précoloniale. Pendant quelques siècles, ils considéraient que le fleuve Congo était leur propriété, de la même manière qu'un propriétaire foncier considère son patrimoine. Ils y régnaient en maîtres et y faisait la loi. Toute embarcation naviguant sur le fleuve devait avoir l'autorisation des Bobangi. Sinon elle était mise à l'amende ou tout simplement coulée. Pour identifier une pirogue autorisée

ou amie, un signal lui était lancé par un cor fabriqué à base d'une corne de buffle. Cet instrument émettait un son composé de plusieurs notes codées. Ce son crypté voulait dire en clair: *Nse na nse na nkolo ebale nkolo BOTOKE* (Traduction : chaque parcelle de terre a un propriétaire, le fleuve a pour propriétaire Botoke). Car ils étaient propriétaire de ce fleuve laissé en héritage par leur ancêtre Botoke. Les passagers de l'embarcation à qui était lancé ce message codé répondait de la même manière et continuait leur voyage en saluant leur interlocuteur par un jet d'eau soulevé d'un puissant coup de pagaie. Quand la réponse ne retentissait pas ou était non satisfaisante, la pirogue considérée comme intrusive était rattrapée et sanctionnée. Ces pratiques s'estompèrent peu à peu lorsque les Bobangi se sédentarisèrent en s'installant sur la rive gauche du Congo, à Bolobo (pays des Banunu Bobangi) et ses environs où le Babangi est parlée de nos jours. Le Bobangi est la langue d'où le lingala tire son origine. Les territoires des Bobangi et celui des Makanza ont été des terres ayant opposé une longue et dure résistance à la pénétration coloniale. Une fois les hostilités apaisées, pour la constitution d'une force publique de l'ordre (armée et police), l'administration coloniale recruta ses premiers éléments chez ceux qui, par leur bravoure passée, lui avait donné le plus du fil à retordre. Il y eût un large recrutement de Bobangi et de Makanza qui furent envoyés dans chacune des agglomérations où au fur et à mesure l'administration coloniale s'établissait au Congo. Les Bobangi ne parlant pas une autre langue, en tant qu'agents de l'ordre, communiquaient avec les autochtones par leur dialecte qui peu à peu devint, avec quelques tournures linguistiques puisées dans les dialectes locaux, la langue de communication et d'échange d'une grande partie de la population. C'est ainsi que le lingala se forgea avec le temps. De nos jours, le Bobangi étant toujours parlé, comme à ses origines par les gens de Bolobo, reste compréhensible, en grande partie, par toute personne maîtrisant le lingala de quelque région que ce soit de la République Démocratique du Congo, des régions des pays voisins au nord et à l'est ainsi qu'en République du Congo (Bolobo étant sur la rive gauche, situé en face de la ville de Bouanga au Congo Brazzaville qui fût une des localités, entre autres, de ce côté de la rive droite, un point de départ de la conquête du lingala vers d'autres territoires en amont et en aval du fleuve Congo).

Ils parlent le bobangi, le lingala classique ou d'autres langues et dialectes apparentés. Le lingala a largement dépassé les limites de la communauté bangala, et est parlé de Kisangani à Kinshasa. Il a considérablement évolué depuis ses origines, étant devenu une langue véhiculaire. Aujourd'hui le lingala est une langue très importante au Congo-Kinshasa et Brazzaville. La musique congolaise en lingala est très renommée.

#### 5.2.3.3. *Les Luba*

Les Luba sont patrilinéaires. Au Kasai, il n'y a pas d'organisation politique supérieure au village. Au Katanga, le village, formé d'un ou de plusieurs lignages, était dirigé par un chef nommé par un supérieur hiérarchique. Plusieurs villages formaient la chefferie, dirigée par le *kilolo*, chef territorial. Les chefferies étaient groupées en provinces, qui formaient le royaume. Seules les chefferies des « propriétaires du sol » étaient héréditaires et échappaient aux nominations hiérarchiques. Tous les chefs nommés étaient *balopwe*, c'est-à-dire membres des lignages des rois légendaires Kongolo et Kalala. Chaque souverain construisait sa capitale ; à sa mort, celle-ci était confiée à une femme qui restait en contact avec l'esprit du défunt et la

léguaient à ses héritiers ; cette terre sacrée restait libre. Chacun des titres des dignitaires de la cour royale correspondait à une fonction ; le premier était le *twite*, chef de guerre et commandant d'un corps permanent d'officiers.

Le roi était censé posséder des pouvoirs surnaturels ; il était source de toute vie du fait du *bulopwe*, qualité transmise par le sang dans la lignée masculine et fondement de toute autorité. Le pouvoir absolu du monarque était tempéré par les complots éventuels de ses demi-frères.

Le royaume Luba fut un état centralisé et despotique, contrairement aux groupements de tribus environnantes. Créé par des princes de la culture issue du contact entre les locuteurs de langues bantouphones et soudanais archaïques, pour la plupart appartenant à la classe dirigeante dans leur pays d'origine, l'empire luba ne put pas entretenir de tradition dynastique forte à cause de la rivalité entre ses dirigeants qui se croyaient chacun doté du droit de diriger, ce qui conduisit à de nombreuses luttes pour le pouvoir, et fut à l'origine de sa décomposition ultérieure, ce malgré un droit du sang, ou "Bulopwe". Un souverain pouvait cependant être remplacé par un de ses demi-frères. C'est ainsi que chaque souverain choisissait une nouvelle capitale.

#### 5.2.3.4. *Les Swahili*

La culture swahilie (*Uswahili* en kiswahili) est la culture partagée par les peuples de la côte de l'Afrique de l'Est. Le terme viendrait du pluriel du mot arabe *sahel*: *sawahil* qui signifie côte ou frontière. Ces peuples ont des origines diverses mais présentent les mêmes caractéristiques : une population d'origine africaine bantoue avec des apports arabes et dans une moindre mesure persans. Les cités-États côtières comme Mombasa, Gede, Malindi ou les archipels de Zanzibar, des Comores, Kilwa ou de Lamu formaient une unité de culture swahilie prospère et renommée, vivant du commerce de marchandises africaines destinées aux marchés locaux et orientaux. Ces peuples parlaient donc une langue voisine, et partageaient un certain nombre de valeurs propres. C'est avant tout une culture urbaine, africaine et musulmane. A l'époque médiévale, les arabes appelaient *al-Zanj* (les noirs) la zone géographique des domaines territoriaux sous la domination de ces cités.

En raison de leur position d'intermédiaires entre les commerçants de l'océan Indien et les sociétés africaines de l'arrière-pays, les Swahili ont généralement veillé à entretenir de bonnes relations avec leurs partenaires et voisins, fondées sur une tolérance religieuse, le partage de pratiques et goûts communs, et les profits du commerce. Ce qui n'excluait pas des conflits fréquents, tant avec leurs voisins du continent, parfois très puissants, qu'avec les nations venues sur la côte avec des objectifs impérialistes (Portugais, Omanais).

Comme dans de nombreuses sociétés bantoues l'individu n'est rien face au groupe. Appartenir au groupe est le fondement de la société et toute mise à l'écart est la plus sévère des punitions. Ainsi l'appartenance se définit d'abord par le lieu d'origine ensuite par l'appartenance à des sociétés de type initiatique. Ces liens forment un quadrillage qui définit un individu.

## **Chapitre 6 : Discussions et conclusion sur le partage**

---

Nous avons vu dans cette partie que la « justice sociale » dans l'allocation des ressources aux agents implique l'introduction d'un ensemble des règles correspondant à ce que les membres de la société considèrent comme équitable. Ainsi, comme Aristote le soutient, l'équité réside en ce que chaque agent reçoive au moins la part égale à ce qu'il représente socialement. Il est normal, par exemple, dans la fonction publique de voir qu'un directeur soit mieux rémunéré qu'un huissier, les deux n'étant administrativement pas égaux.

Pour mieux appréhender le problème de partage dans une société, il faut d'abord la connaître. Les informations recueillies sur cette société sont voulues exhaustives sinon considérablement caractéristiques et détermineront les règles de partage acceptables par la société en vue d'un partage admissible de la ressource.

### **6.1. Caractérisation des communautés ethniques de la RDC**

Nous ne souhaitons certainement pas étudier toutes les ethnies de la RDC dans ce travail. Nous nous limiterons aux grandes communautés étant données leurs similitudes. Il s'agit des communautés Kongo, Luba, Ngala/Bobangi et Swahili. La résultante des attentes et du sens de l'équité de chacune d'elles déterminera une règle de partage admissible.

#### *6.1.1. Les Kongo*

L'organisation de l'état traditionnel Kongo est essentiellement fédéraliste. L'état est divisé en provinces dirigées par des gouverneurs qui sont nommés par le roi. La fonction du roi est élective mais tout homme ne peut y prétendre car elle est une fonction noble et sacrée. La succession au trône est matrilineaire. Ainsi, on voit que dans la nature Kongo se pose un problème d'originalité : on souhaite garder le sang pur (un autochtone) au trône plutôt que céder le pouvoir à un étranger (un enfant bâtard par exemple).

Les Ne-Kongo considèrent comme tous les bantous que les enfants sont la propriété de la mère qui en assure l'éducation. Tout incivisme dans la société est associé à une mauvaise éducation assurée par la femme-mère de son auteur. La succession suit la lignée de la mère car on est sûr d'être fils ou fille de sa mère que de son père. Une mère certifiée Kongo portera à coup sûr des enfants Kongo, ce qui n'est pas le cas pour l'homme qui peut être trompé par son épouse.

Le panvitalisme Kongo se caractérise par un attrait à la terre et à l'océan. Ces deux richesses sont un don divin et ne doivent en aucun cas être spoliées. C'est ainsi que les conservateurs Ne-Kongo tiennent au fédéralisme et au contrôle des ports. Le contrôle des ports visent de ce fait l'exploitation des ressources fluviales et maritimes par la pêche industrielle, l'exploration et l'extraction pétrolières, etc.

### 6.1.2. Les Luba

Comme nous l'avons vu au point 5.2.3.3., les Luba sont un peuple issu des lignées nobles des peuples bantous et soudanais archaïques. Leur empire n'a pas pu subsister aux conflits de succession car chacun des dirigeants se croyait être doté de droit de diriger. Cependant, le roi reconnu était doté d'un pouvoir divin et était tenu de respecter la loi au risque de perdre toute légitimité. L'organisation de l'état est unitaire mais l'administration a connu une certaine décentralisation et même une forme d'autonomie pour certaines contrées. En effet, la capitale choisie par un roi devenait autonome à sa mort et était confiée à une femme (le plus souvent sa sœur ou sa mère) qui devait veiller à ce que l'héritage soit bien partagé entre héritiers.

La femme est considérée comme source de vie et gardienne de la dignité du peuple. Elle ne doit en aucun cas porter opprobre au peuple. Elle assure l'éducation dans famille et veille à son équilibre. Elle est l'ouvrière de la société et non son esclave. Son pouvoir s'exerce sur les enfants desquels elle assure l'éducation. Elle doit totale soumission à son mari auquel elle doit aussi être fidèle toute sa vie. L'infidélité de la femme est une abomination dans la société Luba.

Le panvitalisme Luba est caractérisé par un attrait à la loi et à la tradition. Le non-respect de la loi était considéré comme un manque de dignité et une haute trahison. La parole prononcée a un pouvoir qui produit des effets souvent irréversibles. Un homme ne doit pas parler en vain et doit s'assurer de respecter un engagement pris. La succession est patrilinéaire car l'homme est le chef du foyer. Il doit s'assurer que la femme est mieux outillée pour éduquer et nourrir la famille. Il est associé à toute prise de décision au sein de la famille.

### 6.1.3. Les Ngala

Le peuple Ngala est caractérisé par son courage. La dignité d'un homme est fonction de son courage. Ainsi, un Mongala ne doit en aucun cas se laisser dominer par un étranger. Les Ngala sont des guerriers obligés de défendre leurs intérêts pour leur survie. La pêche et le commerce sont leurs activités principales.

Le panvitalisme Ngala est caractérisé par un attrait au fleuve. Ce peuple considère le fleuve, appelé *ebale*, comme une propriété héritée de son ancêtre *Botoke*. Exploiter ou même passer par le fleuve sans leur assentiment est une faute grave qui devrait être punie sévèrement. La succession est patrilinéaire et le pouvoir du chef est sacré. Le chef doit être sage et être à l'écoute de ses conseillers qui sont des personnes reconnues de haute moralité et respectées par toute la société.

### 6.1.4. Les Swahili

Nous semblons ne pas maîtriser l'organisation des états de la culture swahilie. En effet, leur culture est issue d'une combinaison de la culture bantoue à celle des arabes. Nous retiendrons pour ces peuples les caractéristiques communes à tous les bantous.

Chez les swahilis, les activités de commerce étaient intenses dans la cité qui était considérée comme l'agglomération urbaine. Thomas Vernet (2004) soutient que la permanence

de la cité à travers les siècles et l'enracinement de la communauté se marquent à travers un certain nombre de repères dans l'espace civique, dont les principaux sont la mosquée du Vendredi, située au centre de l'agglomération, et des tombes monumentales de grands personnages, souvent sanctifiées et objets de pèlerinages, dispersées dans la ville. La cité, en tant qu'espace politique et en tant que communauté humaine, se construit par conséquent autour d'un point fixe, à la fois centre de ralliement et de rayonnement.

Ces agglomérations abritent les institutions politiques, bien que les lieux du pouvoir (palais royal, siège du conseil politique) ne se distinguent guère des autres bâtiments. Elles centralisent également les transactions du commerce maritime, puisque les négociants étrangers s'y associent à leurs partenaires swahilis. Leur collaboration repose souvent sur des relations personnelles, les premiers doivent généralement être parrainés par un marchand local : ils résident dans une chambre d'ami de la maison, et des liens de parenté, fictifs et parfois réels, sont établis (Vernet, 2004).

Les swahilis sont donc de bons négociateurs dans le commerce et des génies dans la création des capitaux. Le panvitalisme des swahilis est caractérisé par la recherche de l'argent, synonyme du bonheur. Ceci dit, la conquête des territoires swahilphones par le colonisateur ne fut pas un exercice facile, loin de là. Les résistants illustres comme Mwezi Gisabo au Burundi et Mkwawa en Tanzanie livrèrent des batailles acharnées, cinglantes et sanglantes contre l'occupant, véritables épopées à enseigner à la postérité. Ils perdurent la guerre les armes à la main. D'ailleurs, refusant de capituler et se livrer à l'adversaire, Mkwawa se donna la mort en 1898 comme pour sceller d'une marque indélébile son existence ainsi que Patrick Henry le dit : « Donnez-moi la Liberté ou donnez-moi la mort ! » (Horton, 1996 & Vernet, 1999).

Outre la langue, un autre élément qui a uni ces peuples de la région des grands lacs (et même ailleurs en Afrique) est le *Ngoma*, symbole de la royauté, gardé avec le plus grand soin, un instrument précieux. Que le tambour en question prenne différentes formes et diverses dimensions chez les Nyamwezi, les Hehe, les Babembe, les Ganwa,... qu'il se nomme *karyenda*, *rukinzo*, *kalinga* ou tout autre appellation, il était le lien qui rassemblait le pays et son *Mwami*.

## 6.2. Diagnostic des problèmes

Lors des accords de Sun City en Afrique du Sud, les décisions étaient voulues consensuelles. Le consensus a été observé dans la désignation des vice-présidents de toutes les composantes<sup>17</sup> sauf pour la composante Opposition politique. Pour désigner le vice-président de cette composante, les acteurs ont préféré outrepasser les dispositions pourtant légales qui stipulaient que les décisions devraient être consensuelles. La forme consensuelle de la prise de décision est vraiment caractéristique de la culture bantoue. Le dialogue bantou consiste à dissiper toute frustration entre interlocuteurs de sorte qu'ils s'expriment librement. Toute palabre bantoue doit aboutir non pas à la victoire d'un camp ou d'un parti mais à la victoire de tous. C'est ainsi que le consensus est une forme de contentement de tous.

---

<sup>17</sup>Il y avait quatre composantes : Gouvernement, MLC, RCD et Opposition politique.

Il n'est pas étonnant que les frustrations qui existaient chez certains congolais avant le Dialogue Inter-Congolais aient persisté même après que ce dernier ait été signé en 2003.

De plus, la plupart des décisions prises par les politiques ne reflètent guère les aspirations des peuples. Ceci conduit à des situations telles que certains se considèrent comme défavorisés plutôt que les autres. La haine tribale accompagne souvent telles considérations. Visiblement, même si le politique clame qu'il existe une justice distributive en RDC, cette justice ne vérifie pas la propriété de l'absence d'envie (Cf. 4.2.3.). En effet, chacune de grandes ethnies en RDC précitées estime être marginalisée par les autres. Nous avons cité le cas des swahilis mais il en est de même des Ne-Kongo qui estiment qu'ils sont mis à l'écart quant à la gestion de chose publique. Même les entreprises implantées au Bas-Congo n'utilisent pas les compétences Ne-Kongo si bien que l'élite Ne-Kongo se voit frustré au profit d'un *non-originaire*.

Le partage en RDC n'est l'objet donc d'aucune justice distributive car cette justice, si elle existe, pas plus qu'elle ne satisfait la propriété de l'absence d'envie, est loin de remplir la condition d'équité. De manière presque unanime, aucun citoyen congolais n'est satisfait de sa condition ou n'estime que sa part de la ressource (salaire, bien-être, considération sociale, bonheur, etc.) équivaut à son rang social. En effet, il arrive que des personnes de même niveau académique par exemple soient rémunérées différemment. Pourquoi un magistrat serait dix fois mieux rémunéré qu'un assistant de premier mandat d'une institution de l'enseignement supérieur ? Pourquoi un enseignant du secondaire soit-il licencié serait deux fois moins rémunéré qu'un assistant de premier mandat ? Pourtant toutes ces personnes sont porteuses de mêmes titres académiques !

Le problème de partage équitable ne peut être résolu que par la justice. Il convient de remplir toutes les trois conditions d'une justice distributive, à savoir : l'équité, le welfarisme et l'absence d'envie. C'est alors, mais seulement alors, que les bases d'une vraie démocratie seront fondées dans ce pays, loin des démagogies politiciennes.

## DISCUSSIONS ET CONCLUSION GENERALE

---

## **Chapitre 7 : Discussions et vue d'ensemble**

---

Nous avons vu au chapitre 3 que le scrutin majoritaire (simple, à un tour ou à deux tours) est imparfait dès qu'il s'agit de comparer plus de deux candidats. Le pire est que s'il s'agit d'un scrutin majoritaire à un tour, il y a encore une forte probabilité de faire élire un candidat qui n'est non seulement pas vainqueur de Condorcet, mais aussi désapprouvé par la majorité. D'après le théorème de Gibbard-Satterthwaite, il est impossible que ce mode de scrutin soit à la fois non-dictatorial, non-manipulable, surjectif et universel lorsqu'il y a plus de deux candidats. Le théorème précité concerne d'ailleurs tout mode de scrutin universel, surjectif et non-manipulable. Par le fait que l'Universalité, la non-dictature et la non-manipulabilité sont incompatibles, ce théorème est une évidence de la non-existence d'un mode de scrutin satisfaisant ces conditions. Il existe néanmoins des fonctions de choix social moins vulnérables aux manipulations que les autres.

Nous savons par exemple que le vote, dans le cas d'un scrutin à un tour, est très stratégique et pousse les électeurs à ne pas révéler leurs véritables préférences à cause de l'effet « voter utile ». La RDC est, sur ce point, un véritable champ d'expérimentation car, en 5 ans, elle a organisé deux fois des élections avec deux modes différents de scrutin. En effet, comme on le sait déjà, les élections présidentielles de 2006 étaient organisées à deux tours tandis que celles de 2011 n'ont été organisées qu'en un seul tour.

Les résultats présentés dans ce mémoire sont ceux recueillis auprès de l'institution officielle habilitée à organiser les élections en RDC, la CENI (Commission Electorale Nationale Indépendante). Les analyses statistiques ont été réalisées avec le logiciel *SPSS version 17*.

### **7.1. Les élections de 2006**

Les élections de 2006 ont été soutenues à plus de 80 % par la communauté internationale. Elles mettaient en lice 33 prétendants au poste de président de la république. Malheureusement, le nombre de voix obtenues par chaque candidat par province ne nous est pas connu. La CEI<sup>18</sup> (Commission Electorale Indépendante) n'avait pas publié les résultats par province et les analyses sur ces données nous sont donc impossibles. Les seules données disponibles sont celles du second tour mettant en lice les deux meilleurs candidats du premier tour en l'occurrence Joseph Kabila et Jean-Pierre Bemba. Les tableaux n°14 et n°15 reprennent ces résultats tels que fournis par la CEI.

---

<sup>18</sup>CEI actuellement commuée en CENI (Commission Electorale Nationale Indépendante). Contrairement à d'autres pays, les élections en RDC ne sont pas organisées par le ministère de l'intérieur mais par un organe indépendant.

Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.

**Tableau n°14. Résultat de l'élection présidentielle congolaise du 30 juillet 2006.** Le taux de participation était de 70.54%.

Candidat	Parti	Votes	%
Joseph Kabila Kabange	Indépendant	7 590 485	44,81%
Jean-Pierre Bemba Gombo	MLC	3 392 592	20,03%
Antoine Gizenga	PALU	2 211 280	13,06%
François-Joseph Mobutu Nzanga	UDEMO	808 397	4,77%
Oscar Kashala Lukumuenda	UREC	585 410	3,46%
Azarias Ruberwa	RCD	285 641	1,69%
Pierre Pay-Pay wa Syakasighe	CODECO	267 749	1,58%
Vincent de Paul Lunda Bululu	RSF	237 257	1,40%
Joseph Olenghankoy Mukundji		102 186	0,60%
Pierre Anatole Matusila Malungeni ne Kongo		99 408	0,59%
Antipas Mbusa Nyamwisi		96 503	0,57%
Bernard Emmanuel Kabatu Suila		86 143	0,51%
Eugène Diomi Ndongala		85 897	0,51%
Banyingela Kasonga		82 045	0,48%
Christophe Mbose N'kodia Pwanga		78 983	0,47%
Norbert Likulia Bolongo		77 851	0,46%
Roger Lumbala		75 644	0,45%
Justine M'poyo Kasa-Vubu		75 065	0,44%
Guy Patrice Lumumba		71 699	0,42%
Catherine Marthe Nzuzi wa Mbombo		65 188	0,38%
Bonioma Kalokola Alou		63 692	0,38%
Paul Joseph Mukungubila Mutombo		59 228	0,35%
Arthur Ngoma Z'ahidi		57 277	0,34%
Wivine N'landu Kavidi		54 482	0,32%
Gérard Kamanda wa Kamanda		52 084	0,31%
Florentin Mokonda Bonza		49 292	0,29%
Mbuyi Kalala Alafuele		44 030	0,26%
Jacob Niemba Souga		40 188	0,24%
Jonas Mukamba Kadiata Nzemba		39 973	0,24%
Marie Thérèse Nlandu Mpolo Nene		35 587	0,21%
Osée Muyima Ndjoko		25 198	0,15%
Hassan Thassinda uba Thassinda		23 327	0,14%
Timothée Molek Nzulama		17 753	0,10%

Source : [http://www.cei-rdc.cd/IMG/pdf/RESULTATS\\_PROVISOIRES\\_PRESDIENTIELLE.pdf](http://www.cei-rdc.cd/IMG/pdf/RESULTATS_PROVISOIRES_PRESDIENTIELLE.pdf)

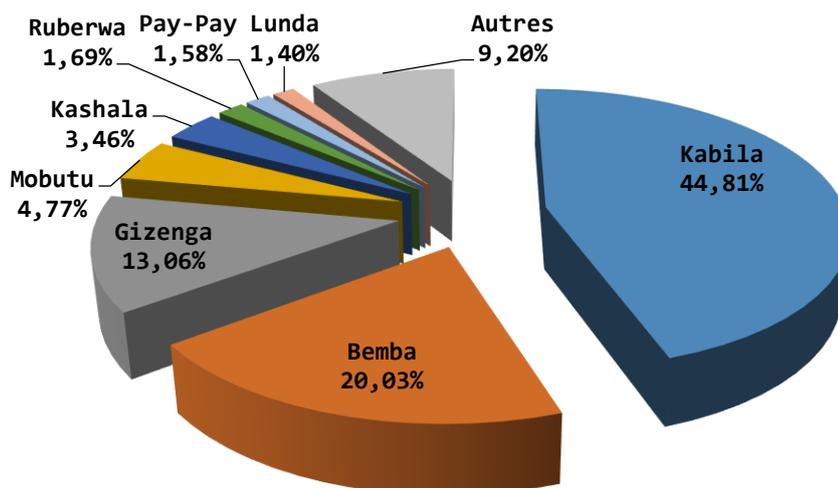


Figure n°4. Résultats des élections de 2006 au premier tour.

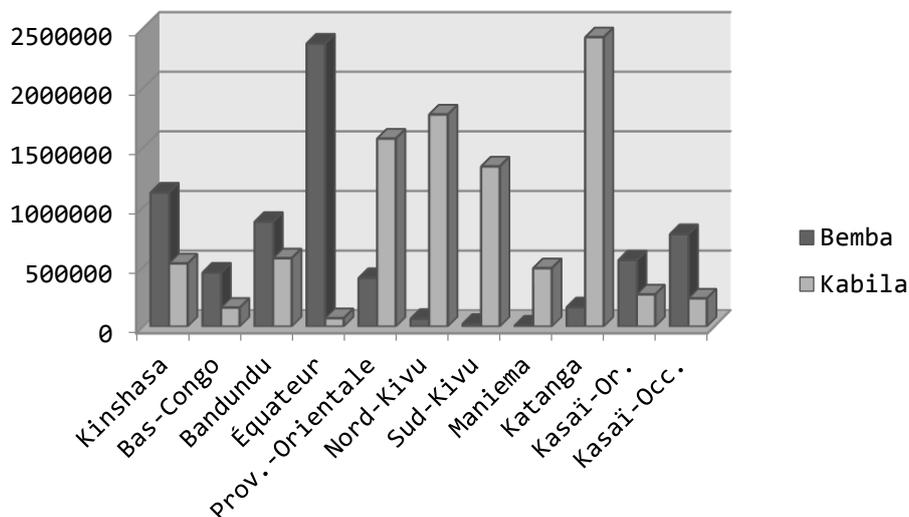
Tableau n°15. Résultats provisoires par province comme annoncé par la CEI le 15 novembre 2006. Le taux de participation était de 65.36%.

province	électeurs inscrits	électeurs votants	part.	votes nuls	votes blancs	votes exprimés	Bemba	Kabila
Kinshasa	2 950 884	1 685 250	57,11 %	27 082	23 492	1 650 276	1 122 231	528 045
Bas-Congo	1 227 775	633 463	51,59 %	19 438	3 807	610 218	452 409	157 809
Bandundu	2 925 126	1 480 921	50,63 %	26 580	4 541	1 449 400	877 560	571 840
Équateur	2 923 680	2 468 917	84,45 %	20 961	6 067	2 441 889	2 372 326	69 563
Orientale	3 241 423	2 069 325	63,84 %	66 909	21 332	1 981 084	406 532	1 574 552
Nord-Kivu	2 451 475	1 888 975	77,05 %	33 842	13 100	1 842 033	65 373	1 776 660
Sud-Kivu	1 651 262	1 388 001	84,06 %	20 487	3 545	1 363 969	23 115	1 340 854
Maniema	626 327	502 487	80,23 %	4 525	1 256	496 706	8 296	488 410
Katanga	3 473 936	2 625 458	75,58 %	31 380	7 725	2 586 353	161 378	2 424 975
Kasaï-Or.	1 975 430	842 926	42,67 %	14 219	3 823	824 884	556 088	268 796
Kasaï-Occ.	2 010 405	1 033 756	51,42 %	20 746	3 221	1 009 789	774 514	235 275
<b>Total</b>	<b>25 420 199</b>	<b>16 615 479</b>	<b>65,36 %</b>	<b>286 369</b>	<b>72 509</b>	<b>16 256 601</b>	<b>6 819 822</b>	<b>9 436 779</b>
<b>pourcentage total</b>							<b>41,95 %</b>	<b>58,05 %</b>

D'après les résultats du tableau n°14, nous pourrions affirmer sans beaucoup de doute que le candidat Kabila est vainqueur de Condorcet aux élections de 2006. En effet, il a bénéficié du soutien de Gizenga et Mobutu au deuxième tour. Ces deux derniers sont respectivement troisième avec 13,06% des voix et quatrième avec 4,77% des voix.

Le paradoxe résiderait au niveau des résultats tels que présentés dans le tableau n°15. Les provinces qui ont rapporté les plus de voix aux candidats Gizenga et Mobutu sont respectivement le Bandundu et l'Equateur (Cf. Tableau n°14). Le tableau n°15 montre pourtant que le candidat Bemba recueille 60,55% des voix au Bandundu et 97,15% des voix à l'Equateur ! Loin de faire une analyse politicienne, nous voyons clairement que ces deux provinces n'ont pas penché pour le candidat soutenu par les candidats de leur choix au premier tour. La seule justification plausible est que les électeurs ont opéré un vote stratégique et n'ont pas révélé leurs véritables préférences. Comme nous l'avons déjà dit, ils peuvent être amenés à voter ainsi soit pour faire passer un message, soit pour exprimer une contestation. Dans ce dernier cas, au lieu de favoriser l'avènement d'un candidat qui a des chances de réussir, les électeurs peuvent délibérément voter pour un candidat se positionnant en contestataire du gouvernement en place ou des grands candidats, même si ce candidat n'est pas leur favori.

Un regard sur le taux de participation révèle que les provinces de l'Ouest de la RDC, ayant dans l'ensemble voté pour le candidat Bemba, ont connu un taux de participation faible à l'exception de l'Equateur. Il se crée un clivage Est-Ouest dans le pays. Le faible taux de participation au vote à l'Ouest a permis au candidat Kabila, qui a remporté les élections dans toutes les provinces de l'Est (Nord-Kivu, Sud-Kivu, Maniema, Katanga et Province Orientale) avec non seulement une très grande avance sur son adversaire (Cf. Figure n°5) mais aussi avec un taux de participation élevé, de remporter les élections dans l'ensemble du pays.



**Figure n°5. Résultats des élections de 2006 au second tour.**

## 7.2. Les élections de 2011

La présidentielle de 2011 a été presque entièrement financée par le gouvernement de la RDC. Elle mettait en lice 11 prétendants au poste de président de la république. A la différence des précédentes élections, elle a été organisée en un tour. Les résultats tels que publiés par la CENI sont donnés dans le tableau n°16.

**Tableau n°16. Résultats provisoires comme annoncé par la CENI.**

	<b>Bandundu</b>	<b>Bas-Congo</b>	<b>Equateur</b>	<b>Kasai-Occ.</b>	<b>Kasai-Or.</b>	<b>Katanga</b>	<b>Kinshasa</b>	<b>Maniema</b>	<b>Nord-Kivu</b>	<b>Prov-Or</b>	<b>Sud-Kivu</b>
<b>Andeka</b>	15608	9629	15184	6319	7610	10816	3633	2445	10593	42442	4541
<b>Bombole</b>	15392	6795	16334	3871	5671	15119	5412	3539	10576	37070	6844
<b>Kabila</b>	1419619	168000	238169	295477	366380	2823234	544529	433482	712317	1279912	599825
<b>Kakese</b>	13193	4159	11116	2980	4061	7615	3565	2874	10026	26154	6994
<b>Kamerhe</b>	32251	13404	73311	4004	5337	34297	67288	36308	423376	155232	558564
<b>Kashala</b>	8348	3378	13676	2793	4488	4898	2157	1211	7873	19207	4231
<b>Kengo</b>	26119	4490	772202	2812	3392	4514	13023	1063	8632	58311	3804
<b>Mbusa</b>	6880	2630	12929	2995	3209	4991	1558	1210	234086	37912	3387
<b>Mobutu</b>	12061	2439	113874	3431	4149	6602	5471	1861	22176	96173	17036
<b>Mukendi</b>	6545	4683	14713	5288	5988	3944	4590	1602	7719	20550	2529
<b>Tshisekedi</b>	378182	626482	654425	1026528	976145	221922	1162183	14548	389350	282184	132826

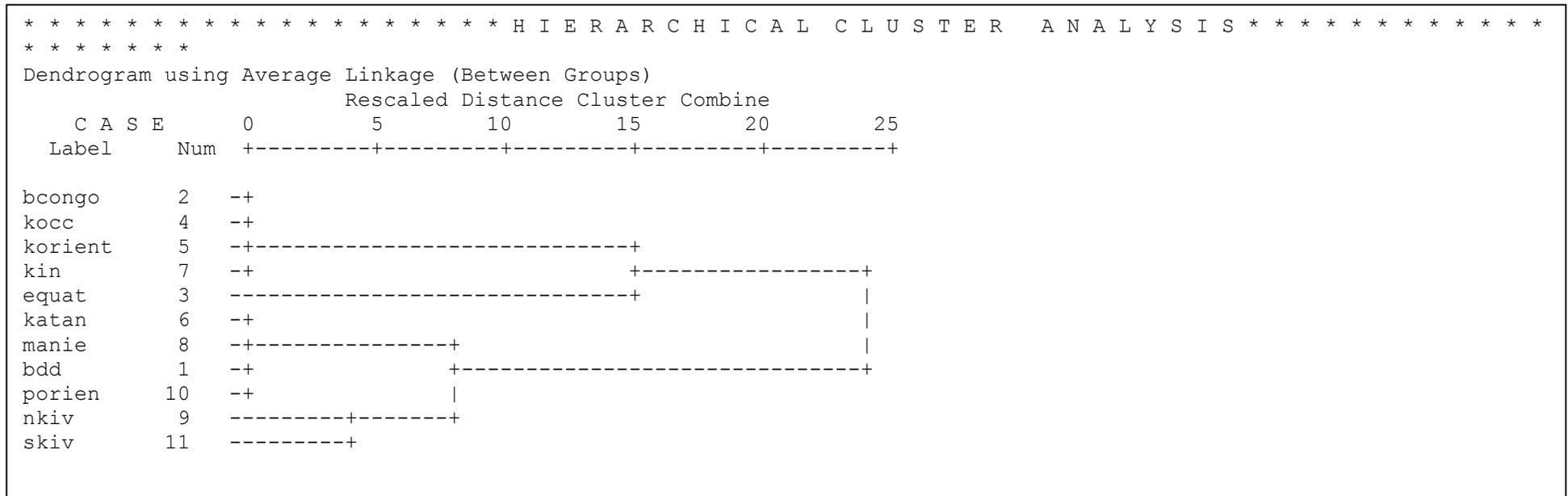


Figure n°6. Arbre hiérarchique des résultats des élections de 2011.

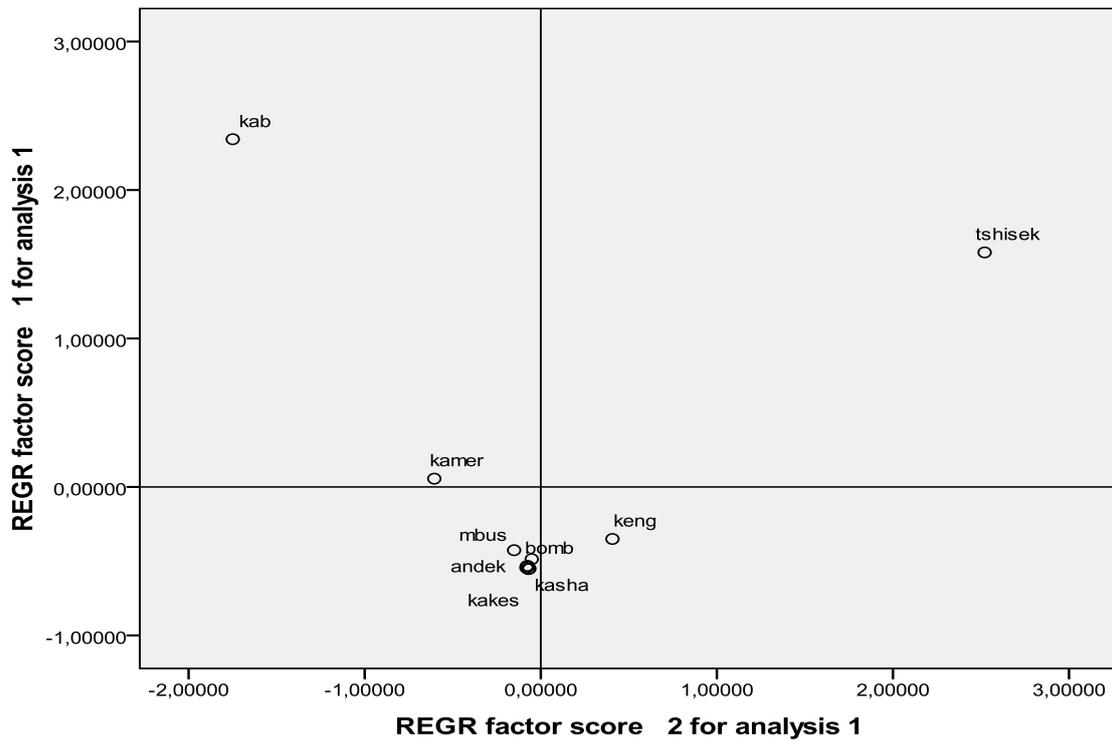


Figure n°7. Représentation graphique des individus. Deux candidats sortent du lot.

### Diagramme de composantes

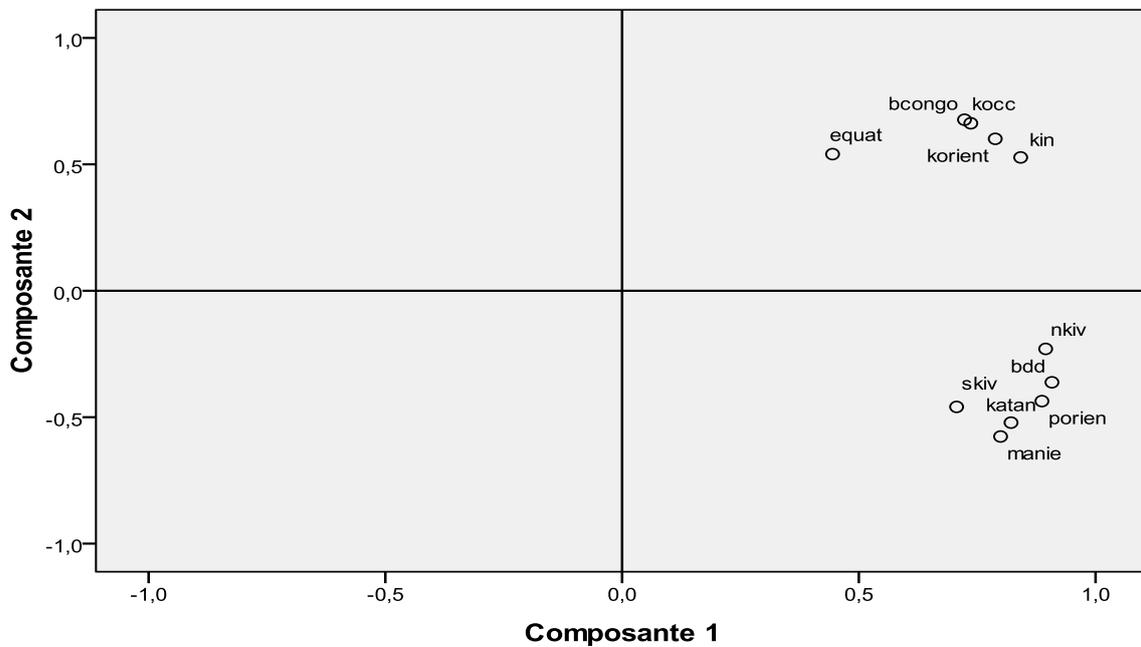


Figure n°8. Diagramme des composantes. Bipolarisation des provinces.

La figure n°6 produite à l'aide du logiciel *SPSS version 17* à partir des données fournies au tableau n°16 montre une hiérarchisation des provinces dans la situation de vote en 2011. Il est clair que malgré les violences et irrégularités qui ont émaillé ces élections, les résultats révèlent que clivage Est-Ouest existe toujours. En effet, deux candidats sont sortis du lot : Kabila et Tshisekedi (Cf. Figure n°7). Le vote à ce niveau a été aussi stratégique. Très peu seulement ont opéré un vote contestataire, c'est-à-dire, n'ayant voté ni pour le pouvoir ni pour l'opposition traditionnelle. Cependant, nul ne sait si le candidat Kabila, donné vainqueur d'après le mode de scrutin retenu, est vainqueur de Condorcet. La figure n°6 montre une bipolarisation des 11 provinces : d'une part, Bas-Congo, Kasai-Occidental, Kasai-Oriental et Equateur (dans une certaine mesure, voir figure n°8) ayant donné une majorité écrasante de voix à l'opposant et d'autre part, Maniema, Bandundu, Province-Orientale et les deux Kivus (dans une certaine mesure) ont donné une majorité écrasante au président sortant.

La situation de l'Equateur, le Nord-Kivu et le Sud-Kivu est qu'aucun candidat n'a atteint 50% contrairement aux autres provinces. Les résultats ont révélé cependant quel candidat serait vainqueur de Condorcet dans chacune de ces trois provinces. En effet, il est clair que le candidat Tshisekedi l'emporterait sur le candidat Kabila à l'Equateur, raison pour laquelle cette province est classée dans sa branche. En revanche, les deux Kivus seraient acquis à Kabila comme l'indique l'arbre hiérarchique.

Comme les analyses montrent que le vote est très stratégique et que le mode de scrutin est extrêmement vulnérable face aux manipulations, il convient d'étudier un mode de scrutin alternatif.

### **7.3. Le vote par assentiment**

Comme tous les modes de scrutin, le scrutin majoritaire est imparfait dès qu'il s'agit de comparer plus de deux candidats. Nous avons vu au travers de ce mémoire ses grands défauts et ceux de sa variante à deux tours. La théorie du choix social s'est d'ailleurs construite sur ces défauts et elle abonde en solutions qui permettent d'en corriger certains. Mais la plupart des procédures qui sont apparues dans la théorie du choix social sont complexes et ne seraient comprises qu'avec difficulté par la plupart des électeurs, tant leur raffinement mathématique les éloigne de toute applicabilité (Blanchenay, 2004).

Dans ce paragraphe, nous voudrions en présenter une qui nous semble meilleure: *le vote par assentiment*. Le principe en est simple : l'électeur n'est pas restreint à voter pour un seul candidat. Il peut choisir ou, dirons-nous par anglicisme, approuver, plusieurs candidats, tous ou aucun s'il le souhaite; mais il ne peut pas voter plusieurs fois pour le même candidat. Le vainqueur est le candidat qui a reçu le plus d'assentiments. Ce type de scrutin, quoique simple, vérifie des propriétés très intéressantes et se montre en de nombreux points supérieurs au scrutin majoritaire. L'expérience menée par Laslier et Van Der Straeten (2004) prouve par ailleurs qu'il est facile à mettre en place et qu'il est bien compris par les électeurs. Aujourd'hui, il n'est pas encore utilisé dans des élections officielles mais dans des sociétés savantes, comme la *Mathematical Association of America* ou l'impressionnant Institute of Electrical and

Electronics Engineers (370.000 membres) pour l'élection de leur bureau (Brams et Fishburn, 2003).

### 7.3.1. Points forts du vote par assentiment

Comme Blanchenay (2004), pour étudier les propriétés de vote par assentiment, aussi appelé vote par approbation, nous nous appuyons largement sur Brams et Fishburn (1983). Posons ici encore les axiomes suivants sur les préférences des électeurs : un électeur peut toujours se prononcer entre deux candidats; et s'il préfère un candidat à un second, et ce second à un troisième, alors il préfère le premier au troisième. Sa préférence consiste donc en un classement des candidats. On notera par exemple  $(ab)cd$  pour signifier qu'un candidat est indifférent entre  $a$  et  $b$ , qu'ils les préfèrent tous deux à  $c$  lui-même préféré à  $d$ . Nous appelons une telle préférence trichotomique car elle sépare les candidats en trois niveaux d'indifférence:  $\{a, b\}$ ,  $\{c\}$  et  $\{d\}$ . La préférence  $(ab)(cd)$  est dichotomique. Au-delà de trois, on parle de préférence multichotomique.

Le vote par assentiment est un mode de scrutin qui vérifie les propriétés que voici :

#### a. L'incitation à la sincérité

Théoriquement tous les modes de scrutin sont sujets au vote stratégique. Certains systèmes y sont néanmoins plus vulnérables que d'autres; le vote par assentiment est un des systèmes qui incitent le plus à la révélation des préférences sincères.

Le principe du vote stratégique consiste à définir ses stratégies de vote admissibles et à éliminer celles qui ne donnent pas le meilleur résultat (Farquharson, 1969), une stratégie de vote étant un sous-ensemble de candidats pour lequel on vote. Pour le vote par assentiment, les stratégies admissibles sont celles qui ne contiennent pas d'éléments de la dernière classe de préférence et qui en contiennent au moins un de la première classe. Par ailleurs si l'on suppose un électeur avec une préférence  $abc$ , la stratégie  $\{a\}$  consistant à ne voter que pour le candidat  $a$  est toujours dominée par la stratégie  $\{a, b\}$ , c'est-à-dire qu'en aucun cas elle ne peut donner de meilleur résultat. Le vote sincère consiste alors à voter pour tous les candidats dans sa première classe d'indifférence. Le bulletin ne présente alors pas de « trou » par rapport au rangement des candidats. Il est en effet logique que si un électeur approuve son  $k^{\text{ème}}$  candidat, il approuve également tous ceux qu'il lui préfère. Son bulletin comportera donc tous les candidats 1 à  $k$ , sans trou entre eux.

Brams et Fishburn (1983) montrent que si les préférences des électeurs sont dichotomiques, le vote par assentiment est le seul mode de scrutin sans rangement qui soit non-manipulable. Les électeurs sont donc incités à voter sincèrement, c'est-à-dire pour tous les candidats dans leur première classe d'indifférence.

Quand les préférences sont trichotomiques ou multichotomiques cependant, le théorème ne s'applique plus. Si les électeurs n'ont que des préférences strictes et aucune indifférence, le vote par assentiment est théoriquement manipulable. Mais Laslier (2004) montre que ce n'est pas le cas dans une situation où l'électorat est nombreux. Il propose un modèle sophistiqué dans

lequel le signal d'information publique annonce les scores attendus pour les différents candidats, à partir des intentions de vote. Ce signal est déformé par un bruit, c'est-à-dire qu'au moment de l'annonce il existe une différence aléatoire entre le signal et les intentions réelles de vote. Le résultat de Laslier est qu'en l'absence d'*ex æquo* annoncé, le comportement rationnel consiste à voter sincèrement.

Il semble donc que, contrairement au vote majoritaire et notamment au vote majoritaire à deux tours, le vote par assentiment encourage la sincère révélation des préférences.

### **b. La monotonie**

Comme le vote à la pluralité, mais contrairement au scrutin majoritaire à deux tours, le vote par assentiment est bien monotone. Commençons par remarquer qu'un candidat ne peut progresser auprès d'un électeur que s'il n'est pas déjà dans sa première classe d'indifférence. Cela signifie qu'il ne peut progresser que si l'électeur ne votait pas pour lui avant. Dès lors il ne peut qu'en tirer bénéfice puisque cela ne peut pas lui retirer de voix.

En effet, supposons que la préférence de l'électeur est dichotomique, cela signifie qu'il sera approuvé alors qu'il ne l'était pas avant. Cela lui confère donc une voix supplémentaire, qui pourra ou non être décisive. En tout cas, sa situation n'empirera pas. Si la préférence est multichotomique, cette « promotion » fera peut-être passer le candidat dans la première classe d'indifférence, c'est-à-dire dans le sous-ensemble des candidats pour lesquels l'électeur va effectivement voter, ou peut-être dans une classe de préférence intermédiaire.

Conformément à notre définition de la monotonie, si le candidat était vainqueur avant de progresser, il le sera toujours après. On peut donc dire que le vote par assentiment est monotone.

### **c. Le critère de renforcement**

Pour les raisons avancées dans la monotonie, on peut également dire que le vote par approbation vérifie le critère de renforcement. Si un même candidat reçoit le maximum d'approbations dans deux circonscriptions, la somme de ces approbations, c'est-à-dire le nombre d'approbations qu'il reçoit par les deux circonscriptions réunies est supérieure au nombre d'approbations de tout autre candidat. Supposons que  $A$  gagne dans les deux circonscriptions avec respectivement  $a_1$  et  $a_2$  assentiments. Supposons, hypothèse la plus dangereuse pour  $A$ , qu'il soit talonné dans les deux cas par le même candidat  $B$ , qui reçoit lui  $b_1$  et  $b_2$  assentiments.

Comme par définition

$$a_1 > b_1$$

Et

$$a_2 > b_2$$

On a donc:

$$a_1 + a_2 > b_1 + b_2$$

Ainsi A qui gagnait dans chacune des circonscriptions, gagne aussi dans les circonscriptions réunies. Le critère de renforcement est vérifié.

#### **d. Le critère de Condorcet**

Brams et Sanver (2003) montrent que le vote par assentiment respecte le critère de Condorcet en ce sens que « les vainqueurs de Condorcet font toujours partie des vainqueurs par assentiment, cependant que les perdants de Condorcet peuvent ou non en faire partie ». La seule possibilité qu'il y ait plusieurs vainqueurs de Condorcet est qu'ils soient *ex æquo* entre eux, ce qui à l'échelle d'un grand pays comme la RDC est peu susceptible d'arriver. Par ailleurs, si l'on considère que pour la même raison, le vote par assentiment a peu de chances d'élire deux candidats, on peut donc considérer qu'un candidat est vainqueur par assentiment si et seulement si il est vainqueur de Condorcet.

Le vote par approbation respecte donc le critère de Condorcet et c'est là son gros avantage sur le scrutin à la pluralité simple, avec qui il partage beaucoup d'autres propriétés comme la monotonie ou le critère de renforcement.

##### *7.3.2. Points faibles du vote par assentiment*

Brams et Fishburn (1983) furent parmi les premiers à décrire le scrutin par approbation. Nous reportons ici les reproches qu'on a pu adresser au vote par assentiment tels qu'ils les rapportent.

1. *Dans le vote par approbation, les électeurs n'expriment pas leurs préférences totales, contrairement aux procédures des votes avec rangement.*
2. *Le vote par approbation encourage la prolifération des candidats aux positions volontairement ambiguës.*
3. *Le vote par approbation détruit la structure bipolaire de la vie politique.*
4. *Le vote par assentiment crée des inégalités entre les électeurs, en donnant plus de pouvoir à ceux qui donnent le plus d'assentiments.*

##### *7.3.3. Discussions autour du vote par assentiment*

L'argument selon lequel le vote par approbation ne permet pas aux électeurs d'exprimer leurs préférences totales n'est pas vraiment recevable si l'on constate les pratiques actuelles. Les méthodes avec rangement ne sont guère utilisées pour des élections officielles. On peut mentionner des exceptions notables comme l'Australie et l'Irlande, qui utilisent le vote préférentiel. Ce système n'est pas exempt de tout reproche, notamment celui d'encourager la falsification des préférences, par exemple en rangeant en dernier le concurrent potentiel de son favori. Par ailleurs, il est probable que les méthodes avec rangement donnent un résultat très similaire au vote par approbation en cas de vote sincère.

Le deuxième reproche est quant à lui peu probable, d'après Brams et Fishburn (1983), notamment parce que les électeurs ne sont pas assez naïfs pour soutenir des candidats insipides. D'ailleurs, le même reproche pourrait être adressé au scrutin majoritaire. De nombreux auteurs,

Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.

dont Laslier (2003) ou Brams (1976), ont montré l'intérêt pour un candidat d'adopter une position ambiguë.

Le troisième reproche se limite aux pays où le système politique est bipolaire. De plus, de nombreux autres facteurs influencent la structure des partis notamment des facteurs historiques. Ce reproche fait écho à la loi de Duverger selon laquelle le scrutin majoritaire tend à faire converger la vie politique vers un système bipartite. En l'absence d'expérimentation à grande échelle du vote par assentiment, un tel reproche est prématuré (Blanchenay, 2004).

Brams et Fishburn (1983) rejettent le dernier reproche en montrant au contraire que le vote par approbation est plus équitable que le vote à la pluralité.

## Conclusion générale

---

Le partage équitable des ressources entre plusieurs agents reste un problème délicat car il exige que les parts obtenues contentent chacun des demandeurs. La théorie du choix social nous a permis d'établir une règle démocratique satisfaisant aux critères démocratiques voulus par la société.

Les contraintes dans le choix d'un mode de scrutin dans une société peuvent être tant de nature économique que culturelle. De ce fait, il n'est pas raisonnable que différents pays, différents peuples de différentes cultures se voient imposées les mêmes mécanismes d'agrégation de leurs préférences.

Pour le cas de la RDC, la situation économique est très difficile à tel point qu'on ne sait guère si elle changera dans cinq ans pour revenir au scrutin plural à deux tours.

Tout de même, le fameux scrutin à deux tours s'est révélé très fragile aux manipulations de la part des électeurs. Il ne remplit d'ailleurs pas les conditions d'un mode d'agrégation démocratique car certains critères comme celui de Condorcet (ou de Borda), la monotonie ou l'absence de dictateur ne sont pas respectés. Il est donc souhaitable d'envisager un mode de scrutin qui serait moins exposé aux manipulations mais aussi monotone et incitant à la participation. L'absence de dictateur est un critère qui nous a paru difficile ou plutôt impossible (d'après les théorèmes d'Arrow, de Gibbard-Satterthwaite et de Sen) à remplir dans un mode de scrutin.

Nous avons jeté notre dévolu sur le vote par approbation car ne nécessitant guère d'autres moyens logistiques (équipements, personnels, etc.) que ceux utilisés dans un scrutin majoritaire à un tour.

Ce travail apporte plusieurs contributions au rapprochement entre le domaine du choix social et l'étude du problème de partage en général. Une étude comportementale de grands sous-ensembles des sociétés bantouphones et/ou nilotiques de la RDC a permis de décrire ce que représente le bien-être pour chacun de ces sous-ensembles. La justice distributive étant incontournable pour un partage équitable, une telle étude trouve sa place dans ce travail car la part que doit recevoir chaque individu dans la société doit pouvoir le contenter en vue d'éliminer toute envie sur les parts des autres.

Nous avons aussi présenté des incohérences qu'offre le système démocratique congolais. Le dessin est parfois caricatural mais c'est au prix de ces paradoxes que le citoyen peut intervenir dans la vie démocratique de son pays. Nous avons montré les problèmes du scrutin majoritaire utilisé en RDC, et les problèmes inhérents à la démocratie. Nous partageons la conviction optimiste que ces systèmes peuvent être améliorés pour faciliter l'intervention du citoyen dans la vie publique.

La curiosité nous a poussé vers les paradoxes de vote. C'est en tirant ce petit bout de ficelle que nous avons découvert l'immense richesse de la théorie du choix social. Nous avons

éprouvé un immense plaisir à découvrir, comprendre et étudier des articles et ouvrages dans ce domaine.

Par ailleurs, nous n'avons pas mentionné la multitude de paradoxes de vote qui peuvent se rattacher à des méthodes de vote qui ne sont pas utilisées en RDC. Ils n'en restent pas moins intéressants, quoique plus éloignés de la pratique concrète du vote dans notre pays.

Nous sommes conscients des difficultés que peut apporter le vote par approbation dans le dépouillement et compilation des résultats. Cependant, il nous semble adéquat car dans un vaste pays comme la RDC, avec des centaines d'ethnies différentes, faire élire un candidat qui ne serait pas vainqueur de Condorcet pourrait être à la base de graves conflits. Il est clair que le candidat le plus approuvé sera le moins contesté que ça soit à l'Est ou à l'Ouest du pays. De plus, le vote par approbation force les électeurs à révéler leurs vraies préférences : Il est un vote de sincérité. Nous pensons que l'appliquer en RDC éviterait la bipolarisation tant géographique (Est/Ouest) que politique (Majorité/Opposition).

Les perspectives peuvent être envisagées dans la réalisation d'un système informatique permettant le vote électronique. En effet, nous le savons, le vote par approbation rend les opérations de dépouillement et de compilation beaucoup plus complexes. Nous nous proposerons donc dans un avenir proche d'aborder les problèmes liés à son applicabilité dans notre pays (avis de la population, niveau de compréhension de ce scrutin par elle, etc.) et très certainement la réalisation du logiciel de sa mise en œuvre.

Nous avons toujours tenté de lier nos considérations parfois techniques à des réflexions de nature politique sur l'organisation de la vie du citoyen. Nous avons essayé d'éclairer les choix techniques des modalités de la démocratie par les conceptions sous-jacentes qui les motivent. Nous avons lié autant que possible la théorie du choix social et la science politique même, en essayant de les éclairer l'un par l'autre. Nous pensons que la politique, pensée par les théoriciens ou vécue par les élus, peut apprendre beaucoup de la théorie du choix social. Et si les citoyens se familiarisent avec les concepts de la théorie du choix social, le débat politique en sera profondément enrichi. Avec cet objectif, nous avons tenté de rédiger ce mémoire de manière aussi compréhensible que possible. Nous espérons qu'il profitera au plus grand nombre.

## REFERENCES

---

- Arrow, K. J. (1951), *Social choice and individual values*, Yale University Press.
- Arrow, K. J. (1963), *Social choice and individual values*, 2ème ed., Yale University Press.
- Arrow, K. J., Sen, A. K. & Suzumura, K. (2002), *Handbook of social choice and welfare*, 1(19). in *Handbook in economics*, North-Holland Elsevier.
- Balasko, Y. & Crès, H. (1997), The probability of Condorcet cycles and super majority rules. *Journal of Economic Theory*, 75(2) :237–270.
- Balinski, M. (2002), Répartition des sièges. *Pour la Science*, n° 294 : pp. 52–57.
- Barberà, S. (2001), An introduction to strategy-proof social choice functions. *Social Choice and Welfare*, 18(4):pp.619–653.
- Batsikamaba Mampuya ma Ndâwla, R. (1999), *L'ancien royaume du Congo et les baKongo*, éd. L'Harmattan, Paris.
- Berlin, I. (1969), *Four essays on liberty*, Oxford University Press. Trad. Fr. de J. Carnaud et J. Lahana, *Eloge de la liberté*, Calmann-Lévy, 1988.
- Blanchenay, P. (2004), *Paradoxes de vote et modes de scrutin en France*, Mémoire, École des Hautes Études Commerciales Majeure Économie.
- Bouveret, S. (2007), *Allocation et partage équitables des ressources indivisibles : modélisation, complexité et algorithmique*, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France.
- Bouveret, S., Fargier, H., Lang J. & Lemaître, M. (2005), Un modèle général et des résultants de complexité pour le partage de biens indivisibles, In *Andréas Herzig, Yves Lespérance et Abdel-illah Mouaddib éditeurs : Actes des troisièmes journées francophones Modèles formels de l'intercation*. Cépaduès Editions, Mai 2005.
- Bouyssou, D. & Vincke, P. (2006), *Relations binaires et modélisation des préférences in Concepts et méthodes pour l'aide à la décision*, volume 1, Chap. 2 LAVOISIER.
- Brams, S. & Fishburn, P. C. (2003) *Going from theory to practice: the mixed success of approval voting*, Working paper 03-06, C.V. Starr Center for Applied Economics, New York University.
- Brams, S. J. & Fishburn, P. C. (1983), *Approval Voting*. Birkäuser, Cambridge. ISBN3-1643-3108-9.
- Brams, S. J. & Sanver, R. (2003), *Voter sovereignty and election outcomes*, Working paper 2003-07, C.V. Starr Center for Applied Economics, New York University.
- Brams, S. J. & Taylor A. D. (2000), *The win-win solution. Guaranteeing shares to everybody*, W. W. Norton & Company.
- Brams, S. J. & Taylor, A. D. (1996), *Fair Division – From cake-cutting to dispute resolution*, Cambridge University Press.
- Brams, S. J. (1976), *Paradoxes in Politics*, The Free Press, New-York.

- Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.
- Burssens, H. (1954), The so-called 'Bangala' and a few problems of art-historical and ethnographical order, in *Kongo-Overzee (Anvers)*, **20** (3) 1954, p. 221-236.
- Condorcet, M.-J. (1785), *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Imprimerie Royale, Paris.
- Cooper, H. & Schiex T. (2004), Arc consistency for Soft constraints. *Artificial Intelligence*, 154 (1-2), pp. 199-227.
- Fargier, H., Lang, J., Lemaître, M. & Verfaillie, G. (2004), Partage équitable de ressources communes : (1) Un modèle général et son application au partage des ressources satellitaires. *Technique et Science informatiques*, **23** (9): 1187-1217.
- Farquharson, R. (1969), *Theory of voting*, Yale University Press, New Haven.
- Fishburn, P. (1973), *The Theory of Social Choice*, Princeton University Press, Princeton.
- Fisher, S. D. & Myatt, D. P. (2002), Strategic voting experiments, Working paper 2002-w4, Nuffield College and St. Catherine's College, University of Oxford.
- Fleurbaey, M. & Mongin, P. (1996), *Choix social*, In M. Canto-Sperber (ed.), p. 313-320.
- Fleurbaey, M. & Mongin, P. (2005), The news of death of welfare economics is greatly exaggerated, *Social Choice and welfare*, Springer, vol. **25**, p. 381-418.
- Gärdenfors, P. (1976), Manipulation of social choice functions, *Journal of Economic Theory*, 13 (2):217-228.
- Gibbard, A. (1974), A Pareto-Consistent Libertarian Claim, *Journal of Economic Theory*, 7:338-410.
- Greenberg, J. (1979), Consistent majority rule over compact sets of alternatives, *Econometrica*, 47:627-636.
- Hare, R. M. (1952), *The Language of Morals*, Oxford, Clarendon Press.
- Hare, R. M. (1963), *Freedom and Reason*, Oxford, Clarendon Press.
- Hare, R. M. (1976), Ethical Theory and Utilitarianism, In H. D. Lewis (ed.), 1976, *Contemporary British Philosophy: Personal Statements*, Series 4, Londres, George Allen & Unwin, trad. de C. Bouchindhomme, « Théorie éthique et utilitarisme », in C. Audard (ed.), 1999b, tome 3, p.123-144.
- Hare, R. M. (1981), *Moral Thinking*, Oxford, Clarendon Press.
- Hare, R. M. (1993), *Objective Prescriptions*, *Philosophical Issues*, vol. **4**, p. 15-32.
- Hare, R. M. (1997), *Sorting out Ethics*, Oxford, Oxford University Press.
- Harms, R. W. (1978), Competition and capitalism : the Bobangi role in Equatorial Africa's trade revolution, ca. 1750-1900, Thèse de doctorat, University of Wisconsin.
- Hayek F. A., (1960), *The Constitution of Liberty*, Routledge.

- Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.
- Horton, M. (1996), *Shanga. The archaeology of a Muslim trading community on the coast of East Africa*, Londres, The British Institute in Eastern Africa.
- Igersheim, H. (2003), Comment modifier les préférences?, Rap. Tech., BETA, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Igersheim, H. (2004), Liberté et choix social : Contribution à l'analyse de la liberté en économie normative, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur-Strasbourg I, France.
- Journal Officiel de la RDC, 2006. Constitution de la République Démocratique du Congo du 18 Février 2006.
- Journal Officiel de la RDC, 2011. Constitution de la République Démocratique du Congo telle que modifiée par la Loi n° 11/002 du 20 janvier 2011 portant révision de certains articles de la Constitution de la République Démocratique du Congo du 18 Février 2006.
- Katambu, A. B. (2008), S'exprimer au Congo Kinshasa, ASPECTS n°1, pp. 43-67.
- Kelly, J. S. (1988), *Social choice theory: An introduction*, Springer-Verlag.
- Kostrikin, A. (1977), *Introduction à l'Algèbre*, Editions MIR, Moscou. Trad. Fr. des éditions MIR, 1981.
- Laslier, J.-F. & Van Der Straeten, K. (2004), Une expérience de vote par assentiment, *Revue française de science politique*, vol. **54**, n°1: pp. 99–130.
- Laslier, J.-F. (2003), Ambiguity in electoral competition. URL: <http://ceco.polytechnique.fr/CHERCHEURS/LASLIER/>
- Laslier, J.-F. (2004a), *Le vote et la règle majoritaire, analyse mathématique de la politique*, Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris.
- Laslier, J.-F. (2004b), Strategic approval voting in a large electorate, Cahiers du Laboratoire 2004-001, Laboratoire d'Économétrie, École polytechnique, Paris.
- May, K. O. (1952), A Set of Independent Necessary and Sufficient Conditions for Simple Majority Decision, *Econometrica*, vol. **20**, pp. 680–684.
- Merrill, S. (1981), Strategic voting in multicandidate elections under uncertainty and under risk, in Power, Voting, and Voting Power, M. Holler, Ed. Physica-Verlag, pp. 179–187.
- Michel, A. (1998), *Dictionnaire des mathématiques : Fondements, probabilités, applications*, Encyclopaedia Universalis, Paris.
- Mill, J. S. (1859), On Liberty, F. S. Crofts and Co., 1947.
- Moulin, H. (1980), *La stratégie du vote. Monographies du séminaire d'économétrie*, Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris. ISBN 2222-02561-3.
- Mubenga, K. (1976), *Eléments d'Analyse infinitésimale*, vol. **1** : Les fondements, Presses universitaires du Zaïre, Kinshasa.
- Ndaywel e Nziem, I. (1998), *Histoire générale du Congo*, De Boeck & Larcier S.A., Bruxelles. Paris.

- Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.
- Nemo, P. (2002), *Histoire des idées politiques aux temps modernes et contemporains*, Presses Universitaires de France, Paris. ISBN 2-13-053163-6.
- Niou, E. (2001), Strategic voting under plurality rule : When does it matter and who should vote strategically ? *Journal of Theoretical Politics*, 13(2) : pp. 209–233.
- Nurmi, H. (1987), *Comparing voting systems*, D. Reidel, Dordrecht, Holland. ISBN90-277-2600-0.
- Nurmi, H. (1999), *Voting paradoxes and how to deal with them*. Springer, Berlin. ISBN 3-540-43352-X.
- Ordeshook, P. C. (1986), *Game theory and political theory*, Cambridge University Press, Cambridge, London & New-York. ISBN0-521-30612-4.
- Page, B. I. (1976), The theory of political ambiguity, *American Political Science Review*, vol. **70**, pp.742–752.
- Pelle, S. (2009), Amartya K. SEN : La possibilité d'une éthique économique rationnelle, Thèse de doctorat, Université Paris I-Panthéon Sorbone, France.
- Pralet, C. (2006), A generic framework for representing and solving sequential decision making problems with uncertainty, feasibility and utilities, Thèse de doctorat, Ecole Nationale de l'Aéronautique et de l'espace.
- Rae, D. (1971), *The Political Consequences of Electoral Laws*, New Haven, Yale University Press, 2<sup>ème</sup> édition.
- Rawls, J. (1993), *Political liberalism*, Columbia University Press. Trad. Fr. de C. Audard, *Liberalisme politique*, Presses Universitaires de France, 1993.
- Riker, W. H. (1982), *Liberalism against populism : a confrontation between the theory of democracy and the theory of social choice*, W.H.Freeman & Company, San Francisco, CA, Etats-Unis. ISBN0-7167-1246-6.
- Robertson, J. & Webb, W. (1998), *Cake-cutting Algorithms. Be fair if you can*, A. K. Peters, Ltd.
- Roy, B. (1985), *Méthodologie Multicritère d'aide à la décision*, Economica, Paris.
- Sen, A. K. (1970a) The impossibility of a Paretian liberal, *Journal of Political Economy*, vol. **78**, 152-157
- Sen, A. K. (1970b), *Collective choice and social welfare*, Londres, Holden-Day, Olivier & Boyd.
- Sen, A. K. (1986), *Social choice theory*, HandBook of Mathematical economics, Vol. II, North-Holland.
- Sen, A. K. (1994), Well-being, capability and public policy, *Gionale degli Economisti e annali di Economia*, **53** (7-9) : 333 – 347, Septembre.
- Sen, A. K. (1999), La possibilité du choix social, Conférence Nobel, *American Economics Review*, n° 89.
- Shepsle, K. A. (1972), *The strategy of ambiguity: Uncertainty and electoral competition*, *American Political Science Review*, vol. **66**, pp. 555–568.

- Ngoie, R.-B. M. (2012), *Choix social et partage équitable : une analyse mathématique a posteriori des élections présidentielles et législatives de 2006 et 2011 en RDC*, Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale.
- Sugden, R. (1985), Liberty, preference and choice, *Economics and Philosophy* 1, 213-229.
- Vernet, T. (1999), Les cités-États swahili de l'archipel de Lamu, XVIe-XVIIIe siècles : politique, économie et territoire, mémoire de DEA, Centre de recherches africaines, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne.
- Vernet, T. (2004), Le territoire hors les murs des cités-Etats swahili de l'archipel de Lamu, 1600-1800, *Journal des africanistes*, 74-1/2, pp. 381-411. <http://www.africanistes.revues.org/470>
- Vincke, P. (1989), *L'Aide multi-critère à la décision*, Ellipses, Bruxelles.
- Von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1953), *Theory of Games and Economic Behavior*. Éd. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Young, H.-P. (1994), *Equity in theory and practice*, Princeton University Press.

## ANNEXES

---



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

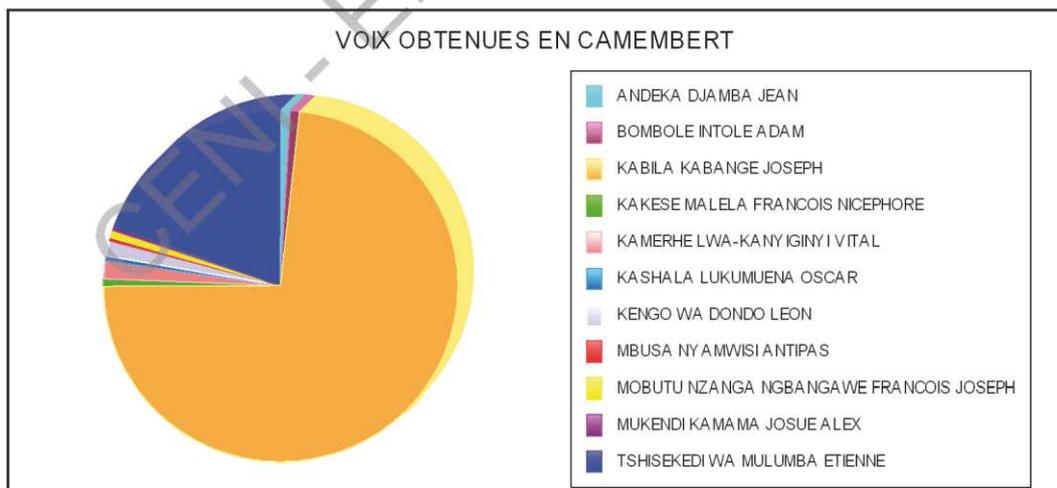
PROVINCE **Bandundu**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	3 553 322	BULLETINS BLANCS OU NULS	78 634
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	2 012 832	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	6 958
Dont		NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	6 683
Nombre total de votants constaté par émargement	1 654 242	TAUX DE COMPILATION	96,05 %
Nombre total de votants constaté par dérogation	358 590	SUFFRAGES EXPRIMES	1 934 198
TAUX DE PARTICIPATION	56,51 %		

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	15 608	0,81
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	15 392	0,80
03	KABILA KABANGE JOSEPH	1 419 619	73,40
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	13 193	0,68
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	32 251	1,67
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	8 348	0,43
07	KENGO WA DONDO LEON	26 119	1,35
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	6 880	0,36
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWE FRANCOIS JOS	12 061	0,62
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	6 545	0,34
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	378 182	19,55
TOTAL		1 934 198	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:13



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

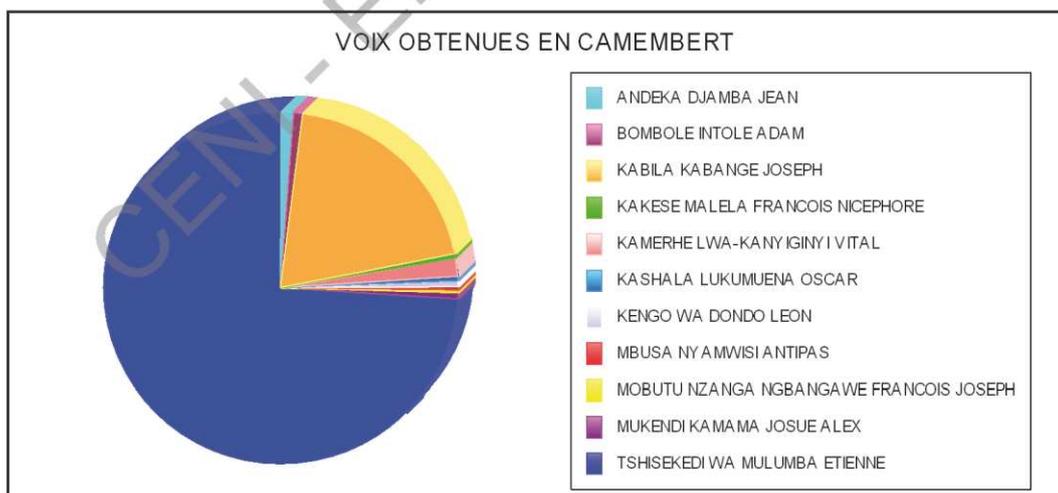
PROVINCE **Bas-Congo**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	1 502 939	BULLETINS BLANCS OU NULS	37 096
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	883 185	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	2 778
Dont		NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	2 777
Nombre total de votants constaté par émargement	771 281	TAUX DE COMPILATION	99,96 %
Nombre total de votants constaté par dérogation	111 904	SUFFRAGES EXPRIMES	846 089
TAUX DE PARTICIPATION	58,64 %		

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	9 629	1,14
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	6 795	0,80
03	KABILA KABANGE JOSEPH	168 000	19,86
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	4 159	0,49
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	13 404	1,58
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	3 378	0,40
07	KENGO WA DONDO LEON	4 490	0,53
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	2 630	0,31
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	2 439	0,29
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	4 683	0,55
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	626 482	74,04
TOTAL		846 089	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:10



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

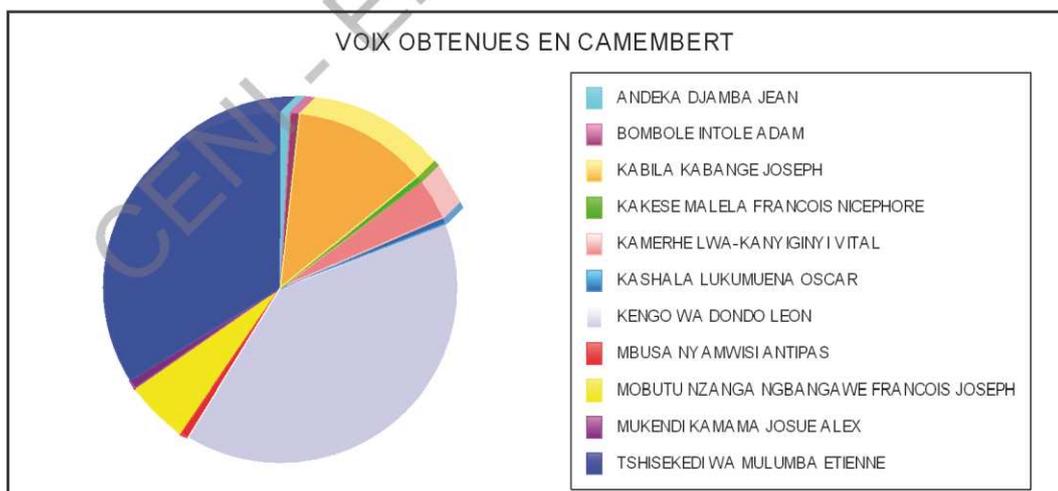
PROVINCE **Equateur**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	3 960 643	BULLETINS BLANCS OU NULS	79 821
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	2 015 754	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	7 364
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	1 622 879	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	7 033
Nombre total de votants constaté par dérogation	392 875	TAUX DE COMPILATION	95,51 %
TAUX DE PARTICIPATION	50,82 %	SUFFRAGES EXPRIMES	1 935 933

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	15 184	0,78
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	16 334	0,84
03	KABILA KABANGE JOSEPH	238 169	12,30
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	11 116	0,57
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	73 311	3,79
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	13 676	0,71
07	KENGO WA DONDO LEON	772 202	39,89
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	12 929	0,67
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	113 874	5,88
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	14 713	0,76
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	654 425	33,80
TOTAL		1 935 933	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:16



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

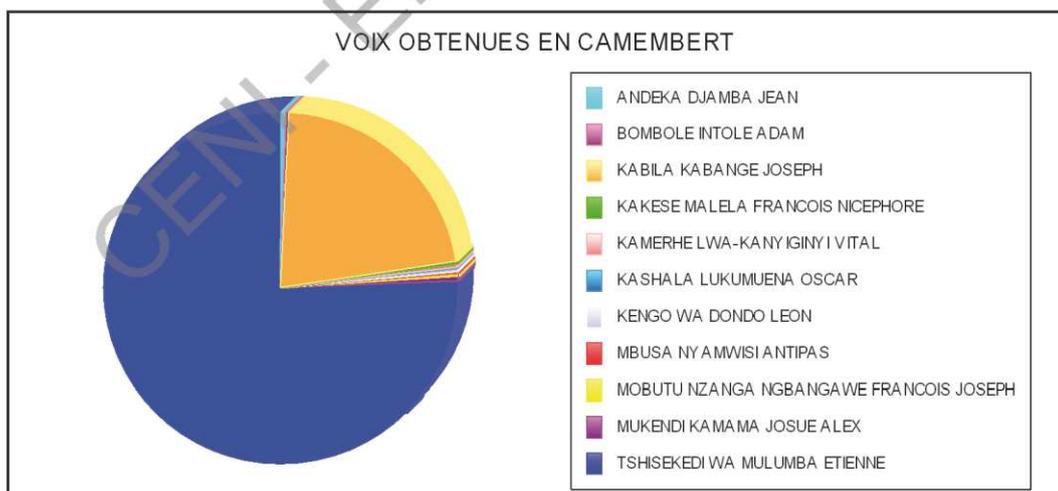
PROVINCE **Kasai Occidental**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	2 661 245	BULLETINS BLANCS OU NULS	55 546
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	1 412 044	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	4 659
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	1 191 170	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	4 384
Nombre total de votants constaté par dérogation	220 874	TAUX DE COMPILATION	94,10 %
TAUX DE PARTICIPATION	50,66 %	SUFFRAGES EXPRIMES	1 356 498

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	6 319	0,47
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	3 871	0,29
03	KABILA KABANGE JOSEPH	295 477	21,78
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	2 980	0,22
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	4 004	0,30
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	2 793	0,21
07	KENGO WA DONDO LEON	2 812	0,21
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	2 995	0,22
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	3 431	0,25
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	5 288	0,39
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	1 026 528	75,67
TOTAL		1 356 498	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:36



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

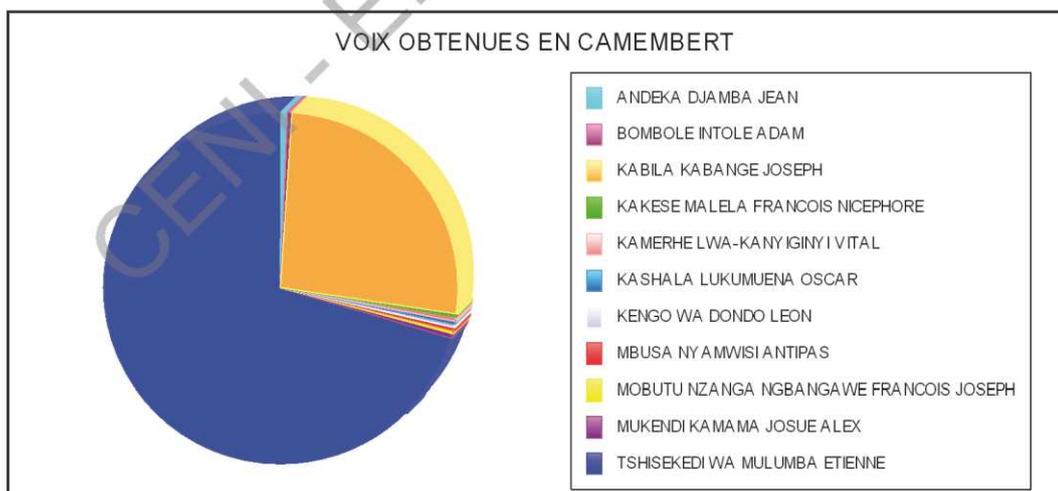
PROVINCE **Kasai Oriental**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	2 643 905	BULLETINS BLANCS OU NULS	45 915
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	1 432 345	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	5 130
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	1 238 619	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	4 882
Nombre total de votants constaté par dérogation	193 726	TAUX DE COMPILATION	95,17 %
TAUX DE PARTICIPATION	54,18 %	SUFFRAGES EXPRIMES	1 386 430

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	7 610	0,55
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	5 671	0,41
03	KABILA KABANGE JOSEPH	366 380	26,43
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	4 061	0,29
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	5 337	0,38
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	4 488	0,32
07	KENGO WA DONDO LEON	3 392	0,24
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	3 209	0,23
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	4 149	0,30
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	5 988	0,43
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	976 145	70,41
TOTAL		1 386 430	100,00

VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:34



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

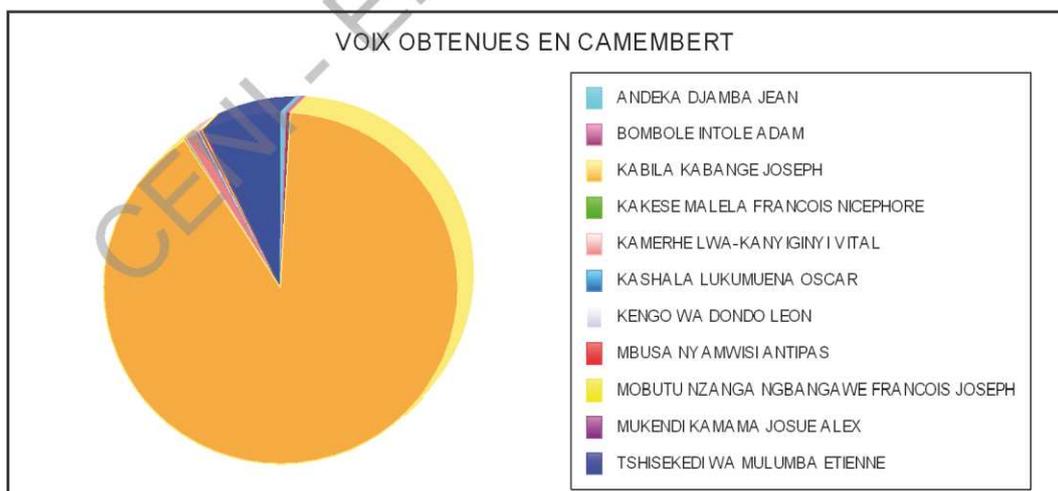
PROVINCE **Katanga**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	4 627 302	BULLETINS BLANCS OU NULS	86 531
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	3 224 483	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	8 441
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	2 823 153	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	8 358
Nombre total de votants constaté par dérogation	401 330	TAUX DE COMPILATION	99,02 %
TAUX DE PARTICIPATION	69,68 %	SUFFRAGES EXPRIMES	3 137 952

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	10 816	0,34
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	15 119	0,48
03	KABILA KABANGE JOSEPH	2 823 234	89,97
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	7 615	0,24
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	34 297	1,09
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	4 898	0,16
07	KENGO WA DONDO LEON	4 514	0,14
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	4 991	0,16
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWE FRANCOIS JOS	6 602	0,21
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	3 944	0,13
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	221 922	7,07
TOTAL		3 137 952	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:33



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

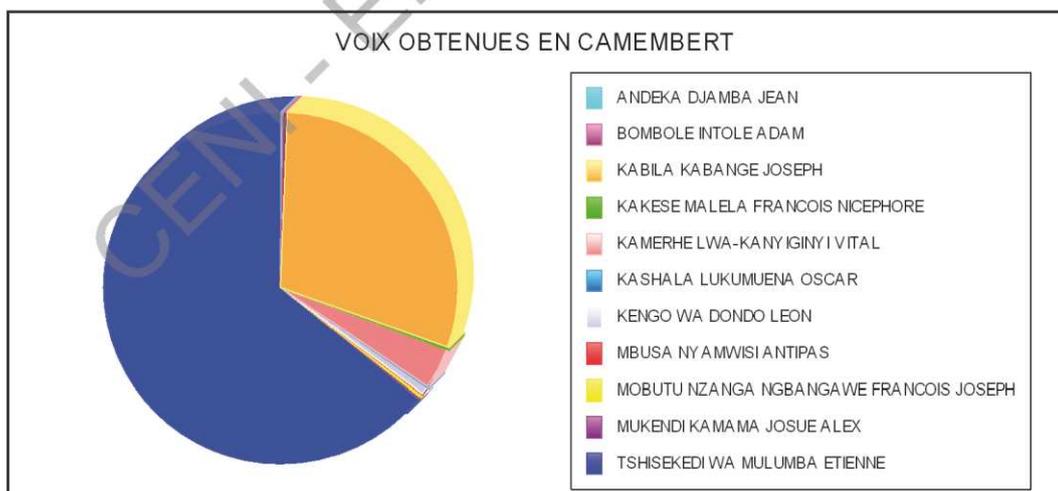
PROVINCE **Kinshasa**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	3 287 745	BULLETINS BLANCS OU NULS	55 140
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	1 868 549	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	10 334
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	1 364 884	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	8 345
Nombre total de votants constaté par dérogation	503 665	TAUX DE COMPILATION	80,75 %
TAUX DE PARTICIPATION	56,75 %	SUFFRAGES EXPRIMES	1 813 409

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	3 633	0,20
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	5 412	0,30
03	KABILA KABANGE JOSEPH	544 529	30,03
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	3 565	0,20
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	67 288	3,71
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	2 157	0,12
07	KENGO WA DONDO LEON	13 023	0,72
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	1 558	0,09
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	5 471	0,30
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	4 590	0,25
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	1 162 183	64,09
TOTAL		1 813 409	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

09/12/2011 06:23



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

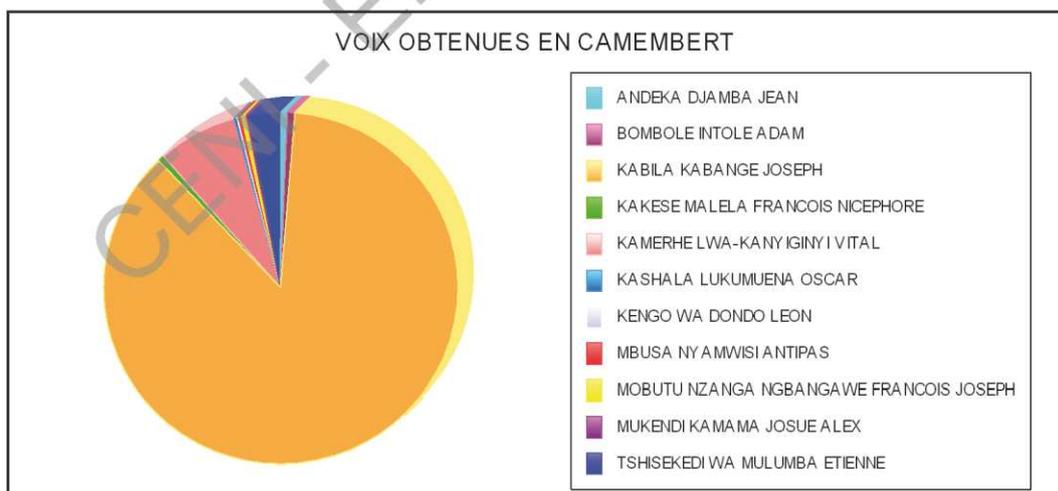
PROVINCE **Maniema**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	874 809	BULLETINS BLANCS OU NULS	24 901
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	525 044	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	1 669
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	444 421	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	1 653
Nombre total de votants constaté par dérogation	80 623	TAUX DE COMPILATION	99,04 %
TAUX DE PARTICIPATION	59,88 %	SUFFRAGES EXPRIMES	500 143

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	2 445	0,49
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	3 539	0,71
03	KABILA KABANGE JOSEPH	433 482	86,67
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	2 874	0,57
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	36 308	7,26
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	1 211	0,24
07	KENGO WA DONDO LEON	1 063	0,21
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	1 210	0,24
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	1 861	0,37
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	1 602	0,32
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	14 548	2,91
TOTAL		500 143	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:26



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

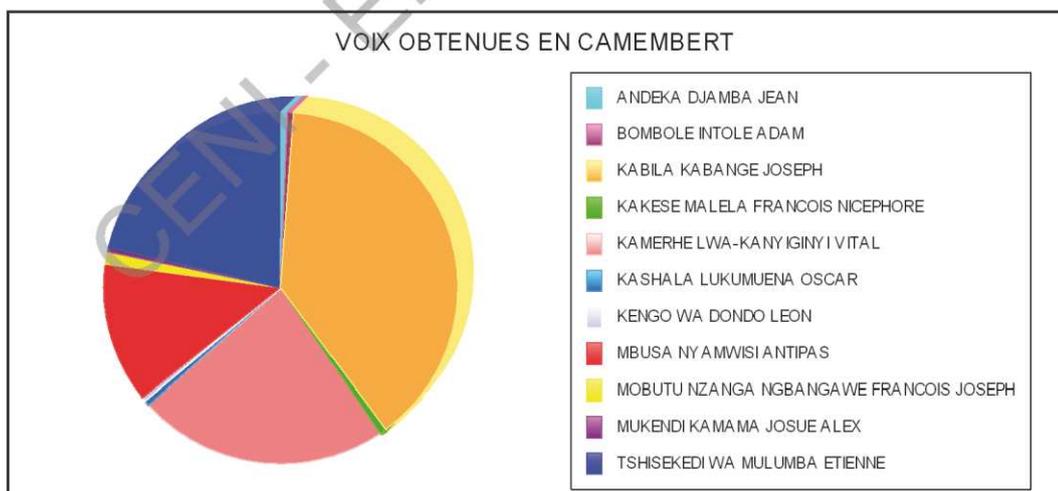
PROVINCE Nord-Kivu

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	3 003 246	BULLETINS BLANCS OU NULS	76 961
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	1 913 685	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	5 338
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	1 463 734	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	5 189
Nombre total de votants constaté par dérogation	449 951	TAUX DE COMPILATION	97,21 %
TAUX DE PARTICIPATION	63,72 %	SUFFRAGES EXPRIMES	1 836 724

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	10 593	0,58
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	10 576	0,58
03	KABILA KABANGE JOSEPH	712 317	38,78
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	10 026	0,55
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	423 376	23,05
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	7 873	0,43
07	KENGO WA DONDO LEON	8 632	0,47
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	234 086	12,74
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	22 176	1,21
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	7 719	0,42
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	389 350	21,20
TOTAL		1 836 724	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:21



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

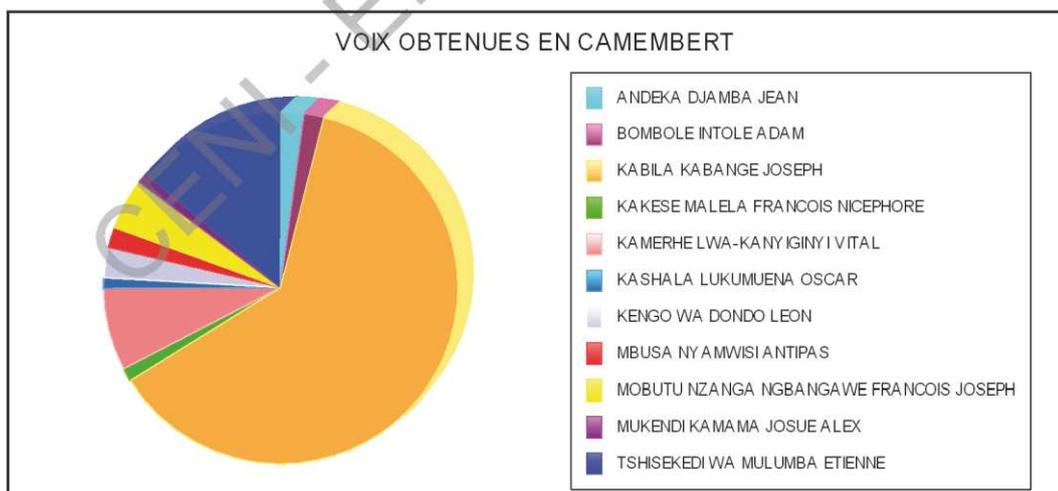
**PROVINCE Province Orientale**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	3 886 524	BULLETINS BLANCS OU NULS	168 313
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	2 223 460	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	7 487
Dont		NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	7 463
Nombre total de votants constaté par émargement	1 929 192	TAUX DE COMPILATION	99,68 %
Nombre total de votants constaté par dérogation	294 268	SUFFRAGES EXPRIMES	2 055 147
TAUX DE PARTICIPATION	57,17 %		

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	42 442	2,07
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	37 070	1,80
03	KABILA KABANGE JOSEPH	1 279 912	62,28
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	26 154	1,27
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	155 232	7,55
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	19 207	0,93
07	KENGO WA DONDO LEON	58 311	2,84
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	37 912	1,84
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWA FRANCOIS JOS	96 173	4,68
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	20 550	1,00
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	282 184	13,73
TOTAL		2 055 147	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:18



**ELECTION PRESIDENTIELLE DE 2011**

**RESULTATS PROVISOIRES**

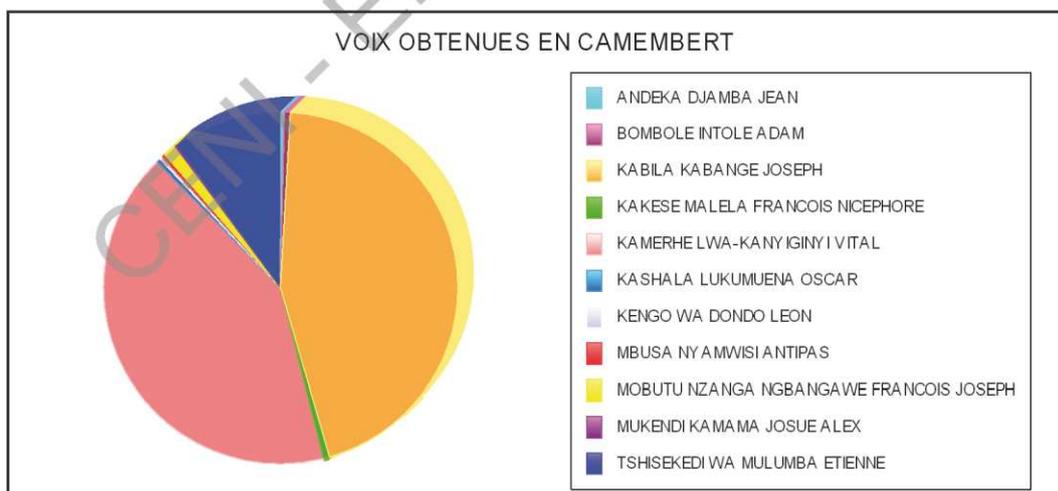
PROVINCE **Sud-Kivu**

NOMBRE TOTAL D'ELECTEURS INSCRITS	2 022 960	BULLETINS BLANCS OU NULS	62 129
NOMBRE TOTAL DE VOTANTS	1 402 710	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE	3 707
Dont			
Nombre total de votants constaté par émargement	1 147 791	NOMBRE TOTAL DE BUREAUX DE VOTE COMPILES	3 650
Nombre total de votants constaté par dérogation	254 919	TAUX DE COMPILATION	98,46 %
TAUX DE PARTICIPATION	69,32 %	SUFFRAGES EXPRIMES	1 340 581

**NOMBRE DE VOIX OBTENUES**

Numero d'ordre	Nom des candidats	Voix obtenues	%
01	ANDEKA DJAMBA JEAN	4 541	0,34
02	BOMBOLE INTOLE ADAM	6 844	0,51
03	KABILA KABANGE JOSEPH	599 825	44,74
04	KAKESE MALELA FRANCOIS NICEPHORE	6 994	0,52
05	KAMERHE LWA-KANYIGINYI VITAL	558 564	41,67
06	KASHALA LUKUMUENA OSCAR	4 231	0,32
07	KENGO WA DONDO LEON	3 804	0,28
08	MBUSA NYAMWISI ANTIPAS	3 387	0,25
09	MOBUTU NZANGA NGBANGAWE FRANCOIS JOS	17 036	1,27
10	MUKENDI KAMAMA JOSUE ALEX	2 529	0,19
11	TSHISEKEDI WA MULUMBA ETIENNE	132 826	9,91
TOTAL		1 340 581	100,00

**VOIX OBTENUES EN CAMEMBERT**



KINSHASA LE DECEMBRE 2011  
 REVEREND DOCTEUR DANIEL NGOY  
 MULUNDA-NYANGA

08/12/2011 19:24