



Munich Personal RePEc Archive

## **Schumpeterian Growth and pollution tax**

Wabenga Yango, James and Nlemfu Mukoko, Jean Blaise

Département d'économie, Université de Kinshasa, Département  
d'économie, Université de Kinshasa

November 2012

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/65071/>  
MPRA Paper No. 65071, posted 20 Jun 2015 12:10 UTC

# Croissance schumpétérienne et taxe sur la pollution

James Wabenga Y. and Jean Blaise Nlembu M. <sup>†\*</sup>

<sup>†</sup> Département d'économie

Université de Kinshasa

Janvier 2013

Revisé en Juin 2015

---

## Abstract

Ce papier est basé sur le travail pionnier d'Aghion et Howitt. Nous y avons intégré quelques éléments notamment la taxe sur la production sale, la fonction de production à variétés des biens et la fonction d'utilité iso-élastique. Par ailleurs, nous analysons la manière dont les nouvelles théories de la croissance endogène intègrent la dimension environnementale, et en particulier la manière dont l'innovation endogène, le progrès technique biaisé et la taxe sur la production sale rendent possible la conciliation de l'objectif d'une croissance soutenue avec les contraintes imposées par les ressources non renouvelables ou la nécessité de sauvegarder l'environnement. Nous trouvons que la taxe sur la production sale n'a aucun effet sur le taux de croissance de la consommation des ménages et sur le taux auquel le flux de la ressource naturelle doit se réduire dans le temps.

JEL classification: O33, Q30.

Mots clés : Croissance schumpétérienne, taxe sur la pollution

---

\*Contact us: [james.w.yango.econ@gmail.com](mailto:james.w.yango.econ@gmail.com)

# 1 Introduction

Dans un monde schumpétérien de Aghion and Howitt (1990) , la croissance peut être soutenue avec les innovations, ce qui n'est pas le cas dans le modèle AK à un secteur. L'idée fondamentale est que dans un monde schumpétérien, on peut concevoir du progrès technique et des innovations distinctes de l'accumulation du capital physique, et en particulier des innovations plus vertes (moins intensives en ressources non renouvelables) que l'accumulation du capital.

C'est ainsi que Selden and Song (1994), Stern et al. (1996) et S. Kuznets s'intéressent à la relation entre le développement économique et l'environnement, c'est-à-dire la relation en U inversé entre les niveaux de revenus des pays et des indicateurs de qualité de l'environnement (pollution de l'air et de l'eau, par exemple).

Les études pionnières de ce type de relations ont été conduites par Grossman and Krueger (1991) qui utilisent des analyses en coupe transversales de pays avec différents indicateurs environnementaux. Les études de Dasgupta et al. (2002) et Harbaugh et al. (2002) ont initié une branche abondante de la littérature qui discute de la validité de telles relations sous forme réduite.

En ce qui concerne la relation entre la croissance et l'environnement, le travail pionnier a été réalisé par Nordhaus (1977), qui aborde le problème des conséquences de la croissance économique sur la préservation de l'environnement et les manières par lesquelles les ressources naturelles imposent des contraintes sur la croissance. S'attaquant au problème du changement climatique, le même auteur a développé un modèle dynamique intégré de changement climatique et de l'économie, qui a étendu le modèle de Ramsey néoclassique avec des équations représentant les relations géophysiques (équations d'émissions, équation de concentration, équation de changement climatique, équation de dommage sur le climat) et leurs relations avec les résultats économiques. L'analyse de l'activité économique et de ses conséquences en termes de changement climatique a été le sujet d'un rapport récent et vaste conduit par Stern et al. (2006).

Toujours dans le cadre d'analyse de la croissance exogène, Stokey (1998) a analysé la pollution en termes d'un modèle AK délivrant une relation en U inversé entre le revenu par tête et la qualité environnementale, et le résultat de la non-soutenabilité de la croissance à long terme (croissance non positive).

Plusieurs études récentes ont montré que les prédictions des modèles de croissance exogène sont douteuses, en particulier si on permet la possibilité d'un progrès technique biaisé (endogène). Les travaux de Jaffe et al. (2002) ont corroboré la présence d'un progrès technique induit, c'est-à-dire que les prix de l'énergie affectent le choix du type d'innovation. Aghion et Howitt montrent que la croissance optimale conduit au taux constant bien défini auquel le flux de ressources naturelles doit se réduire dans le temps et que le taux de croissance optimal dépend de la taille des innovations et de la productivité de la recherche.

Etant donné la remarque sur le progrès technique biaisé dans les innovations, Manne and Richels (2004) ont discuté de la manière dont les coûts de la régulation environnementale sont surestimés.

Tout en se servant du modèle d'Aghion et Howitt sur la croissance avec ressource non renouvelable, nous y avons intégré la taxe sur la production sale dans le calcul du taux de croissance optimal. Nous avons considéré en outre, un modèle multisectoriel avec des variétés des biens produits par l'entreprise afin de dégager la part de la croissance économique générée par chaque secteur (le secteur de production du bien propre et le secteur de production du bien sale).

## 2 Modèle de croissance avec ressource renouvelable

Formellement, nous considérons que l'économie est peuplée par une masse continue  $M = 1$  d'individus vivant une seule période. Chacun d'entre eux est doté d'une unité de travail qu'il peut allouer entre l'industrie et les activités des ressources extraites de la recherche. L'output final est produit de la manière suivante :

$$Y = L^{1-\alpha} A^{1-\alpha} x^\alpha R^\phi \quad (1)$$

où  $x$  est la quantité des biens intermédiaires utilisés dans la production du bien final  $Y$ .  $R$  est le flux courant de la ressource extraite et  $L$  le flux de travail employé dans la production (travail manufacturier).  $A$  est la productivité. Le stock de la ressource naturelle évolue dans le temps (voir Figure1) suivant le sentier:

$$\dot{S} = -R \quad (2)$$

Le travail ( $L$ ) est utilisé dans la fabrication du bien final ou bien dans la recherche pour produire des innovations ( $n$ ). D'où, l'équation d'équilibre suivant:

$$L + n = 1 \quad (3)$$

Il sied de signaler que le producteur intermédiaire utilise le bien final selon une technologie un-pour-un pour produire son input intermédiaire. En prenant le bien final comme numéraire et en supposant que le secteur du bien final est concurrentiel, le producteur intermédiaire vend son bien intermédiaire au secteur final au prix  $p(x)$  qui est égal à la productivité marginale du bien intermédiaire.

$$p(x) = \alpha L^{1-\alpha} A^{1-\alpha} x^{\alpha-1} R^{\phi} \quad (4)$$

Il choisit  $x$  de manière à maximiser ses profits, en résolvant :

$$\Pi = \alpha L^{1-\alpha} A^{1-\alpha} x^{\alpha} R^{\phi} - x \quad (5)$$

Ce qui donne:

$$x = \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} AL R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \quad (6)$$

Remplaçons (6) dans (5), pour trouve le profit maximal:

$$\Pi^* = \pi AL R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \quad (7)$$

avec

$$\pi = (1 - \alpha) \alpha^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \quad (8)$$

En remplaçons (8) dans (1) pour trouver l'output final.

$$Y = \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} AL R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \quad (9)$$

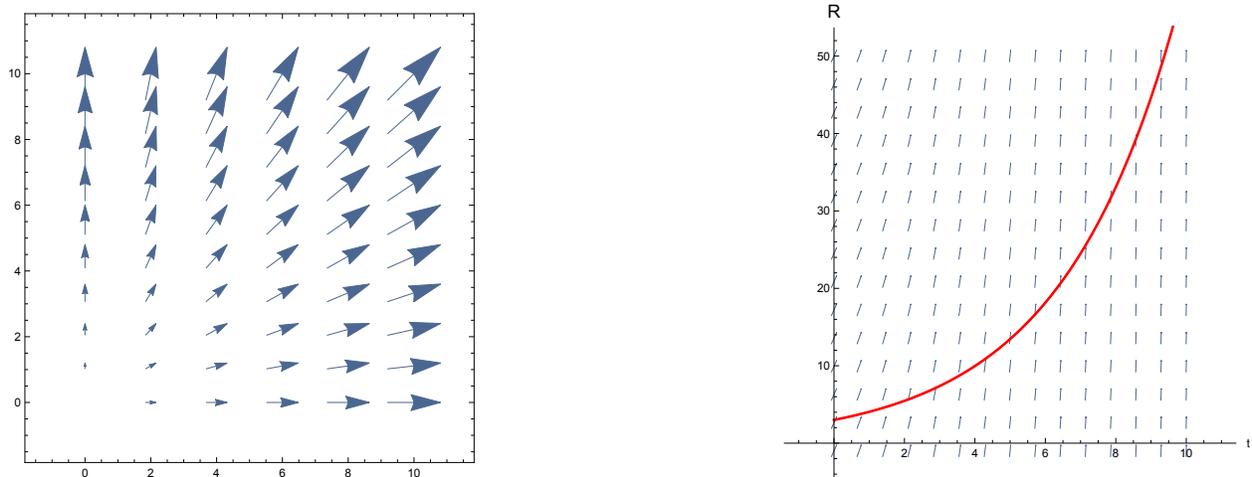
Supposons que le gouvernement impose une diminution du flux courant de la ressource extraite  $R$  à un taux exponentiel:

$$\frac{dR}{dt} = \beta R \quad (10)$$

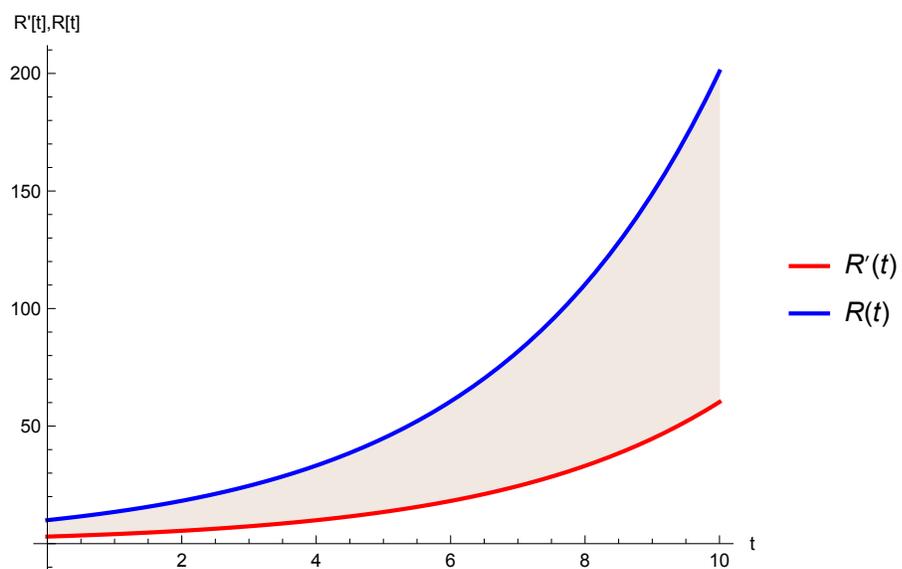
avec  $\beta > 0$ .

Les Figure 1 et Figure 2 ci-dessous montrent la dynamique de la ressource naturelle ainsi que son diagramme des phases.

**Figure 1:** Diagramme des phases de la ressource



**Figure 2:** Dynamique de la ressource



En calculant le taux de croissance économique à partir de l'équation (9), on trouve:

$$g = g_A + \frac{\phi}{1 - \alpha} \beta \quad (11)$$

avec  $g_A = \frac{\dot{A}}{A}$ , le taux de croissance de la productivité et  $g$  le taux de croissance économique.

Si on suppose que la croissance de la productivité est le résultat des innovations et que les innovations résultent du travail dans la recherche et développement, le taux de croissance économique s'exprimera de la manière suivante :

$$PIB = Y - x \quad (12)$$

D'où le PIB s'exprimera de la manière suivante :

$$PIB = (1 - \alpha^2) \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} ALR^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \quad (13)$$

Maintenant, on peut intégrer le processus d'innovation dans l'analyse en supposant :

$$\mu = \varphi(n) = \lambda \eta^\sigma \quad (14)$$

où  $\varphi(n)$  est la probabilité d'innover.  $\lambda$  est un paramètre qui reflète la productivité du secteur de la recherche et  $\sigma$  l'élasticité comprise entre 0 et 1.  $\eta$  est la quantité de travail dans la R&D à l'équilibre, et  $\lambda$  est un paramètre de productivité de R&D.

Nous supposons comme Aghion et Howitt qu'à chaque période, il y a un individu qui a l'opportunité de réaliser une innovation. Si l'individu parvient à innover, alors l'innovation crée une nouvelle version du bien intermédiaire qui est plus productive que les versions précédentes. Ce qui veut dire que la productivité au temps  $t$

$$A_t = \gamma A_{t-1} \quad (15)$$

où  $\gamma$  est la taille des innovation,  $\gamma > 1$ . S'il échoue, alors il n'y a pas d'innovation en  $t$  ( $\gamma = 1$ ) et le bien intermédiaire reste identique à celui utilisé en  $t - 1$ .

$$A_t = A_{t-1} \quad (16)$$

Pour innover l' doit faire de la recherche, une activité couteuse qui utilise le bien final comme input. Il sied de signaler que la recherche est une activité incertaine qui peut générer aucune innovation. Cependant, plus l'entrepreneur dépense dans la recherche et plus sa probabilité d'innover est importante.

Considérons  $\mu_t$  la probabilité d'innover. La probabilité pour qu'une innovation se produise à chaque période dépend du montant  $Z_t$  de bien final dépensé dans la recherche.

$$\mu_t = \Phi \left( \frac{Z_t}{A_t^*} \right) \quad (17)$$

avec  $A_t^* = \gamma A_{t-1}$  est la productivité du nouveau bien intermédiaire qu'on obtient si la recherche conduit à une nouvelle innovation. On note que la probabilité de l'innovation est inversement proportionnel à  $A_t^*$ . Cela veut dire qu'il devient plus difficile d'améliorer la technologie lorsqu'elle s'améliore car elle devient de plus en plus complexe. Par conséquent, ce n'est pas la quantité absolue  $Z_t$  qui est importante pour le succès de la recherche, mais c'est la dépense ajustée par la productivité  $\left( \frac{Z_t}{A_t^*} \right)$  que nous notons  $\eta_t$ .

## 2.1 Arbitrage de la recherche

La récompense d'un innovateur est le profit  $\Pi^*$  qu'il obtient. Puisque la probabilité d'innover est  $\Phi \left( \frac{Z_t}{A_t^*} \right)$ , son revenu espéré est  $\Phi \left( \frac{Z_t}{A_t^*} \right) \Pi_t^*$ . Cependant, la recherche a un coût  $Z_t$ , qu'il parvienne à innover ou non.

Le bénéfice net que l' tire de la recherche est :

$$B = \Phi \left( \frac{Z_t}{A_t^*} \right) \Pi_t^* - Z_t \quad (18)$$

L' entrepreneur choisit ses dépenses de recherche  $Z_t$  de manière à maximiser son bénéfice net, ce qui donne:

$$\frac{1}{A_t^*} \Phi' \left( \frac{Z_t}{A_t^*} \right) \Pi_t^* = 1 \quad (19)$$

En remplaçant (7) dans (19), on obtient:

$$\Phi' \left( \frac{Z_t}{A_t^*} \right) \pi L R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} = 1 \quad (20)$$

Le membre de droite de (20) est le coût de la recherche. Le membre de gauche est le bénéfice marginal de la recherche qui est égale à la probabilité d'obtenir une innovation fois la valeur de cette dernière. Cette équation est l'équation d'arbitrage de la recherche. Elle implique que le niveau de la recherche ajustée par la productivité  $\eta$ , et donc la probabilité d'innover  $\mu_t$  sera égale à une constante  $\mu = \varphi(\eta)$ . La productivité ajustée d'équilibre est donnée par:

$$\eta = \left( \sigma \lambda \pi L R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (21)$$

Et donc,

$$\mu = \lambda^{\frac{1}{1-\sigma}} \left( \sigma \lambda \pi L R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \quad (22)$$

## 2.2 Croissance économique

Le taux de croissance économique est donné par le taux de croissance du PIB par tête ( $PIB_t/L$ ), qui d'après l'équation (13) est donné par :

$$\frac{PIB_t}{L} = (1 - \alpha^2) \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} A_t R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \quad (23)$$

Le taux de croissance est donné par :

$$g = \frac{\left( \frac{PIB_t}{L} \right) - \left( \frac{PIB_{t-1}}{L} \right)}{\left( \frac{PIB_{t-1}}{L} \right)} = \frac{(1 - \alpha^2) \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} (A_t - A_{t-1})}{(1 - \alpha^2) \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} R^{\frac{\phi}{1-\alpha}} A_{t-1}} = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}} \quad (24)$$

En remplaçant l'équation (15) dans (24), on obtient le taux de croissance économique :

$$g = \gamma - 1 \quad (25)$$

En effet, si l'innovateur réussit à innover avec une probabilité  $\mu$ , le taux de croissance est différent de 0 et donné par l'équation (25). Sinon,  $g = g_A = 0$  si  $A_t = A_{t-1}$ ; c'est-à-dire qu'il ne réussit pas à innover, s'il échoue avec la probabilité  $1 - \mu$ .

Le taux de croissance est gouverné par cette distribution de probabilité à chaque période, de telle sorte que, d'après la loi des grands nombres, la moyenne de la distribution :

$$g = g_A = E(g) = \mu(\gamma - 1) \quad (26)$$

En remplaçant (22) dans (22) on obtient le taux de croissance de la productivité:

$$g_A = \lambda^{\frac{1}{1-\sigma}} \left( \sigma \lambda \pi LR^{\frac{\phi}{1-\alpha}} \right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} (\gamma - 1) = (\gamma - 1) \lambda \eta^\sigma \quad (27)$$

Supposons maintenant que la croissance de la productivité soit le résultat des innovations comme ci-haut démontré, mais en considérant  $\sigma = 1$ , de telle sorte que le taux de croissance de la productivité s'exprime de la manière suivante :

$$g_A = (\gamma - 1) \lambda \eta \quad (28)$$

L'économie aura une croissance à long terme si et seulement si l'équation (11) respecte l'inégalité suivante:

$$g_A > \frac{\phi}{1-\alpha} \beta \quad (29)$$

En utilisant (28) dans (29) on peut écrire:

$$\eta > \frac{\phi \beta}{(1-\alpha)(\gamma-1)\lambda} \quad (30)$$

La condition d'équilibre du marché du travail est réalisée si et seulement si le membre de droite de (29) est inférieur à l'offre totale de travail disponible, qui a été normalisé dans ce modèle. Car c'est la condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait suffisamment de travail disponible dans la recherche et développement afin de contrebalancer les effets nuisibles de l'épuisement des ressources dus à l'innovation.

$$\frac{\phi \beta}{(1-\alpha)(\gamma-1)\lambda} < 1 \quad (31)$$

Cette condition est satisfaite si la productivité de la R&D,  $\lambda$  ou la taille de l'innovation  $\gamma$  sont suffisamment élevées, ou si le taux d'épuisement  $q$  est suffisamment faible.

### 2.3 Environnement et progrès technique biaisé

En considérant comme le suggère l'ont fait Aghion et Howitt, un monde où existe à la fois des activités d'innovations propres et sales mais en éliminant les effets d'échelles dans le modèle. D'une part, les activités sales épuisent stock de capital environnement. D'autre part, l'environnement se régénère à un taux constant  $\varpi$ . Lorsque les paniers d'inputs propres et sales sont des substituts parfaits dans la production de l'output final, l'effet d'une taxe sur les activités de production sale encourage l'innovation dans les technologies de production propre.

Si on considère le temps  $t$  discret, l'output final à chaque période est :

$$Y_t = \begin{cases} Y_{ct} + Y_{dt} & \text{si } S_t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (32)$$

où  $Y_{ct}$  est l'output produit par un processus propre,  $Y_{dt}$  est l'output produit par un processus sale et  $S_t$  est le stock environnemental. D'après l'équation (32), aucune production n'est possible une fois que  $S_t$  est disparu.

La production sale provoque une détérioration de l'environnement. Plus précisément, la variation du stock environnemental est :

$$S_{t+1} - S_t = \phi Y_{dt} + \varpi S_t \quad (33)$$

Où le paramètre  $\phi > 0$  mesure l'impact de la production sale et le paramètre  $\varpi \geq 0$  indique le taux auquel l'environnement se régénère grâce à un processus naturel. L'équation (33) impose une limite de vitesse sur la production sale. Le taux de croissance:

$$\frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} = \phi \frac{Y_{dt}}{S_t} + \varpi \quad (34)$$

ne peut pas excéder  $\varpi$ . Par conséquent, si  $Y_{dt}$  croît au taux régulier  $g > \varpi$ , alors le terme négatif du membre de droite de l'équation (34) croît plus rapidement que le terme positif. Le membre de droite devient finalement négatif à partir d'une certaine date où  $S_t$  commence à décroître, provoquant un désastre écologique :  $S_t \leq 0$ .

En supposant que l'économie débute à la date 0 avec  $S_0 > 0$ , nous examinons maintenant sous quelles conditions un désastre écologique peut se produire, comment une taxe sur la production sale peut empêcher ce désastre, et comment le sentier de croissance de l'économie est affecté par une telle taxe.

## 2.4 Outputs et profits d'équilibre

Pour échapper aux critiques de C. Jones(1995), qui montre que le nombre de scientifiques et d'ingénieurs engagés dans la R&D a été multiplié par presque neuf depuis 1953, aux Etats-Unis sans aucune hausse significative de la croissance de la productivité.

Considérons, à chaque période, les fonctions de production du bien final qui contiennent un nombre variable des biens M:

$$Y_c = \left(\frac{L_c}{M}\right)^{1-\alpha} \int_0^M A_{ci}^{1-\alpha} x_{ci}^\alpha di \quad (35)$$

$$Y_d = \left(\frac{L_d}{M}\right)^{1-\alpha} \int_0^M A_{di}^{1-\alpha} x_{di}^\alpha di \quad (36)$$

Avec M la mesure de la variété de biens produits. Cette fonction de production est identique à celle considérée dans le modèle à variété des biens de Romer (1990), selon lequel l'innovation provoque une hausse de la productivité grâce à la création de nouvelles variétés de biens, même si ces nouvelles variétés ne présentent pas nécessairement des améliorations par rapport aux anciennes.

Nous supposons que ce qui importe, ce n'est pas l'in put travail absolu mais l'input travail par bien intermédiaire  $L/M$ . Par conséquent, la contribution de chaque bien intermédiaire à l'output final est maintenant :

$$Y_c = \left(\frac{L_c}{M}\right)^{1-\alpha} A_{ci}^{1-\alpha} x_{ci}^\alpha \quad (37)$$

$$Y_d = \left(\frac{L_d}{M}\right)^{1-\alpha} A_{di}^{1-\alpha} x_{di}^\alpha \quad (38)$$

où  $0 < \alpha < 1$ ,  $L_c$  et  $L_d$  sont les quantités de travail alloués à la production propre et à la production sale respectivement, les  $x$  sont les quantités d'inputs intermédiaires spécialisées et les A sont les paramètres de production associés. Chaque input spécialisé est produit à l'aide d'une technologie un-pour-un en utilisant l'output final. Les équations (37) et (38) indiquent que lorsque le nombre de biens intermédiaires augmente, les travailleurs utilisent de moins en moins chacun des biens intermédiaires, de telle sorte que chacun d'entre eux contribue de moins en moins à l'output final, sauf si la quantité A ou la quantité  $x$  augmentent.

Modélisons le processus par lequel la variété des biens augmente. Le schéma le plus simple est celui proposé par Aghion et Howitt, de supposer que chaque individu a une probabilité  $\varphi$  d'inventer un nouveau bien, sans aucune dépense dans la recherche et qu'il existe une part exogène  $\varepsilon$  des biens disparat chaque année. Si la population est constante, alors chaque année la liste  $M_t$  des biens intermédiaires se modifie de la manière suivante :

$$M_{t+1} - M_t - \varepsilon M_t = \varphi L \quad (39)$$

$$M_t = \left(\frac{\varphi}{\varepsilon}\right) L + (1 - \varepsilon)^t \left[ M_0 - \left(\frac{\varphi}{\varepsilon}\right) L \right] \quad (40)$$

qui converge vers  $\left(\frac{\varphi}{\varepsilon}\right) L$  lors que  $t \rightarrow \infty$  parce que  $(1 - \varepsilon)$  est compris entre 0 et 1.

$$M_t = \left(\frac{\varphi}{\varepsilon}\right) L \quad (41)$$

Ceci permet d'écrire:

$$Y_c = \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right)^{1-\alpha} A_{ci}^{1-\alpha} x_{ci}^\alpha \quad (42)$$

$$Y_d = \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right)^{1-\alpha} A_{di}^{1-\alpha} x_{di}^\alpha \quad (43)$$

Alors, le prix de chaque composante de l'output final est unitaire. L'output final est produit en concurrence parfaite, de telle sorte que le prix d'équilibre de chaque input spécialisé est donné par la valeur de sa productivité marginale :

$$p_{ci} = \alpha \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right)^{1-\alpha} A_{ci}^{1-\alpha} x_{ci}^{\alpha-1} \quad (44)$$

$$p_{di} = \alpha \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right)^{1-\alpha} A_{di}^{1-\alpha} x_{di}^{\alpha-1} \quad (45)$$

Chaque input spécialisé est produit par un monopole qui choisit son niveau d'output en maximisant son profit.

$$\Pi_{ci} = \alpha \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right)^{1-\alpha} A_{ci}^{1-\alpha} x_{ci}^\alpha - x_{ci} \quad (46)$$

$$\Pi_{di} = \alpha \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right)^{1-\alpha} A_{di}^{1-\alpha} x_{di}^\alpha - x_{di} \quad (47)$$

En dérivant les équations (46) et (47) par rapport à  $x_{ci}$  et  $x_{di}$ , on trouve:

$$x_{ci} = \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right) A_{ci} \quad (48)$$

$$x_{di} = \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right) A_{di} \quad (49)$$

Ces expressions nous permettent de trouver:

$$\Pi_{ci} = \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right) A_{ci} \quad (50)$$

et

$$\Pi_{di} = \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right) A_{di} \quad (51)$$

. En fin,

$$Y_c = \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right) A_c \quad (52)$$

et

$$Y_d = \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} \left( \frac{\varepsilon}{\varphi} \right) A_d \quad (53)$$

Avec  $\int A_{ci} di$  la productivité moyenne des inputs intermédiaires propres et  $\int A_{di} di$  la productivité moyenne des inputs intermédiaires sales.

## 2.5 Introduction de la taxe sur la production sale

Supposons que  $A_d > A_c$  et que le gouvernement impose une taxe sur la production sale. Plus précisément, les producteurs de bien final doivent payer une taxe  $\tau$  sur chaque unité d'output sale produite. Dans ce cas, le prix de l'output sale devient  $1 - \tau$ .

Dans le secteur propre, pour toute allocation de travail par variété des biens intermédiaires  $L_c/M$ , tous les prix, les outputs resteront les mêmes que précédemment, parce que la taxe n'affecte pas directement le secteur du bien propre.

Dans le secteur sale, le prix de chaque input spécialisé est maintenant égal à la valeur :

$$p_{di} = (1 - \tau)\alpha \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right)^{1-\alpha} A_{di}^{1-\alpha} x_{di}^{\alpha-1} \quad (54)$$

De telle sorte que chaque monopole spécialisé choisit son niveau d'output en maximisant son profit. Cela donne la quantité:

$$x_{di} = (1 - \tau)^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) A_{di} \quad (55)$$

et

$$Y_d = (1 - \tau)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) A_d \quad (56)$$

avec  $\frac{L_d}{M} = \frac{\varepsilon}{\varphi}$ . Calculons le taux de salaire par unité des variétés des biens produits dans les deux secteurs:

$$g_c = \frac{\delta Y_c}{\delta \left(\frac{L_c}{M}\right)} = (1 - \alpha)\alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} A_c \quad (57)$$

et

$$g_d = \frac{\delta Y_d}{\delta \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right)} = (1 - \alpha)(1 - \tau)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} A_d \quad (58)$$

La production est positive uniquement dans le secteur où la productivité marginale est la plus élevée. Comparons les deux productivités marginales à partir des quantités produites. Ainsi, la production reste totalement sale si :  $x_{di} > x_{ci}$ :

$$(1 - \tau)^{\frac{1}{1-\alpha}} A_d > A_c \quad (59)$$

Sinon, elle est totalement propre.

### 2.5.1 Calcul de la taxe optimale

Pour convertir l'économie de la production sale à la production propre, il faut que le gouvernement impose une taxe minimale. En effet, pour se faire, il faut que :

$$\tau^* = 1 - \left(\frac{A_c}{A_d}\right)^{1-\alpha} \quad (60)$$

### 2.5.2 Innovations d'équilibre et taux de croissance économique

Supposons que l'économie soit à l'état régulier avec une allocation constante du travail  $\frac{L_c}{M}$  et  $\frac{L_d}{M}$  et un taux de taxe constant  $\tau$ . Si l'économie produit seulement l'output sale, alors l'équation (56) implique que le taux de croissance  $g$  de l'output final est donné par le taux de croissance de la productivité moyenne de tous les inputs intermédiaires sales.

$$PIB_t = (1 - \alpha(1 - \tau))(1 - \tau)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) A_{dt} \quad (61)$$

et

$$g = \frac{(1 - \alpha(1 - \tau))(1 - \tau)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) (A_{dt} - A_{dt-1})}{(1 - \alpha(1 - \tau))(1 - \tau)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) A_{dt-1}} = \frac{A_{dt} - A_{dt-1}}{A_{dt-1}} \quad (62)$$

Et donc le taux de croissance  $g$  de l'output final est donné par le taux de croissance de la productivité moyenne de tous les inputs intermédiaires sales.

### 2.5.3 Innovation et arbitrage de la recherche dans le secteur du bien final sale

Le bénéfice de l'innovateur sera maximal si et seulement si:

$$\tilde{\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) \varphi' \left(\frac{Z_{it}}{A_{dit}^*}\right) = 1 \quad (63)$$

avec  $\tilde{\pi} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) (1 - \tau)^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}$  et  $\varphi' \left(\frac{Z_{it}}{A_{dit}^*}\right) = \varphi'(\eta) = \sigma \lambda \eta^{\sigma-1}$  et donc:

$$\eta^* = \left[ \sigma \lambda \tilde{\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (64)$$

et

$$\mu^* = \lambda^{\frac{1}{1-\sigma}} \left[ \sigma \lambda \tilde{\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \quad (65)$$

L'équation (63) est l'équation d'arbitrage de la recherche dans le secteur du bien sale. Les équations (64) et (65) sont respectivement, la productivité ajustée constante pour la recherche et la fréquence de l'innovation.

Le taux de croissance dans le secteur du bien sale est donné par :

$$\mu^* = \lambda^{\frac{1}{1-\sigma}} \left[ \sigma \lambda \tilde{\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varphi}\right) \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \quad (66)$$

L'équation (63) donne le taux de croissance moyen de long terme dans le secteur de production du bien sale.

## 2.6 Croissance Schumpétérienne optimale avec ressource non renouvelable et taxe sur la pollution

Nous considérons que l'économie produit uniquement le bien sale. Nous considérons en plus, une fonction d'utilité instantanée des ménages appelée préférences de Stone-Geary. Dans cette partie, nous résolvons le problème d'un planificateur social qui choisit l'intensité de recherche optimale et le taux d'épuisement optimal d'une ressource naturelle, tout en laissant les firmes choisir la production intermédiaire de manière à maximiser leur profit en tenant compte de la taxe sur la production sale.

Cette solution conduit à un taux de croissance optimale, un taux optimal  $R$  de réduction du flux  $R$  de la ressource non renouvelable et un taux optimal de taxation de la production sale dans le temps qui maximise l'utilité inter temporelle de l'agent représentatif. Notre analyse sera axée sur la production sale.

Supposons que l'individu représentatif ait des préférences isoélastiques, avec une utilité instantanée pour la consommation du bien final à la Stone-Géary:

$$U_{ct} = \frac{(c - \bar{c})^{1-\theta} - 1}{1 - \theta} \quad (67)$$

où  $\bar{c} \geq 0$  représente le niveau de la consommation par tête de subsistance. Le planificateur social maximise l'utilité inter temporelle :

$$\int_0^\infty \frac{(c - \bar{c})^{1-\theta} - 1}{1 - \theta} e^{-\rho t} dt \quad (68)$$

Sujet à

$$c = (1 - \tau)L^{1-\alpha}A^{1-\alpha}x^\alpha \quad (69)$$

$$L + n = 1 \quad (70)$$

Où le membre de droite résulte de la contrainte de ressource en travail avec  $n$  la quantité de travail dans la recherche et  $L$  la quantité de travail dans la production sale.

Les firmes, en maximisant leur profit, choisissent la quantité de l'équation (6) et donc la contrainte devient:

$$c = (1 - \tau)\delta^\alpha ALR^\beta \quad (71)$$

avec  $\delta = \alpha^{\frac{2}{1-\alpha}}$  et  $\beta = \frac{\phi\alpha}{1-\alpha}$ .

En utilisant les équation (28) et (10) et en remplaçant la consommation le planificateur maximise:

$$\int_0^{\infty} \frac{((1-\tau)\delta^\alpha ALR^\beta - \bar{c})^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho t} dt \quad (72)$$

Sujet à

$$\dot{A} = (\gamma - 1)\lambda \eta A \quad (73)$$

$$\dot{S} = -R \quad (74)$$

La résolution de ce problème de maximisation, nous donne le taux de croissance de la consommation suivante:

$$g_c = \frac{(\gamma - 1)\lambda - \rho}{\sigma} \quad (75)$$

avec

$$\sigma = -\frac{(c - \bar{c})}{\theta c} \quad (76)$$

L'équation (75) est l'équation du taux de croissance de la consommation par tête dans une économie planifiée. Cette équation montre que, la taxe sur la production sale n'a aucun effet sur le taux de croissance de la consommation des ménages comme le montre l'équation (75).

Par ailleurs, la condition du premier ordre du problème du planificateur par rapport à l'innovation  $n$  donne:

$$-U'_c(1-\tau)\delta^\alpha A R^\beta e^{-\rho t} + v_t A(\gamma - 1)\lambda = 0 \quad (77)$$

avec  $v_t$  le multiplicateur dynamique associé à l'équation de la croissance.

En linéarisant l'expression (77) et en la dérivant par rapport au temps on trouve le taux de croissance de la ressource naturelle:

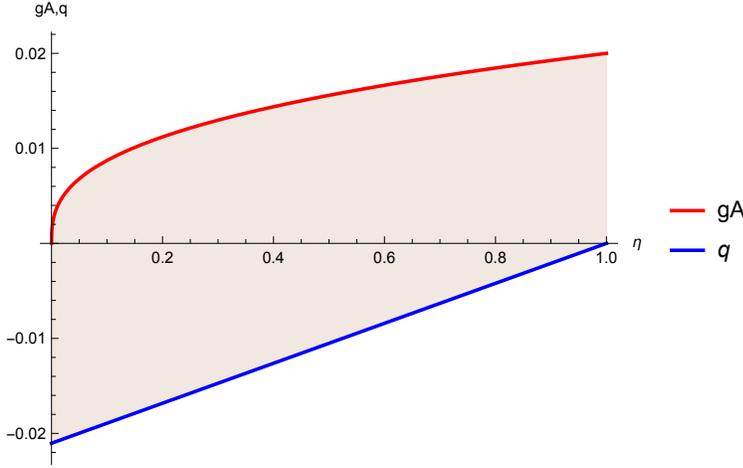
$$q^* = \frac{\rho + \sigma g_c - (\gamma - 1)\lambda \eta}{\beta - 1} = \frac{(\gamma - 1)(1 - \eta)\lambda}{\beta - 1} \quad (78)$$

### 3 Valeurs des paramètres et simulations

#### 3.1 Valeurs des paramètres pour le scénario symétrique

Nous avons calibré les paramètres du modèle pour voir comment des variations de ses paramètres peuvent impacter la croissance économique, la croissance de la productivité et la croissance de la ressource. Le tableau

**Figure 3:** Croissance de la productivité et de la ressource



ci-dessous donne les valeurs de ces paramètres. Il sied de noter que ces paramètres sont choisis en tenant compte des contraintes imposées dans le modèle.

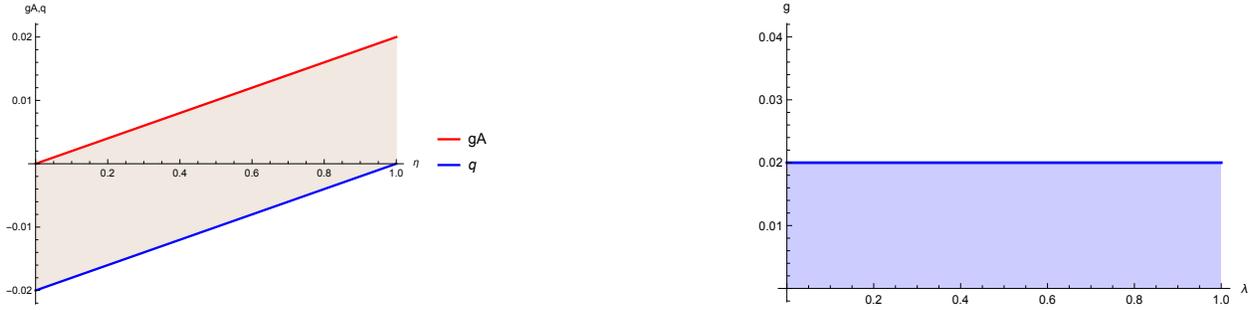
Table 1. Valeurs des paramètres

Paramètres	$\beta$	<i>Valeurs données</i>				
		$\gamma$	$\lambda$	$\phi$	$\alpha$	$\sigma$
Benchmark	0.49	3	0.01	0.1	0.33	0.36
Simulation 1	0.49	3	0.01	0	0.33	0.5

### 3.2 Résultats des simulations

Les figures ci-dessous (Figure3 et Figure4) montrent l'évolution de la réponse de la croissance économique suite une variation des paramètres  $\phi$  et  $\sigma$ . On remarque que la croissance économique reste constante lorsque  $\phi = 0$ . D'où, la croissance reste constante dans ce modèle lorsque la ressource non renouvelable est absente dans la fonction de production. La courbe de la croissance de productivité et celle de la croissance de la ressource deviennent linéaires lorsque  $\phi = 0$ . Donc la croissance de la productivité et celle de la ressource augmente deviennent croissante lorsqu'on ne tient pas de la ressource non renouvelable dans la fonction de production. D'où, les paramètres  $\phi$  et  $\sigma$  ont un effet direct sur les taux de croissance dans le modèle. Ces effets dépendent de l'intensité avec laquelle la ressource non renouvelable est utilisée. étant donné que la taxe sur la pollution n'a pas d'effets sur la croissance, il n'est pas important de simuler les effets de la taxe sur la croissance économique.

**Figure 4:** croissance de la productivité, de la ressource et la croissance économique



## 4 Conclusion

En intégrant la taxe sur la production sale dans le modèle d'Aghion P. et Howitt P. avec ressource renouvelable, nous venons de trouver que cette taxe n'a pas d'effet sur le taux de croissance de la consommation par tête et sur le taux auquel le flux de ressource naturelle doit se réduire dans le temps. Cette solution conduit à un taux de croissance optimale, un taux optimal  $q^*$  de réduction du flux  $R$  de la ressource non renouvelable et un taux optimal de taxation de la production sale dans le temps qui maximise l'utilité inter temporelle de l'agent représentatif qui n'est pas influencés par la taxe sur la pollution. Donc, la taxe sur la production sale n'a aucun effet sur le taux de croissance de la consommation des ménages comme le montre l'équation (75) . D'où l'intégration de la taxe sur la production sale n'a pas d'effet sur le taux de croissance de la consommation par tête et sur le taux auquel le flux de ressource naturelle doit se réduire dans le temps. Ce résultat aboutit aux mêmes conclusions que celles du modèle d'Aghion et Howitt, sur la croissance optimale et le taux auquel le flux de la ressource naturelle doit se réduire.

## References

- Acemoglu, D., 1998. Why do new technologies complement skills? directed technical change and wage inequality. *Quarterly journal of economics*, 1055–1089.
- Acemoglu, D., 2000. Technical change, inequality, and the labor market. Tech. rep., National bureau of economic research.
- Acemoglu, D., 2002. Directed technical change. *The Review of Economic Studies* 69 (4), 781–809.
- Acemoglu, D., 2008. *Introduction to modern economic growth*. Princeton University Press.
- Acemoglu, D., Zilibotti, F., 1999. Productivity differences. Tech. rep., National bureau of economic research.
- Aggieta, M., 1982. *Regulation et crise du capitalisme*. Paris, Calmann-Levy.
- Aghion, P., Bursztyn, L., Howitt, P., 2010. *L'économie de la croissance*. Economica.
- Aghion, P., Cette, G., Cohen, É., Pisani-Ferry, J., 2007. *Les leviers de la croissance française*. la Documentation française.
- Aghion, P., Howitt, P., 1990. A model of growth through creative destruction. Tech. rep., National Bureau of Economic Research.
- Aghion, P., Howitt, P., Mazerolle, F., 2000. *Théorie de la croissance endogène*. Dunod.
- Allemand, S., 2004. Les paradoxes du développement durable.
- ALLEMAND, S., 2004. Les ressorts de la croissance. *Sciences humaines* (7), 29–29.
- Artus, P., Cette, G., Garnier, O., Belorgey, N., 2004. *Productivité et croissance*. La Documentation Française.
- Barro, R. J., 1988. Government spending in a simple model of endogenous growth.
- CETTE, G., 2004. Productivité et croissance, quelles relations? *Futuribles* (299).
- Charolles, V., 2008. *Et si les chiffres ne disaient pas toute la vérité?* Fayard.
- Clerc, D., 2002. Aux racines de la croissance. *Alternatives économiques*, 12–15.
- Dasgupta, S., Laplante, B., Wang, H., Wheeler, D., 2002. Confronting the environmental kuznets curve. *Journal of economic perspectives*, 147–168.
- Griliches, Z., 1979. Issues in assessing the contribution of research and development to productivity growth. *The Bell Journal of Economics*, 92–116.
- Griliches, Z., 2007. *R&D, patents and productivity*. University of Chicago Press.

- Griliches, Z., Lichtenberg, F. R., 1984. R&d and productivity growth at the industry level: Is there still a relationship? In: R & D, Patents, and Productivity. University of Chicago Press, pp. 465–502.
- Grossman, G., Helpman, E., 1991. Innovation and growth in the world economy.
- Grossman, G. M., Krueger, A. B., 1991. Environmental impacts of a north american free trade agreement. Tech. rep., National Bureau of Economic Research.
- Grübler, A., Messner, S., 1998. Technological change and the timing of mitigation measures. *Energy economics* 20 (5), 495–512.
- Harbaugh, W. T., Levinson, A., Wilson, D. M., 2002. Reexamining the empirical evidence for an environmental kuznets curve. *Review of Economics and Statistics* 84 (3), 541–551.
- Jaffe, A. B., Newell, R. G., Stavins, R. N., 2002. Environmental policy and technological change. *Environmental and resource economics* 22 (1-2), 41–70.
- Jones, C., 1998. introduction to economic growth 2nd edition.
- Krebs, T., 2003. Growth and welfare effects of business cycles in economies with idiosyncratic human capital risk. *Review of Economic Dynamics* 6 (4), 846–868.
- Kremer, M., 1993. Population growth and technological change: one million bc to 1990. *The Quarterly Journal of Economics*, 681–716.
- Lipsey, R. G., Carlaw, K. I., Bekar, C. T., 2005. *Economic Transformations: General Purpose Technologies and Long-Term Economic Growth: General Purpose Technologies and Long-Term Economic Growth*. Oxford University Press.
- Manne, A., Richels, R., 2004. The impact of learning-by-doing on the timing and costs of co 2 abatement. *Energy Economics* 26 (4), 603–619.
- Mokyr, J., 2005. Long-term economic growth and the history of technology. *Handbook of economic growth* 1, 1113–1180.
- Nelson, R. R., 1971. Simple economics of basic scientific research, the. *J. Reprints Antitrust L. & Econ.* 3, 725.
- Nordhaus, W. D., 1977. Economic growth and climate: the carbon dioxide problem. *The American Economic Review*, 341–346.
- Radetzki, M., 1992. *Economic growth and environment*. Washington, DC: World Bank.
- Ramsey, F. P., 1927. A contribution to the theory of taxation. *The Economic Journal*, 47–61.
- Rostow, W. W., 1959. The stages of economic growth. *The Economic History Review* 12 (1), 1–16.

- Rostow, W. W., Du Rouret, M.-J., 1963. *Les étapes de la croissance économique*. Editions du Seuil.
- Selden, T. M., Song, D., 1994. Environmental quality and development: is there a kuznets curve for air pollution emissions? *Journal of Environmental Economics and management* 27 (2), 147–162.
- Solow, R. M., 1956. A contribution to the theory of economic growth. *The quarterly journal of economics*, 65–94.
- Solow, R. M., 1957. Technical change and the aggregate production function. *The review of Economics and Statistics*, 312–320.
- Solow, R. M., Tobin, J., von Weizsäcker, C. C., Yaari, M., 1966. Neoclassical growth with fixed factor proportions. *The Review of Economic Studies*, 79–115.
- Stern, D. I., Common, M. S., Barbier, E. B., 1996. Economic growth and environmental degradation: the environmental kuznets curve and sustainable development. *World development* 24 (7), 1151–1160.
- Stern, N. H., Treasury, H. M., et al., 2006. *Stern Review: The economics of climate change*. Vol. 30. HM treasury London.
- Stokey, N. L., 1998. Are there limits to growth? *International economic review*, 1–31.