Mathematical Foundation for Air Traffic Network Decision Aid : Case of Democratic Republic of the Congo.

KIKOMBA KAHUNGU, Michaël and MABELA MAKENGO MATENDO, Rostin and M. NGOIE, Ruffin-Benoît and MAKENGO MBAMBALU, Fréderic and OKITONYUMBE Y.F, Joseph

Institut Supérieur de Techniques Appliquées, ISTA/Kasangulu. République Démocratique du Congo, Faculté des Sciences. Département de Mathématiques et informatique, Université de Kinshasa République Démocratique du Congo, Département d'Informatique. Institut Supérieur Pédagogique, Mbanza-Ngungu. République Démocratique du Congo, Faculté des Sciences économiques. Université Protestante au Congo, UPC. République Démocratique du Congo, Institut Supérieur Pédagogique de Mbanza-Ngungu. République Démocratique du Congo

January 2013

Les fondements mathématiques pour une aide à la décision du réseau de transport aérien : cas de la République Démocratique du Congo

Michaël KIKOMBA KAHUNGU

Institut Supérieur de Techniques Appliquées, ISTA/Kasangulu. République Démocratique du Congo.
E-mail : michaelkikomba@yahoo.fr

Rostin MABELA MAKENGO MATENDO

Faculté des Sciences. Département de Mathématiques et informatique, Université de Kinshasa
République Démocratique du Congo.
E-mail :rostinmabela@gmail.com

Ruffin-Benoît M. NGOIE

Département d'Informatique. Institut Supérieur Pédagogique, Mbanza-Ngungu. République Démocratique du Congo.
E-mail : benoitmpoy@hotmail.com

Fréderic MAKENGO MBAMBALU

Facultés des Sciences économiques. Université Protestante au Congo, UPC.
République Démocratique du Congo.
E-mail : fredmakengo@hotmail.fr

Joseph OKITONYUMBE Y.F

Institut Supérieur Pédagogique de Mbanza-Ngungu. République Démocratique du Congo
E-mail : josephfak@ispmbanza-ngungu.com

Résumé : La programmation mathématique multicritère est un outil puissant d'aide à la décision dans ce sens qu'elle permet de modéliser la conflictualité des objectifs à atteindre dans un processus décisionnel. Le transport qui constitue une facette de la logistique est au cœur de plusieurs problèmes posés dans des entreprises. La situation géopolitique de la R.D.C. a été conçue par le colonisateur au profit de ses propres intérêts sur la facilité d'exportation de nos richesses vers la métropole. Cette situation est loin de préoccupations économique, sociale et environnementale de nos populations. D'où la nécessité d'étendre le réseau de transport aérien congolais en se basant sur cet outil mathématique d'aide à la décision. Il s'agit de localiser des nouvelles villes où on peut trouver des pistes ou aéroports privés qu'on peut mécaniser suivant les normes de la régie de voies aériennes congolaises ou construire des nouveaux aéroports en se basant sur deux critères à savoir : la minimisation des coûts et la maximisation des distances.

Mots clés : extension, exploration, réseau, localisation, couverture, transport aérien, programmation mathématique multicritère.

Abstract: DRC geopolitical situation was conceived by the colonizer in terms of his own interests based on the facility of the exporting means of our wealth towards the metropolis. During the second republic, the building of some airports had as unique criterion of selection, the interests of president. That situation is far from the economic, social and environmental preoccupations of our populations.

The objective is to go from the situation existing in DRC and try an extension of the area in order to bring closer the capital of DRC to the contry.

For this research there exist two combinatorial optimization problems wich are: localization problem and he one of cover. For better apprehending the reality we have used the multicriteria paradigm. For the case, two criteria related to the economic and social aspects have oriented the process help to the decision of extension.

Key words: Extension, Exploration, Network, Localisation, Coverage, Air transport, Multicriteria mathematical programming.

1. Introduction

Les transports et voies de communication sont au centre du développement de toute nation car ils permettent aux services de distribution de déplacer des biens et services du lieu de leur production vers celui de leur consommation.

Certes, ces services de distribution doivent être bien organisés sinon, dans certains coins du pays les gens pourraient mourir de faim et ailleurs ils ne savent pas qu’en faire de leurs productions par manque de débouchés et seraient peut être obligés de réduire leurs quantités productives dans les jours avenirs.

La situation géopolitique de la R.D.C. était conçue par le colonisateur au profit de ses propres intérêts sur la facilité d’exportation de nos richesses vers la métropole. Après la colonisation, pendant la deuxième république, certains aéroports construits n’avaient autres critères de sélection que les intérêts politiques du chef de l’Etat. Cette situation est loin de préoccupations économique, sociale et environnementale de nos populations. Elle est de plus en plus déplorable qu’il n’existe pas de voies de communication faciles entre la capitale et certains coins du pays et nous pouvons naturellement nous poser les questions suivantes :

- Comment procéder à l'extension du réseau de transport aérien congolais existant en vue d'une couverture optimale des besoins économiques, sociaux et environnementaux de notre peuple ?
- Quels sont les critères objectifs de sélection des sites potentiels de construction de nouveaux aéroports ?
- Comment procéder à la localisation optimale de ces sites en tenant compte de l'économie des ressources disponibles ?

En effet, construire un aéroport engage une mobilisation de plusieurs capitaux, d'où la nécessité de faire un choix adéquat, basé sur les modèles de programmation mathématique multicritère pour la génération d'un ensemble des meilleurs compromis.

2. Programmation mathématique multicritère

2.1. Relation de dominance et solutions efficaces

Pour qu'une solution x $\in D$ soit un possible compromis acceptable, il apparait logique d'imposer qu'il n'existe aucune autre solution admissible $y \in D$ qui peut donner des valeurs au moins aussi bonnes que celles des x sur chaque critère et même aisée sur au moins un critère. C'est une condition minimale à réaliser qui établit les définitions ci-après :

a) Définition de la relation de dominance

- On appelle Z_D, l'image de D dans R^k.
- Un point $Z \in Z_D$ domine un point $Z' \in Z_D$ ssi $Z_k \leq Z'_k$

$k = 1, \dots, K$ et que l'une au moins de ces K inégalités est stricte (C'est-à-dire $Z \neq Z'$)

- Un point $Z \in Z_D$ est non dominé s'il n'existe aucun point $Z' \in Z_D$ qui le domine (Teghem, 2010).

b) Définition d'une solution efficace

Une solution x $\in D$ est dite efficace ou Pareto optimale si le point Z(x) est non dominé.

2.2. Fonctions scalarisantes

Les trois fonctions scalarisantes les plus courantes sont les suivantes: S_1, S_2, et S_3 ; elles utilisent tous les poids λ_k comme paramètres de références.

- La somme pondérée $S_1(Z,\lambda) = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k Z_k$
- La distance pondérée de Tchebychev

  $S_2(Z,\lambda,\bar{Z}) = max(\lambda_k|Z_k - \bar{Z}_k|)$; $\qquad k = 1, \dots, K$

- La distance pondérée augmentée de Tchebychev

$$S_3(Z,\lambda,\bar{Z}) = \underset{k=1,\dots,K}{max} \quad [(\lambda_k|Z_k - \bar{Z}_k|) + \rho(\sum_{k=1}^{K} |Z_k - \bar{Z}_k|)] \quad \rho > 0$$

Signalons en passant que la minimisation d'une distance de Tchebychev conduit à un problème type « min max ».

$$\underset{x \in D}{\min} \ \underset{K=1,\dots,K}{\max} \ [\lambda_k|Z_k - \bar{Z}_k| + \rho \sum_{k=1}^{K} |(Z_k - \bar{Z}_k|)] \ x \in D$$

3. Théorèmes de caractérisation des solutions efficaces

Les fonctions scalarisantes ci-dessus permettent de définir, totalement ou spécifiquement, l'ensemble des solutions efficaces.

Posons $\Lambda = \{\lambda_k / \sum_{k=1}^{K} \lambda_k = 1, \lambda_k > 0, \text{ et } k = 1, \dots, K\}$

Théorème 1 (appelé souvent théorème de Geoffrion)

Soit le problème paramétrique

$$\min S_1(Z(x),\lambda) \qquad (P_1)$$
$$x \in D$$
$$\text{avec } \lambda \in \Lambda$$

a) Si x est solution optimale de(P_1), x est solution efficace.

b) Si x est solution efficace et que Z_D est un ensemble convexe, il existe $\lambda \in \Lambda$ tel que x est solution optimale de(P_1).

Théorème 2 (appelé souvent théorème de Bowman)

$$\min_{x \in D} S_2(Z(\mathrm{x}), \lambda, \bar{Z}) \qquad (P_2)$$

Une solution x est une solution efficace si et seulement si x est solution optimale « unique » du problème (P_2).

L'intérêt de la distance pondérée augmentée de Tchebychev permet de rejeter le caractère d'unicité de la solution optimale (Teghem, 2010 ; Aneja, 1979).

4. Paradigme à l'optimisation combinatoire multicritère

Un type particulier très important des problèmes en nombres entiers sont les problèmes pour lesquels les variables ne peuvent prendre que les valeurs 0 ou 1 (on dit aussi variables booléennes ou bivalentes ou binaires) : MOBLP (Multiple Objective Binary Linear Programming), ce sont des problèmes d'optimisation combinatoire. L'importance de ces problèmes provient du fait que de nombreux problèmes pratiques se formulent à l'aide de telles variables, qui prennent les valeurs 1 ou 0 selon qu'une condition est satisfaite ou non (par exemple : production d'une pièce, installation d'un dépôt, affectation d'une personne à une tâche, parcours d'un chemin, choix d'un objet, construction d'un aéroport, …) (Aneja, 1979).

Un problème de programmation linéaire multicritère avec variables zéro et un se formule :

$$(P) \begin{cases} {''}\max{''}\ z_k(\mathrm{x}) = c_k \mathrm{x} \qquad k = 1, \dots, n \\ \quad \mathrm{x} \in \mathrm{D} \\ \quad \mathrm{D} = \{ \mathrm{x} \in \{0,1\}^{\mathrm{n}} : \mathrm{Ax} \le \mathrm{b} \} \end{cases}$$

4.1. Problème multicritère de transport

Supposons qu'on doit transporter un produit à partir de r sources (usines, dépôts,...) disposant de quantités $q_1, q_2, \dots, q_r$ vers s destinations (ateliers, magasins,...) où des demandes $d_1, d_2, \dots, d_s$ doivent être satisfaites (avec bien sûr $\sum_{i=1}^{r} q_i \ge \sum_{j=1}^{s} d_j$).

On associe des valeurs c_{ij}^{k} (coût de transport, délai de livraison, sécurité de livraison, quantité fournie, risque de détérioration, demande non satisfaite, capacité non utilisée,...) au transport d'une unité de produit de l'origine i à la destination (Gueusqui, 2005).

Soit x_{ij} la quantité de biens transportée de la ville i qui est l'origine à la ville j qui est la destination; le problème multicritère de transport peut se formuler comme suit :

$$
(P) \quad \begin{cases}
\text{“min”} \displaystyle\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} c_{ij}^{k}\ \mathrm{x}_{ij}, \mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{K} \\
\displaystyle\sum_{j=1}^{s} \mathrm{x}_{ij} = q_i, \mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{r} \\
\displaystyle\sum_{i=1}^{r} \mathrm{x}_{ij} = d_j, \mathrm{j} = 1, \dots, \mathrm{s} \\
\mathrm{x}_{ij} \geq 0, \text{entier}, \forall \mathrm{i}, \mathrm{j}
\end{cases}
$$

4.2. Problème de localisation

A. Le problème de localisation sans capacité (UFLP)

Désigné par l'abréviation « UFLP » (« uncapacited facility location problem »), ce problème général se définit à l'aide des données suivantes :

- $I = \{1, \dots, m\}$ un ensemble de clients ;
- $J = \{1, \dots, n\}$ un ensemble de sites potentiels d'implantation des aéroports supposés chacun de capacité illimitée ;
- $f_j > 0, j \in J$ le coût fixe de construction d'un aéroport sur une ville j ;
- $c_{ij} \geq 0, i \in I, j \in J$ le coût de service d'un client i par l'aéroport j, c'est-à-dire celui de la ville j.

Il s'agit de déterminer le sous-ensemble $\bar{S}$ C J des villes où construire un aéroport de manière à minimiser le coût total formé des coûts de construction des aéroports et des coûts de service de tous les clients (Kikomba, 2013).

A l'aide des variables binaires

- $y_j = \begin{cases} 1 \text{ si l'aéroport j est construit} \\ 0, \text{ autrement} \end{cases}$
- $x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si le client i} \in I \text{ est desservi à partir de l'aéroport j} \in J \\ 0, \text{ autrement} \end{cases}$

Le modèle (UFLP) se formule par le problème de programmation linéaire en variables binaires :

$$\begin{cases} min\, Z = \sum_{j \in J} f_j y_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} \quad x_{ij} \\ \sum_{j \in J} X_{ij} = 1 \quad \mathrm{i} \in \mathrm{I}\ , \quad \mathrm{j} \in \mathrm{J} \\ \mathrm{x_{ij}} \leq \mathrm{y_j} \quad \mathrm{i} \in \mathrm{I}, \mathrm{j} \in \mathrm{J} \\ \mathrm{x_{ij}} \in \{0,1\} \quad \mathrm{i} \in \mathrm{I}, \mathrm{j} \in \mathrm{J} \\ \mathrm{y_J} \in \{0,1\} \quad \mathrm{j} \in \mathrm{J} \end{cases}$$

B. Le problème des p-médians (p-MP)

Ce problème (p-MP) (« p-median problem ») est généralement exprimé sur un graphe $G = (V, E)$ où les ensembles $V = \{1, \dots, m\}$ des nœuds correspondent à l'ensemble I des clients à desservir et E un ensemble d'arêtes les reliant. Il s'agit de choisir un ensemble S de p points quelconques de G, appelés « médians », pour construire p aéroports. Etant donné d_{ij} $(i \in I, j \in G)$ la distance la plus courte pour relier un nœud i à un point j de G, l'objectif est de déterminer S minimisant la somme des distances pour relier les clients $i \in I$ à un des p points de S.

Il n'est donc pas restrictif d'imposer S ⊂ V, de sorte que le problème est bien de nature discrète. Grâce à cette propriété, le problème (p-MP) est donc équivalent au cas particulier du problème (p-UFLP) en imposant |S| = p où

- $J = I$
- $f_j = 0 \ \forall j \in J$
- $c_{ij} = d_{ij}$ est la distance la plus courte reliant deux villes i et j

C. Le problème des p centres (p-CP)

Le problème de la localisation de centres est typique des localisations de centres d'urgence (ambulances, pompiers,…) ou de services (centres de santé, agences bancaires, aéroports,…). En effet, dans pareils cas, il ne s'agit pas de minimiser la somme des distances reliant les clients aux points de localisation mais bien de minimiser le maximum de ces distances. On parle alors de

« centres » plutôt que de « médians ». Les notations sont identiques au paragraphe précédent et on parle de « centre absolus » (p-ACP) (« p-Absolute center problem ») si les points peuvent être situés n'importe où sur le graphe et de « centres » (p-CP) (Teghem, 2010).

Le problème des p centres absolus se formule donc comme suit :
$min_{S\subset G}\, r_p(S) = max_{i\in I}\left(min_{j\in S}\, d_j\right) = p$

D. Problème multicritère de localisation

(MOLOP: Multiple Objective Location Problem)

Le problème multicritère de localisation que nous analysons peut se formuler comme suit :

$$
(P)\quad \begin{cases} {''}\min{''} \displaystyle\sum_{i=1}^{m} f_i^k Z_i + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}^k\, \mathrm{x}_{ij}, \mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{K} \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{m} \mathrm{x}_{ij} = 1, \mathrm{j} = 1, \dots, \mathrm{n} \\ a_i Z_i \le \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\, \mathrm{x}_{ij} \le b_i Z_i, \mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{m} \\ \mathrm{x}_{ij} = (0{,}1), \forall (\mathrm{i}, \mathrm{j}) \\ Z_i = (0, 1), \forall \mathrm{i} \end{cases}
$$

où :

Z_i = 1 si un aéroport est construit en i ; x_{ij} = 1 si l'aéroport j est construit à la ville i (il est donc supposé qu'un client n'est affecté qu'à un seul aéroport); d_{ij} est un certain usage de l'aéroport de la ville i par le client j lorsqu'il est affecté à cet aéroport; a_i *et* b_i sont les bornes inférieures et supérieures d'usage de l'aéroport de la ville i ; c_{ij}^k est un coût, une distance, une durée,…, pour le critère k lorsque le client prend son vol à l'aéroport de la ville i; f_i^k est, pour le critère k, le coût fixe associé à l'aéroport situé dans la ville i (Ulungu, 1993).

E. Problème multicritère de couverture

(MOCP: Multiple Objective covering Problem)

Soit $I = \{1,2,..., m\}$ un ensemble de m objets, $i \in I$. Considérons n sous-ensembles H_j de I, $j \in J = \{1,..., n\}$.

Une couverture de I est un ensemble de H_j

$\{H_j : j \in J^*\}$, $J^* C J$

vérifiant la condition

$$\bigcup_{j \in J^*} H_j = 1$$

Soit c_j^k, k = 1,…, K certaines valeurs associées à H_j. Le problème multicritère de la couverture peut se formuler :

$$(\text{MOCP}) \quad \begin{cases} \text{“ min”}\ z_k = \sum_{j=1}^{n} c_j^k\ x_j, k = 1, \ldots, K \\ \sum_{J=1}^{n} a_{ij}\, x_j \geq 1, i = 1, \ldots, m \qquad \text{(a)} \\ x_j = (0, 1), j = 1, \ldots, n \end{cases}$$

où

$$a_{ij} = \begin{cases} 1\ si\ i\ \in \mathrm{H_j} \\ 0\ sinon \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1\ si\ i\ \in \mathrm{H_j}\ \text{appartient à la couverture} \\ 0\ sinon \end{cases}$$

et $c_j^k > 0, \forall(\text{k, j})$

En particulier, une application consisterait à considérer m villes i à construire des aéroports et n arrêtes possibles j de parcours c_j^k, $k = 1,.. ., K$.

Alors a_{ij} = 1 si la ville i est située sur l'arrête j. Il s'agirait donc de trouver les "meilleures" arrêtes possibles pour atteindre toutes les villes$[Ulungu\ B.1993]$.

5. Génération de l'ensemble de solutions efficaces relatives a l'extension du réseau de transport aérien congolais

En toute généralité, considérons le réseau de transport aérien congolais existant à l'ouest de la R.D.C.Imaginons qu'une extension de ce réseau soit projetée vers l'Est du pays afin de couvrir aussi cette partie de la république. Il s'agit de localiser les villes où construire les aéroports et voir si ces aéroports doivent être mis en service, et dans l'affirmative, avec quelle capacité afin de permettre à tout avion quelle que soit sa dimension d'atterrir (Prakash, 1981 ; Boyuku, 2011 ; Gianazza, 2004).

6. Algorithme d'exploration d'arbre applique au transport aérien congolais

6.1. Illustration de branch and bound par une application

Illustrons le fonctionnement de branch and bound par un exemple plus simple de la compagnie aérienne congolaise (Fly C.A.A.).

Considérons un réseau de transport aérien reliant un certain nombre de villes et supposons que l'on cherche le parcours le plus direct entre une ville de départ et une destination. Un nœud sera ici un chemin dans le réseau, dont une extrémité est la capitale Kinshasa qui est la ville de départ. On saura que l'on a atteint une feuille de l'arbre c'est-à-dire un état solution lorsque l'autre extrémité est la ville de destination qui est Lubumbashi. La racine de l'arbre est un chemin de longueur nulle ne contenant que la ville de départ Kinshasa. Les nœuds fils sont simplement les chemins obtenus en considérant les villes voisines de la dernière ville atteinte qui est Mbuji-Mayi au regard du réseau existant. On choisit comme fonction de coût la distance parcourue (Kikomba, 2013).

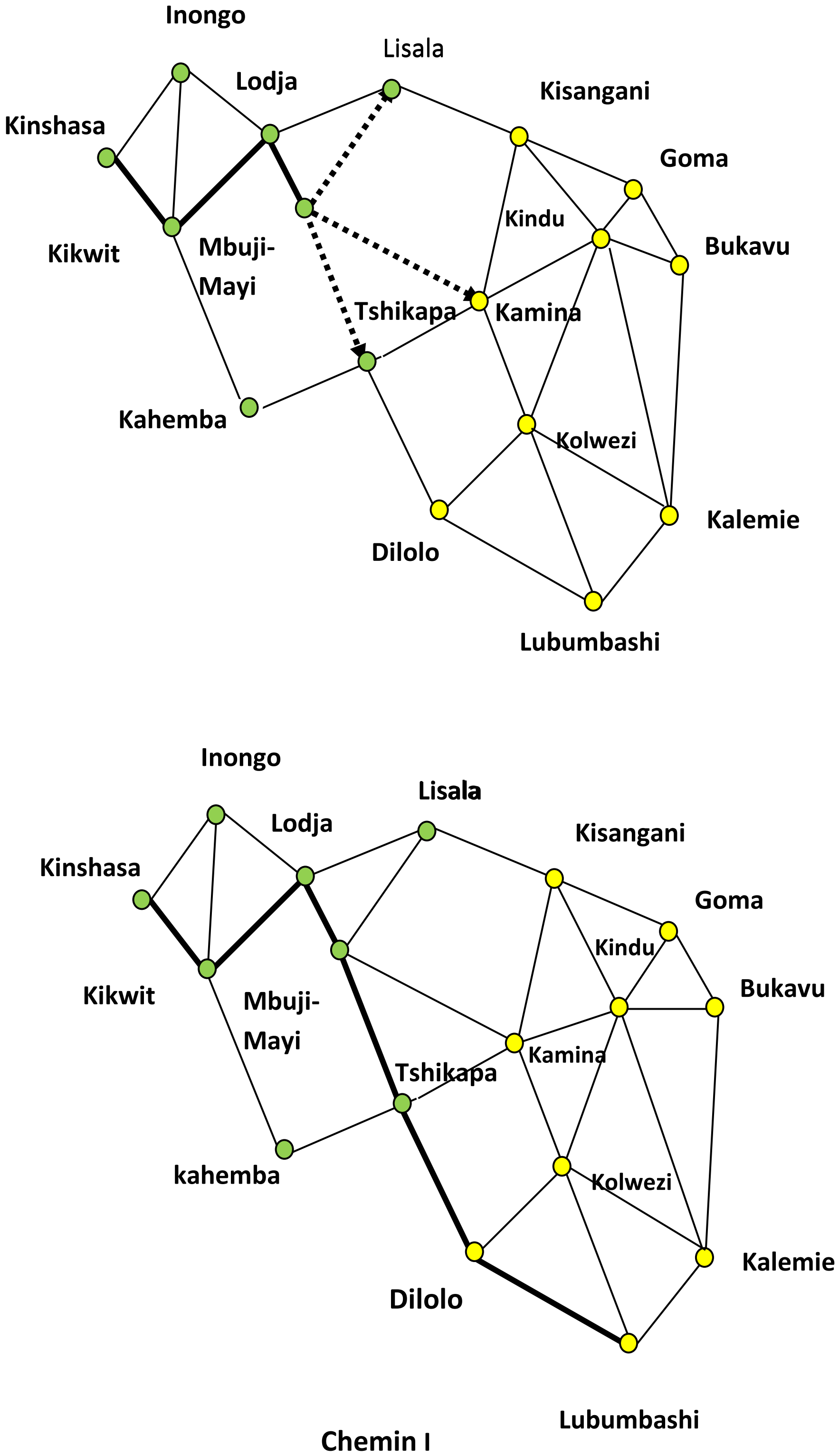

Fig. 1 : Premier chemin trouvé avec une recherche en profondeur de Kinshasa à Lubumbashi.

Supposons qu'en explorant l'arbre en profondeur, on ait trouvé le chemin 1, décrit en trait gras à la figure ci-haut. Cette solution est mémorisée, puis on remonte dans l'arbre d'états en revenant à la ville qui précède la ville d'arrivée sur ce chemin, avant d'essayer un notre nœud fils, comme illustré ci-haut. Le nouveau chemin testé, qui se termine par la ville avant la ville de destination est plus long que la solution déjà trouvée. Ce n'est donc pas la peine de continuer à chercher à joindre la ville de Lubumbashi en considérant les villes voisines de Kinshasa, et on arrête l'exploration de cette branche de l'arbre d'états.

Il s'agit du problème de localisation avec capacité (CFLP). Un client ne pourra pas toujours être desservi que par un seul aéroport. Donc pour couvrir le Sud-Est de la RDC, il faut construire un aéroport moderne à grande capacité au voisinage de Lubumbashi (Kikomba, 2013).

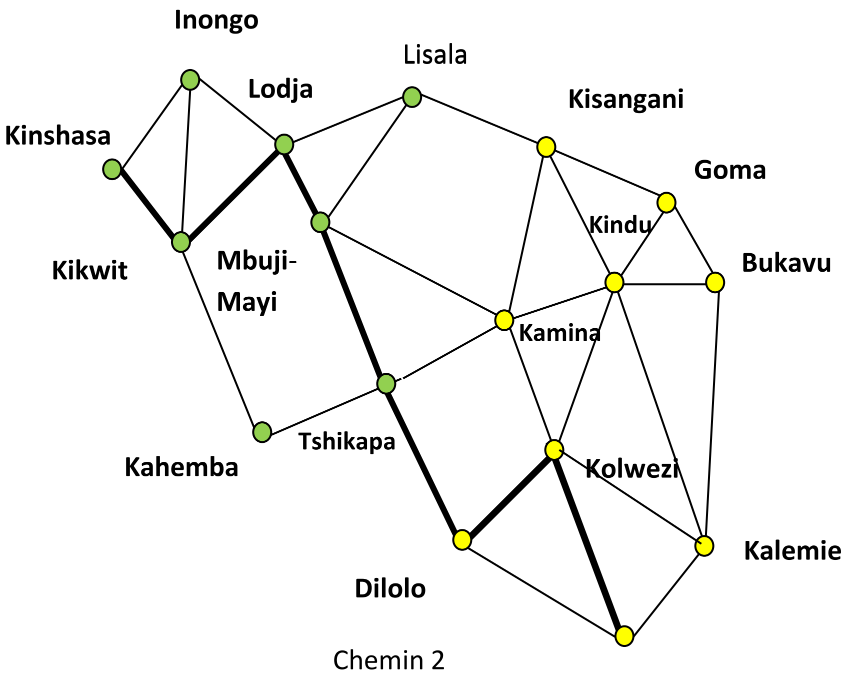

Fig. 2 : Deuxième chemin trouvé avec une recherche en profondeur de Kinshasa à Lubumbashi

6.2. Liste des aéroports ciblés dans le cadre de la décentralisation

01.	**Bas – Uele**	**: Buta**	**14.Lulua**	**: Kananga**
02.	**Equateur**	**: Mbandaka**	**15.Mai-Ndombe**	**: Inongo**
03.	**Haut – Lomami**	**: Kamina**	**16.Maniema**	**: Kindu**
04.	**Haut – Katanga**	**: Lubumbashi**	**17.Mongala**	**: Lisala**
05.	**Haut – Uele**	**: Isiro**	**18.Nord Kivu**	**: Goma**
06.	**Ituri**	**: Bunia**	**19.Nord Ubangi**	**: Gbadolite**
07.	**Kasaï Occ**	**: Tshikapa**	**20.Sankuru**	**: Lodja**
08.	**Kasaï Oriet**	**: Mbuji-Mayi**	**21.Sud Kivu**	**: Bukavu**
09.	**Kongo Centrale**	**: Muanda**	**22. Sud Ubangi**	**: Gemena**
10.	**Kwango**	**: Kahemba**	**23.Tanganyika**	**: Kalemie**
11.	**Kwilu**	**: Kikwit**	**24.Tshopo**	**: Kisangani**
12.	**Lomami**	**: Kolwezi**	**25.Tshuapa**	**: Boende**
13.	**Lualaba**	**: Dilolo**	**26.Kinshasa**	**: Ndjili**

7. Conclusion

La R.D.C. avec toute son étendue couverte de grandes forêts et cours d'eau non navigables connaît de grandes difficultés dans les liaisons directes de l'Ouest à l'Est et du Nord au Sud par la voie de surface. Le transport aérien est dans ce cas une alternative plausible et efficiente. L'Objectif de cette recherche étant de se baser sur le réseau existant dans l'Ouest et envisager une extension à l'Est afin de rapprocher la capitale au Congo profond. Deux problèmes d'optimisation combinatoire sont inhérents à cette démarche, à savoir : le problème de localisation et celui de couverture. En concurrence deux critères relatifs aux aspects économique et social ont orienté le processus d'aide à la décision de cette extension.

Dans l'ensemble du pays, afin de faciliter le développement accéléré de la R.D.C., nous avons mené une étude approfondie consistant à localiser une ville dans chaque province. Cette ville servira de cible pour la construction d'un aéroport nouveau ou à réfectionner dans le cadre de la décentralisation afin d'assurer la couverture totale de la R.D.C.

Des simulations effectuées sur les données de la régie des voies aériennes et de l'institut national des statistiques, il apparaît clairement que des améliorations sont possibles permettant la couverture nationale à moindre frais. Ces solutions de compromis ou Pareto optimale exigent un effort soutenu pour les obtenir d'autant plus que leurs existences échappent à la mathématique classique.

Ce constat ouvre des voies pour l'approfondissement de nos recherches. Il s'agit notamment de considérer, outre la couverture et la localisation, de nombreux autres objectifs qui sont contradictoires.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Alter M. *Droits des Transports*, Paris 1978 p.56.

[2] Aneja Y. P. and Nair K.P.K. Bicriteria transportation problem, *management 1. Science*, 25(1) : 73-78, 1979.

[3] Belotti J. *Economie de Transport Aérien*, 1975, P.309.

[4] Boyuku J. *Les conditions de pénétration optimale du transport aérien en RDC*, Mémoire, I.S.T.A.Ndolo, Kinshasa 2011.

[5] De Saint Moulin L. « *Atlas de l'organisation administrative de la RDC* », CEPAS –Kinshasa, 2005.

[6] Gianazza D. *Optimisation des flux de traffic aérien,* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 02 Novembre 2004.

[7] Gueusquin M.H. *La concurrence économique dans le transport aérien*, Mémoire de maîtrise, Université de Paris 13 Villetaneuse, 2004-2005.

[8] Kikomba M. *Exploration d'une extension du réseau de transport aérien congolais basée sur la programmation mathématique multicritère,* Mémoire de DEA, Université Pédagogique Nationale, Kinshasa, Janvier 2013.

[9] Prakash S. A transportation problem with objectives to minimize total cost and duration of transportation, *opsearch*, 18(4): 235 – 238, 1981.

[10] Teghem J., *Cours de Recherche opérationnelle*, Tome 1, Université de Mons, Belgique, Janvier 2010.

[11] Ulungu B. *Notes de cours d'aide multicritère à la décision*, Université Pédagogique Nationale, Kinshasa, DEA, Mathématique, 2008-2009.

[12] Ulungu B. *Optimisation Combinatoire Multicritère : Détermination de l'ensemble des solutions efficaces et méthodes interactives*, Thèse de doctorat, Université de Mons-Hainaut, Octobre 1993.