



# **spanel: an R package to estimate the spatial panel data**

Zaghdoudi, Taha

Université de Jendouba, Faculté des Sciences Juridiques  
Économiques et de Gestion de Jendouba

June 2016

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/72673/>  
MPRA Paper No. 72673, posted 21 Jul 2016 23:21 UTC

# spanel: Le package R pour l'estimation des Données de Panel Spatiale

Taha Zaghdoudi

Université de Jendouba

Faculté des Sciences Juridiques Économiques et de Gestion de Jendouba

Juin 2015

## Résumé

Ce papier introduit le package `spanel` développé sous le langage de programmation statistique R. `spanel` permet l'estimation des données de panel spatiales autoregressives en utilisant la méthode des doubles moindres carrées proposé par Kelejian and Prucha [1998], Lee [2003] et Baltagi and Liu, 2011.

**Mots clés :** Données de Panel ; Modèles Spatiales ; Doubles Moindres Carrés

**JEL :** C13,C21

# spanel: An R package to estimate the Spatial Panel Data

## Abstract

This paper introduces the `spanel` pacakge developed under the R statistical programming language.`spanel` estimates the spatial autoregressive panel models using the two stage least squares method proposed by Kelejian and Prucha [1998] and Lee [2003] and Baltagi and Liu, 2011.

**Keywords:** Panel Data; Spatial Model; Two Stage Least Squares;

**JEL Classification:** C13, C21

## 1 Méthode d'estimation

Concèderons le modèle de panel spatiale autoregressive suivant:

$$y = \lambda W y + X\beta + \mu \quad (1)$$

$$\mu = Z_\mu \mu + \nu \quad (2)$$

Où  $y$  est la variable dépendante avec une dimension  $NT \times 1$ ,  $X$  est la matrice des variables explicatives avec une dimension  $NT \times k$ ,  $\beta$  est le vecteur des paramètres de dimension  $k \times 1$  et  $\mu$  est le vecteur des termes d'erreur de dimension  $NT \times 1$ .

$W = I_T \otimes W_N$  est une matrice carrée avec  $W_N$  de dimension  $N \times N$  qui représente la matrice de poids spatiale.

Avec  $N$  est le nombre des observations et  $T$  le nombre de coupes transversales. Les données sont arrangés d'abord par temps où  $t = 1 \dots T$  ensuite par unités individuelle où  $i = 1 \dots N$ .

La structure des erreurs est donnée par l'équation (2) avec  $Z_\mu = \nu_T \otimes I_N$  qui est la matrice du vecteur aléatoire de l'effet individuel  $\mu$  qui sont supposés indépendants et identiquement distribués (iid),  $(0, \sigma_\mu^2 I_N)$ .  $\nu_T$  est un vecteur des perturbations de dimension  $NT \times 1$  qui est supposé indépendants et identiquement distribués,  $(0, \sigma_\nu^2 I_{NT})$ . Aussi,  $\mu$  et  $\nu$  sont indépendants entre eux et par rapport à la matrice des variables explicative  $X$ .

Supposons maintenant que  $A = I_T \otimes A_N$  avec  $A_N = I_N - \lambda W_N$ , donc l'équation (1) devient:

$$y = A^{-1}(X\beta + \mu)$$

avec:

$$E[W'_{y\mu}] = E[WA^{-1}(X\beta + \mu)\mu'] = WA^{-1}\Omega \neq 0$$

Où  $\omega = E[\mu\mu']$ . La variable dépendante spatialement retardée  $W_y$  est corrélée avec la perturbation  $\mu$ . Donc, la méthode des moindres carrées ordinaires serait inefficace.

Supposons alors que  $Z = (X, W_y)$  et  $\delta = (\beta, \lambda)'$ , c'est-à-dire que l'équation (1) devient:

$$y = Z\delta + \mu$$

Pour les données de panel spatiales autoregressives à coupes transversales, [Kelejian and Prucha \[1998\]](#) suggèrent des estimateurs de la méthode des doubles moindres carrées (2sls) basés sur des instruments faisables comme  $H = (X, WX, W^2X)$  qui donnent:

$$\widehat{\delta}_{2sls} = [Z'P_HZ]^{-1}Z'P_Hy \quad (3)$$

Avec  $P_H = H(H'H)^{-1}H'$  est la matrice de projection dans  $H$ .  $H$  peut pour le moment inclure des termes à ordre supérieur comme  $W^3X, W^4X, \dots$  [Kelejian et al., 2004](#). [Kelejian and Prucha \[1998\]](#) montrent que les estimateurs de la méthode 2sls sont efficaces en considérant quelques condition de régularité générale.

Soit  $\bar{J}_T = J_T/T$  est une matrice unitaire de dimension  $T$ . Aussi soit,  $E_T = I_T - \bar{J}_T$ , en suite on définit  $P$  comme la projection dans  $Z_\mu$ , c'est-à-dire que  $P = \bar{J}_T \otimes I_N$  et  $Q = I_{NT} - P = E_T \otimes I_N$ . On multiplie l'équation (3) par  $Q$  on obtient:

$$\tilde{y} = \lambda W_{\tilde{y}} + \tilde{X}\beta + \tilde{\mu} \quad (4)$$

Ceci est obtenu par le fait que  $QW = (E_T \otimes I_N)(I_T \otimes W_N) = (E_T \otimes W_N) = (I_T \otimes W_N)(E_T \otimes I_N) = WQ$ . On appliquant la méthode 2sls de Kelejian et Prucha (1998) à ce  $Q$  transformé des données de panel spatiales autoregressives, on obtient les estimateurs  $\delta$  du 2sls effet fixe spatial (FE-S2SLS) basé sur  $\tilde{H} = (\tilde{X}, W\tilde{X}, W^2\tilde{X}) = (QX, QWX, QW^2X) = QH$ .

Remarque: Le  $s^2$  de FE-S2SLS fournit des estimateurs efficaces  $\hat{\sigma}_v^2$  de  $\sigma_v^2$ .

Pour obtenir l'estimateur de 2sls effet between on multiplie l'équation (3) par  $P$  on aura:

$$\bar{y} = \lambda W_{\bar{y}} + \bar{X}\beta + \bar{\mu}$$

Ceci est obtenu par le fait que  $PW = (\bar{J}_T \otimes I_N)(I_T \otimes W_N) = (\bar{J}_T \otimes W_N) = (I_T \otimes W_N)(\bar{J}_T \otimes I_N) = WP$ . On appliquant la méthode 2sls de Kelejian et Prucha (1998) à ce  $P$  transformé des données de panel spatiales autoregressives, on obtient les estimateurs  $\delta$  du 2sls effet between spatiale (BE-S2SLS) basé sur  $\bar{H} = (\bar{X}, W\bar{X}, W^2\bar{X}) = (PX, PWX, PW^2X) = PH$ .

Remarque: Le  $s^2$  de BE-S2SLS fournit des estimateurs efficaces  $\hat{\sigma}_1^2$  de  $\sigma_1^2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_\nu^2$ .

Baltagi (2008), montre que la matrice variance-covariance de  $\mu$  est  $\Omega = E(\mu'\mu) = \sigma_1^2 P + \sigma_v^2 Q$ , et  $\Omega^{-1/2} = (\sigma_1^{-1}P + \sigma_v^{-1}Q)$ . Si on multiplie à gauche l'équation (3) par  $\Omega^{-1/2}$  on aura:

$$\dot{y} = \dot{Z}\delta + \dot{\mu} \quad (5)$$

Où  $\dot{y} = \Omega^{-1/2}y$ ,  $\dot{\mu} = \Omega^{-1/2}\mu$  et  $\dot{Z} = \Omega^{-1/2}Z = \Omega^{-1/2}(X, W_N) = (\dot{X}, \dot{W})$ . Ceci est obtenu par  $\Omega^{-1/2}W_N = (\sigma_1^{-1}PW + \sigma_v^{-1}QW) = (\sigma_1^{-1}WP + \sigma_v^{-1}WQ) = W_N\Omega^{-1/2}$ . Par la suite l'équation (5) devient:

$$\dot{y} = \lambda W_{\dot{y}} + \dot{X}\beta + \dot{\mu}$$

On appliquant la méthode 2sls de Kelejian and Prucha [1998] à la transformation  $\Omega^{-1/2}$  des données de panel spatiales autoregressive on obtient les estimateurs  $\delta$  de l'effet aléatoire des doubles moindres carrées (RE-2SLS) données par:

$$\widehat{\delta}_{RE-2sls} = [\dot{Z}'P_H\dot{Z}]^{-1}\dot{Z}'P_H\dot{y}$$

avec  $\dot{H} = (\dot{X}, W\dot{X}, W^2\dot{X}) = (\Omega^{-1/2}X, W\Omega^{-1/2}X, W^2\Omega^{-1/2}X) = (\Omega^{-1/2}X, \Omega^{-1/2}WX, \Omega^{-1/2}W^2X) = \Omega^{-1/2}H$

## 2 Exemple

Dans cette section on donne un exemple pratique de l'utilisation du package **sppanel**.

```
# Ouvrir le pacakge
library(sppanel)
# Importer les données
data(Produc)

#Extraire la matrice de poids spatiales
data("usaww")

# Estimation de l'effet fixe
fx<-span(log(gsp) ~ log(pcap) + log(pc) + log(emp) + unemp, Produc,
           usaww, n=48, t=17, model="fe")
summary(fx)
```

```

## Formula:log(gsp) ~ log(pcap) + log(pc) + log(emp) + unemp
##
## Balanced Panel: n: 48 t: 17 N: 816
## Rsquared : 0.02005736
##           Estimates   Std.Err T-value P-Value
## log(pcap) -0.04007343 0.02667848 -1.5021 0.1335
## log(pc)    0.22074355 0.02506409  8.8072 < 2.2e-16 ***
## log(emp)   0.67066333 0.03072264 21.8296 < 2.2e-16 ***
## unemp     -0.00474157 0.00091041 -5.2082 2.420e-07 ***
##             0.18718963 0.02587428  7.2346 1.083e-12 ***
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

```

# Le modèle between
be<-span(log(gsp) ~ log(pcap) + log(pc) + log(emp) + unemp,Produc,
          usaww,n=48,t=17,model="be")
summary(be)

## Formula:log(gsp) ~ log(pcap) + log(pc) + log(emp) + unemp
##
## Balanced Panel: n: 48 t: 17 N: 816
## Rsquared : 0.9939232
##           Estimates   Std.Err T-value P-Value
## (Intercept) 1.6928901 0.7781358 2.1756 0.0298754 *
## log(pcap)   0.1723945 0.1616659 1.0664 0.2865771
## log(pc)     0.3016717 0.0910694 3.3125 0.0009655 ***
## log(emp)    0.5843175 0.1313312 4.4492 9.823e-06 ***
## unemp      -0.0026183 0.0227603 -0.1150 0.9084439
##             -0.0093646 0.0534176 -0.1753 0.8608810
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

```

# Estimation l'effet aléatoire
ran<-span(log(gsp) ~ log(pcap) + log(pc) + log(emp) + unemp,Produc,
           usaww,n=48,t=17,model="re")
summary(ran)

## Formula:log(gsp) ~ log(pcap) + log(pc) + log(emp) + unemp
##
## Balanced Panel: n: 48 t: 17 N: 816
## Rsquared : 0.950528
##           Estimates   Std.Err T-value P-Value
## (Intercept) 1.92719851 0.17102799 11.2683 < 2.2e-16 ***
## log(pcap)   -0.00392653 0.02564756 -0.1531 0.8784
## log(pc)     0.25139222 0.02381932 10.5541 < 2.2e-16 ***
## log(emp)    0.70471904 0.02898067 24.3169 < 2.2e-16 ***

```

```

## unemp      -0.00558438  0.00090403 -6.1772 1.032e-09 ***
##                  0.10301823  0.02025889  5.0851 4.566e-07 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Remarque: la dernière ligne des résultats d'estimations représente W\*rho.

```

# Le test de Hausman
hausman(fx, ran)

##
## Hausman Test
## Chisq: 28.51944
## P-value: 2.880384e-05
## df: 5

```

### 3 conclusion

La méthode des doubles moindres carrées utilisée dans ce package est la plus facile à appliquer. En effet, d'autre méthodes sont aussi utilisées pour estimer les données de panel spatiales principalement celle des maximums de vrais-semblances et des moments généralisés en particulier dans le package splm sur R et xsmle sur STATA.

## References

- Badi H Baltagi and Long Liu. Instrumental variable estimation of a spatial autoregressive panel model with random effects. *Economics Letters*, 111(2):135–137, 2011.
- Harry H Kelejian and Ingmar R Prucha. A generalized spatial two-stage least squares procedure for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17(1):99–121, 1998.
- Harry H Kelejian, Ingmar R Prucha, and Yevgeny Yuzefovich. Instrumental variable estimation of a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances: Large and small sample results. *Advances in Econometrics: Spatial and Spatio-Temporal econometrics*, pages 163–198, 2004.
- Lung-fei Lee. Best spatial two-stage least squares estimators for a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances. *Econometric Reviews*, 22(4):307–335, 2003.